ЛІТЕРАТУРА

1. Литвин О. М. Періодичні сплайни і новий метод розв’язання плоскої задачі рентгенівської комп’ютерної томографії. *Системний аналіз, управління й інформаційні технології: Вісник Харківського державного політехнічного університету*: зб. наук. праць. 2000. № 125. С. 27–35.
2. Кулик С. І. Математичне моделювання в комп’ютерній томографії з використанням вейвлетів: дис. … канд. фіз.-мат. наук / Харків, 2008. 192 с.
3. Литвин О. М. Підвищення точності розкладання в ряд Фур’є розривних функцій однієї та двох змінних. *Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ». Математичне моделювання в техніці та технологіях*: темат. вип. 2016. № 6 (1178). С. 43–46.
4. Чепмен К. Преобразование Радона и сейсмическая томография. *Сейсмическая томография* / под ред. Г. Нолетта. Москва: Мир, 1990. С. 34–60.

REFERENCE

1. Lytvyn, O. M. (2000). Periodic splines and a new method of solving the plane problem of X-ray computed tomography. Systemnyi analiz, upravlinnia i informatsiini tekhnolohii: Visnyk Kharkivskoho derzhavnoho politekhnichnoho universytetu. Zbirka naukovykh prats, No. 125, pp. 27-35.
2. Kulyk, S. I. (2008). Mathematical modeling in computer tomography using wavelets. (Extended abstract of Candidate thesis). Kharkiv, Ukraine.
3. Lytvyn, O. M. (2016). Improving the accuracy of decomposition in Fourier series of discontinuous functions of one and two variables. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu “KhPI”: zbirka naukovykh prats. Tematychnyi vypusk: Matematychne modeliuvannia v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh, No. 6 (1178), pp. 43-46.
4. Chepmen, K. (1990). Radon Transformation and Seismic Tomography. Sejsmicheskaya tomografiya. Moskow: Mir, pp. 34-60.

УДК 681.3:771.537.442 DOI: 10.26661/2413-6549-2018-1-10

АНАЛІЗ ФУНКЦІЙ ТРЬОХ ЗМІННИХ НА ОСНОВІ ВОКСЕЛЬНИХ СТРУКТУР ОБРАЗІВ-МОДЕЛЕЙ У СИСТЕМІ «РАНОК»

Мильцев О. М., викладач

Запорізький національний університет,
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, Україна

alexmyltsev@gmail.com

У статті розглядається розвиток принципів М-образного аналізу складних функцій трьох змінних, заданих аналітичним або кусково-аналітичним способом. Перехід на воксельну структуру представлення образів-моделей дозволило підвищити простір досліджуваної функції до четвертого виміру, що призвело до розширення класу задач, пов’язаних з багатовимірними підстановками. Розглядаються задачі формування, уточнення та візуалізації тривимірного воксельного масиву даних, побудови графічного М-образного представлення функції, визначення просторового руху по градієнту на основі воксельних структур М-образів. Аналіз на воксельних структурах стає основою в розвитку системи рекурсивного аналізу на образних компонентах РАНОК.

Ключові слова: моделювання, R-функція, аналіз функцій, диференційні характеристики функції, рух просторового градієнту, воксельний масив даних, образ-модель, графічний М-образ.

ANALYSIS OF THE FUNCTIONS OF THREE VARIABLES BASED ON VOXEL STRUCTURES OF IMAGES-MODELS IN THE SYSTEM “RANOK”

Myltsev O. M., lecturer

Zaporizhzhya National University,
Zhukovsky str., 66, Zaporizhzhya, Ukraine

alexmyltsev@gmail.com

Modern ways of representing the function give a clear idea of the shape of its surface levels. Thus, the needs of the visual analysis of the simulated geometry of the object are completely satisfied. This combination of analytics and computer graphics already allows you to create analytical design systems.

Improving the quality of images in the visual analysis process is approaching a certain limit. In this case, the responsibility for making a decision during the study of the shape of the object remains with visual control. The level of associations on the basis of image perception of the object and to date is a problem for the automation process.

The RANOK system is a programmatic basis for continuing the development of the principles of constructing special graphic images that can be applied in algorithmization and reflecting the local geometric characteristics of complex geometric models.

These images allow not only to visualize the relief properties that arise in the area of determination of the investigated surface of the function, but also to algorithmize the problem of determining the gradient descent from any given point of the surface with the definition of its extreme points. Such a graphic image is called "image-model" of the surface, which reflects some geometric properties (simplified “M-image”).

The article deals with the development of the principles of the M-analysis of complex functions of the three variables given by the analytic or piecewise-analytical method. The transition to the voxel structure of representation of image-models allowed to increase the space of the investigated function to the fourth dimension, which led to the expansion of the class of problems associated with multidimensional substitutions. The problems of the formation, refinement and visualization of a three-dimensional voxel data array, the construction of a graphical M-representation of a function, and the determination of spatial motion on a gradient based on voxel structures of M-images are considered. The analysis on the voxel structures becomes the basis for the development of the system of recursive analysis on the figurative components of the RANOK.

As a result, the principles and algorithms for the formation, refinement, analysis and display of three-dimensional voxel graphic M-shaped and described in the article formed the basis of the RANOK system.

In the paper, it was shown that the principles of the M-shaped estimate of the surface relief of the function are transferred to a multidimensional space with the use of voxel approaches of the organization of M-images, as well as multidimensional structures that are not capable of visual perception.

All this allows you to direct further research and development of the system to automate the analysis process geometric characteristics of multidimensional objects defined by functions of n-variables, using graphic representations of image-models for increased space and subsequent projection of them.

Key words: modeling, R-function, analysis of functions, differential characteristics of a function, spatial gradient motion, voxel dataset, image-model, graphic M-image.

ВСТУП

Сучасні способи зображення функції дають наочне уявлення про форму її поверхонь рівня. Тим самим повністю задовольняються потреби візуального аналізу модельованої геометрії об’єкта. Таке поєднання аналітики і комп’ютерної графіки вже дозволяє створювати системи аналітичного конструювання.

Удосконалення якості зображень в процесі візуального аналізу підходить до певної межі. При цьому відповідальність за прийняття рішення в ході дослідження форми об’єкта залишається за зоровим контролем. Рівень асоціацій на основі образного сприйняття об’єкта і на сьогоднішній день становить проблему для процесу автоматизації.

Система РАНОК є програмною основою для продовження розвитку принципів побудови спеціальних графічних образів, які можна застосувати в алгоритмізації і що відображають локальні геометричні характеристики складних геометричних моделей [1, 2].

Ці образи дозволяють не тільки наочно відображати рельєфні властивості, що виникають на області визначення досліджуваної поверхні функції, але і алгоритмізувати завдання визначення градієнтного спуску з будь-якої зазначеної точки поверхні з визначенням її екстремальних точок. Такий графічний образ представлений в роботах [1, 2] як «образ-модель» поверхні, що відображає деякі геометричні властивості (спрощено «М-образ»).

В продовження роботи з воксельним поданням М-образів і використовується система РАНОК (Рекурсивний Аналіз На Образних Компонентах), що створена для побудови і візуалізації тривимірних воксельних зображень складних функцій трьох змінних, заданих аналітичним або кусково-аналітичним способом (R-функції) [3]. Розроблена оригінальна структура динамічного тривимірного масиву [4], що дозволяє формувати воксельні дані в процесі рекурсивного «занурення». Незважаючи на пристойні розміри пам'яті, що виділяється при такому підході, цей масив дозволяє як відновлювати сценарій рекурсивного процесу в разі апаратного збою і інших причин, так і використовувати різні методи інтерполяції, що прискорюють процедуру уточнення аналітичного об'єкта. Один раз і з необхідною точністю обробивши аналітичний об'єкт, можна досить швидко отримувати різні зображення об'єкта в різному ракурсі та перерізах.

ФУНКЦІОНАЛЬНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ОБ'ЄКТІВ

Вихідними даними для аналізу є дійсні функції трьох змінних, що задані аналітичним або кусково-аналітичним (R-функції) способом на деякій замкнутій прямокутній області, у вигляді [3]:

$$f(p) \geq 0, \tag{1}$$

де $p = p(x, y, z)$ – точка у просторі E^3, що задана координатними змінними.

Таким чином $f(p) > 0$ визначає точки всередині об'єкта, $f(p) = 0$ – точки на поверхні об'єкта, $f(p) < 0$ – точки ззовні об'єкта (що не належать об'єктові).

Дослідження вихідної функції відбувається на замкнутій прямокутній підобласті області визначення функції за допомогою компілятора формульної мови FORTU [5] та рекурсивного алгоритму розбиття прямокутної габаритної призми, що містить аналітичний об'єкт [4]. Рекурсивний підхід розкриває додаткові можливості в процесі дослідження, оскільки представляє динамічно уточнюючу процедуру з виходом по заданій умові.

РЕКУРСИВНИЙ АЛГОРИТМ ФОРМУВАННЯ ТРИВИМІРНОГО ВОКСЕЛЬНОГО МАСИВУ ДАНИХ ФУНКЦІЇ

Формування тривимірного воксельного масиву даних засновано на рекурсивному алгоритмі уточнення тривимірної області методом половинного ділення трьома взаємоперпендикулярними площинами на вісім подібних підобластей. Для кожної з отриманих підобластей застосовується таж сама процедура, доки не буде досягнута задана глибина рекурсії. Такий підхід призводить в результаті до воксельної організації тривимірної області дослідження функції, де для кожного вокселя визначено знак та базовий набір диференційних характеристик функції [4].

Характерно те, що отриманий воксельний масив даних функції являє собою основу для побудови М-образів, що відображають локальні геометричні характеристики на області дослідження функції.

ФОРМУВАННЯ ГРАФІЧНИХ ОБРАЗІВ-МОДЕЛЕЙ

Базові М-образи C_x, C_y, C_z, C_t**.** При формуванні воксельного масиву даних тіло функції $t = f(x, y, z)$, що досліджується, представляється як чотири скалярних поля:

$$N_f = N_x(x,y,z,t)i + N_y(x,y,z,t)j + N_z(x,y,z,t)k + N_t(x,y,z,t)l\,, \tag{2}$$

де N_x, N_y, N_z, N_t – компоненти вектора нормалі $\overline{N}$, що обчислюється для кожного векселя.

Встановимо відповідність просторових скалярних полів N_x, N_y, N_z, N_t з їх графічним воксельним поданням у вигляді базових М-образів C_x, C_y, C_z, C_t через інтенсивність тону монохромної палітри $P \in [0, 255]$ [6]:

$$C_x = \frac{P(1+N_x)}{2}, \tag{3}$$

$$C_y = \frac{P(1+N_y)}{2}, \tag{4}$$

$$C_z = \frac{P(1+N_z)}{2}, \tag{5}$$

$$C_t = \frac{P(1+N_t)}{2}. \tag{6}$$

В результаті маємо чотири базових М-образи як цілочисельні тривимірні області значень. Кожен з отриманих образів несе інформацію про поведінку кожної з чотирьох проекцій вектора нормалі, що обчислюється для кожного векселя з масиву даних на відповідній підобласті досліджуваної функції. Тобто базові М-образи містять значення кута повороту нормалі від кожної осі на проміжку $[0, \pi]$.

Отриманий воксельний масив базових М-образів дозволяє відмовитися від подальшого використання аналітичного виду функції в наступних графічних перетвореннях для отримання необхідної кількості наступних образів-моделей.

М-образи C_{tx}, C_{ty}, C_{tz}, C_{tt}, що характеризує просторове положення горизонту спостерігача до об'єкта. Ці образи характеризують модуль зміни косинуса кута відхилу нормалі від осей відповідно. Кут $\alpha = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_t)$ визначає горизонт спостерігача в чотиривимірному просторі (по замовчуванню $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = \alpha_t = \frac{\pi}{2}$). Таким чином, використовуючи (3)–(6), маємо:

$$C_{tx} = 2\left|C_x - P\frac{(1+\cos\alpha_x)}{2}\right|, \tag{7}$$

$$C_{ty} = 2\left|C_y - P\frac{(1+\cos\alpha_y)}{2}\right|, \tag{8}$$

$$C_{tz} = 2\left|C_z - P\frac{(1+\cos\alpha_z)}{2}\right|, \tag{9}$$

$$C_{tt} = 2\left|C_t - P\frac{(1+\cos\alpha_t)}{2}\right|. \tag{10}$$

М-образи часткових похідних $C_{dx} = \partial f/\partial x$, $C_{dy} = \partial f/\partial y$, $C_{dz} = \partial f/\partial z$ обчислюються на основі (7)–(10) наступним чином:

$$C_{dx} = \left\| \frac{C_{tx}}{C_{tt}} \right\| = \begin{cases} \dfrac{C_{tx}}{C_{tt}} \le 1 \to C_{dx} = P - \dfrac{PC_{tx}}{2C_{tt}}; \\ \dfrac{C_{tx}}{C_{tt}} > 1 \to C_{dx} = \dfrac{PC_{tt}}{2C_{tx}}, \end{cases} \tag{11}$$

$$C_{dy} = \left\| \frac{C_{ty}}{C_{tt}} \right\| = \begin{cases} \dfrac{C_{ty}}{C_{tt}} \le 1 \to C_{dy} = P - \dfrac{PC_{ty}}{2C_{tt}}; \\ \dfrac{C_{ty}}{C_{tt}} > 1 \to C_{dy} = \dfrac{PC_{tt}}{2C_{ty}}, \end{cases} \tag{12}$$

$$C_{dz} = \left\| \frac{C_{tz}}{C_{tz}} \right\| = \begin{cases} \dfrac{C_{tz}}{C_{tt}} \le 1 \to C_{dz} = P - \dfrac{PC_{tz}}{2C_{tt}}; \\ \dfrac{C_{tz}}{C_{tt}} > 1 \to C_{dz} = \dfrac{PC_{tt}}{2C_{tz}}. \end{cases} \tag{13}$$

М-образи часткових похідних $C_{xy} = \partial x / \partial y$**,** $C_{xz} = \partial x / \partial z$**,** $C_{yx} = \partial y / \partial x$**,** $C_{yz} = \partial y / \partial z$**,** $C_{zx} = \partial z / \partial x$**,** $C_{zy} = \partial z / \partial y$ обчислюються на основі (3)–(6) та (7)–(10) наступним чином:

$$C_{xy} = \left\| \frac{C_{tx}}{C_{ty}} \right\| = \begin{cases} C_x \ge \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{ty}}{C_{tx}} \le 1 \to C_{xy} = \dfrac{PC_{ty}}{4C_{tx}}; \\ \dfrac{C_{ty}}{C_{tx}} > 1 \to C_{xy} = \dfrac{P}{2} - \dfrac{PC_{tx}}{4C_{ty}}; \end{cases} \\ C_x < \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{ty}}{C_{tx}} \le 1 \to C_{xy} = P - \dfrac{PC_{ty}}{4C_{tx}}; \\ \dfrac{C_{ty}}{C_{tx}} > 1 \to C_{xy} = P - \left(\dfrac{P}{2} - \dfrac{PC_{tx}}{4C_{ty}} \right), \end{cases} \end{cases} \tag{14}$$

$$C_{xz} = \left\| \frac{C_{tx}}{C_{tz}} \right\| = \begin{cases} C_x \ge \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tz}}{C_{tx}} \le 1 \to C_{xz} = \dfrac{PC_{tz}}{4C_{tx}}; \\ \dfrac{C_{tz}}{C_{tx}} > 1 \to C_{xz} = \dfrac{P}{2} - \dfrac{PC_{tx}}{4C_{tz}}; \end{cases} \\ C_x < \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tz}}{C_{tx}} \le 1 \to C_{xz} = P - \dfrac{PC_{tz}}{4C_{tx}}; \\ \dfrac{C_{tz}}{C_{tx}} > 1 \to C_{xz} = P - \left(\dfrac{P}{2} - \dfrac{PC_{tx}}{4C_{tz}} \right), \end{cases} \end{cases} \tag{15}$$

$$C_{yx} = \left\| \frac{C_{ty}}{C_{tx}} \right\| = \begin{cases} C_y \ge \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tx}}{C_{ty}} \le 1 \to C_{yx} = \dfrac{PC_{tx}}{4C_{ty}}; \\ \dfrac{C_{tx}}{C_{ty}} > 1 \to C_{yx} = \dfrac{P}{2} - \dfrac{PC_{ty}}{4C_{tx}}; \end{cases} \\ C_y < \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tx}}{C_{ty}} \le 1 \to C_{yx} = P - \dfrac{PC_{tx}}{4C_{ty}}; \\ \dfrac{C_{tx}}{C_{ty}} > 1 \to C_{yx} = P - \left(\dfrac{P}{2} - \dfrac{PC_{ty}}{4C_{tx}} \right), \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

$$C_{yz}=\left\|\frac{C_{ty}}{C_{tz}}\right\|=\begin{cases} C_y \ge \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tz}}{C_{ty}} \le 1 \to C_{yz}=\dfrac{PC_{tz}}{4C_{ty}}; \\ \dfrac{C_{tz}}{C_{ty}} > 1 \to C_{yz}=\dfrac{P}{2}-\dfrac{PC_{ty}}{4C_{tz}}; \end{cases} \\ C_y < \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tz}}{C_{ty}} \le 1 \to C_{yz}=P-\dfrac{PC_{tz}}{4C_{ty}}; \\ \dfrac{C_{tz}}{C_{ty}} > 1 \to C_{yz}=P-\left(\dfrac{P}{2}-\dfrac{PC_{ty}}{4C_{tz}}\right), \end{cases} \end{cases} \tag{17}$$

$$C_{zx}=\left\|\frac{C_{tz}}{C_{tx}}\right\|=\begin{cases} C_z \ge \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tx}}{C_{tz}} \le 1 \to C_{zx}=\dfrac{PC_{tx}}{4C_{tz}}; \\ \dfrac{C_{tx}}{C_{tz}} > 1 \to C_{zx}=\dfrac{P}{2}-\dfrac{PC_{tz}}{4C_{tx}}; \end{cases} \\ C_z < \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{tx}}{C_{tz}} \le 1 \to C_{zx}=P-\dfrac{PC_{tx}}{4C_{tz}}; \\ \dfrac{C_{tx}}{C_{tz}} > 1 \to C_{zx}=P-\left(\dfrac{P}{2}-\dfrac{PC_{tz}}{4C_{tx}}\right), \end{cases} \end{cases} \tag{18}$$

$$C_{zy}=\left\|\frac{C_{tz}}{C_{ty}}\right\|=\begin{cases} C_z \ge \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{ty}}{C_{tz}} \le 1 \to C_{zy}=\dfrac{PC_{ty}}{4C_{tz}}; \\ \dfrac{C_{ty}}{C_{tz}} > 1 \to C_{zy}=\dfrac{P}{2}-\dfrac{PC_{tz}}{4C_{ty}}; \end{cases} \\ C_z < \dfrac{P}{2} \to \begin{cases} \dfrac{C_{ty}}{C_{tz}} \le 1 \to C_{zy}=P-\dfrac{PC_{ty}}{4C_{tz}}; \\ \dfrac{C_{ty}}{C_{tz}} > 1 \to C_{zy}=P-\left(\dfrac{P}{2}-\dfrac{PC_{tz}}{4C_{ty}}\right). \end{cases} \end{cases} \tag{19}$$

Результатом послідовних графічних перетворень воксельних масивів, що зберігають М-образи у процесі їх побудови, є результуюча образна модель функції (образ-модель), що дозволяє досліджувати геометричні характеристики функції та просторовий градієнт в кожній точці геометричного об’єкта.

УТОЧНЕННЯ ТРИВИМІРНОГО ВОКСЕЛЬНОГО МАСИВУ ДАНИХ

Продуктивність рекурсивного алгоритму формування воксельного масиву даних безпосередньо залежить від глибини рекурсії. Чим більше глибина рекурсії, тим вище ступінь деталізації вихідного об’єкта, а також час роботи алгоритму.

Загальний вигляд досліджуваної функції також впливає на продуктивність алгоритму – чим складніше функція, тим більше часу потрібно на її обробку. Таким чином, виникає питання про скорочення часових витрат при формуванні тривимірних М-образів зі збереженням точності деталізації досліджуваного об’єкта.

Одним з рішень поставленої проблеми є застосування методів просторової інтерполяції векторних характеристик досліджуваної функції, що зберігаються в тривимірному воксельному масиві даних [7].

 ISSN 2518-1785 (Online), ISSN 2413-6549 (Print)

Перевагою запропонованого методу просторової інтерполяції є те, що можна повністю абстрагуватися від виду вихідної досліджуваної функції і працювати тільки з воксельним масивом даних, що має регулярну структуру, зручну для проведення просторового аналізу. Використання єдиної інтерполяційної функції також дозволяє скоротити часові витрати на обробку даних. Таким чином, час роботи інтерполяційного алгоритму залежить тільки від обсягу досліджуваного воксельного масиву даних.

АНАЛІЗ ФУНКЦІЇ НА БАЗІ ОБРАЗІВ-МОДЕЛЕЙ

Тривимірні воксельні масиви М-образів часткових похідних, що отримані за допомогою (14), (15), (16), (17), (18) та (19), можуть використовуватися для визначення напрямку руху просторового градієнту. У цьому випадку переміщення точки представляється в 26-ти напрямках тривимірного простору М-образного масиву. Потрібну точку переміщення можна представити як перетин трьох ортогональних площин у тривимірному воксельному масиві, утворених напрямами руху градієнту $G_x\left(C_{xy},C_{xz}\right)$, $G_y\left(C_{yx},C_{yz}\right)$ та $G_z\left(C_{zx},C_{zy}\right)$ уздовж кожної з координатних осей, у вигляді [6]:

$$G = G_x \cap G_y \cap G_z . \tag{20}$$

Загалом отримана воксельна образна модель функції, що складається із 17 М-образів, дозволяє виконувати основні процедури математичного аналізу, такі як [8]:

– визначення часткових похідних по обраним осям;
– зростання або спадання функції на обраному напрямку;
– визначення критичних точок, ліній та областей, локальних екстремумів;
– визначення областей позитивних та негативних значень;
– аналіз просторового градієнту.

Це все дозволяє автоматизувати процес аналізу геометричних характеристик функцій трьох змінних, використовуючи графічні перетворення образів-моделей.

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ ВОКСЕЛЬНОГО МАСИВУ М-ОБРАЗІВ

В основу візуалізації тривимірного воксельного масиву даних покладено алгоритм часткового сортування по глибині, що дозволяє поетапно формувати реалістичне зображення по одному з принципів Z-буферного алгоритму. На відміну від існуючих Z-буферних алгоритмів, цей алгоритм має рекурсивно спрямований пошук елементів, що перекриваються, і це дозволяє різко скоротити час обробки тривимірної сцени. При цьому конкретний вид і спосіб представлення об’єкта не має особливого значення. Даний алгоритм може бути застосований для побудови зображень довільних тривимірних об’єктів, що допускають розбиття на частини і відображення окремої частини незалежно від інших [4].

Одним із запропонованих варіантів скорочення технології розрахунку є введення проміжного динамічного масиву даних, що дозволяє зберігати отриману в розрахунках інформацію для більш оперативного створення нових проекцій.

Також регулярна воксельна структура дозволяє досить легко відображати об’єкт, використовуючи перерізи, тим самим даючи змогу аналізувати геометричні характеристики функції всередині об’єкта.

ВИСНОВКИ

В результаті розроблені та описані вище принципи і алгоритми формування, уточнення, аналізу і відображення тривимірних воксельних графічних М-образів лягли в основу системи рекурсивного аналізу на образних компонентах РАНОК.

В роботі було показано, що принципи М-образної оцінки рельєфу поверхні функції можуть бути перенесені на багатовимірний простір із застосуванням воксельних підходів організації М-образів, а також багатовимірних структур, які не піддаються зоровому сприйняттю.

Все це дозволяє направити подальші дослідження і розвиток системи на автоматизацію процесу аналізу геометричних характеристик багатовимірних об'єктів, заданих функціями *n*-змінних, використовуючи графічні представлення образів-моделей підвищеного простору з проеціюванням їх в тривимірний простір спостерігача для подальшого когнітивного аналізу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Толок А. В. Синтез компьютерных образов геометрических характеристик для оценки рельефа поверхности функции двух переменных. *Математика, природознавство, технічні науки*: зб. доп. НАН України. 2004. № 4. С.63–69.
2. Гоменюк С. И., Толок А. В. Моделирование образной оценки градиента на рельефе поверхности. *Научно-теоретический журнал «Искусственный Интеллект»*. 2004. № 1. С.113–119.
3. Рвачев В. Л., Толок А. В., Уваров Р. А., Шейко Т. И. Новые подходы к построению уравнений трехмерных локусов с помощью R-функций. *Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки*. 2000. № 2. С.119–131.
4. Мыльцев А. М., Толок А. В. Математическая модель визуализации динамического массива данных при построении трехмерных сцен. *Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки. Біологічні науки*. 2002. № 3. С. 76–82.
5. Толок А. В., Толок В. А, Гоменюк С. И. Язык описания схем решения задач теории упругости и пластичности. *Новые информационные технологии в науке, образовании и бизнесе*: XXVI Международная конференция и дискуссионный научный клуб IT+SE'99. Ялта-Гурзуф, 1999. С. 43–46.
6. Толок А. В., Мыльцев А. М., Корогод В. Л. Аналитическое моделирование на основе графических преобразований в системе «РАНОК». *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2006. № 1. С. 124–133.
7. Корогод В. Л., Мыльцев А. М., Толок А. В. Математическая модель уточнения трехмерного массива данных методом пространственной интерполяции. *Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки. Біологічні науки*. 2003. № 1. С. 42–48.
8. Морозов Д. Н., Гнездовский А. В., Мыльцев А. М., Толок А. В. Когнитивная компьютерная графика в процессе решения оптимизационных задач математического моделирования. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2010. Вип. 86. С. 112–117.

REFERENCES

1. Tolok, A. V. (2004). Synthesis of computer images of geometric characteristics for the evaluation of the surface relief of a function of two variables. Matematyka, pryrodoznavstvo, tekhnichni nauky: zbirnyk dopovidey NAN Ukrayiny, No. 4, pp. 63-69.
2. Gomenyuk, S. I. & Tolok, A.V. (2004). Modeling of a figurative gradient estimation on the surface relief. Nauchno-teoreticheskiy zhurnal «Iskusstvennyy Intellekt», No. 1, pp. 113-119.
3. Rvachev, V. L., Tolok, A. V., Uvarov, R. A. & Sheyko, T. Y. (2000). New approaches to the construction of equations of three-dimensional loci using R-functions. Visnyk Zaporiz′koho derzhavnoho universytetu. Fizyko-matematychni nauky, No. 2, pp. 119-131.
4. Myl′tsev, A. M. & Tolok, A. V. (2002). Mathematical model of visualization of a dynamic data array when constructing three-dimensional scenes. Visnyk Zaporiz′koho derzhavnoho universytetu. Fizyko-matematychni nauky. Biolohichni nauky, No. 3, pp. 76-82.
5. Tolok, A. V., Tolok, V. A. & Gomenyuk, S. I. (1999). A language for describing schemes for solving problems in the theory of elasticity and plasticity. New information technologies are in science, education and business : XXVI the International conference and scientific debating-society IT SE'99, (pp. 43-46), Yalta-Gurzuf.

6. Tolok, A. V., Myl′tsev, A. M. & Korohod, V. L. (2006). Analytical modeling based on graphic transformations in the RANOK system. *Visnyk Zaporiz'koho natsional'noho universytetu. Fizyko-matematychni nauky*, No. 1, pp. 124-133.

7. Korohod, V. L., Myl′tsev, A. M. & Tolok, A. V. (2003). Mathematical model for refining a three-dimensional data array using spatial interpolation. *Visnyk Zaporiz'koho derzhavnoho universytetu. Fizyko-matematychni nauky. Biolohichni nauky*, No. 1, pp. 42-48.

8. Morozov, D. N., Gnezdovskiy, A. V., Myl'tsev, A. M. & Tolok, A. V. (2010). Cognitive computer graphics in the process of solving optimization problems of mathematical modeling. Prikladna geometríya ta ínzhenerna grafíka, Issue 86, pp. 112-117.

УДК 539.312 DOI: 10.26661/2413-6549-2018-1-11

ЗАСТОСУВАННЯ БІПОЛЯРНОЇ СИСТЕМИ КООРДИНАТ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ДВОХ КОАКСІАЛЬНИХ ОБОЛОНОК У ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

[1]Пожуєв В. І., [2]Пожуєв А. В., [3]Фасоляк А. В.

[1,3]*Запорізький національний технічний університет, вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, 69063, Україна*

[2]*Запорізька державна інженерна академія, просп. Соборний, 226, Запоріжжя, 69000, Україна*

[2]scorpio1@mail.ru, [3]antonfasolyak@mail.ru

У роботі розглянуто динаміку двох коаксіальних циліндричних оболонок у лінійно-пружному, однорідному, ізотропному та інерційному середовищі. вивчається випадок, коли імпульсивне навантаження діє по нормалі до внутрішньої поверхні однієї оболонки, а інша оболонка вільна від напружень. Контакт між оболонками та середовищем припускається ковзним. Досліджується взаємний вплив оболонок на динамічний напружено-деформований стан даної механічної системи.

У цій статті припускається, що навантаження рівномірно розподілене вздовж осьової координати, тобто не залежить від неї, тому початкова задача зводиться до плоскої задачі теорії пружності. Також робиться припущення, що навантаження діє симетрично відносно лінії, яка сполучає центри порожнин, що підкріплені оболонками. Тому вздовж цієї лінії можна зробити розріз, який потім буде враховано за допомогою граничних умов. Для розв'язання задачі використовується біполярна система координат (БСК), застосування якої дало можливість відобразити півпростір з порожниною, який моделює задачу, у прямокутник скінчених розмірів.

Оскільки БСК є ортогональною системою координат, тому в ній справедливі рівняння руху, співвідношення Коші, закон Гука. Тому для отримання виразів для напружень через переміщення у БСК співвідношення Коші було підставлено у закон Гука. Після підстановки отриманих виразів у рівняння руху було отримано динамічні рівняння теорії пружності в БСК у переміщеннях, які використано для опису руху середовища. Для опису руху оболонки використані класичні рівняння теорії тонких оболонок, які задовольняють гіпотезі Кірхгофа-Лява, які отримано в БСК.

Оскільки динамічні рівняння теорії пружності містять досить складні змінні коефіцієнти, тому в роботі запропоновано чисельний підхід до розв'язання задачі. Цей підхід ґрунтується на методі скінченних різниць за просторовими змінними. Розв'язок динамічної задачі отримано за допомогою ітераційного θ-метода Вілсона, який дозволяє звести початкову задачу до послідовності квазістатичних задач.

На основі отриманих результатів встановлено, що для випадку, коли відстань між оболонками понад їх п'ять радіусів, величина їх взаємного впливу на динамічний напружено-деформований стан розглянутої системи є незначним.

Отримані результати та розроблені методи можуть бути застосовані при розрахунках підземних споруд, зокрема тунелів метрополітену та підземних трубопроводів.

Ключові слова: коаксіальні циліндричні оболонки, біполярна система координат, пружне середовище, динамічне навантаження.