

4. Maksimenko-Sheyko, K. V. & Sheyko, T. I. (2010). R-functions in mathematical modeling of geometrical objects in 3D under the information in 2D. *Visnyk Zaporiz'koho natsional'noho universytetu. Fyzyko-matematychni nauky*, No. 1, pp. 98-104.
5. Calçado, P. Domain-Specific Languages (Unfinished Draft). Retrieved from http://philcalcado.com/content/research_on_domain_specific_languages.html#toc-internal.
6. Tolok, A. V., Myiltsev, A. M. & Korogod, V. L. (2008). Application of the apparatus of R-functions for solving optimization problems of mathematical programming in the RANOK system. *Visnyk Zaporiz'koho natsional'noho universytetu. Fyzyko-matematychni nauky*, No. 1, pp. 180-187.
7. Feynman, R. EBNF: A Notation to Describe Syntax. Retrieved from <http://www.ics.uci.edu/~pattis/misc/ebnf2.pdf>.
8. Tanenbaum, E. & Van Steen, M. (2003). Distributed systems. Principles and paradigms. Sankt-Peterburg: Piter.

УДК 539.3

ВАГОВА ОПТИМІЗАЦІЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЗІ СКЛОПЛАСТИКУ ЗА УМОВИ ОДНОГО ГРАНИЧНОГО СТАНУ І НЕВИЗНАЧЕНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ЩОДО ВИХІДНИХ ДАНИХ

Бараненко В. О., д. т. н., професор, Волчок Д. Л., к. т. н., доцент

*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури,
вул. Чернишевського, 24а, м. Дніпро, 49600, Україна*

bva0984387404@gmail.com, VolchokDL@yandex.ru

Представлена модель проектування циліндричної кругової оболонки мінімальної ваги зі склопластику. Оболонка знаходиться під дією осевої стискаючої сили, зовнішнього тиску і крутного моменту. Інформація про їх значення задана невизначеним чином. У сформульованій моделі враховано тільки один граничний стан – місцева втрата стійкості. У роботі розглянута невизначеність випадкового і нечіткого характеру. До реалізації моделі застосовано математичний апарат м'яких обчислень, що базується на методі Монте-Карло. Виконано ряд числових експериментів, що ілюструють застосування теорії ймовірності та теорії нечітких множин до задач невизначеної оптимізації оболонок.

Ключові слова: оптимальне проектування конструкції, оболонка, випадкові, нечіткі величини, метод Монте-Карло, м'які обчислення.

ВЕСОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА ПРИ УСЛОВИИ ОДНОГО ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ ОБ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Бараненко В. А., д. т. н., профессор, Волчок Д. Л., к. т. н., доцент

*Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры,
ул. Чернышевского, 24а, г. Днепр, 49600, Украина*

bva0984387404@gmail.com, VolchokDL@yandex.ru

Представлена модель проектирования цилиндрической круговой оболочки минимального веса из стеклопластика. Оболочка находится под действием осевой сжимающей силы, внешнего давления и крутящего момента. Информация об их значениях задана неопределённым образом. В сформулированной модели учтено только одно предельное состояние – местная потеря устойчивости. В работе рассмотрена неопределённость случайного и нечёткого характера. К реализации модели привлечён математический аппарат мягких вычислений, основанный на методе Монте-Карло. Выполнен ряд числовых экспериментов, иллюстрирующих применение теории вероятности и теории нечётких множеств к задачам неопределённой весовой оптимизации оболочек.

Ключевые слова: оптимальное проектирование конструкции, оболочка, случайные, нечёткие величины, метод Монте-Карло, мягкие вычисления.

WEIGHT OPTIMIZATION OF A CYLINDRICAL SHELL MADE OF FIBERGLASS UNDER CONDITIONS OF ONE LIMIT STATES AND UNCERTAIN INFORMATION IN INITIAL DATA

Baranenko V. A., D. of Technical Science, Professor,
Volchok D. L. associate professor, Ph. D. in Technical Sciences

*Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture,
Chernychevskiy str., 24a, Dnipro, 49600, Ukraine*

bva0984387404@gmail.com, VolchokDL@yandex.ru

A model for design of cylindrical circular shell of minimum weight made of fiberglass is presented. The shell is under the influence of axial compressive force, external pressure and torque. Information about their values is given in an indefinite manner. In the formulated model only one limiting state is taken into account: the local loss of stability. The paper considers the uncertainty of a random and fuzzy character. The mathematical model of soft computing, based on the Monte Carlo method, is used to implement the model. Numerical experiments illustrate the application of the theory of probability and the theory of fuzzy sets to the problems of uncertain optimization of shells.

Key words: optimal design of construction, shell, random and fuzzy values, Monte Carlo method, soft calculations.

ВСТУП

Розвиток сучасної теорії оптимального проектування конструкцій (ОПК) пов'язаний як з розробкою формулювань задач, так і з розробками методів їх реалізації. Зазвичай, у формулюванні оптимізаційних задач в будівельній механіці конструкцій як цільова функція виступає обсяг, вага, вартість матеріалу, надійність та інше. Функціями обмежень – умови несучої здатності. Змінними параметрами оптимізації є геометричні і механічні характеристики елементів конструкції.

В оптимальному проектуванні конструкцій можливі два принципово різних підходи до формулювань задач оптимізації. Один з них, найбільше поширений, полягає у відповідному завданні детермінованих вихідних даних проекту. Тому такі задачі називають детермінованими задачами ОПК.

Але є випадки, коли властивості матеріалу, геометричні характеристики, величини навантажень та їх прикладення, умови закріплення та інше, мають невизначений характер, що призводить до проектної ситуації, коли не має достатньої коректної вірогідності щодо даних.

Невизначеність прикладення навантажень, їх величини можуть бути описані випадковим чи нечітким чином, або їх сумісною комбінацією. Неякість технологічних процесів виготовлення виробів, неточність інструментальних вимірювань, потенційна неможливість створення матеріалів з ідеальними властивостями призводить до випадкових, нечітких і неточних їх характеристик.

З позиції оптимального проектування важливим є те, що реальні відхилення від точних, або середніх значень характеристик описуються деякими функціями: у теорії ймовірностей – це функція розподілу випадкової величини [1], а в теорії нечітких множин – це функція належності [2] з відомими характеристиками. Така інформаційна ситуація дозволяє побудувати математичні моделі невизначеної оптимізації.

Метою нашого дослідження є адаптація методів «м'яких обчислень» і розробка обчислювальних процедур до задачі вагової оптимізації циліндричної ортотропної оболонки за умови дії зовнішнього тиску, стискаючої сили, крутного моменту і врахуванні одного граничного стану – місцевої втрати стійкості. Тут використано методи статистичного та нечіткого імітаційного моделювання. Проведено дослідження впливу невизначеності в завданні вихідних даних на результати проектування.

1. ОСНОВНА ЧАСТИНА

1.1. Об'єкт оптимізації. Розглядається циліндрична кругова оболонка, довжиною L , радіусом R і товщиною h , яка знаходиться під дією осьової стискаючої сили F^* , зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^* . Матеріал оболонки склопластик, який

армований у двох взаємно перпендикулярних напрямках, що збігається з осьовим та коловим напрямками.

Припускається, що коефіцієнт об'ємного армування ν є величиною сталою і змінюється тільки θ – відносний зміст волокон, що армують в обох напрямках.

У межах лінійної теорії армування враховуючи, що $E_a \gg E_c$, вважаємо, що [6]

$$E_1 = E\theta; \quad E_2 = E(1-\theta),$$

де E визначається модулем пружності E_a армованих волокон і коефіцієнтом армування ν ; E_c – модуль пружності зв'язувального матеріалу.

Зважаючи також, що умова загальної стійкості оболонки заздалегідь виконується, будемо враховувати тільки один граничний стан – місцеву втрату стійкості оболонки. У цьому випадку маємо таке фізичне обмеження:

$$\frac{F^*}{F_{кр}} + \frac{q^*}{q_{кр}} + \frac{M^*}{M_{кр}} \leq 1, \quad (1)$$

де $F_{кр}$, $q_{кр}$, $M_{кр}$ – критичні сили оболонки, які визначаються в межах лінійної теорії [7]

$$F_{кр} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} h^2 \sqrt{E_1 E_2}; \quad q_{кр} = \frac{\pi\sqrt{6}}{9} E_1^{1/4} E_2^{3/4} \frac{R}{L} \left(\frac{h}{R}\right)^{5/2}; \quad M_{кр} = 1,48\pi h^2 \frac{R}{L} \sqrt{h R E_1^{3/8} E_2^{5/8}}. \quad (2)$$

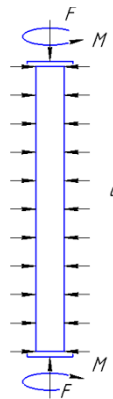


Рис. 1. Циліндрична оболонка під дією осьової стискаючої сили F^* , зовнішнього тиску q^* і крутного моменту M^*

1.2. Постановка и формулювання оптимального проектування. Треба знайти такі значення змінних параметрів h і θ , щоб за умови збереження стійкості оболонка мала найменший обсяг матеріалу W (або найменшу вагу, вартість). Уведемо до розгляду позначення компонент векторів $u = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$, $x = \{x_1, x_2, x_3\}$. Величини $\{u_i\}$; $i=1,2,\dots,6$ задаються: $u_1 = L$; $u_2 = R$; $u_3 = E$; $u_4 = F^*$; $u_5 = q^*$; $u_6 = M^*$, а параметри $\{x_i\}$; $i=1,2,3$ є шуканими: $x_1 = h$; $x_2 = 1-\theta$; $x_3 = \theta$. У цих термінах задача, сформульована вище, запишеться з урахуванням (1)-(2) у вигляді такої математичної моделі:

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x, u) \mid g(x, u) \leq 0 \right\}, \quad (3)$$

де:

$$W(x, u) = Ax_1; \quad (4)$$

$$g(x) = \frac{F^*}{Bx_1^2 \sqrt{x_2 x_3}} + \frac{q^*}{C \sqrt{x_1^5 \sqrt{x_2^3 x_3}}} + \frac{(M^*/D)^2}{x_1^5 \sqrt{x_2^5 x_3^3}} - 1; \quad (5)$$

$$A = 2\pi u_1 u_2; \quad B = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} E; \quad C = \frac{\pi\sqrt{6}E}{9u_1\sqrt{u_2^3}}; \quad D = \frac{1,48\pi E}{u_1\sqrt{u_2^3}}; \quad x_i \geq 0. \quad (6)$$

Співвідношення (1)-(2), (4)-(6) визначають пряму задачу проектування оболонки. А задача (3) з урахуванням (1)-(2) у нашій роботі буде прототипом задач оптимального проектування, коли вихідні параметри як F^* , q^* , M^* є випадкової або нечіткої природи. Позначимо такий фактор через вектор ξ . Якщо компоненти вектора ξ є випадковою величиною із заданим законом розподілу $f(x)$, то задача (3) має вигляд:

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x, u) \mid \Pr \text{ob}(g(x, \xi) \leq 0) \geq \alpha \right\}, \quad \alpha \in [0, 1], \quad (7)$$

де вираз $S^r = g(x, u, \xi) \leq 0$ означає подію, ймовірність якої обмежується знизу наперед заданою величиною рівня надійності α . Якщо ξ є нечіткою величиною, із заданою функцією належності $\mu(x)$ [5], то задачу (3) запишемо у вигляді

$$x^{opt} = \arg \left\{ \min_x W(x, u) \mid \text{Pos}(g(x, u, \xi) \leq 0) \geq \beta \right\}, \quad (8)$$

де Pos є позначення можливості виконання події $S^r = g(x, u, \xi) \leq 0$, а $0 \leq \beta \leq 1$. Величина β є заданий нижній рівень можливості цієї події.

1.3. Реалізація детермінованої моделі. Математична модель (1) є багатовимірною екстремальною задачею з істотно нелінійними функціями в обмеженнях (5). Для її розв'язання залучено широко відомий чисельний метод статистичних випробувань, або метод Монте-Карло [4]. Для отримання наближеного розв'язку використовують виборку, яка формується шляхом чисельного моделювання статистичного експерименту. До недоліків методу відносять потребу виконання обчислень великого обсягу виборки та повільну збіжність шуканого результату.

Якщо вимоги до точності не зовсім жорсткі (м'які обчислення), то цей метод виявляється конкурентноспроможним методом іншої природи. На користь цього методу свідчить і така обставина, коли збіжність та обсяг обчислень мало залежить від вимірності задачі, яка розв'язується, тоді як трудомісткість застосування інших обчислювальних методів дуже швидко збільшується зі збільшенням вимірності («прокляття» вимірності). Крім того, ця процедура є чисельним методом нульового порядку, який не потребує уведення похідних функцій, що входять, наприклад, до оптимізаційної задачі.

Другий важливий напрямок застосування методу Монте-Карло – так зване імітаційне моделювання – є дослідження обчислювальних процесів, явищ і систем випадкової, нечіткої та неточної природи. Виконання чисельних експериментів за допомогою імітаційних моделей значно дешевше, ніж проведення натурних випробувань.

Суть використання імітаційного моделювання в розв'язанні задачі (3) полягає в генеруванні змінних проектування в заданих інтервалах $x_i \in [x_i^-, x_i^+]$; $i = 1, 2, 3$. Виконується N випробувань, у яких, очевидно, є $N^* \leq N$ випробувань, де має місце обмеження $g(x, u, \xi) \leq 0$. Із отриманих тут векторів x вибирається такий вектор, який мінімізує значення величини $W(x)$.

1.4. Стохастичне моделювання. Основною операцією у стохастичній моделі (7) є обчислення ймовірності події S^r ; $j = 1, 2, 3$ для випадкових величин ξ_i ; $i = 1, 2, \dots, r$ за заданими законами розподілу. Реалізація оптимізаційної задачі (7) виконана на основі

імітаційного моделювання. Сутність процесу моделювання полягає в такому. Нехай N є число всіх виконаних випробувань в експерименті. У кожному випробуванні формується випадковий вектор $\zeta_k = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N\}$; $\zeta_i = random$. Серед векторів $\xi(\zeta_i)$, очевидно, є такі, які задовольняють подію S^r . Нехай їх число буде N^* , причому $N^* \leq N$. Уведемо в розгляд таку функцію

$$f(\zeta_i) = \begin{cases} 1, & \text{для } g(x, u, \zeta_i) \leq 0, \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (9)$$

Величина $\sum_{i=1}^N f(\zeta_i)$ є в точності число N^* випадкових векторів, що задовольняють події S^r .

Співвідношення N^*/N визначає відносну частоту появи події S^r . Відповідно до посиленого закону великих чисел (теорема Бореля) зі збільшенням числа N незалежних випробувань відносна частота N^*/N прагне до істинної ймовірності події S_j , а саме:

$$\Pr = \frac{N^*}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\zeta_i) \rightarrow \text{prob}(S_j), \quad \text{при } N \rightarrow \infty. \quad (10)$$

1.5. Нечітке моделювання. Реалізація рівняння (8) здійснюється на основі процедури нечіткого імітаційного моделювання. Основною операцією в цій процедурі є обчислення можливості виконання події S^f , тобто $\text{Pos}(g(x, u, \xi) \leq 0)$. Виходячи із заданої оцінки β знизу і заданої функції належності $\mu(x)$, формуються β -рівневі [3] множини Q_i для величини $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, компоненти якої подаються у вигляді нечітких інтервалів $Q_i = [a_i, b_i]$, де $a_i = \mu^{-1}(x)$; $a_i \leq x \leq m_i$; $b_i = \mu^{-1}(x)$; $m_i \leq x \leq b_i$. Тут $\mu^{-1}(x)$ – обернена функція заданої $\mu(x)$; m_i – модальне значення функції належності. Так, наприклад, для гаусової функції $\mu(x) = ke^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ маємо

$$a = m - \Delta(\alpha); \quad b = m + \Delta(\alpha); \quad \Delta(\alpha) = \sigma \sqrt{-2 \ln \frac{\alpha}{k}}; \quad 0 < k \leq 1.$$

З множин Q_i ($i=1, 2, \dots, n$) формується декартів добуток нечіткої множини Q , яка визначається як

$$\begin{cases} Q = Q_1 \times Q_2 \times \dots \times Q_n, \\ \mu_Q = \mu_{Q_1}(x_1) \wedge \mu_{Q_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{Q_n}(x_n) = \min(\mu_{Q_1}(x_1), \mu_{Q_2}(x_2), \dots, \mu_{Q_n}(x_n)) \end{cases} \quad (11)$$

для кожного $x_i \in Q_i$; $i=1, 2, \dots, n$.

Нехай для компонентів вектора ξ у множині Q випадковим чином формуються елементи v_j вектора $v = (v_1, v_2, \dots, v_m)$. Якщо для них одночасно виконується умова (11) $\psi \leq \mu_Q = \min(\mu_{Q_1}(v_1), \mu_{Q_2}(v_2), \dots, \mu_{Q_m}(v_m))$ і $g(x, u, v) \leq 0$, то слід вважати, що $\psi = \mu_Q$. Початкове значення ψ прийнято рівним заданому рівню β . Якщо повторити N разів ці операції, то отримується значення можливості $\psi_j = \text{Pos}(g(x, u, \xi) \leq 0)$; $j=1, 2, \dots, T$; T – задане число рівнів; $\psi \leq \beta \leq 1$. Якщо вставити цю процедуру в будь-який пошуковий

алгоритм мінімізації, у результаті цього отримується шукане значення $x^*(\beta)$ та ψ^k . З них треба сформувати такі нечіткі множини шуканих значень $W^*(x^*)$ та x^* [5]

$$x^* = \sum_{j=1}^T \left\{ \frac{\psi_j^*}{x^*(\beta_j)} \right\}; \quad W^* = \sum_{j=1}^T \left\{ \frac{\psi_j^*}{W^*(\beta_j)} \right\}. \quad (12)$$

У роботі для отримання шуканих оптимальних $W^*(x^*)$ та x^* використано також метод Монте-Карло. Наступна дія – дефаззифікація нечітких множин (12) за допомогою моделі EVM (expected value model [3]), як

$$x^{df} = \sum w_i x^*(\beta_j); \quad W^{df} = \sum_{i=1}^T w_i W^*(\beta_j); \quad i = 1, 2, \dots, T.$$

Вагові коефіцієнти w_i визначаються, наприклад, за правилом «середній центр» [5]

$$w_j = \psi_j^* / \sum_{j=1}^T \psi_j^*.$$

Отже, результатом нечіткого підходу є дефаззифіковані значення цільової функції W^{df} та змінних проекту h^{df} і θ^{df} .

2. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

2.1. Детермінована задача оптимізації. Для $F^* = 12 \text{ кН}$; $E = 35 \text{ ГПа}$; $q^* = 5 \text{ кН/м}$; $M^* = 0.2 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $h^- = 0,05 \text{ см}$; $h^+ = 1 \text{ см}$; $\theta^- = 0,2$; $\theta^+ = 0,9$; $R = 10 \text{ см}$; $L = 100 \text{ см}$.

За описаною вище процедурою імітаційного моделювання реалізовано модель (3). Результати реалізації є такими $W^{opt} = 2447,6 \text{ см}^3$; $h^{opt} = 0,39 \text{ см}$; $\theta^{opt} = 0,253$.

Графік збіжності обчислювальної процедури для числа статистичних випробувань наведено на рис. 2. При $N \geq 10^5$ гарантовано отримання детермінованого оптимального проекту. На рис. 3-4 наведено графіки залежності величин оптимального проекту W^{opt} , h^{opt} , θ від зміни параметра R .

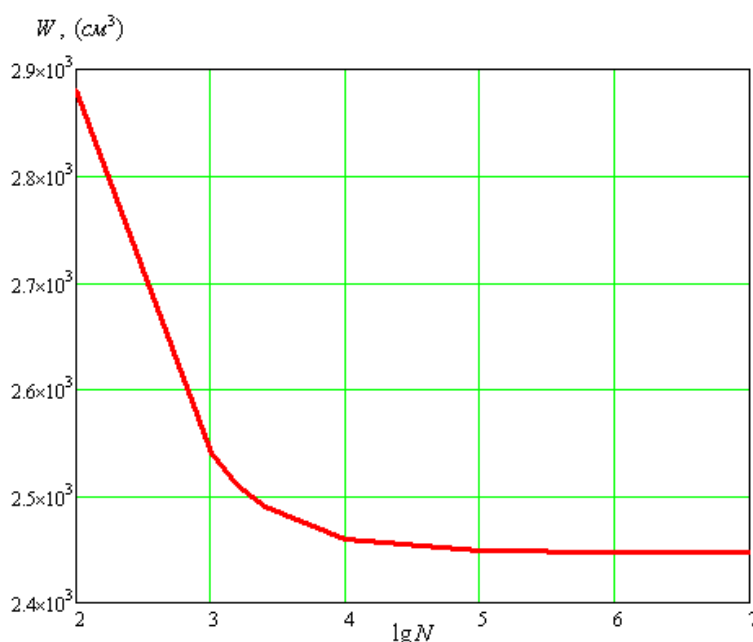


Рис. 2. Збіжність обчислювального процесу до оптимального розв'язку (за критерієм обсягу матеріалу)

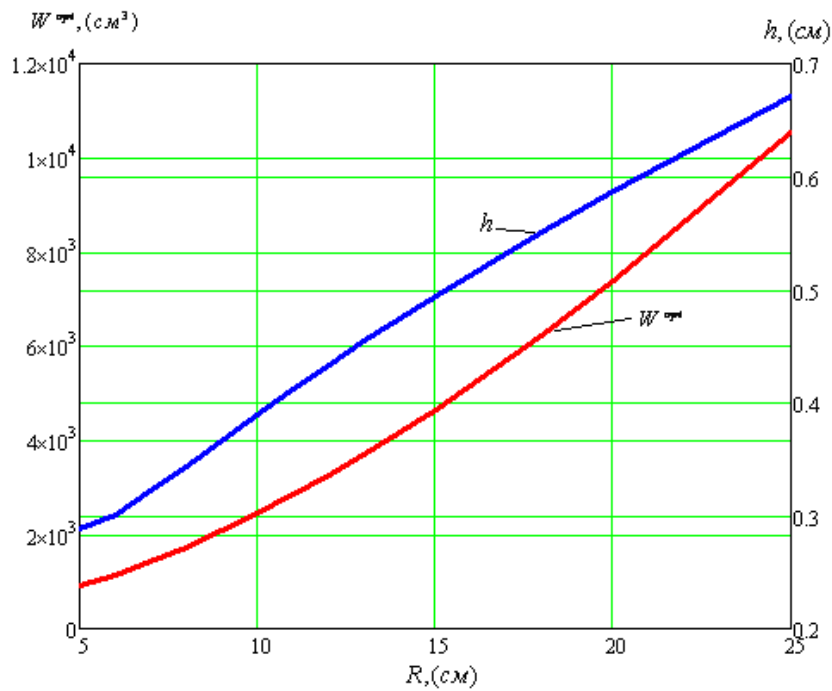


Рис. 3. Залежність оптимального обсягу і товщини оболонки від зміни радіусу

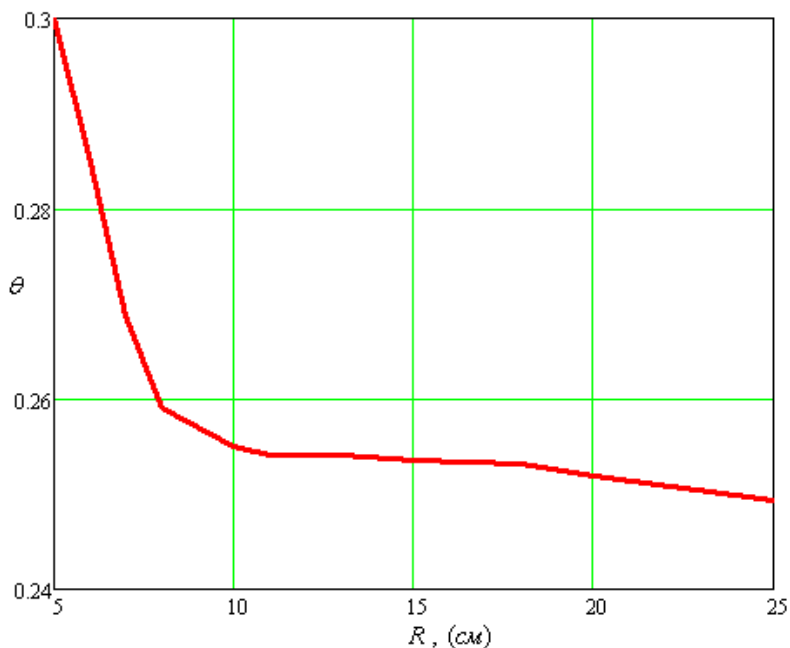


Рис. 4. Залежність відносного змісту армуючих волокон від зміни радіусу

Отже, із графіків видно, що при збільшенні радіусу R оптимальні значення обсягу і товщини збільшуються, а вміст армуючих волокон оболонки зменшується.

2.2. Стохастична задача оптимізації. При сталих значеннях характеристик $E = 35 \text{ ГПа}$; $L = 100 \text{ см}$ і $R = 10 \text{ см}$ проведено за розробленою процедурою числові експерименти розв'язання стохастичної задачі (7). Тут вважається, що величини F^* , q^* і M^* є випадковими із гаусовою функцією щільності, для якої задаються модальні значення m_{F^*} , m_{q^*} , m_{M^*} і дисперсії $\sigma_{F^*}^2$, $\sigma_{q^*}^2$, $\sigma_{M^*}^2$. У таблиці 1 наведено їх середні квадратичні відхилення σ_{F^*} , σ_{q^*} , σ_{M^*} .

Таблиця 1 – Характеристики випадкових величин

№ экс-ту	$\sigma_{F^*}, \text{кН}$	$\sigma_{q^*}, \text{кН} / \text{м}$	$\sigma_{M^*}, \text{кН} \cdot \text{м}$
1	1	1,5	0,02
2	0,5	1	0,01
3	0,10	0,5	0,002
4	2	1	0,03

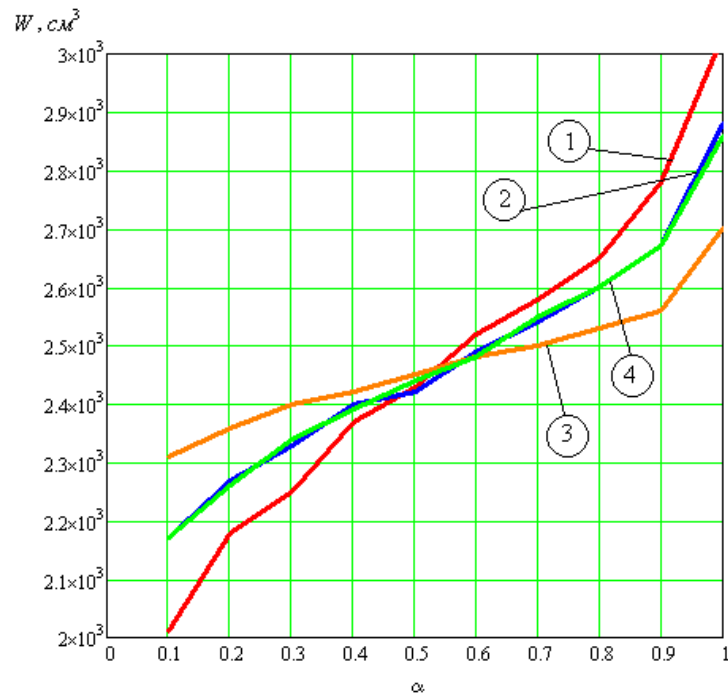
Результати числових експериментів наведено в таблиці 2.

Таблиця 2 – Результати числових розрахунків

№ экс-ту	α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	$W, \text{см}^3$	2009	2178	2247	2370	2425	2519	2579	2654	2776	3025
	$h, \text{см}$	0,3197	0,3467	0,3577	0,3773	0,386	0,4	0,4105	0,4224	0,4419	0,4815
	θ	0,3261	0,2697	0,3552	0,2552	0,265	0,3	0,2722	0,2641	0,2430	0,2211
	pr	0,112	0,202	0,308	0,42	0,504	0,614	0,714	0,8	0,91	1
2	$W, \text{см}^3$	2171	2265	2332	2402	2422	2488	2538	2600	2671	2880
	$h, \text{см}$	0,3455	0,3604	0,3712	0,3822	0,3855	0,3960	0,4039	0,4137	0,4251	0,4584
	θ	0,2915	0,2519	0,2908	0,3201	0,2756	0,2643	0,2563	0,2663	0,2882	0,3206
	pr	0,1	0,202	0,3	0,414	0,518	0,614	0,7	0,818	0,91	1
3	$W, \text{см}^3$	2312	2356	2398	2419	2452	2475	2497	2531	2564	2697
	$h, \text{см}$	0,3679	0,3750	0,3817	0,3851	0,3902	0,3939	0,3974	0,4029	0,4080	0,4292
	θ	0,2332	0,2420	0,2240	0,2398	0,3131	0,2890	0,2710	0,2828	0,2314	0,3733
	pr	0,1020	0,2060	0,3180	0,4	0,5140	0,6020	0,72	0,8140	0,9220	1
4	$W, \text{см}^3$	2172	2259	2335	2387	2437,6	2475	2548	2598	2673	2857
	$h, \text{см}$	0,3457	0,3595	0,3727	0,38	0,388	0,394	0,405	0,4135	0,4254	0,4547
	θ	0,3245	0,212	0,229	0,25	0,289	0,278	0,245	0,221	0,238	0,231
	pr	0,1	0,212	0,31	0,408	0,502	0,606	0,708	0,806	0,902	1

Тут $N = 5 \cdot 10^8$ – число статистичних випробувань; pr – величина обчислювальної ймовірності, за якої виконується умова в (7).

За отриманими даними для кожного експерименту побудовано графіки (рис. 5) змінювання значення оптимального обсягу W залежно від рівня надійності α .

Рис. 5. Залежність оптимального обсягу W від рівня надійності α

Із графіків видно, що:

1) зменшення середньо-квадратичних відхилень σ_{F^*} , σ_{q^*} , σ_{M^*} величин випадкових силових факторів (збільшується ймовірне значення навантаження відносно модальних значень) і збільшення рівня надійності ($\alpha > 0.5$) призводить до збільшення обсягу матеріалу в оптимальному проекті. Навпаки, при збільшенні середньо-квадратичних відхилень σ_{F^*} , σ_{q^*} , σ_{M^*} (зменшуються величини імовірного навантаження відносно модальних значень m_{F^*} , m_{q^*} , m_{M^*}) і зменшення рівня надійності ($\alpha < 0.5$) призводить до зменшення обсягу матеріалу в оптимальному проекті;

2) точка перетину всіх кривих експериментів дорівнює близько 0,5 і відповідає детермінованому розв'язку W^{opt} .

2.3. Нечітка задача оптимізації. Нехай сталими характеристиками експерименту будуть:

$L = 100 \text{ см}$; $E = 35 \text{ ГПа}$; $m_F = 12 \text{ кН}$; $m_q = 5 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$; $m_M = 0.2 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $R_z = 10 \text{ см}$. $0,05 \leq h \leq 1 \text{ см}$;

$0,2 \leq \theta \leq 0,9$. Нечіткими даними будуть величини навантаження F^* , q^* , M^* , які описуються через лінгвістичну змінну виду «приблизно». Фаззифікацією цієї інформаційної ситуації моделюємо функцію належності трикутного виду

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x - a_i}{m_i - a_i}, & a \leq x \leq m, \\ \frac{b_i - x}{b_i - m_i}, & m < x \leq b, \\ 0, & \text{для інших } x. \end{cases}$$

У цьому випадку кожна компонента $\xi_1 = F^*$, $\xi_2 = q^*$, $\xi_3 = M^*$ запишеться як нечітке трикутне число $\xi_i(a_i, m_i, b_i)_\Delta$, де a_i , m_i , b задаються в кожному експерименті.

У табл. 3 наведено характеристики нечітких даних чисельних експериментах, а в табл. 4 – результати експериментів.

Таблиця 3 – Характеристики нечітких даних F^* , q^* , M^*

№ экс-ту	$\xi(a, m, b)_\Delta$	a	m	b	Δ
1	F^* , кН	11,76	12,00	12,24	0,24
	q^* , кН / м	4,9	5	5,1	0,1
	M^* , кН·м	0,1960	0,2000	0,2040	0,0040
2	F^* , кН	11,40	12,00	12,60	0,60
	q^* , кН / м	4,75	5	5,25	0,25
	M^* , кН·м	0,1900	0,2000	0,2100	0,0100
3	F^* , кН	11,04	12,00	12,96	0,96
	q^* , кН / м	4,6	5	5,4	0,4
	M^* , кН·м	0,1840	0,2000	0,2160	0,0160
4	F^* , кН	10,20	12,00	13,80	1,80
	q^* , кН / м	4,25	5	5,75	0,75
	M^* , кН·м	0,1700	0,2000	0,2300	0,0300
5	F^* , кН	9,60	12,00	14,40	2,40
	q^* , кН / м	4	5	6	1
	M^* , кН·м	0,1600	0,2000	0,2400	0,0400
6	F^* , кН	8,70	12,00	15,30	3,30
	q^* , кН / м	3,75	5	6,15	1,25
	M^* , кН·м	0,1500	0,2000	0,2500	0,0500

Таблиця 4 – Результати чисельних експериментів 1-6

№ экс-ту	β	W^* , см ³	h^* , см	θ^*	pos
1	0	2429.9	0.3867	0.278	0.001
	0.1	2432.5	0.3872	0.260	0.211
	0.2	2434.6	0.3875	0.243	0.261
	0.3	2437.8	0.3875	0.258	0.321
	0.4	2437.1	0.3879	0.263	0.423
	0.5	2439.2	0.3882	0.242	0.533
	0.6	2440	0.3884	0.252	0.607
	0.7	2443	0.3889	0.275	0.715
	0.8	2444	0.3890	0.249	0.817
	0.9	2446	0.3893	0.253	0.93
	1	2447.7	0.3896	0.253	1.0

Продовження табл. 4

2	0	2399,042	0,3818	0,253	0,007
	0.1	2405,410	0,3828	0,244	0,116
	0.2	2410,2	0,3836	0,270	0,226
	0.3	2413,665	0,3841	0,254	0,308
	0.4	2419,827	0,3851	0,271	0,405
	0.5	2423,64	0,3857	0,260	0,503
	0.6	2429,344	0,3866	0,249	0,625
	0.7	2434,221	0,3874	0,247	0,710
	0.8	2438,771	0,3881	0,270	0,802
	0.9	2443,392	0,3889	0,260	0,910
	1	2447,672	0,3896	0,253	1,0
3	0	2370,21	0,3772	0,251	0,001
	0.1	2380,196	0,3788	0,239	0,111
	0.2	2385,565	0,3797	0,247	0,209
	0.3	2393,877	0,3810	0,242	0,311
	0.4	2401,637	0,3822	0,241	0,406
	0.5	2409,768	0,3835	0,241	0,504
	0.6	2417,61	0,3848	0,274	0,601
	0.7	2426,168	0,3861	0,253	0,723
	0.8	2433,803	0,3874	0,241	0,809
	0.9	2440,963	0,3885	0,269	0,904
	1	2447,652	0,3896	0,257	1,0
4	0	2296.801	0.3655	0.25	0.008
	0.1	2313.713	0.3682	0.251	0.104
	0.2	2333.019	0.3713	0.268	0.226
	0.3	2344.959	0.3732	0.258	0.310
	0.4	2361.154	0.3758	0.245	0.405
	0.5	2374.731	0.3780	0.253	0.503
	0.6	2390.076	0.3804	0.256	0.602
	0.7	2405.232	0.3828	0.267	0.700
	0.8	2421.414	0.3854	0.234	0.807
	0.9	2434.564	0.3875	0.278	0.900
	1	2447.642	0.3896	0.253	1.0
5	0	2244.046	0.3572	0.243	0.002
	0.1	2262.922	0.3602	0.264	0.102
	0.2	2286.345	0.3639	0.250	0.203
	0.3	2309.671	0.3676	0.225	0.311
	0.4	2329.23	0.3707	0.249	0.402
	0.5	2349.376	0.3739	0.256	0.507
	0.6	2368.597	0.3770	0.263	0.6
	0.7	2389.872	0.3804	0.24	0.703
	0.8	2409.458	0.3835	0.24	0.803
	0.9	2429.915	0.3867	0.273	0.902
	1	2447.679	0.3896	0.254	1.0

Продвження табл. 4

6	0	2188,6	0,3483	0,291	0,008
	0.1	2216,6	0,3528	0,301	0,1
	0.2	2244,4	0,357	0,221	0,208
	0.3	2272,5	0,3617	0,281	0,306
	0.4	2296,9	0,3656	0,247	0,407
	0.5	2324,4	0,3699	0,252	0,501
	0.6	2351,3	0,3742	0,226	0,601
	0.7	2377,9	0,3785	0,264	0,711
	0.8	2398,8	0,3818	0,254	0,802
	0.9	2425,7	0,3861	0,232	0,901
	1	2447,6	0,3896	0,257	1,0

Відхилення розв’язання W^{df} від W^{det} , отриманого при детермінованих даних, знаходиться за такою формулою: $\eta = \frac{W^{det} - W^{df}}{W^{det}} 100\%$.

У таблиці 5 позначено Δ^{data} , % – відхилення вихідних нечітких даних (F^* , q^* , M^*) від їх модальних значень (m_{F^*} , m_{q^*} , m_{M^*}). $\eta = \Delta W$, % – відхилення результату W^{df} від значення $W_{det} = 2448 \text{ см}^3$ при детермінованих (модальних) даних m_{F^*} , m_{q^*} , m_{M^*} .

За даними таблиці 5 побудовано графіки залежності змінних W^f і η – дефазіфікованого значення оптимального обсягу і відхилення його від детермінованого розв’язку $W_{det} = 2448 \text{ см}^3$ (рис. 6).

Таблиця 5 – Результати числових експериментів

№ экс-ту	Δ^{data} , %	W^{df} , см^3	$\eta = \Delta W$, %	h^{df}	θ^{df}
1	2	2442,2	0,25	0,3887	0,255
2	5	2433,5	0,60	0,3873	0,258
3	8	2425,1	0,94	0,3860	0,254
4	15	2404,2	1,80	0,3826	0,257
5	20	2388,6	2,40	0,3802	0,253
6	25	2373,6	3,0	0,3778	0,250

Із графіків видно, що 1) зі збільшенням ($\beta \rightarrow 1$) рівня можливості виконання обмеження задачі ОПК, оптимальний обсяг W^{df} збільшується до розв’язку при детермінованих даних ($\beta = 1$); 2) реакція оптимального проекту η (Δ^{data}) до «грубих» даних лінійна і не призводить до різкого збільшення обсягу матеріалу оболонки.

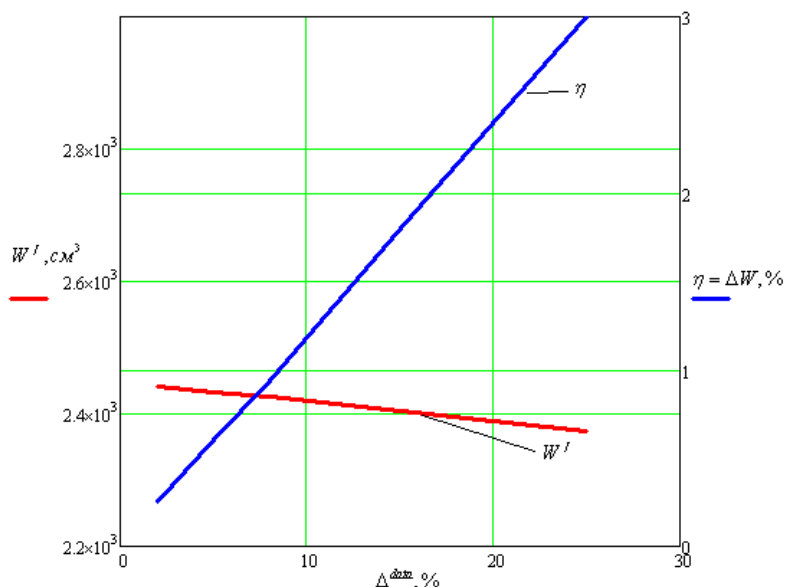


Рис. 6. Графік зміни оптимального дефаззіфікованого обсягу W^f оболонки і відхилення його від розв'язку W^{det} при детермінованих даних

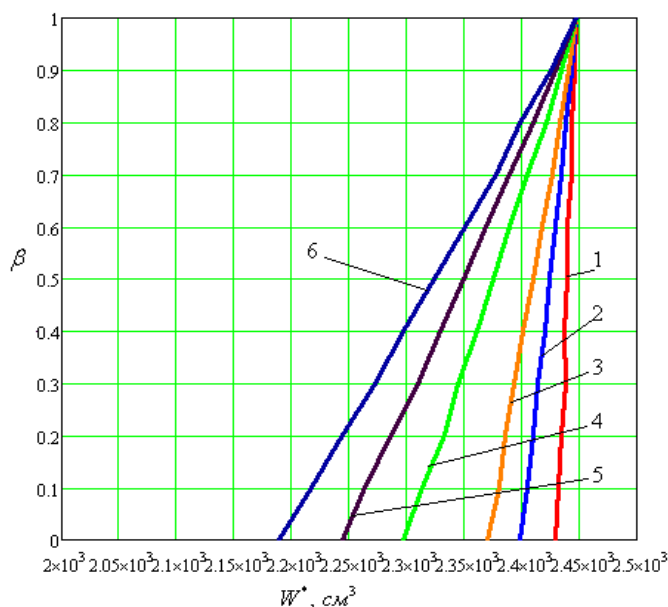


Рис. 7. Функція належності нечіткої величини W^* для проведених експериментів

ВИСНОВКИ

1. На прикладі задачі оптимального проектування кругової циліндричної ортотропної оболонки зі склопластику, що знаходиться в умовах стохастичної та нечіткої невизначеності, показано застосування теорії ймовірності і нечітких множин – методів м'яких обчислень.
2. Змінними проектування виступають товщина оболонки і відносний вміст армуючих волокон в осьовому напрямі. Як фізичну умову взято один граничний стан – місцеву втрату стійкості, а критерієм якості виступає обсяг матеріалу, що підлягає мінімізації.
3. Проводиться порівняння з розв'язанням при детермінованих даних. Аналізується вплив розкиду «грубих» даних на результат оптимізації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Москва: Наука, 1969. 478 с.
2. Кофман А. Введение в теорию нечётких множеств. Москва: Радио и связь, 1982. 432 с.
3. Liu B. Theory and practice of uncertain programming. Physica-Verlag Heidelberg, 2002. 416 p.

4. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. Москва: Наука, 1973. 308 с.
5. Рутковский Д., Пилиневский М., Рутковская Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. Москва: Горячая линия – Телеком, 2008. 383 с.
6. Рикардс Р. Б., Тетерс Г. А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. Рига: Зинанте, 1974. 312 с.
7. Рикардс Р. Б. Двойственная задача оптимизации ортотропной оболочки. *Механика полимеров*. 1973. № 5. С. 865–871.

REFERENCES

1. Venttsel, E. S. (1969). Probability Theory. Moscow: Nauka.
2. Kofman, A. (1982). Introduction to the theory of fuzzy sets. Moscow: Radio i svyaz.
3. Liu, B. (1002). Theory and practice of uncertain programming. Physica-Verlag Heidelberg.
4. Sobol, I. M. (1973). Numerical Monte Carlo methods. Moscow: Nauka.
5. Rutkovskiy, D., Pilinevskiy, M. & Rutkovskaya, L. (2008). Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom.
6. Rikards, R. B. & Teters, G. A. (1974). Stability of shells of composite materials. Riga: Zinante.
7. Rikards, R. B. (1973). The dual problem of optimizing the orthotropic shell. *Mehanika polimerov*, No. 5, pp. 865-871.

УДК 534-21:537.226.86

ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ КІЛЬЦЕВИХ ПЛАСТИН З УРАХУВАННЯМ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ВТРАТ

Безверхий О. І., д. ф.-м. н., професор, Корнієнко В. Ф., к. т. н.

*Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України,
вул. П. Нестерова, 3, м. Київ, 03057, Україна*

o_bezver@ukr.net, vf_kornienko@ukr.net

У статті подано постановку задачі про вимушені коливання п'єзокерамічних кільцевих пластин з урахуванням електромеханічних втрат на резонансних режимах роботи. Електромеханічні втрати враховані шляхом введення комплексних сталих у матеріальні співвідношення. Проведені розрахунки вимушених коливань п'єзокерамічних кільцевих пластин при різних умовах закріплення країв. Проаналізовані напруження, переміщення і провідності з урахуванням механічних, діелектричних і п'єзоелектричних втрат у широкому діапазоні частот, що виникають у кільцевій пластині. Одержано ряд фізичних залежностей для амплітудних значень переміщень, напружень і провідностей.

Ключові слова: п'єзокерамічна кільцева пластина, резонансні коливання, електромеханічні втрати.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН С УЧЕТОМ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ

Безверхий А. И., д. ф.-м. н., профессор, Корниенко В. Ф., к. т. н.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины,
ул. П. Нестерова, 3, г. Киев, 03057, Украина*

o_bezver@ukr.net, vf_kornienko@ukr.net

В работе дана постановка задачи о вынужденных колебаниях пьезокерамических кольцевых пластин с учетом электромеханических потерь на резонансных режимах работы. Электромеханические потери учтены путем введения комплексных постоянных в материальные соотношения. Проведены расчеты вынужденных колебаний пьезокерамических кольцевых