

УДК 539.3

## ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЭЛАСТИЧНОГО ЦИЛИНДРА С КОЛЬЦЕВЫМИ ВОЛОКНАМИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВРАЩЕНИЯ ПРИ ЖЕСТКОЙ ПОСАДКЕ

Кострова М. М., аспирант

*Национальная металлургическая академия Украины,  
просп. Гагарина, 4, г. Днепр, 49005, Украина*

mariya.kostrova.91@gmail.com

Представляем результаты решения задачи о деформировании кусочно-однородного цилиндра под воздействием вращения при жесткой посадке. Цилиндр образован эластичной матрицей как основным материалом с двоякопериодическим расположением кольцевых волокон квадратного сечения из более жесткого эластичного материала. Задачу решали по модели кусочно-однородной среды на основе общих уравнений нелинейной теории упругости. Применяли метод конечных разностей с использованием конечно-разностных соотношений второго порядка точности, решение продолжали по скорости вращения цилиндра.

*Ключевые слова: цилиндр кусочно-однородный, волокна кольцевые, деформирование нелинейное, вращение.*

## ДЕФОРМУВАННЯ ЕЛАСТИЧНОГО ЦИЛІНДРА З КІЛЬЦЕВИМИ ВОЛОКНАМИ ПІД ВПЛИВОМ ОБЕРТАННЯ ПРИ ЖОРСТКІЙ ПОСАДЦІ

Кострова М. М., аспірант

*Національна металургійна академія України,  
просп. Гагаріна, 4, м. Дніпро, 49005, Україна*

mariya.kostrova.91@gmail.com

Представляємо результати вирішення задачі про деформацію кусочно-однорідного циліндра під впливом обертання під час жорсткої посадки. Циліндр утворений еластичною матрицею як основним матеріалом з двоякоперіодичним розташуванням кільцевих волокон квадратного перетину з більш жорсткого еластичного матеріалу. Завдання вирішували за моделлю кусочно-однорідного середовища на основі загальних рівнянь нелінійної теорії пружності. Застосовували метод кінцевих різниць з використанням кінцево-різницевої співвідношень другого порядку точності, вирішення тривало за швидкістю обертання циліндра.

*Ключові слова: циліндр кусочно-однорідний, волокна кільцеві, деформування нелінійне, обертання.*

## DEFORMING THE ELASTIC CYLINDER WITH RING FIBERS UNDER THE ACTION OF ROTATION AT THE HARD SITTING

Kostrova M. M., Graduate student

*National Metallurgical Academy of Ukraine,  
Gagarin ave. 4, Dnepr, Ukraine*

mariya.kostrova.91@gmail.com

We represent the results of the solution of the problem of deformation of a body about their axis of symmetry. Fibers of square cross-section are located in the matrix. The cylinder was modeled as an assembly of annular elements. Ring elements are presented in the form of rings of square cross-section from the matrix material, including ring fibers of square cross-section as their reinforcing core.

The axisymmetric deformation corresponding to macroscopically flat deformation was studied when the length of the cylinder remained unchanged. Because of the symmetry conditions, the problem was solved for a half disk layer. Such a layer is enclosed between the cross sections of the cylinder, one of which passes through the axial lines of the fibers, and the other passes through the matrix between the fibers, with a distance between sections equal to half the reinforcement period along the axial direction.

A distinctive feature for moving cylinders of elastic components is the effect on centrifugal forces

affecting the matrix and fiber, changes in the distances from their material points to the axis of the cylinder.

We used a model of a piecewise homogeneous medium, which methodologically most accurately reflects the behavior of the body of a fibrous structure. Exodus from geometric, physical equations and equilibrium equations of the nonlinear mechanics of the deformable body of the body. The relationship between physical and physical processes. This system of equations was solved on the basis of the Newton discrete method. The uniqueness of the solution of the boundary value problem was ensured on the basis of the continuation of the solution with respect to the angular velocity of rotation of the cylinder.

*Key words: piecewise homogeneous cylinder, circular fibers, non-linear deformation, rotation.*

## ВВЕДЕНИЕ

В [1] дан обзор основных публикаций, отражающих исследования однородных и армированных цилиндров под воздействием вращательного движения. Рассмотрено деформирование свободно вращающегося эластичного цилиндра, матрица которого армирована кольцевыми волокнами квадратного сечения с двоякопериодическим расположением. Исследование цилиндра производили на основе общих нелинейных уравнений теории упругости по модели кусочно-однородной среды. Задачу решали методом конечных разностей, использовали конечно-разностные соотношения второго порядка точности, решение продолжали по угловой скорости вращения цилиндра. В настоящей работе подход применили для изучения деформационного поведения кусочно-однородного цилиндра данного строения при вращении в условиях жесткого соединения с недеформируемым валом по внутренней поверхности.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследовали деформацию эластичного цилиндра из матрицы и кольцевых волокон под воздействием сил инерции вращения вокруг его оси симметрии при жесткой посадке по внутренней поверхности. Волокна квадратного сечения располагаются в матрице цилиндра по схеме квадратной упаковки. Цилиндр формально рассматривали как сборку кольцевых элементов. Кольцевые элементы представляют собой кольца квадратного сечения из матричного материала, включающие кольцевые волокна квадратного сечения как их армирующую сердцевину.

На рис. 1 показано осевое сечение недеформированного цилиндра с внутренним радиусом  $r = a$  и внешним  $r = b$ . Цилиндр включает цилиндрические слои толщиной  $h$ , армированные кольцевыми волокнами квадратного сечения с длиной сторон  $\delta$ .

Изучали осесимметричную деформацию цилиндра при макроскопически плоском деформировании, когда длина цилиндра оставалась неизменяемой. В силу условий симметрии задачу решали для правой половины дискового слоя толщиной  $h/2$ . Такой половинный слой заключен между поперечными сечениями цилиндра, одно из которых проходит через осевые линии волокон, а другое – через матрицу посередине между волокнами.

Применяли систему материальных цилиндрических координат  $\hat{\theta}^1, \hat{\theta}^2, \hat{\theta}^3$ , из которых  $\hat{\theta}^1$  – осевая,  $\hat{\theta}^2$  – окружная,  $\hat{\theta}^3$  – радиальная координаты. В отсчетной конфигурации цилиндра данные координаты обозначаем как  $t, \varphi, r$  соответственно. Осевую координату  $t$  отсчитывали от центрального сечения, проходящего через осевые линии волокон в дисковом слое. Наряду с радиальной координатой  $r$  используем координату  $z = r - a$ , отсчитываемую от внутренней поверхности цилиндра. Величины, относящиеся к матрице и волокнам, отмечали индексом  $n$  при значении  $n = 0$ , отвечающем матрице, и значениях  $n = 1, \dots, n_{\max}$ , как отвечающих волокнам в их нумерации по направлению от внутренней к внешней поверхности. В некоторых случаях для большей «наглядности» выражений величины

описания матрицы отмечаем отдельно индексом  $m$ . При четкой принадлежности индексы компонентов обычно упускаем.

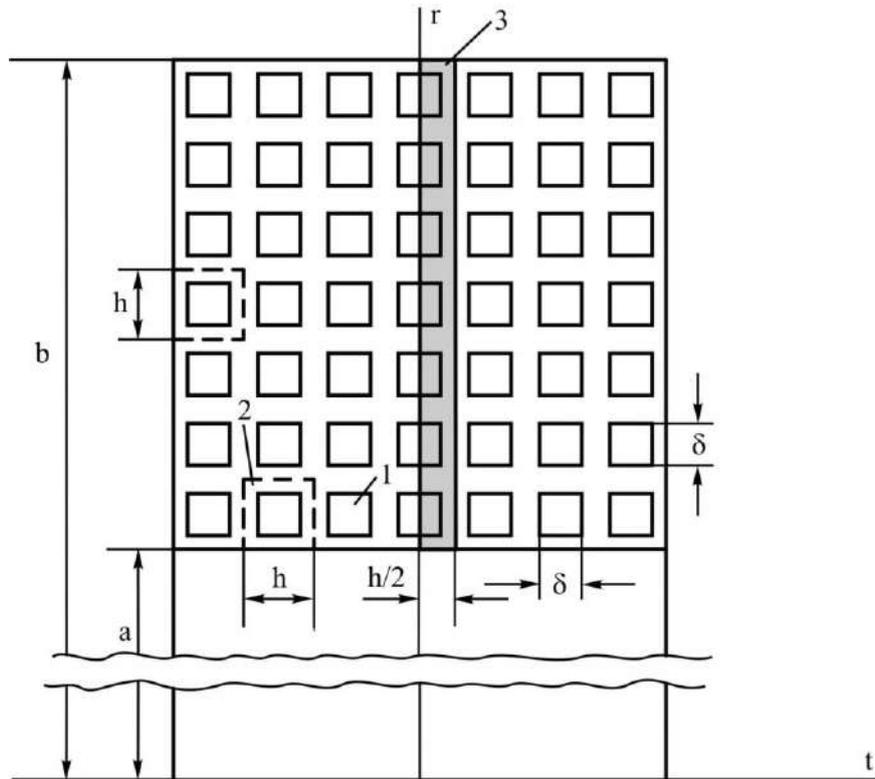


Рис. 1. Осевое сечение цилиндра в исходном состоянии: 1 – волокно квадратного сечения, 2 – кольцевой элемент, 3 – половина дискового слоя справа от центрального сечения

Применяли геометрические и физические уравнения и уравнения равновесия в нелинейной теории упругости [2] для описания деформации рассматриваемого кусочно-однородного цилиндра. Особенностью решаемой задачи является влияние на центробежные силы, воздействующие на матрицу и волокна, изменений расстояний от их материальных точек до оси вращения цилиндра. В используемых уравнениях задавали радиальную компоненту плотности массовых сил, воздействующих на составляющие (компоненты) цилиндра при его вращении, в виде

$$F_{n(3)} = (r + u_{n(3)})\omega^2, \quad n = 0, 1, \dots, n_{\max},$$

где  $u_{n(3)}$  – радиальная компонента вектора перемещения в  $n$ -ом компоненте;  $\omega = 2\pi \cdot f$  – угловая скорость вращения;  $f$  – число оборотов вращения в секунду.

Граничные условия для каждого из компонентов цилиндра, при которых решали краевую задачу, выражают отсутствие осевых перемещений в поверхностях  $t=0$  и  $t=h/2$  и поперечных сдвигов из этих поверхностей:

$$u_{n(1)}|_{t=0} = 0, \quad q_{n(13)}|_{t=0} = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, n_{\max};$$

$$u_{n(1)}|_{t=h/2} = 0, \quad q_{n(13)}|_{t=h/2} = 0, \quad n = 0.$$

Для внутренней граничной поверхности цилиндра, ограничивающей нижний покровный слой связующего и жестко связанной с поверхностью недеформируемого вала, задавали равными в ней нулю компоненты вектора перемещения:

$$u_{m(1)}|_{r=a} = 0, \quad u_{m(3)}|_{r=a} = 0,$$

где относящиеся к матрице величины отметили индексом  $m$  (вместо  $n=0$ ). При свободной от нагрузок внешней поверхности цилиндра, ограничивающей верхний покровный слой связующего, принимали в ней равными нулю компоненты несимметричного тензора Пиола-Кирхгофа:

$$t_{m(31)=0} \Big|_{r=b} = 0, \quad t_{m(33)=0} \Big|_{r=b} = 0.$$

Условия совместного деформирования задавали, исходя из равенств компонент векторов перемещений и напряжений для матрицы и волокон между собой в границах их раздела. Эти условия приводим, отметив величины, относящиеся к матрице, индексом  $m$ . В цилиндрических поверхностях раздела матрицы с  $n$ -волоконном

$$u_{m(1)}(t, r) = u_{n(1)}(t, r), \quad u_{m(3)}(t, r) = u_{n(3)}(t, r),$$

$$t_{m(31)}(t, r) = t_{n(31)}(t, r), \quad t_{m(33)}(t, r) = t_{n(33)}(t, r),$$

$$0 \leq t \leq \delta/2, \quad z = nh - (h + \delta)/2, \quad z = nh - (h - \delta)/2, \quad n = 1, 2, \dots, n_{\max}.$$

В поперечной плоскости  $t = \delta/2$  раздела  $n$ -волокон с матрицей

$$u_{m(1)}(t, r) = u_{n(1)}(t, r), \quad u_{m(3)}(t, r) = u_{n(3)}(t, r),$$

$$t_{m(11)}(t, r) = t_{n(11)}(t, r), \quad t_{m(13)}(t, r) = t_{n(13)}(t, r),$$

$$t = \delta/2, \quad nh - (h + \delta)/2 \leq z \leq nh - (h - \delta)/2, \quad n = 1, \dots, n_{\max}.$$

Производные первого порядка от искомым величин по осевой и радиальной координатам  $t$  и  $r$  в уравнениях задачи аппроксимировали с помощью конечно-разностных соотношений второго порядка точности [3]. Вместе с привлечением граничных условий и условий совместного деформирования матрицы и волокон формируется система нелинейных уравнений относительно основных искомым величин в узловых точках двумерной области  $0 \leq t \leq h/2$ ,  $a \leq r \leq b$ . Данную систему уравнений решали на основе процедуры дискретного метода Ньютона [4]. Единственность решения краевой задачи обеспечивали на основе продолжения решения по угловой скорости вращения цилиндра.

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Представляем результаты для цилиндра, включающего 100 цилиндрических слоев с кольцевыми волокнами в них. Цилиндр рассматриваем как совокупность дисковых слоев, в сборках каждого из которых по 100 кольцевых элементов. Внутренний радиус цилиндра  $a = 100$  мм, внешний радиус  $b = 200$  мм. Волокна в кольцевых элементах с длиной стороны квадратного сечения  $\delta = 0,6$  мм, квадратная упаковка волокон с расстояниями между осевыми линиями смежных волокон  $h = 1$  мм, коэффициент наполнения волокнами  $k_f = \delta^2/h^2 = 0,36$ . Материалы матрицы и волокон задавали с помощью трехконстантного потенциала Левинсона-Буржеса и двухконстантного потенциала Блейтца соответственно [5]. Для матрицы принимали значения упругих параметров  $E_m = 4$  МПа,  $\nu_m = 0,46$ ,  $\beta_m = 1$ ; для волокон –  $E_f = 68$  МПа,  $\nu_f = 0,4$ . Плотность материалов матрицы и волокон принимали одинаковой  $\rho = 1,1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

Результаты получили на основе сетки узловых точек конечно-разностной схемы, для которой на отрезках  $0 \leq t \leq 0,3$  мм и  $0,3$  мм  $\leq t \leq 0,5$  мм по 7-мь равноотстоящих узловых точек, две из которых на границах раздела совпадают между собой. На протяжениях по  $z$  в волокнах и между волокнами брали по 13-ть узловых точек при сдвоенных узлах на границе раздела

компонентов. На рис. 3 показаны координатные линии, отвечающие данной сетке узловых точек.

На рис. 2 представлены контурные линии цилиндра в исходном и при угловой скорости  $\omega = 2\pi \cdot 140 \text{ с}^{-1}$  состояниях и график изменения радиального перемещения  $u_{(3)}$  в поперечном сечении цилиндра в зависимости от радиальной координаты  $r$ . Радиальное перемещение для центрального сечения  $t=0$  изменяется от значения  $u_{(3)} = 0$  при  $r = a = 100$  мм до  $u_{(3)} = 17,28$  мм при  $r = b = 200$  мм. Для крайнего сечения  $t = h/2 = 0,5$  мм радиальное перемещение во внешней поверхности  $u_{(3)} = 17,26$  мм. Внешний радиус цилиндра в деформированном состоянии при  $t=0$   $b^* = b + u_{(3)}|_{t=0, r=b} = 217,28$  мм, а по месту крайнего сечения  $b^* = b + u_{(3)}|_{t=h/2, r=b} = 217,26$  мм.

Толщина цилиндра по месту центрального сечения при этом  $H^*|_{t=0} = b^* - a^* = 117,28$  мм вместо прежней  $H = b - a = 100$  мм ( $a^* = a$ ).

Радиальные перемещения  $u_{(3)}(r)$  не вполне монотонно изменяется по толщинной координате. Перемещение при  $z = 86,2$  мм достигает своего максимального значения  $u_{(3)} = 17,68$  мм, очень слабо уменьшается при дальнейшем возрастании  $z$  и на внешней поверхности  $z = 100$  мм принимает ранее указанное значение  $u_{(3)} = 17,28$  мм.

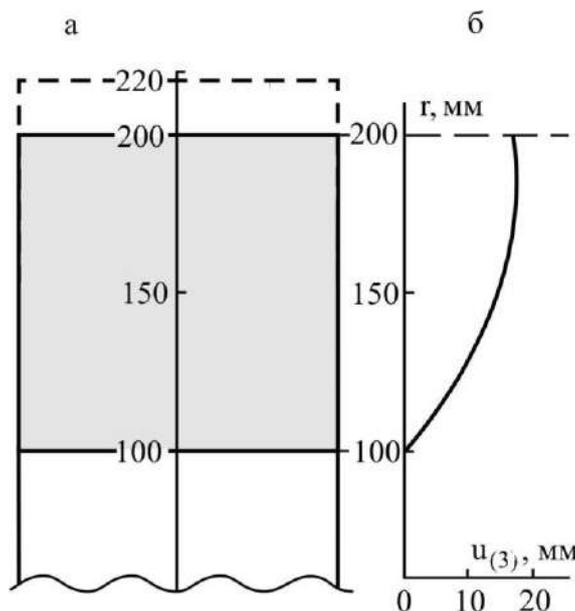


Рис. 2. Контур осевого сечения цилиндра в исходном (—) и при вращении  $\omega = 2\pi \cdot 140 \text{ с}^{-1}$  (---) состояниях (а) и распределение радиальных перемещений в поперечных сечениях цилиндра (б)

На рис. 3 изображены конфигурации осевых сечений для четырех половинборок кольцевых элементов, расположенных в цилиндре справа от центрального сечения. Каждая из данныхборок включает три концентрически расположенных кольцевых элемента. Перваяборка выделена из недеформированного цилиндра, конфигурация ее осевого сечения не зависит от места сборки в цилиндре, приведена для сопоставления с ней деформированныхборок.

Остальные сборки выделены из деформированного цилиндра при  $\omega = 2\pi \cdot 140 \text{ с}^{-1}$ . Втораяборка включает 1-й, 2-й и 3-й кольцевые элементы, примыкающие к внутренней поверхности цилиндра, ограничена поверхностями  $z = 0$  и  $z = 3h$ . Третьяборка образована

из внешней половины 49-го элемента, 50-го, 51-го элементов и внутренней половины 52-го элемента, расположена между поверхностями  $z = 48,5h$  и  $z = 51,5h$ . Четвертая сборка из примыкающих к внешней поверхности цилиндра 98-го, 99-го и 100-го элементов между поверхностями  $z = 97h$  и  $z = 100h$ .

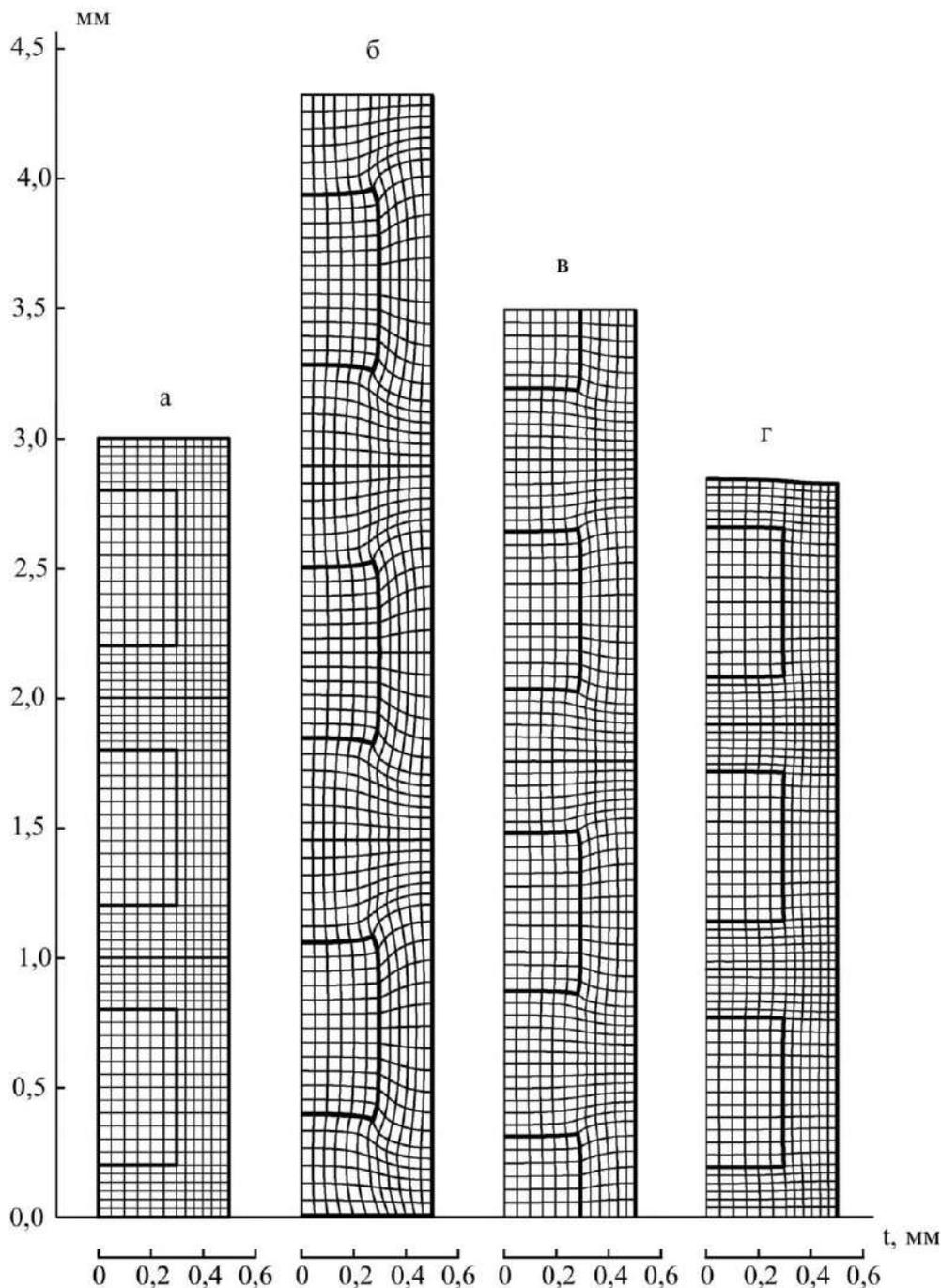


Рис. 3. Конфигурации осевых сечений сборок кольцевых элементов цилиндра: а) – сборка из трех элементов без вращения цилиндра; б), в) и г) – сборки при вращении  $\omega = 2\pi \cdot 140 \text{ c}^{-1}$ , включающие 1-й, 2-й, 3-й элементы, половину 49-го, 50-й, 51-й, половину 52-го элемента и 98-й, 99-й, 100-й элементы соответственно

Конфигурации осевых сечений кольцевых элементов в сборках представлены сетками координатных линий  $t = t_i$ ,  $z = z_i$ , проходящих через узловые точки  $(t_i, z_i)$  конечно-разностной схемы решения задачи. Они демонстрируют более интенсивное деформирование кольцевых элементов, расположенных ближе к внутренней поверхности цилиндра по сравнению с более удаленными от нее элементами.

Торцевые поверхности волокон, за исключением расположенных возле внешней поверхности цилиндра, приобретают относительно центральной поверхности  $t=0$  выпуклый характер. Цилиндрические ограничивающие поверхности относительно срединных поверхностей волокон становятся вогнутыми. Тогда как в условиях свободного вращения граничные поверхности волокон испытывают обратные искривления. Поперечные сечения волокон возле внутренней поверхности сборки (цилиндра) испытывают небольшие увеличения своей высоты при практически неизменяемой ширине, за исключением окрестностей возле угловых точек. Расстояния между волокнами при этом примерно в два раза больше, чем в отсчетном состоянии. В центральной части сборки размеры поперечных сечений волокон по высоте незначительно больше, а по ширине незначительно меньше по сравнению с недеформированной конфигурацией, при значительном увеличении расстояний между волокнами. На периферии возле внешней поверхности размеры поперечных сечений волокон и расстояния между ними близки по сравнению с исходными.

В областях матричного слоя  $0,3 \text{ мм} \leq t \leq 0,5 \text{ мм}$ , примыкающих к волокнам (между противоположно расположенными волокнами из смежных дисковыхборок), материал испытывает значительно большие растяжения по радиальным направлениям, чем в областях данного слоя между волокнами в сборке.

Деформированные конфигурации осевых сечений 1-го и 2-го кольцевых элементов значительно различаются между собой. Об этом можно судить по отличиям сетки линий конечно-разностной схемы в деформированной конфигурации возле внутренней поверхности  $z=0$  1-го кольцевого элемента от сетки соответствующих линий возле границы  $z=1 \text{ мм}$  его разделения со 2-ым элементом (количественную оценку различия деформированных конфигураций элементов упускаем). Для 2-го, 3-го и последующих элементов до 99-го включительно, различия в конфигурациях смежных элементов выражены незначительно. Тогда как конфигурация 99-го элемента заметно отличается от конфигурации 100-го элемента. Приходим к заключению, что приповерхностный эффект возле обеих граничных поверхностей цилиндра проникает на глубину не более одного периода армирования.

На рис. 4 и 5 даны распределения осевых  $p_{11}$  и окружных  $p_{22}$  напряжений в центральном сечении  $t=0$  при  $\omega = 2\pi \cdot 140 \text{ с}^{-1}$ . Распределения напряжений даны на протяжениях  $0 \leq z \leq 3h$ ,  $48,5h \leq z \leq 51,5h$ ,  $97h \leq z \leq 100h$  трех включаемыхборок кольцевых элементов, деформированные конфигурации которых представлены на рис. 3, б-г. Данные напряжения претерпевают скачки на поверхностях раздела матрицы с волокнами. С переходом от одного элемента к другому, по направлению ко внешней поверхности цилиндра (с увеличением номера идентификации), осевая и окружная компоненты вектора напряжений в связующем уменьшаются, при этом абсолютные различия между ними достаточно малые. Напряжения  $p_{11}$  в волокнах также постепенно уменьшаются при переходе между волокнами от внутренней поверхности к наружной. Иной характер изменения с переходом между волокнами окружного напряжения, которое увеличивается от 1-го волокна до 32-го включительно, а затем уменьшается на последующих волокнах. Напряжение посередине 32-го волокна  $p_{22} = 12,5 \text{ МПа}$  почти равно максимальному напряжению в связующем  $p_{22} = 12,2 \text{ МПа}$ , которое достигается по месту заделки. Это объясняется с одной стороны уменьшением радиальных, а с другой – увеличением окружных деформаций в волокнах с приближением к внешней поверхности цилиндра.

Распределения радиальных напряжений  $p_{33}$  в сечении  $t=0$  для указанных вышеборок кольцевых элементов показаны на рис. 6. Распределения напряжений отражаются кривыми линиями, которые изламываются при переходах между матрицей и волокнами. Это заметно для сборки из 1-го, ..., 3-го элементов, в которых данные напряжения достигают достаточно больших величин (в масштабе изображения). Графики дляборок из срединных и концевых элементов представляют собой слабо искривленные линии с малым наклоном по отношению к оси  $z$ , который демонстрирует их плавное уменьшение до нуля во внешней поверхности с переходом между смежными блоками.

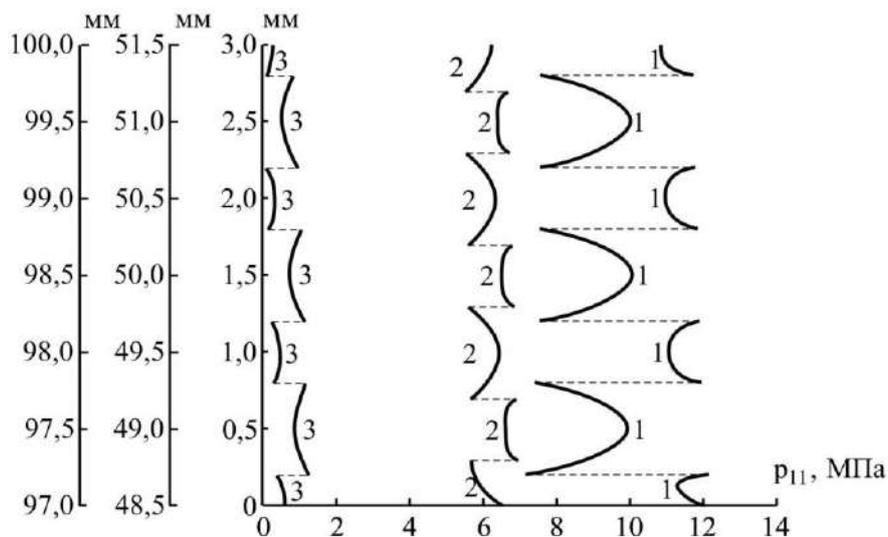


Рис. 4. Распределения осевых напряжений  $p_{11}$  в центральном сечении  $t = 0$  на протяжениях  $0 \leq z \leq 3$  мм,  $48,5 \text{ мм} \leq z \leq 51,5$  мм,  $97 \text{ мм} \leq z \leq 100 \text{ мм}$  трех сборок кольцевых элементов в цилиндре

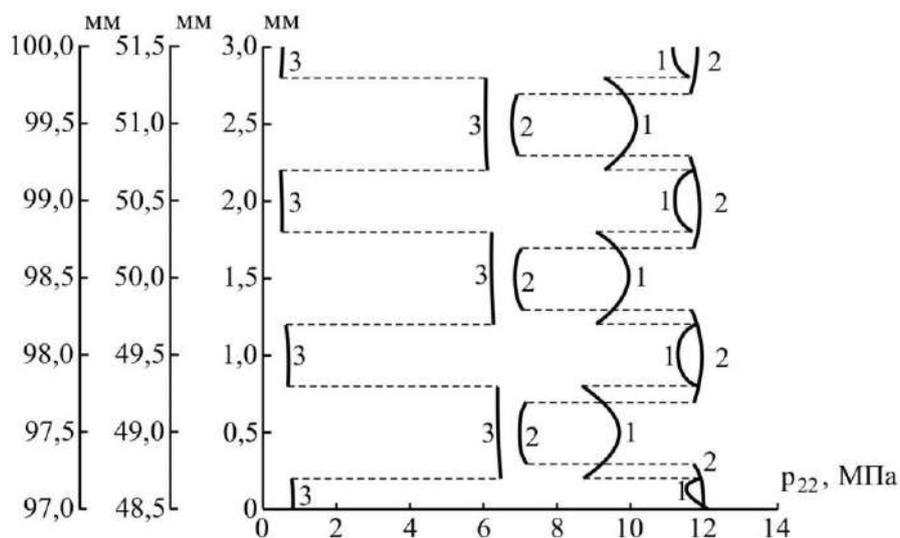


Рис. 5. То же для  $p_{22}$

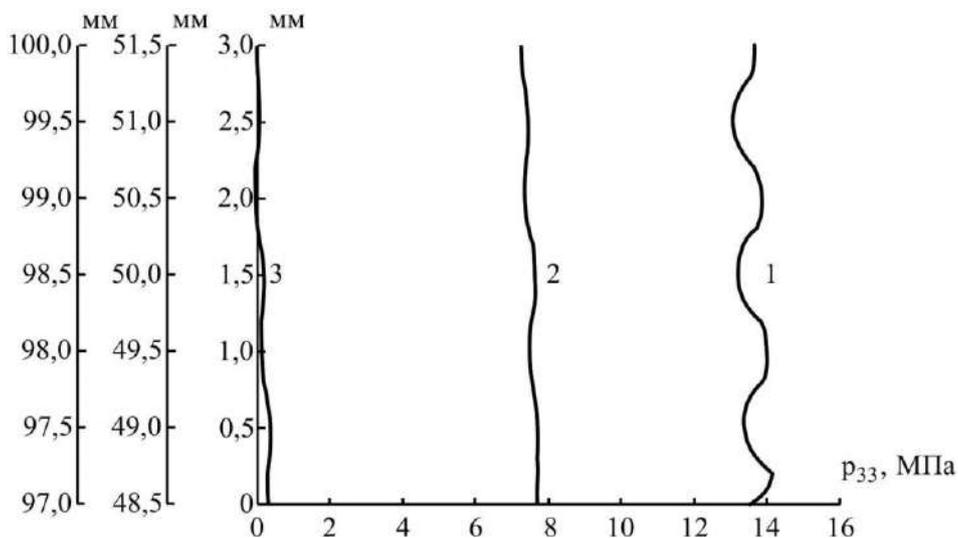


Рис. 6. То же для  $p_{33}$

Напряжения  $p_{33}$  по месту заделки и для кольцевых элементов, примыкающих к ней, превосходят наибольшие из осевых  $p_{11}$  и окружных  $p_{22}$  в цилиндре (дисковой сборке).

Так, для связующего по месту заделки ( $z=0$ )  $p_{33}=13,6$  МПа, во внутренней поверхности раздела связующего с первым волокном ( $z=0,2$  мм)  $p_{33}=14,2$  МПа.

Распределения напряжений в краевом сечении  $t=0,5$  мм, для рассматриваемыхборок из 3-х элементов, представлены на рис. 7-9. Данное сечение приходится только на связующий материал в сборках. Поэтому напряжения в нем отображаются для всех трехборок непрерывными без изломов кривыми их зависимостей от координаты  $z$ .

Отметим существенно более высокий уровень напряжений  $p_{22}$  и  $p_{33}$  в сечении  $t=0$  по сравнению с соответствующими напряжениями в сечении  $t=0,5$  мм. Осевые напряжения  $p_{11}$  в указанных сечениях для каждого из колец в сборках по своим максимальным и минимальным значениям различаются менее значительно, чем это имеет место для напряжений  $p_{22}$  и  $p_{33}$ .

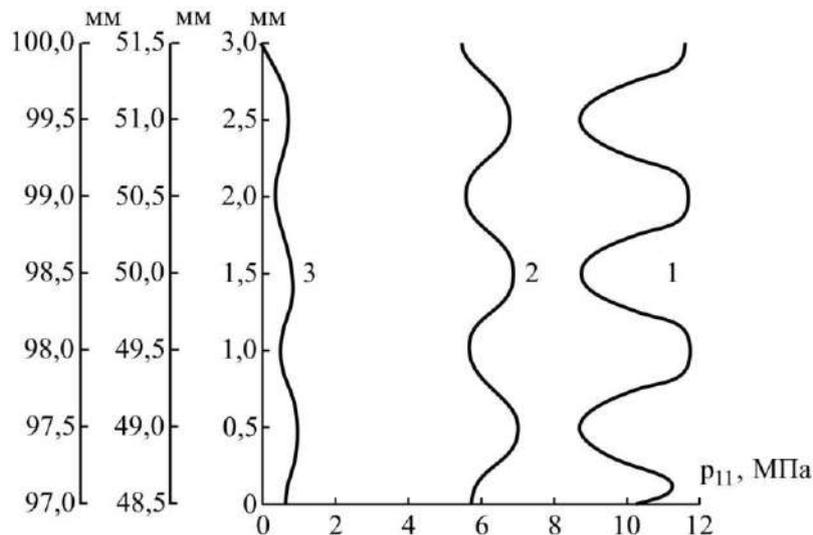


Рис. 7. Распределение осевых напряжений  $p_{11}$  в краевом сечении  $t=0,5$  мм на протяжениях  $0 \leq z \leq 3$  мм,  $48,5 \text{ мм} \leq z \leq 51,5 \text{ мм}$ ,  $97 \text{ мм} \leq z \leq 100 \text{ мм}$  трехборок кольцевых элементов в цилиндре

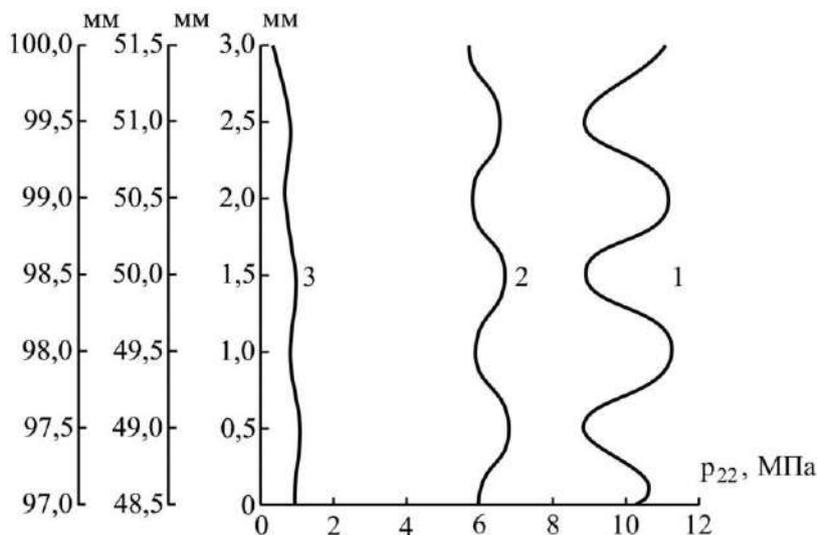


Рис. 8. То же для  $p_{22}$

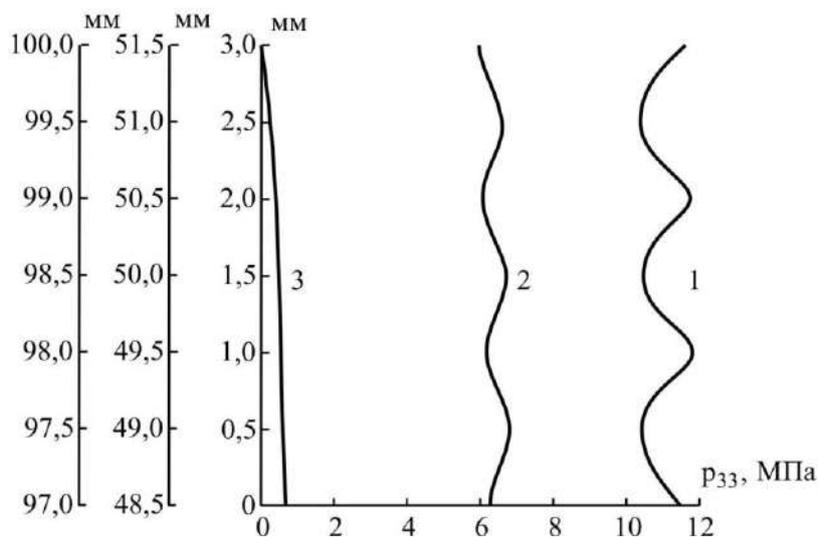


Рис. 9. То же для  $p_{33}$

На рис. 10 представлены зависимости радиальных перемещений  $u_{(3)}$  во внешней поверхности  $r = b$  от скорости вращения  $\omega/2\pi$  для пяти цилиндров с разными наполнениями волокнами и однородного цилиндра. Схема строения цилиндров с волокнами и условия решения задачи для них такие же, как и для исследуемого цилиндра с наполнением  $k_f = 0,36$  (см. рис. 1).

Цилиндры отличаются величинами квадратных сечений кольцевых волокон. Стороны сечений волокон в цилиндрах  $\delta = 3, 4, 5, 6$  и  $7$  мм, при которых их наполнения волокнами  $k_f = 0,09, 0,16, 0,25, 0,36, 0,49$  соответственно. Однородный цилиндр рассчитывали по отдельному алгоритму решения одномерной задачи, так и по общему алгоритму для цилиндров волокнистого строения с принятием для материала волокна параметров матрицы (при 201-ой точке дискретизации для одномерной задачи ее результаты решения совпали с результатами решения двухмерной задачи в пяти первых значащих цифрах представлений этих результатов). При используемом масштабе изображения кривые зависимостей отражают изменения внешних радиусов поперечных сечений цилиндров для всего интервала их положений  $0 \leq t \leq h/2$ . Расстояния между кривой и осевой горизонталью вдоль вертикального направления определяют увеличение толщины стенки цилиндра соответствующего наполнения с увеличением скорости его вращения.

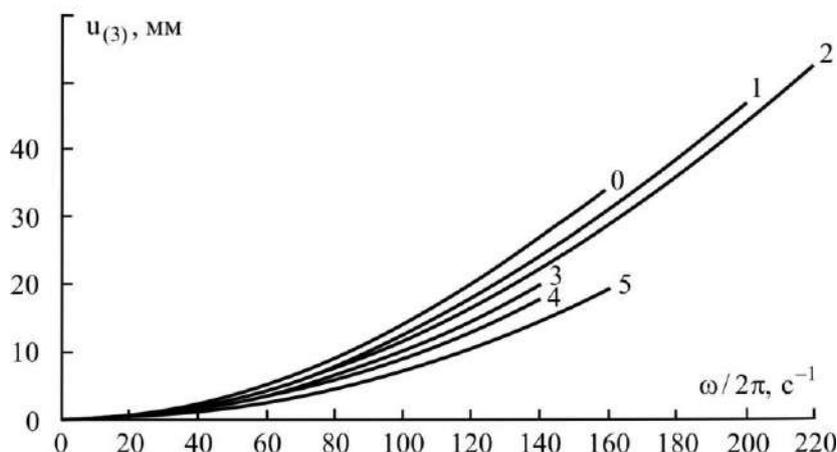


Рис. 10. Зависимости радиальных перемещений  $u_{(3)}$  во внешней поверхности цилиндра с жесткой посадкой от скорости вращения  $\omega/2\pi$  при наполнениях волокнами  $k_f = 0$  (0), 0,09 (1), 0,16 (2), 0,25 (3), 0,36 (4), 0,49 (5)

Отметим намного меньшее влияние наличия армирующих волокон на развитие конфигурации цилиндров и соответствующее изменение их кинетической энергии под воздействием вращения по сравнению с цилиндрами со свободной посадкой [1]. Например, радиальные перемещения во внешней поверхности однородного цилиндра и цилиндра с наполнением волокнами  $k_f = 0,36$  при  $\omega = 2\pi \cdot 140 \text{ с}^{-1}$  относятся между собой как

$$\frac{u_{(3)}[k_f = 0]}{u_{(3)}[k_f = 0,36]} = \frac{26,3 \text{ мм}}{17,3 \text{ мм}} = 1,5.$$

Тогда как в случае свободной посадки отношения радиальных перемещений во внешней и внутренней поверхностях для данных цилиндров при  $\omega = 2\pi \cdot 35 \text{ с}^{-1}$ , соответственно,

$$\frac{u_{(3)}[k_f = 0]}{u_{(3)}[k_f = 0,36]} \cong \frac{118 \text{ мм}}{7 \text{ мм}} \cong 17$$

и

$$\frac{u_{(3)}[k_f = 0]}{u_{(3)}[k_f = 0,36]} \cong \frac{82 \text{ мм}}{5 \text{ мм}} \cong 16.$$

Сравнительно слабое влияние волокон на развитие конфигурации цилиндра с жесткой заделкой по внутренней поверхности объясняется достаточно высоким сопротивлением материала матрицы при соответственно заданных граничных условиях (3.1)-(3.4). Цилиндр может деформироваться только в той мере, в какой материалы его матрицы и волокон являются сжимаемыми.

## ВЫВОДЫ

Представили результаты исследования эластичного цилиндра, периодически армированного кольцевыми волокнами квадратного сечения под воздействием вращения при жесткой посадке по внутренней поверхности. Цилиндр изучали при макроскопически плоском деформировании на основе модели кусочно-однородной среды. Конфигурация цилиндра при деформировании изменяется в той мере, в какой материалы его матрицы и волокон являются сжимаемыми. Установили наибольшее развитие деформаций связующего между волокнами в матрично-волоконном слое и в областях матричного слоя, примыкающих к волокнам. Выявили характер локального изменения напряжений в матрице и волокнах в характерных сечениях цилиндра. Определили глубину проникновения приповерхностного эффекта возле внутренней и внешней поверхностей цилиндра в пределах одного кольцевого элемента для каждой из них.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кострова М. М., Ахундов В. М. Деформирование эластичного цилиндра с кольцевыми волокнами под воздействием вращения при свободной посадке. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2017. № 1. С. 205–212.
2. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. Москва: Наука, 1980. 512 с.
3. Korn G. A., Korn T. M. *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems and Formulas for Reference and Review*. New-York: General Publ. Company, 2000. 1151 p.
4. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. Москва: Мир, 1975. 558 с.
5. Черных К. Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах. Ленинград: Машиностроение, 1986. 336 с.

**REFERENCES**

1. Kostrov, M. M. & Ahundov, V. M. (2017). Deformation of an elastic cylinder with annular fibers under the influence of rotation during a free landing. Visnyk Zaporizhzhya National University. Physics and mathematics, No. 1, pp. 205-212.
2. Lur'e, A. I. (1980). Nonlinear theory of elasticity. Moscow: Nauka.
3. Korn, G. A. & Korn, T. M. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems and Formulas for Reference and Review. New-York: General Publ. Company.
4. Ortega, Dzh. & Rejnboldt, V. (1975). Iterative methods for solving nonlinear systems of equations with many unknowns. Moscow: Mir.
5. Chernyh, K. F. (1986). Nonlinear theory of elasticity in machine-building calculations. Leningrad: Mashinostroenie.

УДК 624.03

**ПОРІВНЯННЯ АЛГОРИТМІВ ОПТИМІЗАЦІЇ В ДЕЯКИХ ЗАДАЧАХ  
БУДІВЕЛЬНОЇ МЕХАНІКИ**

Коструб Р. В., аспірант

*Український державний хіміко-технологічний університет,  
просп. Гагаріна, 8, Дніпро, Україна*

kostrub.r.v@gmail.com

У статті порівняно швидкодію алгоритмів оптимізації в задачі оптимального проектування шарнірно-стрижневих систем, які функціонують в агресивному середовищі. Задача оптимізації має обмеження у вигляді алгоритму, а простір розв'язків – неметричний, тому використовуватимуться алгоритми оптимізації, що не потребують градієнта. Наведено результати порівняння, які показують вищу швидкодію генетичного алгоритму.

*Ключові слова: генетичний алгоритм, випадковий пошук, агресивне середовище, корозія, шарнірно-стрижнева система.*

**СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ  
СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ**

Коструб Р. В., аспірант

*Украинский государственный химико-технологический университет,  
просп. Гагарина, 8, Днепр, Украина*

kostrub.r.v@gmail.com

В статье представлено сравнение быстродействия алгоритмов оптимизации в задаче оптимального проектирования шарнирно-стержневых систем, функционирующих в агрессивной среде. Задача оптимизации имеет ограничения в виде алгоритма, а пространство решений – неметрическое, поэтому будут использоваться алгоритмы оптимизации, не требующие градиента. Приведены результаты сравнения, которые показывают более высокое быстродействие генетического алгоритма.

*Ключевые слова: генетический алгоритм, случайный поиск, агрессивная среда, коррозия, шарнирно-стержневая система.*