

REFERENCES

1. Levada, V. S., Khizhniak, V. K. & Levitskaya, T. I. (2015). Integral representation discontinuous solution of the problem of bending of anisotropic plates. *Novi materialy i tekhnolohiyi v metalurhiyi ta mashynobuduvanni*, No. 1, pp. 107–114.
2. Levada, V. S., Levitskaya, T. I. & Khizhniak, V. K. (2016). Integral representations of discontinuous solutions of plane problems of theory of elasticity for an anisotropic medium. *Visnik Zaporiz'kogo nacional'nogo universitetu. Fiziko-matematični nauki*, No. 1, pp. 146–152.
3. Levada, V. S., Levitskaya, T. I., Pozhueva, I. S. & Khizhniak, V. K. (2017). Construction of the matrix of fundamental solutions of the system of equations describing the generalized plane electrical elastic state of the piezoelectric plate. *Visnik Zaporiz'kogo nacional'nogo universitetu. Fiziko-matematični nauki*, 2017, No. 1, pp. 252–261.

УДК 519.6

DOI: 10.26661/2413-6549-2018-1-09

**МЕТОД ЗНАХОДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ КОРИСНИХ КОПАЛИН
У ШАХТНІЙ СЕЙСМІЧНІЙ ТОМОГРАФІЇ**

Литвин О. М., д. ф.-м. н., професор, Драгун В. В., аспірант

*Українська інженерно-педагогічна академія,
вул. Університетська, 16, м. Харків, Україна*

vdragun.94@gmail.com

Міжсвердловинна томографія є важливим інструментом у моніторингу водосховищ, розвідці корисних копалин, будівництві та дослідженнях, пов'язаних з утилізацією радіоактивних відходів.

Проте жоден із відомих методів міжсвердловинної сейсмічної томографії не дає точної картини досліджуваного регіону. У зв'язку із цим виникає необхідність дослідити можливість використання методів комп'ютерної томографії в шахтній сейсмічній томографії для знаходження можливості поліпшення результатів досліджень.

У цій статті ми пропонуємо відновити значення повільності невідомої області в шахтній сейсмічній томографії, використовуючи твердження робіт [1, 2], для частини земної кори, навколо якої з усіх чотирьох сторін є штреки. На сторонах цього регіону ми можемо розмістити сейсмічні приймачі і створювати сейсмічні сигнали на інших сторонах. У результаті ми отримаємо час проходження сейсмічного сигналу через досліджуваний регіон, тобто проєкційні дані – інтеграли вздовж ліній, що перетинають досліджуваний об'єкт. Відповідно до методу, описаного в [1], рішення задачі можна отримати як суму Фур'є. Особливістю і перевагою методу, описаного в [1, 2], є явні формули для наближеного розрахунку коефіцієнтів Фур'є функції двох змінних, часів приходу сейсмічних хвиль від системи джерел до системи приймачів. Це дозволило скоротити вирішення задачі до задачі обчислення коефіцієнтів Фур'є, використовуючи формули, запропоновані в [1, 2], та вибору систем прямих, якими задаються проєкційні дані.

Також у цій статті є обчислювальний експеримент для синтетичної функції, яка є розподілом повільності чотирикутної області. Наведені результати обчислювального експерименту показують, що вже при невеликому порядку сум Фур'є та обчислювальних даних результати, отримані за допомогою методу, описаного в роботах [1, 2], близькі до тестових значень функцій, що описує задане зображення рельєфу.

Розглянутий приклад підтверджує ефективність запропонованого методу. Його аналіз дозволяє зробити висновок про те, що запропонований метод може бути використаний при невеликій кількості джерел і приймачів, що є важливим з практичної точки зору. Проте необхідно дослідити можливість поліпшення методу за допомогою тверджень робіт [3], а також провести випробування на реальних даних.

Ключові слова: комп'ютерна томографія, шахтна сейсмічна томографія, сума Фур'є.

METHOD OF FINDING DISTRIBUTION OF MINERAL RESOURCES IN MINE SEISMIC TOMOGRAPHY

Lytvyn O. M., D.Sc. in Physics and Math., Professor, Drahun V. V., postgraduate student

*Ukrainian engineering and pedagogical academy,
Universitetskaya st., 16, Kharkiv, Ukraine*

vdragun.94@gmail.com

Crosshole tomography is an important tool in monitoring reservoirs, exploration of minerals, construction and research related to the disposal of radioactive waste.

However, none of the known methods of crosshole seismic tomography can provide an accurate picture of the studied region. In connection with this, there is a need to explore the possibility of using computer tomography techniques to study the feasibility of improving research results.

In this article, we propose to restore the value of the slowness of an unknown region in the mine seismic tomography using the statements of works [1, 2], for the part of the crust of the earth, around which are borehole on the four sides. On the sides of this region, we can place seismic receivers and create seismic signals on other sides. As a result, we obtain the time of the seismic waves which need for passing through the current region, which are projection data – integrals along the lines that cross the investigated object. In accordance with the method described in [1], the solution of the problem can be obtained as a Fourier sum. The feature and advantage of the method described in [1, 2] are explicit formulas for the approximate calculation of Fourier coefficients of the function of two variables, times of arrival of seismic waves from source system to receiver system. This made it possible to reduce the solution of the problem to the problem of calculating the Fourier coefficients using the formulas proposed in [1, 2] and the choice of systems of direct, along which projective data is given.

Also in this article is a computational experiment for a synthetic function which is the distribution of slowness quadrangular area. The results of the computational experiment show that, with a small order of Fourier sums and computational data, the results obtained using the method described in [1, 2] are close to the test values of synthetic function that describe a given image of the relief.

The considered example confirms the effectiveness of the proposed method. It analysis allows us to conclude that the proposed method can be used with a small number of sources and receivers, which is important in practice. However, it is necessary to investigate the possibility of improving the method with the help of statements of work [3] as well conduct tests on real data set.

Key words: computer tomography, crosshole seismic tomography, Fourier's sum.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Міжсвердловинна сейсморозвідка передбачає передачу сейсмічних сигналів між двома або більше свердловинами. Із записаних часів прибуття сигналу, за допомогою томографічних інверсій, можна визначити структуру міжсвердловинної області. Уникаючи високого рівня згасання коливань у приповерхневих шарах Землі, міжсвердловинні методи можуть надавати зображення більш високої роздільної здатності, ніж відповідні методи для випадку поверхня-поверхня. Саме з цієї причини міжсвердловинна томографія стала важливим інструментом у моніторингу водосховищ, розвідці корисних копалин, будівництві та дослідженнях, пов'язаних з утилізацією радіоактивних відходів.

Проте не існує жодного методу, який точно відновлює досліджуваний регіон, тому виникає необхідність дослідити можливість використання методів комп'ютерної томографії в шахтній сейсмічній томографії для знаходження можливості поліпшення результатів міжсвердловинного дослідження.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

У роботі [4] детально описується взаємозв'язок між сейсмічною томографією, перетворенням Радону, а також зворотним перетворенням Радону, а також указано, яким чином можна узагальнити метод гармонійного розкладання на довільну горизонтально-однорідну опорну модель, як узагальнити метод зворотного проектування з фільтрацією на випадок неоднорідної моделі.

Також у цій роботі вказано, що сейсмічні промені лише в деяких випадках є прямими лініями, що збільшує похибку при використанні методів комп'ютерної томографії в

сейсмічній томографії. Для більш точного наближення можна розглядати нев'язку часів прибуття променя,

$$\delta T(p, \phi) = \int_L \delta u(X) ds, \quad (1)$$

де $T = T_0 + \delta T$ і $u = u_0 + \delta u$, $u(X)$ – функція, яка описує значення повільності досліджуваного регіону, $T(p, \phi)$ – час пробігу сейсмічного променя, заданий у полярних координатах, X – радіус-вектор точки у двовимірному просторі, пряма L задається рівнянням

$$p = x \cos \phi + y \sin \phi = r \cos(\theta - \phi) \quad (2)$$

з вектором $X = (x, y) = (r, \theta)$, заданим в декартових і полярних координатах.

Опорні часи пробігу

$$T_0(p, \phi) = \int_{L_0} \delta u_0(x) ds \quad (3)$$

обчислюються для променів, відповідних повільності опорної моделі $u_0(x)$, і при інтерпретації нев'язок (1) промені вважаються прямолінійними і можна використовувати методи комп'ютерної томографії.

Е статті [1] запропоновано новий метод розв'язання плоскої задачі радонівської комп'ютерної томографії. В основі методу лежать оригінальні формули обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних за допомогою проєкцій ездвж деякої системи ліній, що перетинають об'єкт дослідження. Важливою особливістю вказаного методу є заміна тригонометричних функцій кусково-сталими сплайнами найкращого рівномірного наближення.

Суть методу полягає у математичному моделюванні структури тіла у вигляді скінченної суми ряду Фур'є

$$F(x, y) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N C_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)}, \quad (4)$$

$$C_{k,l} = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) e^{-i2\pi(kx+ly)} dx dy, \quad (5)$$

де $C_{k,l}$ – коефіцієнти Фур'є невідомої функції $f(x, y)$.

Метод, представлений у роботі [1] був розвинутий у дисертаційній роботі [2], де розглядається проблема розробки і дослідження чисельної реалізації та нового методу розв'язання плоскої задачі комп'ютерної томографії, запропонованого в [1].

ФОРМУЛЮВАННЯ МЕТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідити можливість використання методів комп'ютерної томографії і загалом методів, описаних у роботах [1, 2], у шахтній сейсмічній томографії.

ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

У даній статті пропонується відновлювати значення повільності невідомого регіону в шахтній сейсмічній томографії, скориставшись твердженнями робіт [1, 2]. Припустимо, що є штреки навколо невідомої ділянки у формі чотирикутного паралелепіпеда, тоді ми можемо розмістити приймачі сейсмічного сигналу (наприклад, акселерометри) на вертикальних гранях та ребрах досліджуваного регіону і, створюючи сейсмічні коливання на інших гранях

та ребрах у заданій площині (наприклад, ударами кувалди по металевій підкладці), ми отримаємо часи проходження сейсмічних хвиль через досліджуваний регіон. Тоді час проходження сейсмічного сигналу можна використати як відомі проекційні дані – інтеграли вздовж ліній паралельних прямих $kx + ly = t$, які перетинають досліджуваний об’єкт.

Для вирішення задачі знаходження розподілу повільності в шахтній сейсмічній томографії використовуватимемо метод, запропонований у роботі [1]. Відповідно до нього, вирішення задачі може бути отримане у вигляді суми Фур’є (формула (4)), де невідома функція $f(x, y)$ описує структуру тіла, яку необхідно відновити. У результаті ми можемо відновити повільність розповсюдження сейсмічного сигналу в кожній точці досліджуваного регіону за допомогою інтегральних характеристик про неї (проекцій).

У роботах [1, 2] наведені формули для їх обчислення, які використовуються в цій роботі для випадку, коли невідома функція $f(x, y)$ є повільністю і нам відомі лише часи прибуття сейсмічного сигналу в точки спостереження.

Особливістю і перевагою розробленого методу є явні формули для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур’є функції двох змінних часів пробігу сейсмічних хвиль від системи джерел до системи приймачів. Це дозволило звести розв’язання задачі до задачі обчислення коефіцієнтів Фур’є безпосередньо за допомогою формул, запропонованих у роботах [1, 2], системи прямих (інтегралів), уздовж яких задаються проекційні дані і від формул для їх обчислення, обумовлених значеннями індексів k і l у сумі Фур’є.

Також ми пропонуємо використовувати замість суми Фур’є суму Фейєра

$$S(x, y, N) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N \left(1 - \frac{|k|}{N+1}\right) \left(1 - \frac{|l|}{N+1}\right) F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)}, \quad (6)$$

що зумовлено впливом явища Гіббса на результати дослідження, оскільки, ймовірніше, функція $f(x, y)$ має розриви. Як відомо, використання сум Фур’є, внаслідок явища Гіббса, не дозволяє отримати достовірні результати при візуалізації інформації за допомогою розривних функцій навіть тоді, коли коефіцієнти Фур’є обчислені точно. Ще однією перевагою сум Фейєра у порівнянні з сумами Фур’є є те, що ядро суми Фейєра є позитивним і умови збіжності виписуються простіше.

Приклад. Нехай нам задані часи прибуття сейсмічного сигналу в точки спостереження на досліджуваній площині

$$f(x, y) = \begin{cases} 0,57 \text{ if } y > 0, 2 + 3(x - \sin(y) - 0,1)^2, \\ 0,43 \text{ if } \left(x + \frac{\sin(y)}{10} - 0,75\right)^2 + (2y + 2\cos(x) - 3)^2 < 0,05, \\ 0,65 \text{ otherwise.} \end{cases}$$

Вхідні дані та отриманий результат можна побачити на рис. 1 (а-г).

Як можна побачити, рис. 1 (б-г) схожий на рис. 1 (а), хоча ці рисунки не співпадають з оригіналом у точках розриву, місцях, де функція різко змінює свої значення (місце переходу між чорним кольором, темно-сірим та світло-сірим), а також межі рисунку. Причому абсолютна похибка для рис. 1 (б) становить 0,127, відносна – 0,295, для рис. 1 (в) абсолютна – 0,113, відносна – 0,263, для рис. 1 (г) абсолютна – 0,11, відносна – 0,256. Уже при невеликій кількості джерел та приймачів метод з робіт [1, 2] дає непогані результати, проте їх можна поліпшити, скориставшись твердженнями роботи [3].

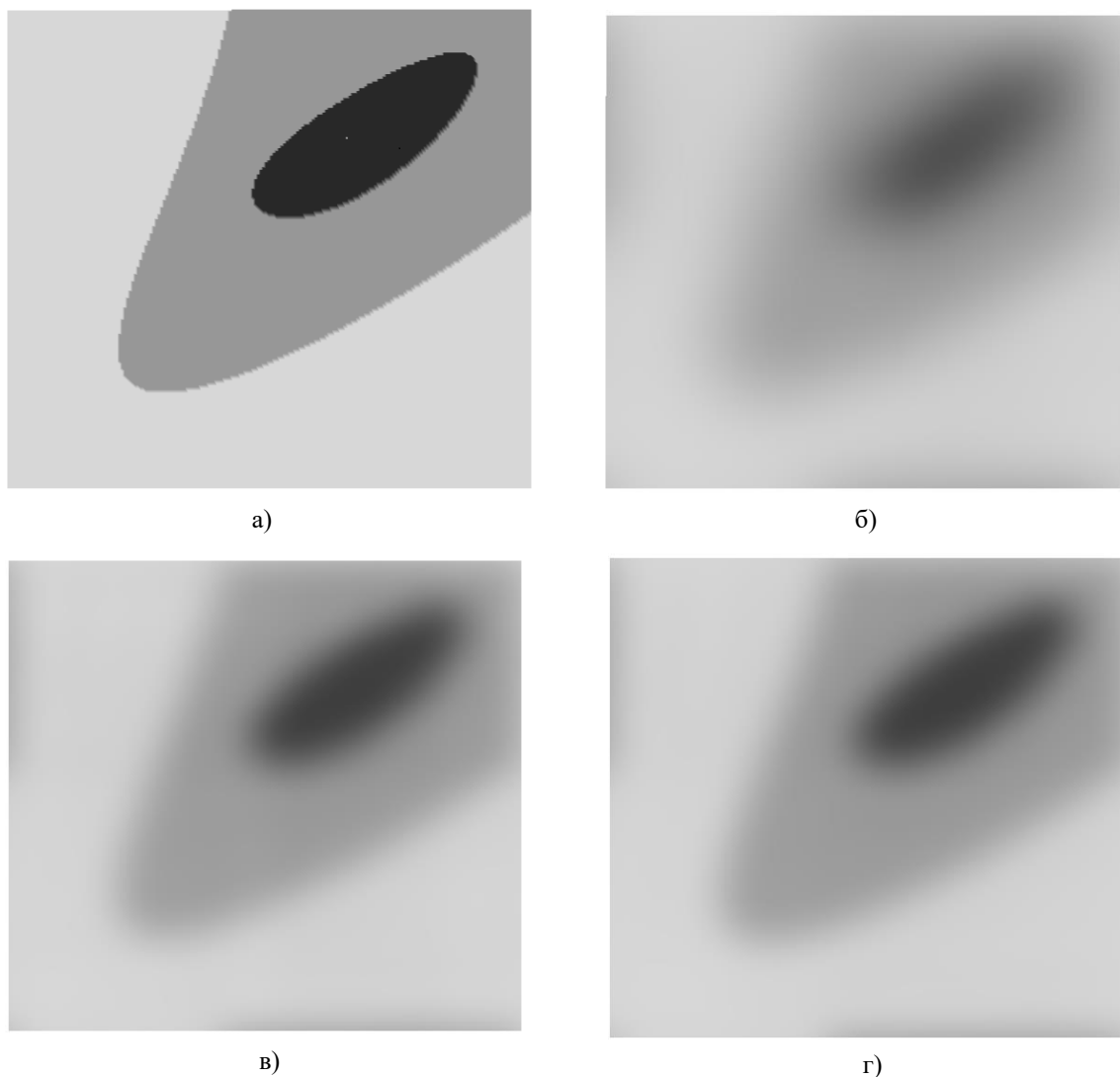


Рис. 1. Вхідні дані та отриманий результат тестової задачі:

а) вхідні дані;

б) результати обчислень методом, описаним у роботах [1, 2], коли $N = 4$ (порядок суми Фур'є) і кількість джерел та приймачів по 16 на кожній зі сторін;

в) результати обчислень методом, описаним у роботах [1, 2], коли $N = 8$, кількість джерел та приймачів по 16;

г) результати обчислень методом, описаним у роботах [1, 2], коли $N = 8$, кількість джерел та приймачів по 32

ВИСНОВКИ

У цій роботі запропоновано новий спосіб дослідження внутрішньої структури чотирикутної ділянки у формі паралелепіпеда, розміщеної між штреками за часом приходу сейсмічної хвилі від конкретного джерела системи джерел до кожного приймача системи приймачів.

Наведені результати обчислювального експерименту показують, що вже при невеликому порядку сум Фур'є та обчислювальних даних результати, отримані за допомогою методу, описаного в роботах [1, 2], близькі до тестових значень функцій, що описує задане зображення рельєфу.

Розглянутий приклад підтверджує ефективність запропонованого методу. Його аналіз дозволяє зробити висновок про те, що запропонований метод може бути використаний при невеликій кількості джерел і приймачів, що є важливим з практичної точки зору. Проте необхідно дослідити можливість поліпшення методу за допомогою тверджень робіт [3], а також провести випробування на реальних даних.

ЛІТЕРАТУРА

1. Литвин О. М. Періодичні сплайни і новий метод розв'язання плоскої задачі рентгенівської комп'ютерної томографії. *Системний аналіз, управління й інформаційні технології: Вісник Харківського державного політехнічного університету*: зб. наук. праць. 2000. № 125. С. 27–35.
2. Кулик С. І. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням вейвлетів: дис. ... канд. фіз.-мат. наук / Харків, 2008. 192 с.
3. Литвин О. М. Підвищення точності розкладання в ряд Фур'є розривних функцій однієї та двох змінних. *Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ»*. Математичне моделювання в техніці та технологіях: темат. вип. 2016. № 6 (1178). С. 43–46.
4. Чепмен К. Преобразование Радона и сейсмическая томография. *Сейсмическая томография* / под ред. Г. Нолетта. Москва: Мир, 1990. С. 34–60.

REFERENCE

1. Lytvyn, O. M. (2000). Periodic splines and a new method of solving the plane problem of X-ray computed tomography. *Systemnyi analiz, upravlinnia i informatsiini tekhnolohii: Visnyk Kharkivskoho derzhavnoho politekhnichnoho universytetu*. Zbirka naukovykh prats, No. 125, pp. 27-35.
2. Kulyk, S. I. (2008). Mathematical modeling in computer tomography using wavelets. (Extended abstract of Candidate thesis). Kharkiv, Ukraine.
3. Lytvyn, O. M. (2016). Improving the accuracy of decomposition in Fourier series of discontinuous functions of one and two variables. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu "KhPI": zbirka naukovykh prats. Tematychnyi vypusk: Matematychnе modeliuвання v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*, No. 6 (1178), pp. 43-46.
4. Chepmen, K. (1990). Radon Transformation and Seismic Tomography. *Sejsmicheskaya tomografiya*. Moskow: Mir, pp. 34-60.

УДК 681.3:771.537.442

DOI: 10.26661/2413-6549-2018-1-10

АНАЛІЗ ФУНКЦІЙ ТРЬОХ ЗМІННИХ НА ОСНОВІ ВОКСЕЛЬНИХ СТРУКТУР ОБРАЗІВ-МОДЕЛЕЙ У СИСТЕМІ «РАНОК»

Мильцев О. М., викладач

*Запорізький національний університет,
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, Україна*

alexmyltsev@gmail.com

У статті розглядається розвиток принципів М-образного аналізу складних функцій трьох змінних, заданих аналітичним або кусково-аналітичним способом. Перехід на воксельну структуру представлення образів-моделей дозволило підвищити простір досліджуваної функції до четвертого виміру, що призвело до розширення класу задач, пов'язаних з багатовимірними підстановками. Розглядаються задачі формування, уточнення та візуалізації тривимірного воксельного масиву даних, побудови графічного М-образного представлення функції, визначення просторового руху по градієнту на основі воксельних структур М-образів. Аналіз на воксельних структурах стає основою в розвитку системи рекурсивного аналізу на образних компонентах РАНОК.

Ключові слова: моделювання, R-функція, аналіз функцій, диференційні характеристики функції, рух просторового градієнту, воксельний масив даних, образ-модель, графічний М-образ.