УДК 393.3

ДВОВІСНИЙ РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З ДВОМА РІВНИМИ КОЛІНЕАРНИМИ ТРІЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ ЗМІЦНЕННЯ МАТЕРІАЛУ ТА ЗЛИТИХ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН МІЖ НИМИ

[1]Опанасович В. К., д. ф.-м. н., професор, [2]Николишин М. М. д. ф.-м. н., професор, [1]Слободян М. С., к. ф.-м. н., доцент, [2]Альфавіцька С. О., аспірант

[1]*Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000, Україна*

[2]*Інститут прикладних проблем механіки та математики ім. Я. С. Підстригача НАН України вул. Наукова, 3-б, м. Львів, 79060, Україна*

kafmech@franko.lviv.ua, alfavitska_solomiya@i.ua, slobkolia@gmail.com

Сформульовано і розв’язано задачу про двовісний розтяг зусиллями на нескінченності ізотропної пластини з двома рівними колінеарними наскрізними тріщинами, береги яких вільні від зовнішнього навантаження. Припускається, що під дією зовнішнього навантаження у вершинах тріщин утворюються вузькі пластичні зони з урахуванням лінійного зміцнення матеріалу, причому між тріщинами пластичні зони злилися в одну. З використанням методів теорії функцій комплексної змінної та комплексних потенціалів розв’язування задач зведено до задачі лінійного спряження, на основі яких отримано аналітичний розв’язок задачі в класі функцій обмежених у вершинах пластичних зон. Чисельно визначено довжину пластичних зон та розкриття берегів тріщин. Результати числового аналізу подано графічно.

Ключові слова: тріщини, розтяг, ізотропна пластина, комплексні потенціали, пластичні зони, зміцнення матеріалу.

ДВУХОСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ ПЛАСТИНЫ С ДВУМЯ РАВНЫМИ КОЛЛИНЕАРНЫМИ ТРЕЩИНАМИ С УЧЕТОМ УПРОЧНЕНИЯ МАТЕРИАЛА И СЛИВШИХСЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН МЕЖДУ НИМИ

[1]Опанасович В. К., д. ф.-м. н., профессор, [2]Николишин М. М. д. ф.-м. н., профессор, [1]Слободян Н. С., к. ф.-м. н., доцент, [2]Альфавитская С. О., аспирант

[1]*Львовский национальный университет им. Ивана Франко, ул. Университетская, 1, г. Львов, 79000, Украина*

[2]*Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины, ул. Научная, 3-б, г. Львов, 79060, Украина*

kafmech@franko.lviv.ua, alfavitska_solomiya@i.ua, slobkolia@gmail.com

Сформулирована и решена задача о двухосном растяжении усилиями на бесконечности изотропной пластины с двумя равными коллинеарными сквозными трещинами, края которых свободны от внешней нагрузки. Предполагается, что под действием внешней нагрузки в вершинах трещин образуются узкие пластические зоны с учетом линейного упрочнения материала, причем между трещинами пластические зоны слились в одну. С использованием методов теории функций комплексного переменного и комплексных потенциалов решение задач сведено к задаче линейного сопряжения, на основе которых получено аналитическое решение задачи в классе функций ограниченных в вершинах пластических зон. Численно определена длина пластических зон и раскрытия краев трещин. Результаты численного анализа представлены графически.

Ключевые слова: трещины, растяжение, изотропная пластина, комплексные потенциалы, пластические зоны, укрепления материала.

BIAXIAL TENSION OF A PLATE WITH TWO EQUAL COLLINEAR CRACKS WITH REGARD FOR STRENGTHENING OF THE MATERIAL AND MERGERS PLASTIC ZONES BETWEEN THEM

[1]Opanasovych V. K., D.Sc. in Physics and Maths, professor,
[2]Nykolyshyn M. M., D.Sc. in Physics and Maths, professor,
[1]Slobodyan M. S., Ph. D. in Physics and Maths, associate proffessor,
[2]Alfavitska S.O., postgraduate

[1]*Ivan Franko National Univercity of Lviv,*
1, Universytetska St., Lviv, 79000, Ukraine

[2]*Pidstrygach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics,*
National Academy of Sciences of Ukraine,
3b, Naukova St., Lviv, 79060, Ukraine

kafmech@franko.lviv.ua, alfavitska_solomiya@i.ua, slobkolia@gmail.com

We investigate the problem of biaxial tension of isotropic plate with two equal collinear through cracks, banks of the cracks are free of load. It is assumed that under the action external load in tops of the cracks will be formed narrow plastic zones taking into account linear strengthening of material, moreover the plastic zones merged into one between cracks. Using methods of theory of complex variable and complex potentials of plane problem of theory elasticity solving the problem is reduced to the problem of linear conjugation. We obtained a solution of the problem in the class of functions bounded at the tips of the plastic zones. We performed a numerical analysis of the problem and construct graphs of dependences of the lengths of plastic zones and opening of crack tip on different parameters of problem.

Key words: cracks, tension, isotropic plate, complex potentials, plastic zones, strengthening of material.

ВСТУП

Пластинчасті елементи конструкцій широко використовуються в різних галузях техніки та промисловості, а за дії зовнішнього навантаження або в процесі їх експлуатації чи виготовлення в них можуть виникнути тріщиноподібні дефекти, що призводять до зниження міцнісних і надійнісних характеристик конструкцій.

У працях [1-3] наведено критерії руйнування та зроблено огляд досліджень, пов'язаних з розтягом пружно-пластичних тіл з тріщинами. У роботі [4] ураховано вплив зміцнення матеріалу на напружений стан пластини з тріщиною. Напружено-деформований стан кусково-однорідної пластини з наскрізною тріщиною у пружно-пластичному формулюванні досліджено у працях [5, 6], з ненаскрізною тріщиною – у статті [7].

У нащій роботі з використанням апарату теорії функцій комплексної змінної та комплексних потенціалів досліджена задача двовісного розтягу ізотропної пластини з колінеарними наскрізними тріщинами за дії однорідного поля зусиль на нескінченності, у вершинах яких наявні пластичні зони з урахуванням лінійного зміцнення матеріалу, причому пластичні зони між тріщинами злилися.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

Розглянемо однорідну ізотропну пластину, яка містить дві рівні співвісні наскрізні тріщини завдовжки $2l$, розміщені вздовж однієї прямої. Пластина знаходиться під дією однорідного поля зусиль на нескінченності $P,\ q$, завдяки яким у вершинах тріщин утворилися вузькі пластичні зони з урахуванням лінійного зміцнення матеріалу, причому у внутрішніх вони злилися. Щоб дослідити цю задачу розпишемо спочатку випадок, коли пластичні зони у внутрішніх вершинах тріщин не злилися. Береги тріщини вільні від зовнішнього навантаження. Виберемо декартову систему координат Oxy, направивши вісь Ox по прямій, на якій розміщені тріщин, а початок координат розташуємо так, щоб тріщини відносно нього були симетричними. Довжини пластичних зон між тріщинами позначимо через w_1, зовні тріщин – через w_2. Лінію, де розміщені тріщини, позначимо через L, пластичні зони між тріщинами – через L_1, зовні – через L_2, координати кінців тріщин і пластичних зон відповідно – через $a,\ b,\ -a,\ -b$ і $c,\ d,\ -c,\ -d$. Граничне значення відповідних величин при $y \to \pm 0$ будемо позначати значками «+» і «–».

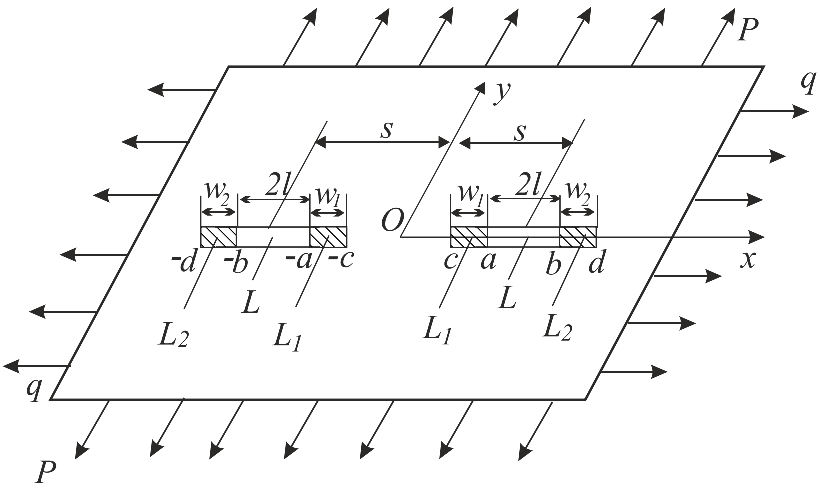

Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

Крайові умови задачі:

$$\sigma_{yy}^{\pm} = 0, \quad \sigma_{xy}^{\pm} = 0, \quad x \in L, \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^{\pm} &= \sigma_T \sigma_1^{*}(x), \quad \sigma_{xy}^{\pm} = 0, \quad x \in L_1, \\ \sigma_{yy}^{\pm} &= \sigma_T \sigma_2^{*}(x), \quad \sigma_{xy}^{\pm} = 0, \quad x \in L_2, \end{aligned} \tag{2}$$

де σ_{yy} і σ_{xy} – компоненти тензора напружень;

$$\sigma_j^{*}(x) = a_j |x| + b_j, \quad (j = 1,2),$$

де

$$a_1 = -\frac{1-m^*}{a-c}, \quad b_1 = m^* + \frac{(1-m^*)a}{a-c}, \quad a_2 = \frac{1-m^*}{d-b}, \quad b_2 = m^* - \frac{(1-m^*)b}{d-b}, \quad m^* = \frac{\sigma_B}{\sigma_T},$$

σ_B і σ_Y – границя міцності та границя текучості матеріалу пластини.

ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ

Введемо комплексні потенціали Колосова-Мусхелішвілі $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$ [8], та скористаємося залежностями:

$$\sigma_{yy} - i\sigma_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}, \tag{3}$$

$$2\mu\partial_x(u + iv) = \kappa\Phi(z) - \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z})\Phi'(z), \tag{4}$$

$$z = x + iy, \quad i^2 = -1, \quad \kappa = (3-\upsilon)/(1+\upsilon), \quad \partial_\alpha f = \partial f / \partial\alpha,$$

де $\mu = 0.5E/(1+\upsilon)$ – модуль зсуву, E – модуль Юнга, υ – коефіцієнт Пуассона матеріала пластини, u і v – компоненти вектора переміщення по осях Ox і Oy.

Комплексні потенціали при великих $|z|$ можна подати у вигляді [8]

$$\Phi(z) = \Gamma + O(1/z^2), \quad \Omega(z) = \Gamma + \Gamma' + O(1/z^2), \tag{5}$$

де

$$\Gamma = \frac{1}{4}(P+q), \quad \Gamma' = \frac{1}{2}(P-q).$$

З крайових умов (1), (2) маємо

$$\left(\sigma_{yy} - i\sigma_{xy}\right)^{+} - \left(\sigma_{yy} - i\sigma_{xy}\right)^{-} = 0, \quad x \in \tilde{\gamma}, \quad \tilde{\gamma} = L + L_1 + L_2, \tag{6}$$

$$\left(\sigma_{yy} - i\sigma_{xy}\right)^{+} + \left(\sigma_{yy} - i\sigma_{xy}\right)^{-} = \begin{cases} 0, & x \in L, \\ 2\sigma_T \sigma_1^*(x), & x \in L_1, \\ 2\sigma_T \sigma_2^*(x), & x \in L_2. \end{cases} \tag{7}$$

Якщо врахувати (3), то крайові умови (6), (7) набудуть вигляду

$$\left(\Phi(x) - \Omega(x)\right)^{+} - \left(\Phi(x) - \Omega(x)\right)^{-} = 0, \quad x \in \tilde{\gamma}, \tag{8}$$

$$\left(\Phi(x) - \Omega(x)\right)^{+} + \left(\Phi(x) - \Omega(x)\right)^{-} = f_1(x) = 2\begin{cases} 0, & x \in L, \\ \sigma_T \sigma_1^*(x), & x \in L_1, \\ 2\sigma_T \sigma_2^*(x), & x \in L_2. \end{cases} \tag{9}$$

Урахувавши (5) та розв'язавши задачу лінійного спряження (8), одержимо

$$\Phi(z) - \Omega(z) = -\Gamma'. \tag{10}$$

Розв'язок задачі лінійного спряження (9) шукатимемо у вигляді, обмеженому у вершинах пластичних зон функцій

$$\Phi(z) + \Omega(z) = \frac{X_1(z)}{\pi i} \int_{\tilde{\gamma}} \frac{f_1(t)\,dt}{X_1^{+}(t)(t-z)}, \tag{11}$$

де

$$X_1(z) = \sqrt{\left(z^2 - d^2\right)\left(z^2 - c^2\right)}.$$

Урахувавши (5), на основі (11) можемо записати

$$P = -\frac{1}{\pi i} \int_{\tilde{\gamma}} \frac{t f_1(t)\,dt}{X_1^{+}(t)}. \tag{12}$$

Після обчислення інтегралів у (12) [9] отримаємо

$$\begin{aligned} P = \frac{2\sigma_T a_2}{\pi} dE(\lambda, q) + \frac{2\sigma_T a_1}{\pi}\left(dE(\beta, q) - \frac{1}{a}\sqrt{\left(d^2 - a^2\right)\left(a^2 - c^2\right)}\right) + \\ + \frac{\sigma_T b_2}{\pi} \arccos\left(\frac{2b^2 - d^2 - c^2}{d^2 - c^2}\right) + \frac{\sigma_T b_1}{\pi} \arccos\left(\frac{d^2 - c^2 - 2a^2}{d^2 - c^2}\right), \end{aligned} \tag{13}$$

де

$$\lambda = \sqrt{\frac{d^2 - b^2}{d^2 - c^2}}, \quad \beta = \arcsin\left(\frac{d}{a}\sqrt{\frac{a^2 - c^2}{d^2 - c^2}}\right), \quad q = \frac{\sqrt{d^2 - c^2}}{d}.$$

Розв'язавши систему алгебричних рівнянь (10) і (11) відносно $\Phi(z)$, матимемо

$$\Phi(z) = -\frac{\Gamma'}{2} + \frac{X_1(z)}{2\pi i}\int_{\tilde{\gamma}} \frac{f_1(t)\,dt}{X_1^+(t)(t-z)}. \tag{14}$$

Умова однозначності переміщень при обході контуру тріщини з пластичними зонами має вигляд

$$\int_c^d \left((u+iv)'^{+}_{x} - (u+iv)'^{-}_{x} \right) dx = 0, \tag{15}$$

де

$$(u+iv)'^{+}_{x} - (u+iv)'^{-}_{x} = \frac{(1+\kappa)}{2\mu}\frac{X_1^+(x)}{\pi i}\int_{\tilde{\gamma}} \frac{f_1(t)\,dt}{X_1^+(t)(t-x)}, \quad x \in [c,d]. \tag{16}$$

Розглянемо випадок двовісного розтягу пластини з двома рівними співвісними тріщинами, коли внутрішні пластичні зони злилися, тобто $c = 0$ (див. рис. 2).

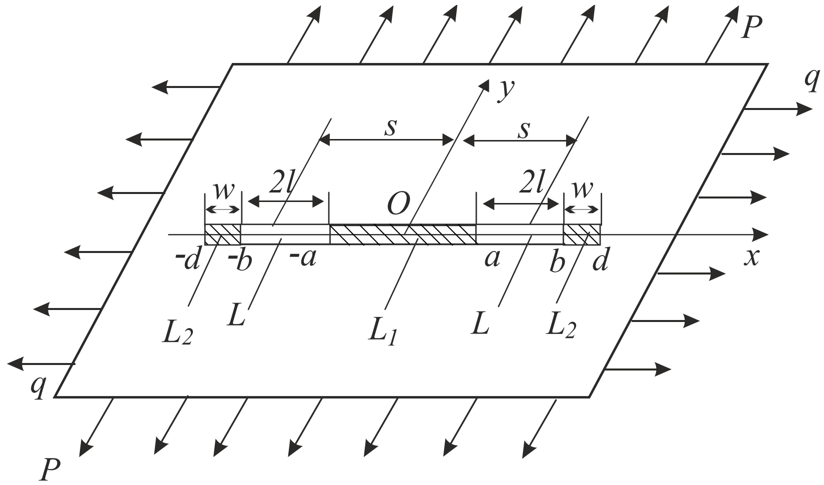

Рис. 2. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин, коли пластичні зони злилися

Функція σ_1^* набуде вигляду

$$\sigma_1^*(x) = m^* + (1-m^*)(a-|x|)/a, \quad x \in L_1, \tag{17}$$

а вираз для функції σ_2^* залишається без змін.

У цьому випадку будуть мати місце крайові умови (6) і (7) та задачі лінійного спряження (8) і (9), розв'язки яких будуть також даватися формулами (10) і (11), причому

$$X_1(z) = \sqrt{z^2 - d^2}. \tag{18}$$

Також має місце залежність (12), з якої, після врахування (18) і обчислення інтегралів [9], отримаємо

$$\frac{P\pi}{2\sigma_Y} = \left(-\sqrt{d^2-a^2} + d\right)a_1 + b_1 \arcsin\frac{a}{d} + a_2\sqrt{d^2-b^2} + b_2 \arccos\frac{b}{d}, \tag{19}$$

де $a = s - l,\ b = s + l,\ d = s + l + w,\ w$ – довжина пластичної зони у крайніх вершинах тріщини.

Розкриття берегів тріщини у її вершинах у цьому випадку визначимо за формулами

$$\delta_b = \mathrm{Im}\int_d^b \frac{1+\kappa}{2\mu}\left(\Phi^+(x)-\Phi^-(x)\right)dx,$$
$$\delta_a = \mathrm{Im}\int_d^a \frac{1+\kappa}{2\mu}\left(\Phi^+(x)-\Phi^-(x)\right)dx, \quad (20)$$

де функція $\Phi(z)$ визначається за формулою (14), урахувавши (18).

ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ТА ВИСНОВКИ

Був проведений числовий аналіз задачі для $\upsilon = 0.3$, $m^* = 1.2$, який поданий на рис. 2-3, де використані такі позначення: $\tilde{w} = w/l$, $\tilde{P} = P/\sigma_Y$, $\tilde{s} = s/l$.

На основі числового розв'язку задачі для двох співвісних тріщин отримано, що пластичні зони у внутрішніх вершинах тріщин зіллються, коли $\tilde{s} = s^*$, $\tilde{P} = P^*$, $\tilde{w} = w^*$ і їх значення наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

s^*	P^*	w^*
1.7	0.5275	0.4593
2	0.6165	0.6989
2.5	0.7140	1.1098

На рис. 3 зображена графічна залежність відносної довжини пластичної зони $\tilde{w}$ від безрозмірного зовнішнього навантаження $\tilde{P} > P^*$, причому крива 1 побудована при $s^* = 1.7$, крива 2 – при $s^* = 2$, крива 3 – при $s^* = 2.5$. З рис. 3 бачимо, що при збільшенні безрозмірного зовнішнього навантаження $\tilde{P}$ чи $\tilde{s}$ довжина пластичної зони $\tilde{w}$ збільшується.

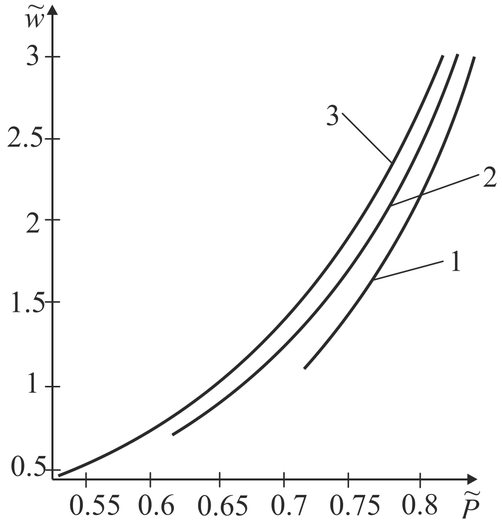

Рис. 3. Графічна залежність відносної довжини пластичної зони $\tilde{w}$ від безрозмірного зовнішнього навантаження $\tilde{P}$

На рис. 4 і рис. 5 зображена графічна залежність зведеного розкриття $\tilde{\delta}_a = \delta_a E/(l\sigma_Y)$, $\tilde{\delta}_b = \delta_b E/(l\sigma_Y)$ від відносної відстані між центрами тріщин $\tilde{s}$ відповідно, причому криві 1 побудовані при $\tilde{w} = 0.4593$ $(s^* = 1.7)$, криві 2 – при $\tilde{w} = 0.6989$ $(s^* = 2)$, криві 3 – при $\tilde{w} = 1.1098$ $(s^* = 2.5)$.

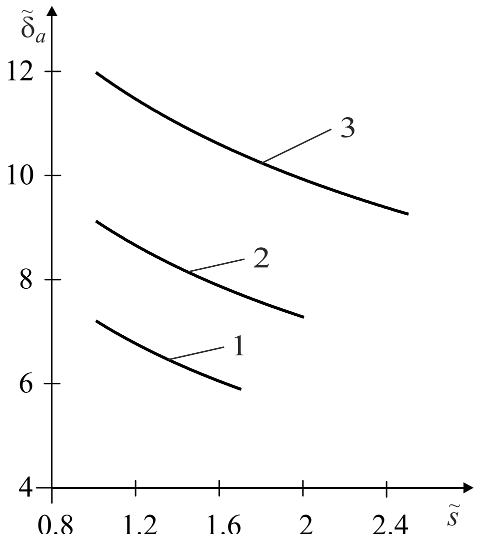

Рис. 4. Графічна залежність зведеного розкриття $\tilde{\delta}_a$ від відстані між центрами тріщин $\tilde{s}$

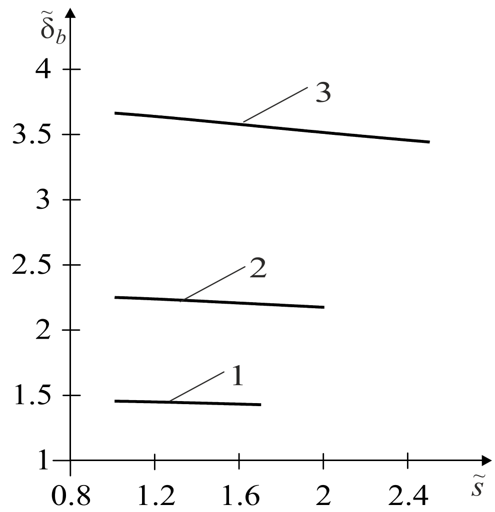

Рис. 5. Графічна залежність зведеного розкриття $\tilde{\delta}_b$ від відстані між центрами тріщин $\tilde{s}$

На основі цих рисунків можна дійти висновку, що розкриття берегів тріщини у вершині a є більші, ніж у вершині b, причому з ростом s^* вони зростають.

Зауважимо, що зусилля q не впливають на пружно-пластичний стан пластини.

ЛІТЕРАТУРА

1. Витвицкий П. М., Панасюк В. В., Ярема С. Я. Пластические деформации в окресности трещин и критерии разрушения (Обзор). *Пробл. прочности*. 1973. № 2. С. 3–18.
2. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. Киев: Наук. думка, 1991. 416 с.
3. Панасюк В. В., Саврук М. П. Модель смуг пластичності в пружно-пластичних задачах механіки руйнування. *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. 1992. 28, №1. С. 49–68.
4. Каминский А. А., Галатенко Г. В. Исследования роста усталостных трещин в материалах с упрочнением. *Прикл. механика*. 1984. 20, № 4. С. 54–60.
5. Николишин М. М., Опанасович В. В., Куротчин Л. Р., Слободян М. С. Знаходження довжини пластичних зон біля вершини наскрізної тріщини на прямолінійній межі поділу матеріалів при розтязі кусково-однорідної ізотропної пластини. *Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла*. 2012. Вип. 13. С. 294–300.
6. Николишин М. М., Опанасович В. В., Куротчин Л. Р. Двовісний розтяг кусково-однорідної ізотропної пластини з тріщиною на прямолінійній межі поділу матеріалів з урахуванням пластичних зон біля їх вершин. *Прикл. проблеми мех. і мат*. 2006. Вип. 4. С. 101–108.
7. Николишин М. М., Опанасович В. В., Куротчин Л. Р., Слободян М. С. Двовісний розтяг кусково-однорідної ізотропної пластини з прямолінійною межею поділу матеріалів та ненаскрізною тріщиною в ній з урахуванням пластичних зон біля її вершин. *Вісник Львів. ун-ту. Серія мех.-мат*. 2012. Вип. 72. С. 29–45.
8. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Москва: Наука, 1966. 708 с.
9. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Наука, 1971. 1100 с.

REFERENCES

1. Vitvits'kiy, P. M., Panasyuk, V. V. & Yarema, S. Ya. (1973). Plastic deformations in the vicinity of cracks and destruction criteria (Review). Problemy prochnosti, No. 2, pp. 3-18.
2. Panasyuk, V. V. (1991). Mechanics of quasibittle fracture of materials. Kiev: Naukova dumka.
3. Panasyuk, V. V. & Savruk, M. P. (1992). Model of plasticity strips in elastic-plastic problems of fracture mechanics. Fiz.-khim. mekhanika materialiv, 28, No. 1, pp. 49-68.
4. Kamins'kiy, A. A. & Galatenko, G. V. (1984). Studies of the growth of fatigue cracks in materials with hardening. Prikl. Mekhanika, 20, No. 4, pp. 54-60.
5. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. V., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2012). Finding the length of plastic zones near the top of the through cracks on the straight line of the separation of materials during the tensile of a piecewise homogeneous isotropic plate. Metody rozv"yazuvannya prykladnykh zadach mekhaniky deformivnoho tverdoho tila, Iss. 13, pp. 294-300.

 ISSN 2518-1785 (Online), ISSN 2413-6549 (Print)

6. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. V. & Kurotchyn, L. R. (2006). Double-tensile stretch of a piecewise homogeneous isotropic plate with a crack on the straight line of the separation of materials, taking into account the plastic zones near their vertices. Prykl. problemy mekh. i mat., Iss. 4, pp. 101-108.
7. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. V., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2012). Double-tensile stretch of a piecewise homogeneous isotropic plate with a straight-line boundary between the materials and a non-cross-sectional crack in it, taking into account the plastic zones at its vertices. Visnyk L'viv. un-tu. Seriya mekh.-mat., Iss. 72, pp. 29-45.
8. Muskhelishvili, N. I. (1966). Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. Moscow: Nauka.
9. Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. (1971). Tables of integrals, sums, series and products. Moscow: Nauka.

УДК 393.3

ПРО ПІДХІД ДО ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЛАСТИНИ З ОТВОРАМИ ТА ПРЯМОЛІНІЙНОЮ НАСКРІЗНОЮ ТРІЩИНОЮ

Опанасович В. К., д. ф.-м. н., професор, Слободян М. С., к. ф.-м. н., доцент, Ярема Є. Б., аспірант

Львівський національний університет ім. Івана Франка, вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000, Україна

kafmech@franko.lviv.ua, slob@yandex.ru, evhenkozak@mail.ru

У роботі запропоновано підхід до дослідження напружено-деформованого стану пластини з прямолінійно наскрізною тріщиною та двома отворами довільної форми, яка знаходиться під дією однорідного поля зусиль на нескінченності. Використовуючи методи теорії функцій комплексної змінної та комплексні потенціали Колосова-Мусхелішвілі, розв’язок задачі зведено до сингулярних інтегральних рівнянь на отворах, а на берегах прямолінійної тріщини крайові умови задовольняються аналітично. Проведено числовий аналіз коефіцієнтів інтенсивності напружень, який подано графічно, при різних значеннях параметрів задачі, коли отвори мають форму круга, еліпса та прямокутника, а в часткових випадках отримано відомі результати.

Ключові слова: пластина, прямолінійна тріщина, криволінійні отвори, комплексні потенціали, коефіцієнти інтенсивності напружень.

О ПОДХОДЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНЫ С ОТВЕРСТИЯМИ И ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ СКВОЗНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Опанасович В. К., д. ф.-м. н., профессор, Слободян Н. С., к. ф.-м. н., доцент, Ярема Е. Б., аспирант

Львовский национальный университет им. Ивана Франко, ул. Университетская, 1, г. Львов, 79000, Украина

kafmech@franko.lviv.ua, slob@yandex.ru, evhenkozak@mail.ru

В работе предложен подход к исследованию напряженно-деформированного состояния пластины с прямолинейной сквозной трещиной и двумя отверстиями произвольной формы, которая находится под действием однородного поля усилий на бесконечности. Используя методы теории функций комплексного переменного и комплексные потенциалы Колосова-Мусхелишвили, решение задачи сведено к сингулярным интегральным уравнениям на отверстиях, а на берегах прямолинейной трещины краевые условия удовлетворяются аналитически. Проведен численный анализ коэффициентов интенсивности напряжений, который представлен графически, при различных значениях параметров задачи, когда отверстия имеют форму круга, эллипса и прямоугольника, а в частных случаях получены известные результаты.

Ключевые слова: пластина, прямолинейная трещина, криволинейные отверстия, комплексные потенциалы, коэффициенты интенсивности напряжений.