

5. Ломакин В. А. Теория неоднородных тел. Москва: Изд-во МГУ, 1975. 355 с.
6. Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Поляков П. С. Ребристые цилиндрические оболочки. Киев: Наук. думка, 1973. 248 с.
7. Абовский Н. П. Ребристые оболочки. Ч. 1. Красноярск: Красноярский политехнический институт, 1967. 64 с.
8. Латифов Ф. С. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку: Элм, 1999. 164 с.
9. Ильгамов М. А., Иванов В. А., Гулин Б. В. Прочность устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. Москва: Наука, 1977. 332 с.

#### REFERENCES

1. Latifov, F. S., Isgkenderov, R. A. & Mikailov, S. B. (2013). Fluctuation transversely reinforced orthotropic cylindrical shells with a flowing liquid in a medium. Problemi vichislitelnoy mexaniki i prochnosti konstrukchiy, Iss. 21, pp. 132-139.
2. Latifov, F. S. & Suleymanova, S. Q. (2009). The problem of free oscillations of a reinforced system of cross-by axial compressive strength of cylindrical shells filled with a medium. Mexanika Mashin, Mexanizmov i Materilov, No. 1, pp. 59-62.
3. Suleymanova, S. G. (2007). Free vibrations longitudinally reinforced and loaded with axial compressive forces of a cylindrical shell with a filler. Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, Vol. XXVII, pp. 135-140.
4. Latifov, F. S. & Seyfullayev, F. A. (2004). Asymptotic analysis of oscillation eigenfrequency of orthotropic cylindrical shells in infinite elastic medium filled with liquid. Trans.of NAS. Acad. of Azerb. ser. of physical-technical and mathematical sciences, Vol. XXIV, No. 1, pp. 227-230.
5. Lomakin, V. A. (1975). The theory of heterogeneous bodies. Moscow: Izdatelstvo MGU.
6. Amiro, I. Ya., Zaruchkiy, V. A. & Polyakov, P. S. (1973). Ribbed cylindrical shells. Kiev: Naukova dumka.
7. Abovskiy, N. P. (1967). Ribbed shells. Pt. 1. Krasnoiarisk: Krasnoiariskii politekhnicheskii institut.
8. Latifov, F. S. (1999). Fluctuations shells with elastic and liquid media. Baku: Elm.
9. Ilqamov, M. A., Ivanov, V. A. & Qulin, B. A. (1977). Strength, Stability and Dynamics of Shells with an elastic filler. Moscow: Nauka.

УДК 531.383

### ВОПРОСЫ МЕТОДОЛОГИИ АНАЛИЗА, УПРАВЛЕНИЯ, РЕГУЛИРОВАНИЯ, ИДЕНТИФИКАЦИИ И НАБЛЮДЕНИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Леонтьева В. В., к. ф.-м. н., доцент, Кондратьева Н. А., к. ф.-м. н., доцент

*Запорожский национальный университет,  
ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, 69600, Украина*

vleonteva15@gmail.com, n-kondr@mail.ru

В статье разработана и представлена методика проведения анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, которая позволяет систематизировать основные этапы, методы и подходы к получению эффективного алгоритма комплексного исследования и регулирования гироскопических систем в условиях полной и неполной информации об исследуемом объекте. Выделена связь между анализируемыми свойствами систем и рядом задач управления, регулирования, наблюдения, идентификации и адаптации. Предложены отдельные задачи, опирающиеся на результаты разработанной методики, стоящие при основном и/или дополнительном изучении и моделировании гироскопических систем.

*Ключевые слова:* гироскоп, гироскопическая система, методика, анализ, управляемость, наблюдаемость, идентифицируемость, чувствительность, адаптируемость.

## ПИТАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ АНАЛІЗУ, КЕРУВАННЯ, РЕГУЛЮВАННЯ, ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТА СПОСТЕРЕЖЕННЯ ГІРОСКОПІЧНИХ СИСТЕМ

Леонтьєва В. В., к. ф.-м. н., доцент, Кондрат'єва Н. О., к. ф.-м. н., доцент

*Запорізький національний університет,  
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна*

vleonteva15@gmail.com, n-kondr@mail.ru

У статті розроблено і представлено методика проведення аналізу гіроскопічних систем і математичних моделей, що описують їх поведінку, яка дозволяє систематизувати основні етапи, методи та підходи до отримання ефективного алгоритму комплексного дослідження і регулювання гіроскопічних систем в умовах повної та неповної інформації про досліджуваний об'єкт. Виділено зв'язок між аналізованими властивостями систем і рядом задач керування, регулювання, спостереження, ідентифікації та адаптації. Запропоновано окремі задачі, які спираються на результати розробленої методики, ставляться при основному та/або додатковому вивченні й моделюванні гіроскопічних систем.

*Ключові слова: гіроскоп, гіроскопічна система, методика, аналіз, керованість, спостережуваність, ідентифікованість, чутливість, адаптованість.*

## QUESTIONS ABOUT METHODOLOGY OF ANALYSIS, CONTROL, REGULATION, IDENTIFICATION AND OBSERVATION OF GYROSCOPIC SYSTEMS

Leontieva V. V., PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor,  
Kondratieva N. A., PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor

*Zaporizhzhya National University,  
Zhukovsky str., 66, Zaporizhzhya, 69600, Ukraine*

vleonteva15@gmail.com, n-kondr@mail.ru

The quality of mathematical models and the usefulness of research of gyroscopic systems are fundamentally depends on the chosen methodology for quantitative and qualitative research of such systems and the applied mathematical apparatus. This paper is devoted to the disclosure of the essence and presentation of the main stages of the analysis of the main features of gyroscopic systems and mathematical models describing their behavior.

The general recommendations for the analysis of gyroscopic systems in order to identify the main regularities in the methodology for carrying out such analysis and also in the general methodology for research of gyroscopic systems formulated on their basis is proposed. The relationship between the analyzed properties of systems and a number of such problems as control, regulation, observation, identification and adaptation is obtained in this work. These recommendations are disclosed in the form of an algorithm that realizes the conceptual aspects of the methodology for studying gyroscopic systems. In this case, the above algorithm for analyzing gyroscopic systems and mathematical models describing their behavior is sufficiently enlarged. According to the goal of research, we propose to realize the research of gyroscopic systems and their mathematical models in the following areas: 1) carrying out the analysis for determination of possibility conditions of application of a precession theory and for selection the methods for constructing precessional equations of systems; study of nutation oscillations; 2) implementation of qualitative study of the behavior of solutions of differential equations, which consists in studying the properties of trajectories and their motions in phase space; analysis of the stability of the motion of gyroscopic systems; 3) investigation of the influence of gyroscopic forces on the character and stability of the motion of the studied system and on the stationary motion of gyroscopic systems; 4) determination of conditions for stabilization using gyroscopic forces of unstable potential and non-conservative systems; 5) determination and subsequent analysis of the set of reachability of gyroscopic systems; 6) research of such basic properties of gyroscopic systems as controllability, observability, identifiability, parametric sensitivity and adaptability. Such analysis is also possible in other areas, determined by the direct goal of the control and regulation problems.

In view of the characteristic features of gyroscopic systems that affect the type of mathematical models used to describe their behavior, the selection of methods that perform model analysis of an object and the search for appropriate solutions taking into account these features, as well as the stated goal and problems of the carried out research, some certain problems based on the results of the developed methodology are allocated in this work. Such problems could be used for basic and/or additional study and modeling of gyroscopic systems and are able to allow to synthesize mathematical models of the object and/or algorithms for its control, regulation, observation, identification and adaptation.

In the conclusion it should be noted that proposed methodology allows to systematize the main stages, methods and approaches for obtaining an effective algorithm for the complex investigation and regulation of a gyroscopic systems in conditions of complete and incomplete information about the studied object. The main attention is paid to the conceptual aspects and methodology of research.

*Key words: gyroscope, gyroscopic system, methodology, analysis, controllability, observability, identifiability, sensitivity, adaptability.*

## ВВЕДЕНИЕ

В виду активно развивающихся технологий в области исследования имеющихся и разработки новых гироскопических систем, стремительно совершенствуется и математический аппарат, позволяющий провести качественный анализ их динамических характеристик, а также ряд действий, направленных на получение желаемых результатов исследования. Поскольку гироскопические системы содержат в своей структуре гироскопические элементы (или гироскопы в целом), исследование таких систем зачастую характеризуется трудностями, связанными, прежде всего, с трудоемкостью проведения исследований, вызванных как сложностью используемого математического аппарата, так и рядом особенностей исследуемого объекта и применяемой для этого методологии анализа, управления и регулирования. Вопросам анализа и разработки методов исследования гироскопических систем в последнее время уделяется все большее внимание. Вызвано это, в первую очередь, достаточно широкой областью применения гироскопических систем и приборов в различных сферах науки и техники [1-10]. Так, например, гироскопические системы различной структуры и назначения применяются для автоматического управления движением самолётов, судов, торпед, ракет, космических аппаратов, мобильных роботов, для осуществления целей навигации (указатели курса, поворота, горизонта, сторон света), для измерения угловой ориентации подвижных объектов, в приборостроении, в горнорудной и нефтяной промышленности – при строительстве метрополитенов, прокладке шахт и тоннелей, при бурении скважин и во многих других случаях.

Кроме того, гироскопические системы обладают рядом особенностей, которые влияют как на вид используемых для описания их поведения математических моделей, так и на выбор методов, осуществляющих анализ математических моделей объекта и поиск соответствующих решений с учетом указанных особенностей гироскопических систем, их конструкции, назначения, а также поставленной цели и задач осуществляемого исследования.

В виду этого, данная работа, посвященная выработке общих рекомендаций по проведению анализа гироскопических систем, основанных на общем определении гироскопических сил по В. Томсону и П. Тету [1, 3], с целью выявления основных закономерностей в методологии проведения такого анализа и в сформулированной на их основе общей методологии исследования, является особенно актуальной. Главное внимание при этом уделяется концептуальным аспектам и методологии проведения исследований.

## ЦЕЛЬ, ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

*Целью работы* является разработка общей методологии анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, с целью выявления основных закономерностей в методологии проведения такого анализа и выделение основных задач, опирающихся на результаты разработанной методологии.

*Объектом исследования* в работе выступают гироскопические системы и математические модели, описывающие их поведение.

*Предметом исследования* являются особенности гироскопических систем, основные свойства и задачи гироскопических систем управления, а также математический аппарат, применяемый для проведения исследования гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение.

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ АНАЛИЗА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

При исследовании гироскопических систем наиболее приоритетными для изучения являются задачи модального, оптимального, программного и адаптивного управления и регулирования. Необходимость в управлении и регулировании таких систем возникает при

отсутствии возможности корректировать входные параметры моделей, описывающих поведение сложных систем, стабилизировать неустойчивые системы, улучшать динамические свойства систем и др., то есть в случаях, когда нужно изменить исследуемый процесс таким образом, чтобы характеризующие его показатели удовлетворяли определенным требованиям.

Практически все эти задачи решаются в условиях наличия полной информации о векторе состояния и структуре математической модели объекта исследования. В том случае, если о состоянии объекта или структуре модели нет полной информации, возникает необходимость в решении дополнительных задач – соответственно, задач наблюдения и идентификации, позволяющих оценить элементы вектора состояния и, тем самым, восстановить его значения, уточнить структуру и параметры моделей с тем, чтобы в дальнейшем использовать полученные результаты для управления и регулирования исследуемых систем. Такой подход к исследованию систем управления, в сущности, позволяет синтезировать математические модели и алгоритмы управления исследуемых систем при невыполнении каких-либо из анализируемых свойств систем управления, расширяя, таким образом, возможности и границы применимости решаемых задач модального, оптимального, программного и адаптивного управления и регулирования. Прежде чем синтезировать алгоритмы управления, наблюдения, идентификации и адаптации, целесообразно рассмотреть принципиальные возможности осуществления этих процессов для заданного объекта или системы. Эти возможности в значительной степени выявляются при изучении таких свойств системы, как управляемость, наблюдаемость, идентифицируемость и адаптируемость. Указанные свойства принято изучать для исследуемых систем в идеализированных условиях, при отсутствии возмущений и шумов, способных воздействовать на объект соответственно управления, наблюдения, идентификации и адаптации и, тем самым, изменять его динамические характеристики. Также целесообразно исследовать систему и ее математические модели на устойчивость и параметрическую чувствительность. Кроме перечисленных свойств систем управления при проведении анализа исследуемых систем могут быть исследованы также и свойства, связанные с влиянием постоянно действующих возмущающих воздействий (статизм, астатизм, инвариантность по отношению к внешним воздействиям и т.п.) [11, 12].

После тщательного анализа специальной литературы по выделенному направлению исследования с учетом выявленных общих свойств гироскопических систем можно выделить в общем виде следующие основные этапы анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение.

*1 этап. Проведение анализа по определению условий возможности применения прецессионной теории, а также по выбору методов составления прецессионных уравнений систем. Изучение нутационных колебаний.*

Данный этап анализа направлен на упрощение полных уравнений движения гироскопических систем, представляющих собой дифференциальные уравнения второго порядка, путем построения прецессионных уравнений движения гироскопических систем первого порядка, с помощью которых в некоторых случаях удастся получить приемлемое для практики решение. Составление таких прецессионных уравнений может осуществляться стандартными методами [1-3, 8], например, путем замены кинетической энергии системы в уравнениях Лагранжа для определяющих координат линейной частью функций Рауса, составленной для циклических координат; путем исключения циклических скоростей в обычных уравнениях Лагранжа преобразованием Рауса; используя метод моментов и др. Можно использовать также и другие подходы, например, предложенный Л. К. Кузьминой и также позволяющий получить укороченные модели гироскопических систем меньшего порядка [13].

На данном этапе при этом предварительно необходимо провести следующие исследования:

- выбрать и обосновать метод построения прецессионных уравнений;
- проверить приемлемость решений прецессионных уравнений;
- определить условия эквивалентности прецессионных и полных уравнений системы.

Кроме того, на этом этапе проводится исследование изучаемого прецессионного движения под действием внешних сил, то есть ситуаций, когда прецессия перестает быть равномерной (регулярной), а сопровождается нутациями [1-3, 8].

*2 этап. Осуществление качественного исследования поведения решений дифференциальных уравнений, состоящем в изучении свойств траекторий и описывающих их движений в фазовом пространстве. Проведение анализа устойчивости движения гироскопических систем.*

Данный этап исследования систем является особенно важным при проведении анализа математических моделей систем управления и получаемых по ним решений. Вызвано это требованиями областей применения и использования гироскопических систем. При этом исследование устойчивости движения гироскопических систем возможно проводить как стандартными методами [11, 12, 14-17], так и отличными от традиционных, в частности, с использованием подхода декомпозиции матриц системы [5], позволяющим получить более полные выводы об устойчивости и при котором исследование решений нестационарной системы, описывающей поведение изучаемого объекта, сводится к исследованию стационарной системы, полученной в результате применения конструктивного преобразования Ляпунова [14], и к непосредственному исследованию такого преобразования. В данном случае методологические аспекты исследования устойчивости рассмотрены применительно к устойчивости в смысле Ляпунова, в виду ее понимания как внутреннего свойства системы или движения. В таком смысле устойчивость рассматривается как категория, относящаяся как к собственным движениям системы, порождаемым начальными условиями (возмущениями), так и внутренними свойствами системы [11]. Однако, в отдельных практических задачах анализа гироскопических систем, часто ставятся задачи по исследованию устойчивости в других смыслах, позволяющие дополнить результаты исследований устойчивости по Ляпунову, полученные в идеальных условиях без шумов и постоянно действующих воздействий.

Также необходимо отметить, что одним из направлений общей теории устойчивости движения является анализ влияния на исследуемую систему структуры сил, действующих в ней [11, 12]. При этом виды сил классифицируются по ряду формальных признаков на основе системы уравнений возмущенного движения. В таком случае, на основе результатов такого анализа можно, например, выявить дестабилизирующие и стабилизирующие факторы, получить необходимые (или достаточные) условия устойчивости (или неустойчивости) движения исследуемой системы, а также провести выбор значений параметров объекта еще на этапе проектирования, и, таким образом, синтезировать модель, обеспечивающую выполнение желаемых требований. В данном случае исследование влияния гироскопических сил осуществляется на следующем этапе.

*3 этап. Исследование влияния гироскопических сил на характер и устойчивость движения системы, а также на стационарное движение гироскопических систем.*

С учетом того, что гироскопические силы, проявляющиеся в исследуемых системах, зависят от некоторого параметра и обладают рядом отличительных особенностей и свойств, проявляющихся при изменении скоростей собственного вращения, кроме анализа влияния гироскопических сил, необходимо исследовать зависимость свойств таких сил, получаемых решений уравнений движения гироскопических систем и свойств систем от указанного параметра. Также такой анализ позволяет в отдельных случаях качественно оценить влияние гироскопических сил на устойчивость движения системы. Кроме того, на данном этапе анализа необходимо исследовать стационарное движение гироскопических систем, а также

изучить влияния гироскопических сил на такое движение системы. Общие вопросы проведения подобного анализа достаточно полно представлены в работах [1-3, 6, 8].

4 этап. *Определение условий стабилизации с помощью гироскопических сил неустойчивых потенциальных и неконсервативных систем.*

Известно, что в некоторых случаях малые силы трения усиливают динамическую неустойчивость системы (из-за наличия дополнительных позиционных неконсервативных сил). Такое явление, например, может проявляться при моделировании динамики ракетносителей космических аппаратов при исследовании влияния диссипативных сил на устойчивость движения систем, когда система находится под воздействием следящих сил. В таком случае на данном этапе проводится исследование колебаний потенциальных и неконсервативных систем. В общем случае данный этап анализа опирается на общую методологию, наиболее полно описанную в работах [1-3, 8, 10] и позволяет на основе качественного исследования потенциальных и неконсервативных систем выделить и обосновать условия стабилизации указанных неустойчивых систем с помощью гироскопических сил.

5 этап. *Исследование управляемости гироскопических систем.*

Данный этап анализа имеет принципиальное значение при исследовании систем и реализации последующего модального, программного, оптимального, адаптивного и других видов управления и регулирования. Так, на результаты исследования управляемости опирается исследование наблюдаемости, чувствительности, инвариантности, идентифицируемости, а также достижимости и адаптируемости исследуемых систем. В виду этого исследование управляемости имеет определяющее значение при решении указанных задач. При этом понятие «управляемость» тесно связано с понятием «управляемая система». Так, согласно А. И. Егорову [12], под управляемой системой понимается любая совокупность материальных объектов, на поведение которых во времени можно влиять выбором целенаправленных внешних воздействий. Именно возможность такого выбора и определяет управляемую, частично управляемую и неуправляемую систему. Для того чтобы исследовать, имеется ли принципиальная возможность управления объектом исследования, необходимо, прежде всего, провести анализ исследуемой системы на предмет ее управляемости со структурно-качественной стороны. Так, случай, когда система является управляемой, означает, что объект исследования можно перевести из одного (начального) заданного множества состояний в другое (конечное, предписанное) заданное множество состояний, как правило, за конечное время  $(t_1 - t_0)$ . В случае, когда объект исследования оказывается неуправляемым, с помощью методов теории управления возможно добиться полной (или хотя бы частичной) управляемости объекта исследования.

Также важно отметить, что исследование управляемости используется и при решении задачи выбора управляющего воздействия, исходя из различных требований, предъявляемых к изучаемой системе. Такая задача возникает в том случае, когда исследуемая система содержит несколько управляющих воздействий и требуется из них выбрать такое, которое по выбранному критерию управляемости [11] окажется наилучшим. В таком случае исследование управляемости проводится с количественной стороны [12].

Другие понятия управляемости, в частности, понятия относительной, условной и положительной управляемости, возможные к применению при проведении анализа гироскопических систем, достаточно полно изложены в монографии [18]. Такие понятия управляемости, наряду с традиционными, позволяют отразить новые черты управляемых объектов, что также представляет практический интерес при проведении анализа гироскопических систем.

Проводится исследование управляемости в условиях полной информации обо всех переменных состояния исследуемой системы, а также в идеальных условиях без шумов и постоянно действующих воздействий.

6 этап. *Определение и последующий анализ области (множества) достижимости гироскопических систем.*

При исследовании моделей гироскопических систем часто возникает задача построения или оценивания областей достижимости фазовых состояний соответствующих динамических систем в различные моменты времени. Такая задача является одной из фундаментальных задач теории управления динамическими системами, а области достижимости играют важную роль при решении задач управления, наблюдения и прогнозирования. Причем в большинстве практических задач используются численные методы построения области достижимости, в то время как аналитически область достижимости удается построить лишь в простейших случаях. Наиболее полно упомянутые методы отображены в работах [6, 19-22].

Важность осуществления данного этапа анализа объясняется тем, что точное или приближенное знание областей достижимости управляемой системы позволяет оценить предельные возможности системы управления, а также выбрать оптимальное или субоптимальное управление [18, 22]. В случае же исследования системы, подверженной возмущениям, области достижимости позволяют получить оценку разброса траекторий под влиянием этих возмущений, что также является одной из прикладных задач теории гироскопических систем, имеющих важное практическое значение. Обзор важнейших результатов этого направления достаточно полно представлен в [6, 17, 19].

7 этап. *Исследование наблюдаемости гироскопических систем.*

Анализ проблемы наблюдаемости гироскопических систем является первоначальным этапом при решении задачи наблюдения и показывает принципиальную возможность наблюдения системы, то есть возможность восстановления вектора состояния исследуемой системы по измерениям ее наблюдаемой переменной. Общие вопросы методологии исследования наблюдаемости изложены в [11, 12, 23, 24]. Проводится исследование наблюдаемости в идеальных условиях без шумов и постоянно действующих воздействий.

8 этап. *Исследование идентифицируемости гироскопических систем.*

Необходимость в изучении данного вопроса вызвана тем, что при решении задач управления динамическими объектами, к которым относится и класс изучаемых систем, часто возникают ситуации, когда математические модели, описывающие их поведение, не всегда точно отражают исследуемые процессы и ставится задача об уточнении структуры и параметров указанных моделей. В этом случае параметрическая идентификация моделей обеспечивает принципиальную возможность определения параметров математических моделей системы по результатам измерения определенных выходных величин в течение некоторого интервала времени [25, 26]. Проводится исследование идентифицируемости в идеальных условиях без шумов и постоянно действующих воздействий.

9 этап. *Исследование параметрической чувствительности гироскопических систем.*

На данном этапе проводится исследование свойства параметрической чувствительности основных характеристик исследуемой системы к вариациям их параметров, а также анализ влияния вариации параметров на свойства исследуемых систем управления. При этом под чувствительностью, в общем случае, понимается свойство систем изменять свои характеристики при изменении различных внутренних и внешних факторов [27, 28], в качестве которых, при рассмотрении параметрической чувствительности, выступают параметры математических моделей, описывающих поведение исследуемых гироскопических систем [27-30].

10 этап. *Исследование адаптируемости гироскопических систем.*

Анализ адаптируемости гироскопических систем является основным этапом при решении задачи адаптивного управления и показывает принципиальную возможность адаптации системы, то есть показывает, существует ли в рамках заданной структуры регулятора решение задачи адаптации регулятора к изменению параметров объекта управления. Общие вопросы методологии исследования адаптируемости изложены в [7, 31, 32].

Необходимо отметить, что приведенный алгоритм проведения анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, является достаточно укрупненным. Проведение анализа возможно и по другим направлениям, включающим исследование измеримости тех или иных физических величин, участвующих в описании моделей объекта, определение влияния отдельных составляющих таких моделей на основные свойства систем управления, изучение возможностей и влияния применения декомпозиции модели на основные характеристики и особенности объекта, исследование существенных и несущественных параметров моделей и их влияние на результаты моделирования и управления, изучение вопросов о корректности, адекватности, полноте и т.д. модели, достоверности полученных результатов, а также таких свойств динамических систем, как надежность, точность, инвариантность, робастность и др. Указанные «дополнительные» задачи анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, проводятся при необходимости и определяются непосредственной целью ставящихся перед исследователем задач управления и регулирования.

### **СВЯЗЬ АНАЛИЗИРУЕМЫХ СВОЙСТВ И ОСОБЕННОСТЕЙ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ЗАДАЧАМИ УПРАВЛЕНИЯ, РЕГУЛИРОВАНИЯ, ИДЕНТИФИКАЦИИ И НАБЛЮДЕНИЯ**

Необходимо указать, что приведенная в предыдущем пункте статьи последовательность осуществления этапов предлагаемого анализа выбирается исследователем в рамках последовательного выбора решаемых задач, когда необходимо проверить принципиальную возможность осуществления выбранного направления управления и регулирования. В случае невыполнения требуемых в каждой конкретной постановке определенных требований и свойств, предъявляемых к системе исследования, следует ставить дополнительные задачи управления, позволяющие синтезировать математические модели объекта и/или алгоритмы его управления, регулирования, наблюдения, идентификации и адаптации.

В данном пункте статьи приведем основные задачи ставящихся при дополнительном изучении и моделировании гироскопических систем, и находящиеся в непосредственной связи с предложенным анализом гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение.

#### *1. Осуществление программного управления движением гироскопических систем.*

Задача программного управления часто возникает в тех случаях, когда необходимо определить такое управление, которое бы позволило осуществить движение исследуемых гироскопических систем по заранее заданному закону с сохранением требуемых свойств. Одним из подходов, позволяющих реализовать подобное управление, является подход к определению программного управления, основная идея которого основана на концепции обратных задач динамики, исторически возникших в рамках теоретической механики и применяющихся для вычисления сил, действующих на объект, по известной траектории его движения [10, 33-35]. Обратная задача динамики в данном случае может быть сформулирована следующим образом: необходимо осуществить формирование эталонной траектории движения объекта и определить программные управления, реализующие данные траектории. В такой постановке в работе предлагается использовать методику управления движением гироскопических систем, позволяющую исследовать неизвестные и недоступные при использовании прямого моделирования свойства объекта управления, осуществить

построение программной траектории, переводящей исследуемую систему управления из заданного начального положения в предписанное (желаемое) конечное положение и реализующего ее программного управления, а также синтезировать алгоритм управления, обеспечивающий работу гироскопических систем управления с сохранением заданных свойств и достижением требуемых характеристик исследуемых систем. Решение указанной задачи целесообразно проводить в соответствии с алгоритмом, описанным в работе [36].

## *2. Осуществление замкнутого управления движением гироскопических систем.*

Задача подобного вида достигается введением (новой и/или дополнительной) обратной связи в исходную математическую модель объекта с последующим выполнением всех перечисленных в предыдущем пункте данной статьи этапов анализа гироскопических систем и полученных математических моделей с учетом введенной обратной связи [11, 12, 18, 22, 23]. При решении указанной задачи появляется дополнительная возможность корректировки параметров исходной модели, стабилизация неустойчивой системы, корректировка параметрической чувствительности модели, а также возможность улучшения динамических свойств гироскопической системы. Причем, для того, чтобы имелась принципиальная возможность осуществления замкнутого управления, гироскопическая система должна быть управляемой в одном из приведенных смыслах управляемости.

## *3. Осуществление наблюдения за гироскопической системой.*

Задача наблюдения состоит в нахождении вектора состояния системы на основании неполных данных о его компонентах, заданных с помощью выходной функции [23]. Необходимость же в наблюдении таких систем возникает в том случае, когда не все компоненты вектора состояния объекта исследования являются доступными для измерения в силу либо ограниченности измерительных устройств, либо когда проведение измерения переменных состояния не представляется возможным [11, 12, 23, 24]. Решение задачи при этом должно осуществляться при условии соблюдения трех основных условий: адекватности математической модели, наблюдаемости модели и состоятельности алгоритма оценивания параметров модели. Основные результаты теоретических исследований методов и приемов теории наблюдения изложены в работах [11, 12, 23], практические аспекты применения методологии наблюдения за динамическими системами, в том числе и гироскопическими системами, рассмотрены в работах [1, 23, 24].

## *4. Осуществление адаптивного управления движением гироскопических систем.*

Как было изложено выше, в общем случае, при решении задач модального, программного, оптимального управления и регулирования предполагается, что об объекте управления имеется полная информация, то есть предполагается, что математическая модель и вектор состояния соответствующей гироскопической системы являются полностью определенными. В противном случае, в условиях неполной информации об объекте, предлагалось проводить восстановление (оценивание) вектора состояний и самой математической модели объекта путем решения задач наблюдения и, соответственно, идентификации, делая, тем самым, систему доступной для указанных управлений и регулирований. При осуществлении же адаптивного управления необходимо рассматривать задачи управления при условии, что структура математической модели изучаемого объекта уточняется в процессе управления на неограниченном интервале времени путем использования возмущающих воздействий в качестве пробных управляющих сигналов, позволяющих осуществить уточнение математической модели объекта в объеме, минимально необходимом для достижения заданной цели управления. Тем самым, в процессе адаптивного управления объектом ставится задача идентификации и наблюдения за поведением объекта на неограниченном интервале времени.

На сегодняшний день задачи адаптивного управления являются одними из приоритетных, но вместе с тем, наиболее трудно реализуемых в теории управления. Осуществляется

адаптивное управление после проведения исследования адаптируемости объекта управления. Основные результаты теоретических исследований методов и приемов теории адаптивного управления изложены в работах [11, 31, 32], практические аспекты применения методологии адаптивного управления динамическими системами, а том числе и гироскопическими системами, рассмотрены в работах [7, 32].

В данной работе в качестве предложенных задач и анализируемых свойств управляемой системы выбраны основные, необходимые для данного исследования и в рамках выбранного смысла управления и регулирования гироскопических систем. В общем случае, в зависимости от поставленной при проведении исследований задачи и выбранной цели управления, данный перечень задач и анализируемых свойств можно продолжить.

### ВЫВОДЫ

Подводя итог проведенному исследованию, можно выделить следующие результаты.

В работе, по результатам проведенного анализа основных особенностей гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, предложены общие рекомендации по проведению анализа гироскопических систем с целью выявления основных закономерностей в методологии проведения такого анализа и в сформулированной на их основе общей методологии исследования гироскопических систем. Выделена связь между анализируемыми свойствами систем и рядом задач управления, регулирования, наблюдения, идентификации и адаптации. Указанные рекомендации раскрыты в виде алгоритма, реализующего концептуальные аспекты методологии исследования гироскопических систем. При этом алгоритм проведения анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, является достаточно укрупненным. Проведение анализа возможно и по другим направлениям, определяющимся непосредственной целью ставящихся перед исследователем задач управления и регулирования.

В виду характерных особенностей гироскопических систем, влияющих на вид используемых для описания их поведения математических моделей, на выбор методов, осуществляющих анализ моделей объекта и поиск соответствующих решений с учетом этих особенностей, а также поставленной цели и задач осуществляемого исследования, в работе выделены отдельные задачи, опирающиеся на результаты разработанной методики, ставящиеся при основном и/или дополнительном изучении и моделировании гироскопических систем и позволяющие синтезировать математические модели объекта и/или алгоритмы его управления, регулирования, наблюдения, идентификации и адаптации. Главное внимание при этом уделено концептуальным аспектам и методологии проведения исследований.

Таким образом, в работе разработана и представлена методика проведения анализа гироскопических систем и математических моделей, описывающих их поведение, которая позволяет систематизировать основные этапы, методы и подходы к получению эффективного алгоритма комплексного исследования и регулирования гироскопических систем в условиях полной и неполной информации об исследуемом объекте.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Меркин Д. Р. Гироскопические системы. Москва: Наука, 1974. 344 с.
2. Бороздин В. Н. Гироскопические приборы и устройства систем управления: учеб. пособие для вузов. Москва: Машиностроение, 1990. 272 с.
3. Пельпор Д. С. Гироскопические системы. Теория гироскопов и гироскопических стабилизаторов: учеб. для вузов. Москва: Высшая школа, 1986. 423 с.
4. Басараб М. А., Кравченко В. Ф., Матвеев В. А. Методы моделирования и цифровая обработка сигналов в гироскопии. Москва: Физматлит, 2008.
5. Каленова В. И., Морозов В. М., Соболевский П. М. Об устойчивости механических систем определенного класса. *Прикладная математика и механика*. 2008. Т. 72, № 2. С. 251–259.

6. Воронов Е. М., Карпунин А. А. Алгоритм оценки границ области достижимости летательного аппарата с учетом тяги. *Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение»*. 2007. № 4(69). С. 81–99.
7. Агамалов Ю. Р. О построении средств измерений на основе принципа адаптации. *Автоматика и телемеханика*. 2007. № 7. С. 166–179.
8. Ишлинский А. Ю. Механика гироскопических систем. Москва: Изд-во АН СССР, 1963. 482 с.
9. Саранчин А. И., Завьялов В. В. Системы автоматического управления в навигационных приборах: учеб. пособие. Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2011. 76 с.
10. Ермошина О. В., Крищенко А. П. Синтез программных управлений ориентацией космического аппарата методом обратных задач динамики. *Известия РАН Теория и системы управления*. 2000. № 2. С. 155–162.
11. Справочник по теории автоматического управления: Красовский А. А. (ред.). Москва: Наука, 1987. 712 с.
12. Егоров А. И. Основы теории управления. Москва: Физматлит, 2004. 504 с.
13. Кузьмина Л. К. К задаче о разделении движений в динамике систем гиростабилизации. *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2016. Вып. 9(57). С. 1–14.
14. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. Москва: Наука, 1968. 576 с.
15. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. Москва: Наука, 1967. 223 с.
16. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. Москва: Изд-во иностранной литературы, 1954. 216 с.
17. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. Москва: Наука, 1979. 336 с.
18. Габасов Р., Кириллова Ф. Качественная теория оптимальных процессов. Москва: Наука, 1971. 508 с.
19. Андреев Ю. Н. Дифференциально-геометрические методы в теории управления. *Автоматика и телемеханика*. 1982. № 10. С. 5–46.
20. Воронов Е. М., Карпенко А. П., Козлова О. Г., Федин В. А. Численные методы построения области достижимости динамической системы. *Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение»*. 2010. № 2(79). С. 3–20.
21. Никольский М. С. Об оценке множества достижимости нелинейного объекта изнутри. *Дифференциальные уравнения*. 1999. Т. 35, № 11. С. 1487–1491.
22. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Москва: Физматгиз, 1969. 384 с.
23. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. Москва: Мир, 1977. 656 с.
24. Леонтьева В. В., Кондратьева Н. А. Наблюдаемость отдельного класса сложных динамических систем. *Проблемы информационных технологий*. 2015. № 18. С. 89–95.
25. Гроп Д. Методы идентификации систем. Москва: Мир, 1979. 304 с.
26. Клейман Е. Г. Идентификации нестационарных объектов. *Автоматика и телемеханика*. 1999. № 10. С. 3–45.
27. Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М. Вклад ленинградских ученых в развитие теории чувствительности систем управления. *Труды СПИИРАН*. 2013. Вып. 25. С. 13–41.
28. Городецкий Ю. И. Функции чувствительности и динамика сложных механических систем. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун.-та им. Н. И. Лобачевского, 2006. 236 с.
29. Леонтьева В. В., Кондратьева Н. А. Исследование чувствительности в некотором классе сложных динамических систем. *Вісник НТУ «ХПІ»: Серія: «Механіко-технологічні системи та комплекси»*. 2016. № 50(1222). С. 47–54.

30. Леонтьева В. В., Кондратьева Н. А. Чувствительность гироскопических систем. *Материалу міжнародної конференції «Dynamical System Modeling and Stability Investigation» – DSMSI-2017* (24-26 травня 2017 р., м. Київ). Київ: КНУ ім. Т.Шевченко, 2017. С. 164.
31. Якубович В. А. К теории адаптивных систем. *ДАН СССР*. 1968. Т. 182, № 3. С. 518–521.
32. Balonin N. A., Gusev S. V. Experiments with the regularized adaptive control algorithms. *Proc. of the Second Russian-Swedish Control Conference*. Saint-Petersburg, 1995. P. 70–72.
33. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций: учебное пособие для втузов. Москва: Машиностроение, 2004. 576 с.
34. Петров Б. Н., Крутько П. Д., Попов Е. П. Построение алгоритмов управления как обратная задача динамики. *Доклады АН СССР*. 1979. Т. 247, № 5. С. 1078–1081.
35. Крищенко А. П. Метод обратной задачи динамики в теории управления. *XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014*: Труды (Москва, 16-19 июня 2014). Москва, 2014. С. 431–437.
36. Леонтьева В. В., Кондратьева Н. А. Программное управление движением отдельного класса сложных динамических систем. Непрерывный случай. *Вісник ЗНУ*. 2017. № 1. С. 261–276.

### REFERENCES

1. Merkin, D. R. (1974). Gyroscopic systems. Moscow: Nauka (In Russian).
2. Borozdin, V. N. (1990). Gyroscopic instruments and devices of control systems: textbook for technical high schools. Moscow: Mashinostroenie (In Russian).
3. Pelpor, D. S. (1986). Gyroscopic systems. Theory of gyroscopes and gyroscopic stabilizers: textbook for high schools. Moscow: Visshaya shkola (In Russian).
4. Basarab, M. A., Kravchenko, V. F. & Matveev, V. A. (2008). Methods of modeling and digital signal processing in gyroscopes. Moscow: Fizmatlit (In Russian).
5. Kalenova, V. I., Morozov, V. M. & Sobolevskii, P. M. (2008). The stability of a specific class of mechanical systems. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.72, No.2, pp. 251-259 (In Russian).
6. Voronov, E. M. & Karpunin, A. A. (2007). The algorithm for estimating the limits of the reachability of an aircraft with allowance for thrust. *Vestnik MGTU im. N. E. Baumana. Seria «Priborostroenie»*, No. 4(69), pp. 81-99 (In Russian).
7. Agamalov, Yu. R. (2007). On construction of measurement means on the basis of adaptation principle. *Avtomatika i telemekhanika*, No. 7, pp. 166-179 (In Russian).
8. Ishlinsky, A. Yu. (1963). Mechanics of gyroscopic systems. Moscow: USSR Academy of Sciences Publishing House (In Russian).
9. Saranchin, A. I. & Zavyalov, V. V. (2011). Automatic control systems in navigational instruments: Textbook allowance. Vladivostok: Maritime State University (In Russian).
10. Ermoshina, O. V. & Krishchenko, A. P. (2000). Synthesis of program controls by the orientation of the spacecraft by the inverse dynamic problem. *Izv. RAN. Theory and control systems*, No 2, pp. 155-162 (In Russian).
11. Krasovsky, A. A. (Eds.). (1987). A handbook on the theory of automatic control (1987). Moscow: Nauka (In Russian).
12. Egorov, A. I. (2004). Fundamentals of control theory. Moscow: Fizmatlit (In Russian).
13. Kuzmina, L. K. (2016). To the problem of the separation of motions in the dynamics of gyrostabilization systems. *Engineering Journal: Science and Innovation*, No. 9(57), pp. 1-14 (In Russian).
14. Gantmaher, F. R. (1968). The Theory of Matrices. Moscow: Nauka (In Russian).
15. Barbashin, E. A. (1967). Introduction to the theory of stability. Moscow: Nauka (In Russian).

16. Bellman, R. (1954). Stability Theory of differential Equations. Moscow: Izd-vo inostrannoj literatury (In Russian).
17. Voronov, A. A. (1979). Stability, controllability, observability. Moscow: Nauka (In Russian).
18. Gabasov, R. & Kirillova, F. (1971). Qualitative theory of optimal processes. Moscow: Nauka (In Russian).
19. Andreev, Yu. N. (1982). Differential-geometric methods in control theory. *Avtomatika i telemekhanika*, No. 10, pp. 5-46 (In Russian).
20. Voronov, E. M., Karpenko, A. P., Kozlova, O. G. & Fedin, V. A. (2010). Numerical methods for constructing the set of reachability of a dynamical system. *Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Seria «Priborostroenie»*, No.2 (79), pp. 3-20 (In Russian).
21. Nikolsky, M. S. (1999). On the evaluation of the set of reachability of a nonlinear object from within. *Differential equations*, Vol. 35, No.11, pp. 1487-1491 (In Russian).
22. Pontryagin, L. S., Boltyansky, V. G., Gamkrelidze, R. V. & Mishchenko, E. F. (1969). Mathematical theory of optimal processes. Moscow: Fizmatgiz (In Russian).
23. Kvakernaak, H. & Siwan, R. (1977). Linear Optimal Control Systems. Moscow: Mir (In Russian).
24. Leontieva, V. V. & Kondratieva, N. A. (2015). Observability of the certain class of complex dynamical systems. *Problemy informacionnyh tehnologij*, No. 18, pp. 89-95 (In Russian).
25. Grop, D. (1979). Methods of system identification. Moscow: Mir (In Russian).
26. Kleiman, E. G. (1999). Identification of non-stationary objects. *Avtomatika i telemekhanika*, No. 10, pp. 3-45 (In Russian).
27. Rosenwasser, E. N. & Yusupov, R. M. (2013). The contribution of Leningrad scientists to the development of the theory of sensitivity of control systems. *Trudy SPIIRAN*, No. 25, pp. 13-41 (In Russian).
28. Gorodetsky, Yu. I. (2006). Sensitivity functions and dynamics of complex mechanical systems. Nizhny Novgorod: Izd-vo Nizhegorodskogo gos. un.-ta im. N. I. Lobachevskogo (In Russian).
29. Leontieva, V. V. & Kondratieva, N. A. (2016). Investigation of sensitivity in some class of complex dynamical systems. *Visnik NTU «HPI»: Serija: «Mehaniko-tehnologichni sistemi ta kompleksi»*, No. 50(1222), pp. 47-54 (In Russian).
30. Leontieva, V. V. & Kondratieva, N. A. (2017, may). Sensitivity of gyroscopic systems. *Proc. of the International Conference «Dynamical System Modeling and Stability Investigation» – DSMSI-2017*. Kiev: KNU im. T. Shevchenko, pp. 164 (In Russian).
31. Yakubovich, V. A. (1968). To the theory of adaptive systems. *DAN SSSR*, Vol. 182, No. 3, pp. 518-521 (In Russian).
32. Balonin, N. A. & Gusev, S. V. (1995). Experiments with the regularized adaptive control algorithms. *Proc. of the Second Russian-Swedish Control Conference*. Saint-Petersburg, pp. 70-72.
33. Krutko, P. D. (2004). Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control. A series of lectures: a textbook for high schools. Moscow: Mashinostroenie (In Russian).
34. Petrov, B. H., Krutko, P. D. & Popov, E. P. (1979). Construction of control algorithms as the inverse problem of dynamics. *Doklady AN SSSR*, Vol. 247, No.5, pp. 1078-1081 (In Russian).
35. Krischenko, A. P. (2014, June). The method of the inverse problem of dynamics in control theory. Proceedings of the XII All-Russian Meeting on the Control Problems ARMCP-2014, (pp. 431-437), Moscow (In Russian).
36. Leontieva, V. V. & Kondratieva, N. A. (2017). Program control of the movement of an certain class of complex dynamical systems. Continuous case. *Visnik ZNU*, No. 1, pp. 261-276 (In Russian).