

УДК 519.688:519.6:514.752

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ОПИСАНИЯ R-ФУНКЦИЙ С ПОДДЕРЖКОЙ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Аль-Атамнех Б. Г. М., аспирант

*Запорожский национальный университет,
ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, 69600, Украина*

kmm@znu.edu.ua

Предложен предметно-ориентированный язык (DSL – domain-specific language), предназначенный для описания R-функций с учетом возможности их параллельных вычислений. Данный язык, получивший название RFL, позволяет описывать математические модели геометрических объектов произвольной формы. Приведены примеры описания с его помощью плоских и пространственных геометрических объектов.

Ключевые слова: R-функция, DSL, RFL, параллельные вычисления, математическая модель, геометрическая область.

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ОПИСУ R-ФУНКЦІЙ З ПІДТРИМКОЮ ПАРАЛЕЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Аль-Атамнех Б. Г. М., аспірант

*Запорізький національний університет,
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна*

kmm@znu.edu.ua

Запропоновано предметно-орієнтовану мову (DSL – domain-specific language), призначену для опису R-функцій з урахуванням можливості їх паралельних обчислень. Ця мова, яка отримала назву RFL, дозволяє описувати математичні моделі геометричних об'єктів довільної форми. Наведені приклади опису з її застосуванням плоских і просторових геометричних об'єктів.

Ключові слова: R-функція, DSL, RFL, паралельні обчислення, математична модель, геометрична область.

FORMALIZATION OF THE DESCRIPTION OF R-FUNCTIONS WITH THE SUPPORT OF PARALLEL COMPUTATIONS

Al-Atamneh B. G. M., postgraduate

*Zaporizhzhya National University,
Zhukovsky str., 66, Zaporizhzhya, 69600, Ukraine*

kmm@znu.edu.ua

Numerical analysis of boundary value problems assumes the construction of mathematical models of geometric regions of complex shape with their subsequent sampling to given types of grids. The application of the most widely used numerical methods for solving mathematical physics problems such as the finite element method requires the construction of a grid model of the initial geometric domain in the form of a finite set of non-intersecting geometric regions of simple form, called finite elements and filling the entire area (or volume) of the investigated Geometric area. Automatic generation by computer technology of discrete models of geometric regions is quite a challenging and challenging task. To solve it, first of all, it is necessary to create a formal way of describing the initial geometric domain, convenient for processing by a computer. One of the most universal and effective ways of describing geometric domains of arbitrary shape is to use the apparatus of R-functions proposed by V.L Rvachov. With the help of R-functions, the geometric domain can be represented functionally in the form of a relation of a real continuous function that takes a zero value on the boundary of a geometric domain, a positive value inside the region, and a negative value outside of it. To automate the description of mathematical models of geometric regions of complex shape using R-functions, it is necessary to develop specialized problem-oriented languages (DSL), which allow convenient and unambiguous description of R-functions of any complexity. Since the R-function is an implicit way of describing mathematical models of geometric domains, its calculation in solving an inverse problem of analytic geometry can have considerable computational complexity. Therefore, to improve the efficiency of calculating R-functions, it seems rational to use parallel computations. The purpose of this paper is to describe the proposed subject-oriented language RFL mathematical modeling of geometric regions using R-functions supporting parallel computational methods.

Key words: R-function, DSL, RFL, parallel computing, mathematical model, geometric area.

ВВЕДЕНИЕ

Численный анализ различных классов краевых задач предполагает построение математических моделей геометрических областей сложной формы с последующей их дискретизацией на заданные типы сеточных моделей. Применение наиболее распространенных на практике численных методов решения краевых задач, таких, например, как метод конечных элементов, требует построения сеточной модели исходной геометрической области в виде конечной совокупности непересекающихся геометрических областей простой формы (конечных элементов), заполняющих всю площадь (или объем) исследуемой геометрической области.

Генерация с помощью вычислительной техники дискретных моделей геометрических областей является достаточно сложной задачей. Для ее решения, в первую очередь, необходимо создать формальный способ описания исходной геометрической области, удобный для автоматической обработки с помощью компьютера. Обзор основных существующих подходов, применяемых на практике для описания моделей геометрических областей сложной формы, приведен в работе [1]. Одним из наиболее универсальных и эффективных способов описания геометрических областей произвольной формы является использование аппарата R-функций, предложенного В. Л. Рвачовым [2]. С помощью R-функций геометрическая область может быть представлена функционально в виде соотношения $\omega(x, y, z) \geq 0$, где вещественная непрерывная функция ω принимает нулевое значение на границе области, положительное значение внутри области и отрицательное значение за ее пределами.

Для описания произвольной геометрической области с помощью R-функции в общем виде необходимо решить обратную задачу аналитической геометрии – для существующего объекта построить его аналитическое описание [2-4]. Методика построения функции ω основана на операциях с известными уравнениями геометрических примитивов:

$$\begin{cases} x \vee y \equiv x + y + \sqrt{x^2 + y^2}, \\ x \wedge y \equiv x + y - \sqrt{x^2 + y^2}, \\ \bar{x} \equiv -x, \end{cases}$$

где x и y – функции, определяющие некоторые исходные геометрические примитивы, из которых строится нужная геометрическая область [2].

Для автоматизации описания математических моделей геометрических областей сложной формы с использованием R-функций необходима разработка специализированных проблемно-ориентированных языков (DSL – domain-specific language) [5], позволяющих удобно и однозначно описывать R-функции любой сложности. Поскольку R-функция является неявным способом описания математических моделей геометрических областей, то ее вычисление при решении обратной задачи аналитической геометрии может иметь значительную вычислительную трудоемкость [6]. Поэтому для повышения эффективности вычисления R-функций представляется рациональным использование параллельных вычислений.

Целью данной работы является описание предложенного предметно-ориентированного языка RFL, математическое моделирование геометрических областей с помощью R-функций, поддерживающего параллельные методы вычислений.

СИМВОЛЫ ЯЗЫКА RFL

Описание предметно-ориентированного языка должно однозначно задавать его синтаксис и семантику. Синтаксисом языка называется множество правил, с помощью которых описывается его структура. Семантикой – принято называть правила интерпретации смысла его предложений. Формальную грамматику языка образует совокупность его синтаксических правил.

Для описания синтаксиса DSL на практике используют расширенную Бэкуса-Наура форму (РБНФ), с помощью которой можно одни синтаксические категории последовательно представить через другие [7]. Формальное описание основных символов RFL с помощью РБНФ можно представить следующим образом.

буква = «A» | «B» | «C» | «D» | «E» | «F» | «G» | «H» | «I» | «J» | «K» | «L» | «M» | «N» | «O» | «P» | «Q» | «R» | «S» | «T» | «U» | «V» | «W» | «X» | «Y» | «Z» | «a» | «b» | «c» | «d» | «e» | «f» | «g» | «h» | «i» | «j» | «k» | «l» | «m» | «n» | «o» | «p» | «q» | «r» | «s» | «t» | «u» | «v» | «w» | «x» | «y» | «z» | «_»

цифра = «0» | «1» | «2» | «3» | «4» | «5» | «6» | «7» | «8» | «9»

знак = «-» | «+»

разделитель = «+» | «-» | «*» | «/» | «^» | «(» | «)» | «,» | «=»

зарезервированное-слово = «abs» | «acos» | «and» | «asin» | «atan» | «atan2» | «begin» | «cos» | «cosh» | «domain» | «end» | «exp» | «not» | «or» | «return» | «sin» | «sinh» | «tan» | «tanh»

идентификатор = буква { буква | цифра }

число-без-знака = целое-без-знака | вещественное-без-знака

число-со-знаком = [знак] число-без-знака

целое-без-знака = число

число = цифра {цифра}

вещественное-без-знака = целое-без-знака «.» дробная-часть [«E» | «e» порядок] | целое-без-знака [«E» | «e» порядок]

дробная-часть = число

порядок = целое-со-знаком

целое-со-знаком = [знак] целое-без-знака

комментарий = «#» [ASCII-последовательность]

ASCII-последовательность = пусто | ASCII-символ | ASCII-последовательность ASCII-символ

пусто =

ASCII-символ = символ-таблицы-ASCII

EOL = конец-строки

Термин «идентификатор» обозначает имя, которым задается имя области или подобласти (domain), переменная или функция. Идентификаторы могут быть произвольными. Исключением является совпадение идентификатора с зарезервированными словами языка RFL.

ТИПЫ ДАННЫХ В RFL

В языке RFL все переменные являются целыми или вещественными числами. Разрядность хранения чисел в RFL определяется его реализацией. Согласно РБНФ, тип данных можно определить следующим образом.

тип-данных = числовой-тип-данных

числовой-тип-данных = число-без-знака | число-со-знаком

Преобразование типов в языке RFL осуществляется в соответствии со следующим правилом: в арифметических выражениях разнотиповые переменные преобразуются к вещественному типу. Переменные в FORTU-F задаются следующим образом.

декларация-переменной = оператор-присваивания

оператор-присваивания = идентификатор «=» выражение EOL

Таким образом, переменная в RFL декларируется при присваивании ей некоторого значения, являющегося числовой константой или выражением (которое формально будет описано ниже).

Например, выражение вида $PI_2 = 3.14159 * 0.5$ декларирует вещественную переменную PI_2 и присваивает ей первоначальное значение, равное 1,570795.

ВЫРАЖЕНИЯ В ЯЗЫКЕ RFL

Формально выражение в RFL можно описать следующим образом.

выражение = логическое-выражение

логическое-выражение = арифметическое-выражение логическая-операция арифметическое-выражение

арифметическое-выражение = константа | переменная | функция | арифметическое-выражение арифметическая-операция арифметическое-выражение

константа = число-со-знаком

переменная = идентификатор

функция = идентификатор «(» [список-параметров] «)»

список-параметров = параметр {«,» параметр}

параметр = арифметическое-выражение | идентификатор

арифметическая-операция = «+» | «-» | «*» | «/» | «^»

логическая-операция = «and» | «or» | «not»

Выражения предназначены для описания формул, являющихся R-функциями или их частями. Для удобства описания сложных геометрических областей в языке RFL имеется набор встроенных элементарных математических функций. Их синтаксис и семантика приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Встроенные элементарные математические функции

№	Функция	Описание
1	abs(x)	Абсолютное значение аргумента x
2	acos(x)	Арккосинус
3	asin(x)	Арсинус
4	atan(x)	Арктангенс
5	atan2(x, y)	Арктангенс y/x, выраженный в радианах
6	cos(x)	Косинус
7	cosh(x)	Косинус гиперболический
8	exp(x)	Экспонента
9	sin(x)	Синус
10	sinh(x)	Синус гиперболический
11	tan(x)	Тангенс
12	tanh(x)	Тангенс гиперболический

СТРУКТУРА ОПИСАНИЯ R-ФУНКЦИИ НА ЯЗЫКЕ RFL

Структуру описания R-функции с помощью DSL RFL можно в нотациях РБНФ описать следующим образом.

RFL-описание = блок { блок }

Блок = «domain» идентификатор «(» список-аргументов «)» EOL начало-блока [декларация-переменной { декларация-переменной }] результат конец-блока

начало-блока = «begin» EOL

конец-блока = «end» EOL

список-аргументов = идентификатор «,» идентификатор [«,» идентификатор]

инструкции = оператор-присваивания

результат = «return» выражение EOL

Из приведенного описания следует, что геометрическая область описывается с помощью R-функции в виде непустого множества секций «domain». Каждая секция в общем виде предназначена для описания некоторого геометрического примитива или их логической комбинации. Секция «domain» может состоять из трех частей:

- 1) заголовка;
- 2) описания переменных;
- 3) итоговой формулы, задающей результирующее выражение R-функции или ее части.

Заголовок секции определяет ее имя и координатные аргументы (два – в случае плоской области и три – трехмерной). Блок описания переменных является необязательным и содержит задание вспомогательных переменных. Блок, задающий итоговую формулу, является обязательным. Он содержит ключевое слово «return», после которого идет выражение, в общем виде задающее R-функцию.

Такая структура описания R-функции на языке RFL поддерживает ее вычисление с использованием параллельных вычислительных систем [8]. Использование распределенных вычислений для расчета каждой секции описания сложной R-функции на языке RFL существенно повысит общую скорость вычисления итоговой R-функции.

ПРИМЕРЫ ОПИСАНИЯ R-ФУНКЦИЙ НА ЯЗЫКЕ RFL

Описание плоской геометрической области «лерка» (рис. 1), заданной с помощью R-функции вида:

$$\omega(x, y) = (r_1^2 - x^2 - y^2) \wedge (r_2^2 - x^2 - y^2) \wedge \overline{\Lambda(r_3^2 - (x - a_1)^2 - (y - b_1)^2) \wedge (r_3^2 - (x - a_2)^2 - (y - b_2)^2) \wedge \Lambda(r_3^2 - (x - a_3)^2 - (y - b_3)^2) \wedge (r_3^2 - (x - a_4)^2 - (y - b_4)^2)},$$

где $r_1 = 1, r_2 = 0,5, r_3 = 0,25, a_1 = -a_2 = b_3 = -b_4 = 0,4, a_3 = a_4 = b_1 = b_2 = 0$ на языке RFL может иметь следующий вид.

```
#####
#                Лерка
#####
```

```
domain circle1(x, y)
```

```
begin
```

```
    R = 1
```

```
    return R^2 - x^2 - y^2
```

```
end
```

```
domain circle2(x, y)
```

```
begin
```

```
    R = 0.4
```

```
    return R^2 - x^2 - y^2
```

```
end
```

```
domain circle3(x, y)
```

```
begin
```

```
    R = 0.25
```

```
    a = 0.4
```

```
    b = 0
```

```
    return R^2 - (x - a)^2 - (y - b)^2
```

```
end
```

```
domain circle4(x, y)
```

```
begin
```

```
    R = 0.25
```

```
    a = -0.4
```

```
    b = 0
```

```
    return R^2 - (x - a)^2 - (y - b)^2
```

```
end
```

```
domain circle5(x, y)
```

```
begin
```

```
    R = 0.25
```

```
    a = 0
```

```
    b = 0.4
```

```
    return R^2 - (x - a)^2 - (y - b)^2
```

```
end
```

```
domain circle6(x, y)
```

```
begin
```

```
    R = 0.25
```

```
    a = 0
```

```
    b = -0.4
```

```
    return R^2 - (x - a)^2 - (y - b)^2
```

```
end
```

```
domain ring(x,y)
```

```
begin
```

return circle1(x, y) and not circle2(x, y) and not circle3(x, y) and not circle4(x, y) and not circle5(x, y) and not circle6(x, y)
end

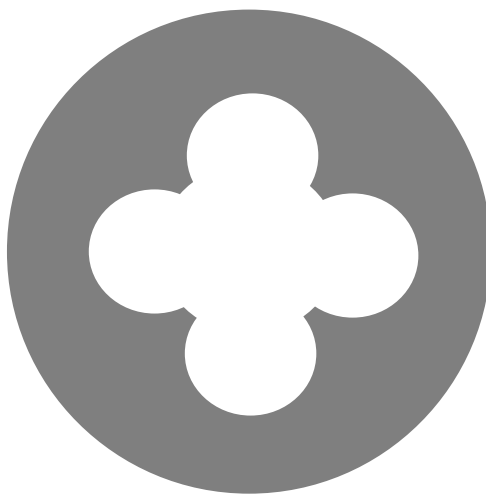


Рис. 1. Геометрическая область «лерка»

ВЫВОДЫ

Расчет и визуализация R-функций, заданных неявным образом, является весьма трудоемким и длительным процессом, что, в первую очередь, объясняется вычислительной трудоемкостью нахождения опорных точек на границе исходной геометрической области. Предложенный в данной работе подход к формальному описанию R-функций в форме, удобной для последующей компьютерной обработки, поддерживает возможность использования параллельных вычислений для повышения быстродействия расчета и визуализации неявных функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чопоров С. В., Гребенюк С. Н., Гоменюк С. И., Гришак Д. Д., Аль-Омари М. А. В., Алатамнех Х. Х. Функциональный подход к геометрическому моделированию технических систем. Запорожье: ЗНУ, 2016. 177 с.
2. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наук. думка, 1982. 552 с.
3. Максименко-Шейко К. В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 306 с.
4. Максименко-Шейко К. В., Шейко Т. И. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов в 3D по информации в 2D. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2010. № 1. С. 98–104.
5. Caçado P. Domain-Specific Languages (Unfinished Draft). URL: http://philcalcado.com/content/research_on_domain_specific_languages.html#toc-internal.
6. Толок А. В., Мыльцев А. М., Корогод В. Л. Применение аппарата R-функций для решения оптимизационных задач математического программирования в системе «РАНОК». *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2008. № 1. С. 180–187.
7. Feynman R. EBNF: A Notation to Describe Syntax. URL: <http://www.ics.uci.edu/~pattis/misc/ebnf2.pdf>.
8. Таненбаум Э., Ван Стеен М. Распределенные системы. Принципы и парадигмы. Санкт-Петербург: Питер, 2003. 877 с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Choporov, S. V., Grebenyuk, S. N., Gomenyuk, S. I., Grischak, D. D., Al-Omari, M. A. V. & Alatomneh, H. H. (2016). Functional approach to geometric modeling of technical systems. Zaporozhe: ZNU.
2. Rvachev, V. L. (1982). Theory of R-functions and some of its applications. Kiev: Nauk. dumka.
3. Maksimenko-Sheyko, K. V. (2009). R-functions in mathematical modeling of geometric objects and physical fields. Harkov: IPMash NAN Ukrainyi.

4. Maksimenko-Sheyko, K. V. & Sheyko, T. I. (2010). R-functions in mathematical modeling of geometrical objects in 3D under the information in 2D. *Visnyk Zaporiz'koho natsional'noho universytetu. Fyzyko-matematychni nauky*, No. 1, pp. 98-104.
5. Caçado, P. Domain-Specific Languages (Unfinished Draft). Retrieved from http://philcalcado.com/content/research_on_domain_specific_languages.html#toc-internal.
6. Tolok, A. V., Myiltsev, A. M. & Korogod, V. L. (2008). Application of the apparatus of R-functions for solving optimization problems of mathematical programming in the RANOK system. *Visnyk Zaporiz'koho natsional'noho universytetu. Fyzyko-matematychni nauky*, No. 1, pp. 180-187.
7. Feynman, R. EBNF: A Notation to Describe Syntax. Retrieved from <http://www.ics.uci.edu/~pattis/misc/ebnf2.pdf>.
8. Tanenbaum, E. & Van Steen, M. (2003). Distributed systems. Principles and paradigms. Sankt-Peterburg: Piter.

УДК 539.3

ВАГОВА ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЗІ СКЛОПЛАСТИКУ ЗА УМОВИ ОДНОГО ГРАНИЧНОГО СТАНУ І НЕВИЗНАЧЕНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ЩОДО ВИХІДНИХ ДАНИХ

Бараненко В. О., д. т. н., професор, Волчок Д. Л., к. т. н., доцент

*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури,
вул. Чернишевського, 24а, м. Дніпро, 49600, Україна*

bva0984387404@gmail.com, VolchokDL@yandex.ru

Представлена модель проектування циліндричної кругової оболонки мінімальної ваги зі склопластику. Оболонка знаходиться під дією осевої стискаючої сили, зовнішнього тиску і крутного моменту. Інформація про їх значення задана невизначеним чином. У сформульованій моделі враховано тільки один граничний стан – місцева втрата стійкості. У роботі розглянута невизначеність випадкового і нечіткого характеру. До реалізації моделі застосовано математичний апарат м'яких обчислень, що базується на методі Монте-Карло. Виконано ряд числових експериментів, що ілюструють застосування теорії ймовірності та теорії нечітких множин до задач невизначеної оптимізації оболонок.

Ключові слова: оптимальне проектування конструкції, оболонка, випадкові, нечіткі величини, метод Монте-Карло, м'які обчислення.

ВЕСОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА ПРИ УСЛОВИИ ОДНОГО ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ ОБ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Бараненко В. А., д. т. н., профессор, Волчок Д. Л., к. т. н., доцент

*Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры,
ул. Чернышевского, 24а, г. Днепр, 49600, Украина*

bva0984387404@gmail.com, VolchokDL@yandex.ru

Представлена модель проектирования цилиндрической круговой оболочки минимального веса из стеклопластика. Оболочка находится под действием осевой сжимающей силы, внешнего давления и крутящего момента. Информация об их значениях задана неопределённым образом. В сформулированной модели учтено только одно предельное состояние – местная потеря устойчивости. В работе рассмотрена неопределённость случайного и нечёткого характера. К реализации модели привлечён математический аппарат мягких вычислений, основанный на методе Монте-Карло. Выполнен ряд числовых экспериментов, иллюстрирующих применение теории вероятности и теории нечётких множеств к задачам неопределённой весовой оптимизации оболочек.

Ключевые слова: оптимальное проектирование конструкции, оболочка, случайные, нечёткие величины, метод Монте-Карло, мягкие вычисления.