

УДК 539.3

## РОЗРАХУНКОВА ОЦІНКА РОЗВИТКУ ТРІЩИНИ З КОНТАКТУЮЧИМИ БЕРЕГАМИ В ПЛОСКИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ

Шульженко М. Г., Гонтаровський П. П., Гармаш Н. Г., Мележик І. І.

*Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України,  
вул. Пожарського, 2/10, м. Харків, Україна*

shulzh@ipmach.kharkov.ua

Представлена методика розрахунку розвитку тріщини в пластинчатих і осесиметричних конструкціях при циклічному навантаженні, яка базується на концепції накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі. Враховується контакт берегів тріщини, що виникає при стискаючому навантаженні. Результати порівнюються з даними, отриманими за методом Ньюмана.

*Ключові слова: кінетика тріщини, циклічне навантаження, розмахи пружно-пластичних деформацій, криві малоциклової втоми, метод скінченних елементів, коефіцієнт асиметрії циклу, контакт берегів тріщини.*

## РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ С КОНТАКТИРУЮЩИМИ БЕРЕГАМИ В ПЛОСКИХ ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ

Шульженко Н. Г., Гонтаровский П. П., Гармаш Н. Г., Мележик И. И.

*Інститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины,  
ул. Пожарского, 2/10, г. Харьков, Украина*

shulzh@ipmach.kharkov.ua

Представлена методика расчета развития трещины в пластинчатых и осесимметричных конструкциях при циклическом нагружении, которая основывается на концепции накопленных рассеянных повреждений в материале. Учитывается контакт берегов трещины, возникающий при сжимающем нагружении. Результаты сравниваются с данными, полученными по методу Ньюмана.

*Ключевые слова: кинетика трещины, циклическая нагрузка, размахи упруго-пластических деформаций, кривые малоциклической усталости, метод конечных элементов, коэффициент асимметрии цикла, контакт берегов трещины.*

## COMPUTATION ESTIMATION OF THE CRACK DEVELOPMENT WITH CRACK EDGES CONTACT OF PLANE STRUCTURAL ELEMENTS

Shulzhenko N. G., Gontarovskiy P. P., Garmash N. G., Melezhyk I. I.

*A. N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems  
of the National Academy of Sciences of Ukraine,  
Pozharsky street, 2/10, Kharkov, Ukraine*

shulzh@ipmach.kharkov.ua

The purpose of these studies was to work out the methods for the computation of crack development in the plate and axisymmetric elements of structures at cyclic loading for the plasto-elastic arrangement using the conception of the accumulation of scattered damages in the material. The processes of sign-changing plasto-elastic deformation and crack resistance of the material were simulated at the crack tip using the smooth specimen fatigue test data. Thermal and stress-strain behaviors of the construction were determined in different loading modes using the method of final elements for several fixed crack depths. The material damage was estimated using the curves of low-cycle fatigue and those of the range of plasto-elastic deformations on the would-be way of the crack development resorting to the hypothesis of linear summation. When the damageability reaches a critical value at the crack tip its depth is increased nonuniformly by a value of the specified step. This scientific paper gives consideration to the kinetics of the surface crack in the region exposed to the action of cyclic loading with different stress ratios. With negative stress ratio, contact is observed between the crack edges. The results were compared with the data obtained using the Newman method. A satisfactory agreement of the data is observed. This technique can be used for the evaluation of the service life of the elements of steam turbines.

*Key words: crack kinetics, cyclic loading, the range of plasto-elastic deformations, low-cycle fatigue curves, and the method of final elements, stress ratio, contact of crack edges.*

Урахування живучості елементів енергомашин з тріщинами має важливе значення при оцінці їхнього розрахункового ресурсу [1]. Зазвичай для оцінки кінетики тріщин при циклічному навантаженні широко використовуються положення механіки крихкого руйнування з використанням коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_I$  та рівнянь Періса

$$\frac{dl}{dN} = C \Delta K_I^n, \quad (1)$$

де  $l$  – довжина тріщини,  $N$  – кількість циклів,  $C$ ,  $n$  – константи матеріалу,  $\Delta K_I$  – розмах коефіцієнта інтенсивності напружень.

При цьому зона пластичності у вершині тріщини приймається малою порівняно з довжиною тріщини, що, як показали чисельні дослідження, результати яких приводяться нижче, не завжди відповідає дійсності.

Швидкість росту тріщини, крім розмаху  $\Delta K_I$ , залежить від коефіцієнта асиметрії циклічного навантаження  $R = \frac{K_{Imin}}{K_{Imax}}$ , який враховується в уточнених формулах типу Періса [2].

Коефіцієнт інтенсивності напружень обчислюється на основі розв'язків теорії пружності і його знак відповідає знаку напружень, що розкривають тріщину. У механіці крихкого руйнування припускається, що стискаючі напруження не впливають на кінетику втомної тріщини [3, 4]. Вважається, що при стискаючих зусиллях береги тріщини змикаються та тріщина закривається по всій довжині, тому розрахунки слід вести тільки для віднульового циклу ( $R=0$ ). Такий же підхід пропонується і в рекомендаціях норм ASME [5]. Згідно з теорією пружності, при розтягуючих напруженнях береги тріщини розходяться, а при стискаючих – змикаються. У випадку стискаючих напружень коефіцієнт інтенсивності напружень  $\Delta K_I = 0$  і тріщина не розвивається. Однак, експериментально показано [6, 7], що стискаюча стадія навантаження впливає на швидкість росту тріщини при циклічному навантаженні, хоч і в значно меншій мірі, ніж розтягуюча. При взаємопроникненні берегів тріщини при дії стискаючих напружень коефіцієнт інтенсивності напружень стає від'ємним. З урахуванням повного розмаху  $\Delta K_I$  у рівняннях Періса розрахунки дають занижений ресурс. Значно менша похибка буде для віднульового циклу, хоча розрахунковий ресурс стане дещо завищеним.

За рахунок пластичних деформацій береги тріщини залишаються розкритими при повному знятті розтягуючих напружень, а в зоні її вершини при цьому з'являються стискаючі напруження, що в деяких роботах отримало назву явища «закриття» тріщини [6]. У працях [7-13] запропоновано рівняння, які враховують коефіцієнт асиметрії циклічного навантаження  $R$  та базуються на явищі «закриття» тріщини. «Закриття» тріщини наразі випадку не є вдалим терміном тому, що при цьому мають місце лише стискаючі напруження у вершині тріщини, а береги тріщини не контактують. Експериментальні дані [6] показують, що від'ємні напруження у вершині тріщини мають місце і при розтягуючих навантаженнях, тому в рівняннях типу Періса використовується ефективний розмах коефіцієнта інтенсивності напружень

$$\frac{dl}{dN} = C_N \Delta K_{Ieff}^n, \quad (2)$$

$$\Delta K_{Ieff} = K_{Imax} - K_{Iop} = U \Delta K_I, \quad (3)$$

де  $K_{Iop} > 0$  – коефіцієнт інтенсивності напружень, при якому напруження у вершині тріщини розтягуючі ( $U < 1$ ),  $U$  – поправковий коефіцієнт. Отже, методики [7-13] використовують

рівняння типу Періса (1), до яких входить частина розмаху коефіцієнта інтенсивності напружень з відповідним збільшенням значення коефіцієнта  $C_N$ .

Найбільш прийнятна методика, що підтверджується експериментальними даними, запропонована Ньюманом [10]. Вона використовується в нашій роботі для порівняння з отриманими результатами. У (2) і (3) при підрахунку  $\Delta K_{\text{eff}}$ , крім коефіцієнта асиметрії циклу  $R$ , враховуються умовна границя текучості  $\sigma_{0,2}$  і тимчасовий опір матеріалу  $\sigma_B$ , від яких залежить зона пластичності у вершині тріщини. Для обчислення  $\Delta K_{\text{eff}}$  застосовуються залежності:

$$U = \frac{1-\gamma}{1-R},$$

де

$$\gamma = \frac{K_{\text{Itop}}}{K_{\text{Imax}}}; \gamma = A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3 \text{ для } R \geq 0; \gamma = A_0 + A_1 R \text{ для } -3 \leq R < 0;$$

$$A_0 = (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2) [\cos(\pi\sigma_{\text{max}}/2\sigma_0)]^{1/\alpha}; A_1 = (0,415 - 0,071\alpha)\sigma_{\text{max}}/\sigma_0;$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3; A_3 = 2A_0 + A_1 - 1; \alpha \approx 1,7; \sigma_0 = (\sigma_{0,2} + \sigma_B)/2;$$

$\sigma_{\text{max}}$  – номінальне напруження в площині тріщини.

При застосуванні методик, де використовується розмах  $\Delta K_{\text{eff}}$ , для визначення параметрів  $C_N$  та  $n$  необхідні довготривалі експерименти на спеціальних зразках з тріщиною.

Інший підхід для розрахунку кінетики тріщини базується на використанні параметрів розсіяних пошкоджень матеріалу в її вершині [14-17]. У [16, 17] пошкодженість матеріалу при циклічному навантаженні визначається через розмахи пластичних деформацій і криві малоциклової втоми для звичайних циліндричних зразків.

У роботі [16] розрахунок кінетики тріщин при багаторежимному циклічному навантаженні проводився з використанням розв'язання пружної задачі методом скінченних елементів. Розподіл розмаху пружно-пластичних деформацій наближено визначався на основі методу Нейбера. У [17] для  $R \geq 0$  розподіл розмаху пружно-пластичних деформацій на шляху розвитку тріщини одержаний методом скінченних елементів із розв'язку задач теорії пластичності.

У цій роботі визначається розвиток тріщини в пластинчатих й осесиметричних конструкціях при багаторежимному циклічному навантаженні на основі використання концепції накопичення розсіяних пошкоджень у матеріалі з урахуванням контакту берегів тріщини. Для визначення розподілу розмахів інтенсивності пружно-пластичних деформацій на шляху розвитку тріщини (для кожного режиму циклічного навантаження конструкції з тріщиною) розв'язуються термоконтатні задачі теорії пластичності з використанням методу скінченних елементів. Розрахунки проводяться для кількох фіксованих довжин тріщини  $l_k$  з інтервалом 0,5-1,0 см. Скінченні елементи зменшуються до вершини тріщини з однаковою закономірністю для всіх її довжин. Розмахи пластичних деформацій, отримані в центрах скінченних елементів  $x_m$  на шляху розвитку тріщини, задаються у вигляді таблиць  $\Delta \varepsilon_i(x_m, l_k)$  для кожного  $j$ -го режиму навантаження. Враховується відносна частка циклів

кожного  $j$ -го режиму навантаження  $d_{Nj} = \frac{N_j}{N}$  у загальному числі  $N$  циклів.

Шлях розвитку тріщини ділиться на відрізки  $d_l$  довжиною 0,05-0,1 мм, на яких тріщина підростає стрибкоподібно з накопиченням пошкодженості і руйнуванням матеріалу в її вершині. Розмахи інтенсивності деформацій для визначення пошкодженості матеріалу в центрах елементів довжиною  $d_l$  обчислюються шляхом інтерполяції. Для кожного наступного відрізка  $d_l$  кількість циклів до руйнування зменшується як за рахунок накопиченого в ньому пошкодження, так і через зростання деформацій і напружень при збільшенні тріщини. Використання квадратичної інтерполяції для обчислення розподілу деформацій у центрах  $x_i$  відрізків  $d_l$  через їх значення в центрах скінченних елементів  $x_m$  дозволяє суттєво зменшити обчислювальні витрати. Число циклів до руйнування  $N_{pj}$  від  $j$ -го режиму навантаження визначається з кривих втоми для відповідної температури, які задаються у вигляді таблиць для кожного матеріалу.

Визначення пошкодженості матеріалу на шляху розвитку тріщини проводиться з використанням відповідних параметрів:

приросту пошкодженості від  $j$ -го режиму навантаження в узагальненому циклі

$$\Delta\Pi_j(x_i) = \frac{1}{N_{pj}(x_i)} d_{Nj};$$

приросту пошкодженості за один узагальнений цикл від усіх  $K_N$  режимів навантаження

$$\Delta\Pi(x_i) = \sum_{j=1}^{K_N} \Delta\Pi_j(x_i);$$

кількості циклів до руйнування в елементі  $d_l$ , найближчому до вершини тріщини довжиною  $l$

$$N_i = \frac{1 - \Pi(x_1)}{\Delta\Pi(x_1)},$$

де  $\Pi(x_1)$  – накопичена пошкодженість у вершині тріщини за час її зростання до поточної довжини  $l$ ;

кількості циклів, за які тріщина досягла довжини  $l$

$$N(l) = \sum N_i.$$

Пошкодженість в інших точках  $x_i$  на шляху підростання тріщини після руйнування чергового елемента  $d_l$  визначається так:

$$\Pi(x_{i+1}) = \Pi(x_{i+1}) + \Delta\Pi(x_{i+1}) N_i.$$

Розрахунки повторюються для тріщини довжиною  $l = l + d_l$  за наведеним алгоритмом до наступного її зростання.

На основі викладеного проведено розрахунки кінетики тріщини в товстій пластині шириною 10 см і довжиною 24 см, яка знаходиться під дією знакозмінного навантаження. Поверхнева тріщина з початковою довжиною  $l = 2$  см розташована в центрі пластини (рис. 1).

Матеріал пластини – сталь 25X1M1Ф при  $T = 535^\circ \text{C}$ . Залежність інтенсивності напружень  $\sigma_i$  від інтенсивності деформацій  $\varepsilon_i$  при циклічному деформуванні ( $\sigma_{0,2}^H = 0,8\sigma_{0,2}$ ) наводиться

в таблиці 1 [21]. Параметри циклічного навантаження  $R = 0,5; 0,2; 0; -0,2; -0,5; -1$ , при максимальному напруженні в циклі  $\sigma_{z_{max}} = 100$  МПа.

Скінченноелементна дискретизація згущається до вершини тріщини. Розмір мінімального елемента прийнято 0,05 мм, що узгоджується з попередніми дослідженнями збіжності результатів [19]. Тріщина моделюється пропилом завширшки 0,1 мм. З експериментів Хейвуда [20] слідує, що радіус заокруглення у вершині тріщини, менший 0,1 мм, не впливає на втомну міцність. На рис 1, б наводиться фрагмент дискретизації на скінченні елементи в районі вершини тріщини.

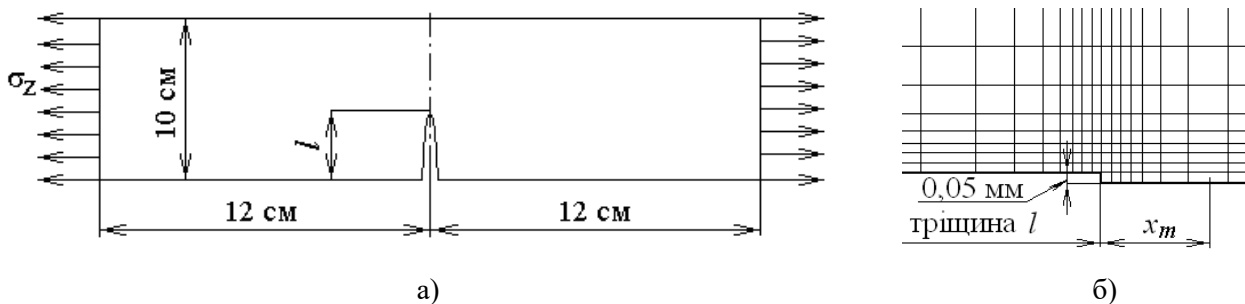


Рис. 1. Пластина з тріщиною: а) – схема навантаженої пластини; б) – фрагмент пластини з дискретизацією на скінченні елементи

Таблиця 1 – Діаграма деформування матеріалу при циклічному навантаженні

$\varepsilon_i \cdot 10^3$	0,69	1,38	1,73	2,07	2,76	3,45	5,18	6,91	10,36	13,81	20,72	27,62	41,43	55,24
$\sigma_i$ , МПа	121,6	243,2	261,44	273,6	291,8	304	322,2	334,4	352,6	364,8	383	395,2	413,4	425,6

Розмахи пружно-пластичних деформацій при симетричному циклі навантаження для тріщини довжиною  $l$  у центрах скінченних елементів  $x_m$  наводяться в таблиці 2.

Таблиця 2 – Значення розмахів інтенсивності деформацій при симетричному циклі навантаження

$x_m$ , мм	Довжина тріщини $l$ , мм				
	20	30	40	45	50
0,0025	1,4331	2,2692	3,647	4,8262	6,8068
0,0075	0,6036	1,014	1,5894	2,2822	3,5438
0,0125	0,2895	0,4983	0,8343	1,1734	1,7314
0,018	0,1751	0,2749	0,4355	0,6133	0,9053
0,0255	0,128	0,1881	0,2687	0,3552	0,5024
0,03722	0,1008	0,1467	0,2014	0,2502	0,3286
0,05456	0,0836	0,1186	0,1683	0,2024	0,2567
0,07883	0,0719	0,0974	0,1455	0,1745	0,2187
0,11281	0,0623	0,0831	0,121	0,1506	0,1915

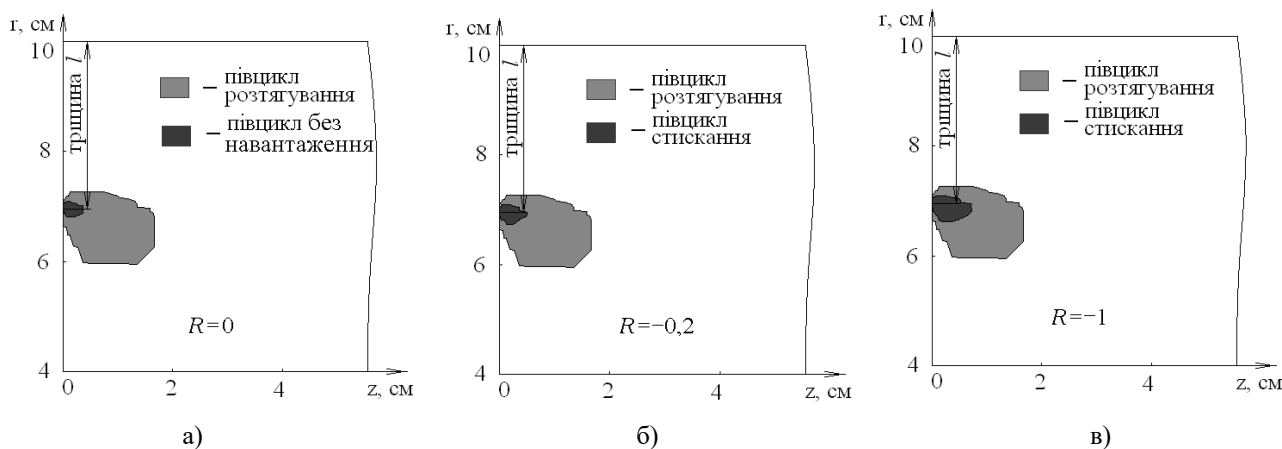
Продовження табл. 2

0,16039	0,0544	0,0721	0,1022	0,1277	0,1675
0,22699	0,0482	0,0632	0,0874	0,1072	0,1443
0,32023	0,0442	0,0556	0,0755	0,0908	0,1223
0,45077	0,0419	0,0493	0,0654	0,0774	0,1023
0,63353	0,0406	0,0449	0,0569	0,0661	0,0856
0,88939	0,04	0,0421	0,0494	0,0564	0,0705
1,16887	0,0397	0,0405	0,0436	0,0481	0,0577
1,48932	0,0398	0,0397	0,0402	0,042	0,048

Як показали розв'язки пружно-пластичної задачі для випадку плоскої деформації симетричної частини пластини з тріщиною, при знятті навантаження з'являються стискаючі напруження у районі вершини тріщини за рахунок залишкових напружень, при цьому контакт берегів тріщини не спостерігається. Після зняття навантаження в районі вершини тріщини виникає зона повторних стискаючих пластичних деформацій, значно менша за пластичну зону при максимальному навантаженні (рис. 2,  $R=0$ ). При збільшенні стискаючих зусиль зона пластичності зі стискаючими деформаціями у вершині тріщини збільшується (рис. 2,  $R<0$ ,  $R=-0,2$ ;  $-1$ ). Розкриття берегів залишається і після зняття навантаження. Причому пропорційно залежить від зони пластичних деформацій у вершині тріщини (рис. 3,  $R=0$ ). На рисунках 2 і 3 результати наводяться для симетричної частини пластини.

При навантаженні пластини стискаючими зусиллями спостерігається контакт берегів тріщини. При збільшенні стискаючого зусилля зона контакту поширюється від початку тріщини до її вершини (рис. 3). Однак, навіть при симетричному знакозмінному навантаженні, контакт берегів вздовж усієї тріщини не спостерігається (рис. 3,  $R=-1$ ).

На рис. 3 наводиться деформований стан фрагменту пластини при дії стискаючих напружень для тріщин довжиною  $l=3$  см (рис. 3, а, б, в) та  $l=4,5$  см (рис. 3, г, д, е), де переміщення збільшені відповідно в 300 і 150 разів.



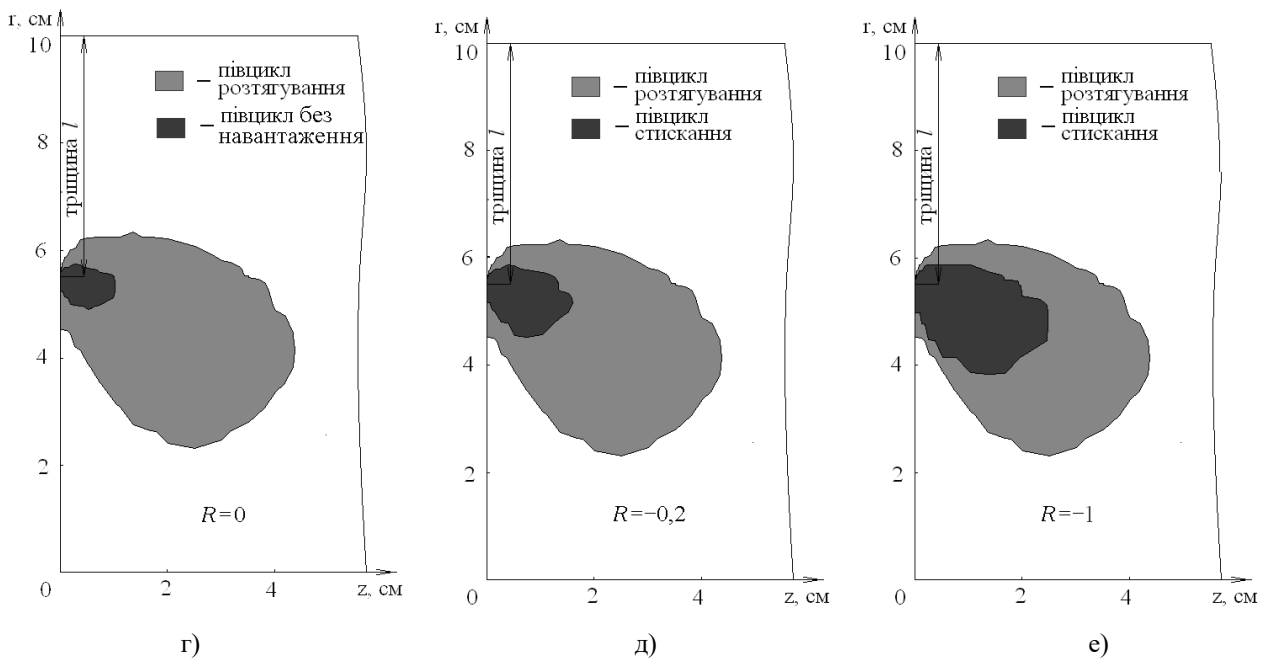


Рис. 2. Зони пластичності для довжин тріщин 3 см (а, б, в) та 4,5 см (г, д, е)

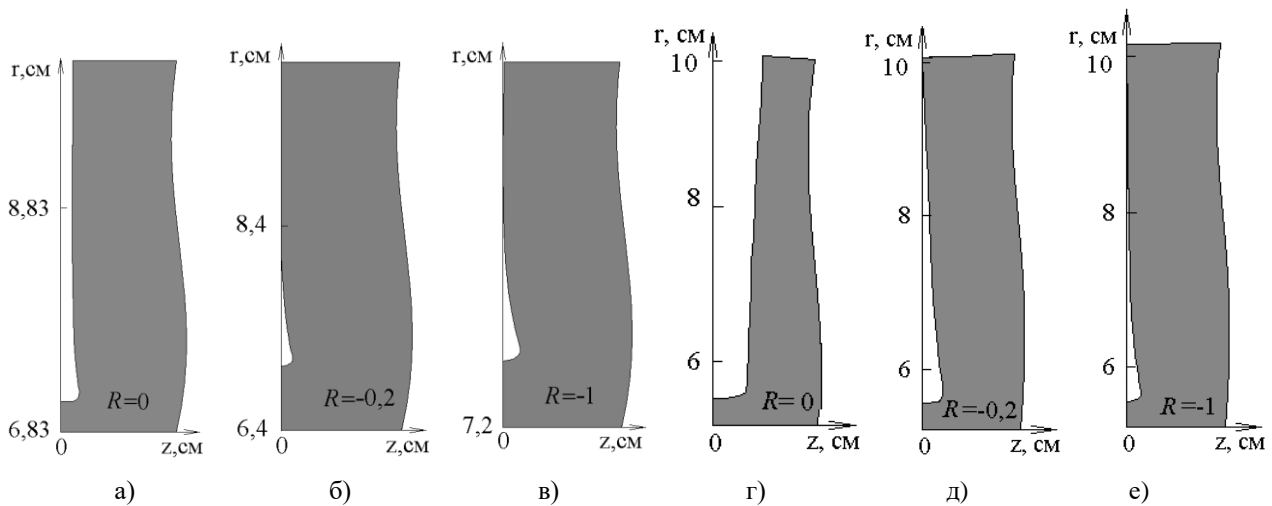


Рис. 3. Деформований стан фрагменту пластини з тріщиною при довжині тріщини 3 см (а, б, в) та 4,5 см (г, д, е)

Для порівняння результатів виконано розрахунки кінетики тріщини з різними коефіцієнтами асиметрії циклу за вказаною методикою та за методикою Ньюмана. При цьому константи рівняння (2) такі:  $C_N = 42,69 \cdot 10^{-10}$ ,  $n = 3,845$ ,  $\sigma_{0,2} = 304$  МПа,  $\sigma_b = 344$  МПа.

На рис. 4 наводиться підростання тріщини в пластині при додатному та від'ємному коефіцієнті асиметрії циклу навантаження. Суцільними лініями позначені результати, отримані за вказаною методикою, пунктирною – за методом Ньюмана.

Варто зауважити, що отримані результати задовільно узгоджуються з результатами, одержаними за методом Ньюмана.

На результати кінетики тріщини впливає багато різних чинників. Характеристики сталей, з яких були визначені параметри для обох методик, могли відрізнитися між собою за рахунок термообробки чи хімічного складу. Коефіцієнти  $C$  і  $n$  для рівняння Періса отримано з експериментів на зразках з тріщинами для сталі 25X1M1Ф при  $T = 535^\circ \text{C}$ , а коефіцієнти рівняння Ньюмана обчислено за умов співпадіння результатів з результатами Періса для віднульового циклу.

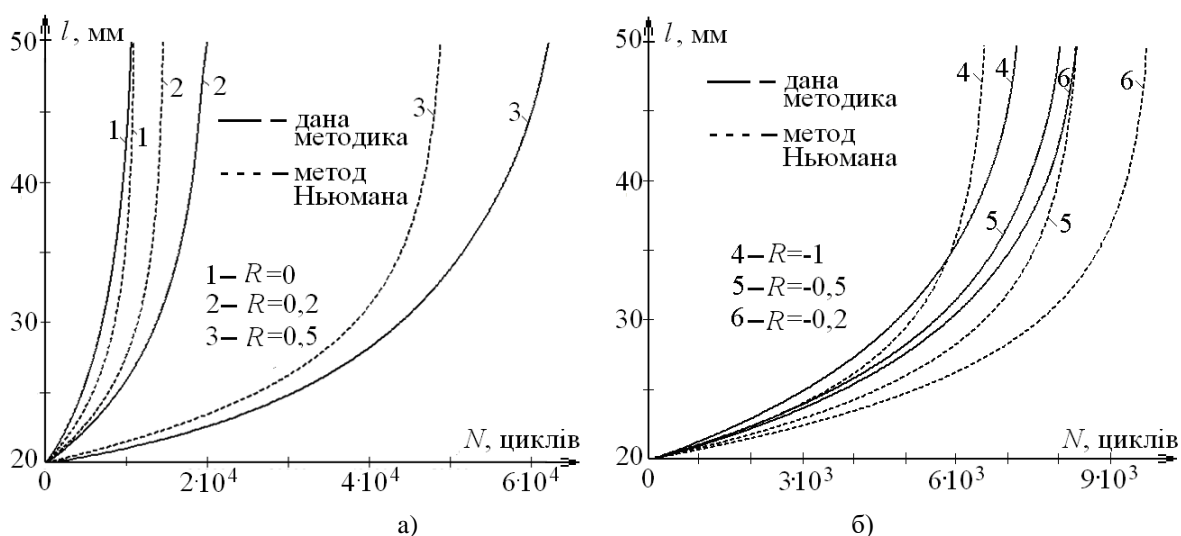


Рис. 4. Підростання тріщини в пластині при додатному (а) та від'ємному (б) коефіцієнті асиметрії циклу навантаження

## ВИСНОВКИ

У запропонованій методиці оцінки кінетики тріщини при циклічному навантаженні з використанням параметрів розсіяних пошкоджень враховується розмах пластичних деформацій поблизу вершини тріщини при контактній взаємодії її берегів. Для розрахунку кінетики тріщини в плоских і осесиметричних конструкціях використовуються криві малоциклової втоми для звичайних зразків без тріщини. Зони пластичних деформацій визначаються з використанням методу скінченних елементів.

Швидкості росту тріщини для різних коефіцієнтів асиметрії циклу відповідають результатам, одержаним за методом Ньюмана.

Викладена методика дозволяє врахувати стадію зародження тріщини з концентратора напружень, що може бути використано при оцінці ресурсу конструкцій.

## ЛІТЕРАТУРА

1. СОУ-Н МЕН 40.1 –21677681–52: 2011. Визначення розрахункового ресурсу та оцінка живучості роторів і корпусних деталей турбін. Методичні вказівки. Чинний від 2011-07-07. Київ: ОЕП «ГРІФРЕ», 2011. 42 с. (Нормативний документ Міністерства енергетики та вугільної промисловості України).
2. Гетман А. Ф. Ресурс эксплуатации сосудов и трубопроводов АЭС. Москва: Энергоатомиздат, 2000. 427 с.
3. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. Москва: Наука, 1974. 640 с.
4. Пестриков В. М., Морозов Е. М. Механика разрушения твердых тел. Санкт-Петербург: Профессия, 2002. 320 с.
5. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, Appendix A, The American Society of Mechanical Engineers (31 December, New York). New York, 1990 NY, Addenda. P. 28.
6. Когаев В. П., Махутов Н.А., Гусенков А. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. Москва: Машиностроение, 1985. 234 с.
7. Bloom J. M. An approach to account for negative R-ratio effects in fatigue crack growth calculations for pressure vessels based on crack closure concepts. *Trans. ASME*. 1994. Vol. 116. P. 30–35.
8. Пиняк И. С. Аналитическое описание скорости роста усталостной трещины в металлах при различных асимметриях цикла нагружения. *Проблемы прочности*. 2001. № 5. С. 111–118.
9. Eason E. D., Gilman J. D., Jones D. P., Andrew S. P. Technical Basis for a Revised Fatigue Crack Growth Rate Reference Curve for Ferritic Steels in Air. *ASME J. of Pressure Vessel Technology*. 1992. Vol. 114. P. 80–87.
10. Newman J. C., Swain M. H., Phillips E. P. An Assessment of the Small-Crack Effect for 2024-T3 Aluminum Alloy. *Small Fatigue Cracks: Proc. of the Second Engineering Foundation Intern. Conf.*, (Santa Barbara, 5-10 January 1986). Santa Barbara, 1986. P. 427–452.
11. Kurihara V., Katon A., Kawahara M. Analysis on the Fatigue Crack Growth Rates Under a Wide Range of Stress Ratios. *ASME J. of Pressure Vessel Technology*. 1986. Vol. 108. P. 209–213.



12. Heitmann H. H., Vehoff H., Neumann P. Life Prediction for Random Load Fatigue Based on the Growth Behavior of Microcracks. *Advances in Fracture Research: Proc. of the 6<sup>th</sup> Intern. Conf. on Fracture (ICF6)*, (India, New Delhi, 4-10 Dec. 1984). Oxford, 1984. Vol.5. P. 3599–3606.
13. Schijve J. *Fatigue Crack Closure: Observations and Technical Significance*. Delft: Delft University of Technology, 1986. P. 1–43.
14. Гучинский Р. В. Моделирование роста трещин усталости с оценкой накопления повреждений. Изд-во LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. 208 с.
15. Шашурин Г. В. Разработка модели накопления повреждений для оценки прочностной надежности и ресурса гранульных турбинных дисков авиационных газотурбинных двигателей: автореф. дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук. Москва, 2007. 27 с.
16. Шульженко М., Гонтаровский П., Гармаш Н., Мележик І. Розрахункове оцінювання розвитку тріщини при циклічному навантаженні з використанням параметрів розсіяних пошкоджень. *Вісник Тернопіль. нац. техн. ун-ту*. 2013. № 3(71). С. 197–204.
17. Шульженко М. Г., Гонтаровський П. П., Гармаш Н. Г., Мележик І. І. Оцінка розвитку тріщини при циклічному навантаженні пластинчатих елементів із використанням параметрів розсіяних пошкоджень матеріалу. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*. 2017. № 9(1231). С. 41–44.
18. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагружениях. Москва: Изд-во моск. ун-та, 1965. 263 с.
19. Мележик І. І. Розвиток та використання методики розрахункової оцінки живучості високотемпературних елементів енергомашин з тріщинами: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук. Харків, 2008. 20 с.
20. Хейвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости. Москва: Машиностроение, 1969. 504 с.
21. Детали паровых стационарных турбин. Расчет на малоцикловую усталость: РТМ 108.021.103-85. [Введен 01.07.86]. Москва: Министерство энергетического машиностроения, 1986. 49 с.

## REFERENCES

1. SOU-N MEV 40.1 –21677681–52: 2011 (2011). “Defining resource calculation and assessment of survivability rotors and body parts turbines. Guidelines”, Kyiv: OEP “GRIFRE”.
2. Getman, A. F. (2000). *The service life of the vessels and pipelines of nuclear power plants*. Moscow: Energoatomizdat.
3. Cherepanov, G. P. (1974). *Brittle fracture mechanics*. Moscow: Nauka.
4. Pestrikov, V. M. & Morozov, E. M. (2002). *Fracture mechanics of solid bodies*. St. Petersburg: Professija.
5. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, Appendix A, The American Society of Mechanical Engineers (1990), NY, Addenda, New York.
6. Kogaev, V. P., Mahutov, N. A. & Gusenkov, A. P. (1985). *The calculations of machine parts and structures for strength and durability*. Moscow: Mashynostroenie.
7. Bloom, J. M. (1994). An approach to account for negative R-ratio effects in fatigue crack growth calculations for pressure vessels based on crack closure concepts. *Trans. ASME*, Vol. 116. pp. 30-35.
8. Pinyak, I. S. (2001). Analytical description of speed of height of fatigue crack in metals at different stress ratio. *Problemyi prochnosti*, No. 5, pp. 111-118.
9. Eason, E. D., Gilman, J. D., Jones, D. P. & Andrew, S. P. (1992). Technical Basis for a Revised Fatigue Crack Growth Rate Reference Curve for Ferritic Steels in Air. *ASME J. of Pressure Vessel Technology*, Vol. 114. pp. 80-87.
10. Newman, J. C. (1986, January). An Assessment of the Small-Crack Effect for 2024-T3 Aluminum Alloy Small Fatigue Cracks: *Proc. of the Second Engineering Foundation Intern. Conf.*, (pp. 427-452), Santa Barbara.
11. Kurihara, M. (1986). Analysis on the Fatigue Crack Growth Rates Under a Wide Range of Stress Ratios. *ASME J. of Pressure Vessel Technology*, Vol. 108, pp. 209-213.
12. Heitmann, H. H. (1984, December). Life Prediction for Random Load Fatigue Based on the Growth Behavior of Microcracks, *Advances in Fracture Research: Proc. of the 6<sup>th</sup> Intern. Conf. on Fracture (ICF6)*. Vol. 5, (pp. 3599-3606), India, New Delhi, Oxford.
13. Schijve, J. (1986). *Fatigue Crack Closure: Observations and Technical Significance*. Delft: Delft University of Technology, pp. 1-43.
14. Guchinskiy, R. V. (2016). *Design of height of cracks of tiredness with the estimation of accumulation of damages*. LAP LAMBERT Academic Publishing.

15. Shashurin, G. V. (2007). Development of model of accumulation of damages for the estimation of прочностной reliability and resource of granule turbine disks of aviation turbo-engines. (Extended abstract of Cand. Thesis). Institute of Machine Science, Moscow, Russia.
16. Shulzhenko, M., Gontarovskiy, P., Garmash, N. & Melezhyk, I. (2013). Computation estimation of the crack development under cyclic loading using dissipated damages parameters. Visnyk Ternopil'skogo nacionalnogo universytetu, No. 3(71), pp. 197-204.
17. Shulzhenko, M. G., Gontarovskiy, P. P., Garmash, N. G. & Melezhyk, I. I. (2017). Evaluation of the crack development at a cyclic loading of plate elements using the parameters of scattered damages of the material. Visnyk NTU "HPI". Seriya Energetichni ta teplotehnichni protsesy i ustatkuvannya, Kharkiv, No. 9(1231), pp. 41-44.
18. Moskvitin, V. V. (1965). Plasticity at variable loadings. Moscow: Izdatelstvo moskovskogo universiteta.
19. Melezhyk, I. I. (2008). Development and application of a technique for a crack resistance estimation calculation of high-temperature power machines elements with cracks. (Extended abstract of Cand. Thesis). A.N. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine, Harkiv, Ukraine.
20. Heyvud, R. B. (1969). Design for fatigue. Moscow: Mashinostroenie.
21. "Detali parovyih statsionarnyih turbin. Raschet na malotsiklovuyu ustalost: RTM 108.021.103-85 (1986) [Details of stationary steam-turbines. Calculation on a low-cycle fatigue]". Ministerstvo energeticheskogo mashinostroeniya, Moscow.

УДК. 539.3

## ТИСК ЖОРСТКОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО КІЛЬЦЕВОГО ШТАМПА НА ПІВПРОСТІР З ПОЧАТКОВИМИ (ЗАЛИШКОВИМИ) НАПРУЖЕННЯМИ

Ярецька Н. О.

*Хмельницький національний університет,  
вул. Інститутська, 11, м. Хмельницький, Україна*

massacran2@ukr.net

У статті в рамках лінеаризованої теорії пружності представлено просторову контактну задачу про тиск жорсткого кільцевого штампа на півпростір з початковими напруженнями без урахування сил тертя. Дослідження представлені в загальному вигляді для теорії великих початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій при довільній структурі пружного потенціалу. Числовий аналіз представлений у вигляді графіків для потенціалу Бартенева-Хазановича та гармонічного потенціалу.

*Ключові слова: лінеаризована теорія пружності, початкові (залишкові) напруження, контактна задача, кільцевий штамп, півпростір.*

## ДАВЛЕНИЕ ЖЕСТКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КОЛЬЦЕВОГО ШТАМПА НА ПОЛУПРОСТРАНСТВО С НАЧАЛЬНЫМИ (ОСТАТОЧНЫМИ) НАПРЯЖЕНИЯМИ

Ярецкая Н. А.

*Хмельницький національний університет,  
ул. Інститутська, 11, г. Хмельницький, Україна*

massacran2@ukr.net

В статье в рамках линейризованной теории упругости представлено пространственную контактную задачу о давлении кольцевого штампа на полупространство с начальными напряжениями без учета сил трения. Исследования представлены в общем виде для теории больших начальных деформаций и двух вариантов теории малых начальных деформаций при произвольной структуре упругого потенциала. Численный анализ представлен в виде графиков для потенциала Бартенева-Хазановича и гармонического потенциала.

*Ключевые слова: линейризованная теория упругости, начальные (остаточные) напряжения, контактная задача, кольцевой штамп, полупространство.*