

УДК 593.3.

РОЗТЯГ КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОЇ ПЛАСТИНИ З ДВОМА ПОВЕРХНЕВИМИ ТРІЩИНАМИ НА ПРЯМОЛІНІЙНІЙ МЕЖІ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ

¹Николишин М. М., д. ф.-м. н., професор, ²Опанасович В. К., д. ф.-м. н., професор,

¹Куротчин Л. Р., к. ф.-м. н., м. н. с., ²Слободян М. С., к. ф.-м. н., доцент

¹*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України,
вул. Наукова, 3б, м. Львів, 79060, Україна*

²*Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000, Україна*

klesi@i.ua, slobkolia@gmail.com

У роботі з використанням методів теорії функцій комплексної змінної досліджено задачу двовісного розтягу зусиллями на безмежності кусково-однорідної пластини з двома рівними поверхневими тріщинами на прямолінійній межі поділу матеріалів з урахуванням пластичних зон по їх фронту. Розв'язок задачі здійснено в класі функцій, обмежених у вершинах пластичних зон на продовженні тріщин. Для визначення їх довжини використано умову пластичності Мізеса. Побудовано графічні залежності для довжини пластичних зон та розкриття берегів тріщин при різних параметрах задачі.

Ключові слова: поверхневі тріщини, двовісний розтяг, кусково-однорідна пластина, умова пластичності Мізеса, розкриття берегів тріщин, пластичні зони.

РАСТЯЖЕНИЕ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ С ДВУМЯ НЕСКВОЗНЫМИ ТРЕЩИНАМИ НА ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА МАТЕРИАЛОВ

¹Николишин М. М., д. ф.-м. н., професор, ²Опанасович В. К., д. ф.-м. н., професор,

¹Куротчин Л. Р., к. ф.-м. н., м. н. с., ²Слободян М. С., к. ф.-м. н., доцент

¹*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України,
вул. Наукова, 3б, г. Львов, 79060, Україна*

²*Львовський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, г. Львов, 79000, Україна*

klesi@i.ua, slobkolia@gmail.com

С использованием методов теорий функций комплексного переменного исследована задача о двусосном растяжении усилиями на бесконечности кусочно-однородной пластины с двумя равными несквозными трещинами на прямолинейной границе раздела материалов с учетом пластических зон по их фронту. Решение задачи построено в классе функций, ограниченных в вершинах пластических зон на продолжении трещин. Для определения длины пластических зон использованы условия пластичности Мизеса. Построены графические зависимости длины пластических зон и раскрытия берегов трещин у их вершин от геометрических и силовых параметров задачи.

Ключевые слова: несквозные трещины, двусосное растяжение, кусочно-однородная пластина, условие пластичности Мизеса, раскрытия берегов трещин, пластические зоны.

TENSION OF PIECEWISE-HOMOGENEOUS ELASTICO-PLASTIC PLATE WITH TWO NON-THROUGH CRACKS ON A STRAIGHT BOUNDARY BETWEEN MATERIAL

¹Nykolyshyn M. M., D. Sc. in Physics and Maths, professor,

²Opanasovich V. K., D. Sc. in Physics and Maths, professor,

¹Kurotchyn L. R., Ph. D. in Physics and Maths, junior researcher,

²Slobodyan M. S., Ph. D. in Physics and Maths, associate professor

¹*Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics*

National Academy of Sciences of Ukraine,

3b, Naukova St., Lviv, 79060, Ukraine

²*Ivan Franko National University of Lviv,*

1, Universytetska St., Lviv, 79000, Ukraine

klesi@i.ua, slobkolia@gmail.com

The problem on biaxial tension of an infinite piecewise-homogeneous isotropic plate has been formulated and solved, the plate having a linear interface of materials, where the conditions of perfect mechanical contact are satisfied, and two equal surface cracks. It is assumed that material under cracks changed into plastic state and on the crack prolongation near their tips plastic zones are formed. Mises plasticity conditions are satisfied in the form of a surface plastic layer. Since the cracks are through. The solution of the problem is given in the form of two problems superposition: tension and bending of the plate, having used classical theory of bending. Using the methods of the theory of complex variable and complex potentials of plane problem of elasticity theory and classical theories of the plate bending, solution of the problem is reduced to the problems of linear conjugation, solution of which is obtained in the class of functions, limited in the tops of plastic zones. The formulas to find the stress state on the interface of materials are written out. A system of equations to find the length of plastic zones near the crack tips is obtained. It is solved numerically by means of Newton method. The separation of the crack edges in their tips is determined; where on computing the integrals the method of mechanical quadrature's has been utilized. The influence of load, depth of surface cracks and their mutual location on the length of plastic zones and crack opening near their tips has been analyzed numerically.

Key words: non-through crack, biaxial tension, piecewise-homogeneous plate, condition plasticity of Mises, crack opening, plastic zones.

ВСТУП

Широке застосування пластинчастих елементів конструкцій у багатьох галузях техніки зумовлено їх легкістю та надійністю. Їх дієздатність та експлуатаційні характеристики залежать від тріщиноподібних дефектів, які призводять до руйнування таких конструкцій, знижуючи діапазон допустимого навантаження. У часткових випадках отримано відомі результати для однієї тріщини [1] та двох наскрізних тріщин [2].

ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

Розглянемо кусково-однорідну ізотропну пластину з прямолінійною межею поділу матеріалів завтовшки $2h$, яка знаходиться під дією однорідного поля напружень на нескінченності P_1 , P_2 і q . Вважаємо, що на межі поділу матеріалів виконуються умови ідеального механічного контакту та знаходяться дві поверхневі тріщини завдовжки $2l$ та заввишки $h+h_1$ з відстанню між їх центрами рівною $2s$, у яких під дією зовнішнього навантаження на продовженні тріщин виникають пластичні зони завдовжки w_1 (між тріщинами) і w_2 (зовні них), крім того, матеріал у перемичках під тріщинами (див. рис. 1) також перейшов у пластичний стан. Поза тріщиною матеріали пластин спаяні. За рахунок наявності поверхневих тріщин розв'язок задачі розбиваємо на дві взаємозв'язані задачі: плоску задачу теорії пружності і задачу згину пластини з використанням класичної теорії.

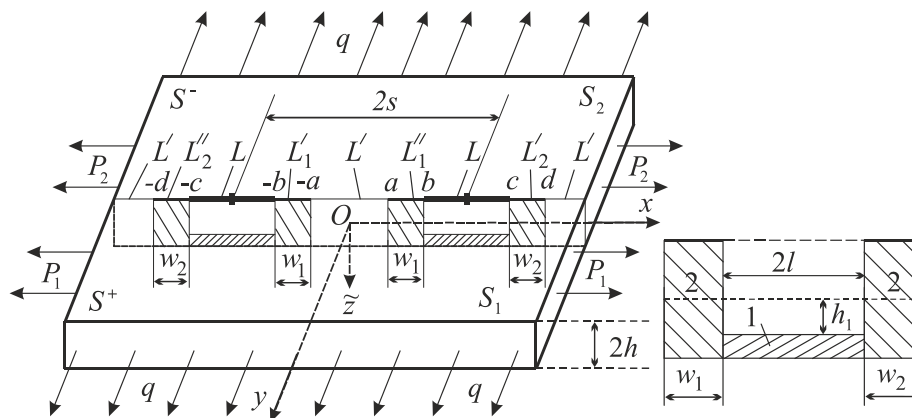


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

У серединній площині пластини введемо декартову систему координат $Oxy\tilde{z}$ з початком координат посередині між тріщинами, а вісь Ox направимо вздовж межі поділу матеріалів. Лінію спаю матеріалів позначимо через L' , лінії, де розміщені тріщини – через L , а пластичні зони – через L'_1, L''_1, L'_2 і L''_2 (див. рис. 1). Для пружних характеристик верхньої півплощини будемо приписувати індекс 1, а для нижньої – індекс 2. Граничним значенням відповідних величин при $y \rightarrow \pm 0$ будемо приписувати знаки «+» і «-».

Згідно з формулюванням задачі, маємо такі крайові умови:

на межі поділу матеріалів

$$\sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^-, \quad \sigma_{xy}^+ = \sigma_{xy}^-, \quad u^+ = u^-, \quad v^+ = v^-,$$

$$M_y^+ = M_y^-, \quad H_{xy}^+ = H_{xy}^-, \quad N_y^+ = N_y^-, \quad w^+ = w^-, \quad (\partial w / \partial y)^+ = (\partial w / \partial y)^-,$$

і на берегах тріщин з пластичними зонами

$$\sigma_{yy}^\pm = \begin{cases} \sigma_{0j}, & x \in L_j, \\ \sigma_Y \tilde{b}_1, & x \in L, \end{cases} \quad M_y^\pm = \begin{cases} M_{0j}, & x \in L_j, \\ \sigma_Y \tilde{b}_2, & x \in L, \end{cases} \quad \sigma_{xy}^\pm = \begin{cases} \tau_{0j}, & x \in L'_j, \\ 0, & x \in L, \\ -\tau_{0j}, & x \in L''_j, \end{cases} \quad H_{xy}^\pm = \begin{cases} H_{0j}, & x \in L'_j, \\ 0, & x \in L, \\ -H_{0j}, & x \in L''_j, \end{cases}$$

$$\tilde{b}_1 = (h - h_1) / (2h), \quad \tilde{b}_2 = (h^2 - h_1^2) / 2, \quad \sigma_Y = \min \{ \sigma_Y^{(1)}, \sigma_Y^{(2)} \}, \quad L_j = L'_j \cup L''_j,$$

де u, v – проекції вектора переміщення точки серединної площини на осі Ox і Oy відповідно; $\sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{xx}$ – компоненти тензора напружень; σ_{0j}, τ_{0j} – невідомі нормальні і дотичні напруження у j пластичній зоні для плоскої задачі, $j = 1, 2$; w – прогин серединної площини пластини; M_y, H_{xy}, N_y – згинальний і крутний моменти та перерізувальна сила; M_{0j}, H_{0j} – невідомі згинальний і крутний моменти у пластичній зоні; $\sigma_Y = \min \{ \sigma_Y^{(1)}, \sigma_Y^{(2)} \}$, $\sigma_Y^{(j)}$ – границя текучості матеріалу S_j – півплощини; $\partial_s f$ – позначення часткової похідної $\partial f / \partial s$.

ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКУ

З використанням комплексних потенціалів Колосова-Мухелішвілі для плоскої задачі [3] та задачі згину [4] розв'язування задачі зведено до задач лінійного спряження, аналогічно як це зроблено у статтях [1, 2], та побудовано їх розв'язок у класі функцій, обмежених у вершинах пластичних зон.

Напруження на межі поділу матеріалів визначимо за формулами

$$\tilde{\sigma}_{yy}^{\pm} = \sigma_{yy}^{\pm} + \frac{3M_y^{\pm}}{2h^2}, \quad \tilde{\sigma}_{xx}^{\pm} = \sigma_{xx}^{\pm} + \frac{3M_x^{\pm}}{2h^2}, \quad \tilde{\sigma}_{xy}^{\pm} = \sigma_{xy}^{\pm} + \frac{3H_{xy}^{\pm}}{2h^2},$$

де

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^{\pm} - i\sigma_{xy}^{\pm} &= A_1^{-1} [\Phi_0^+(x) - g\Phi_0^-(x)], \quad M_y^{\pm} + iH_{xy}^{\pm} = \tilde{A}^{-1} [\theta_0^+(x) - \tilde{g}\theta_0^-(x)], \\ \sigma_{xx}^+ &= A_1^{-1} \operatorname{Re} [3\Phi_0^+(x) + g\Phi_0^-(x)] + P_1 - q(3+g)/(1-g), \\ \sigma_{xx}^- &= -A_1^{-1} \operatorname{Re} [\Phi_0^+(x) + 3g\Phi_0^-(x)] + P_2 + q(1+3g)/(1-g), \\ M_x^+ &= \tilde{A}^{-1} \operatorname{Re} [(\tilde{\kappa}_1 - 2)\theta_0^+(x)/\tilde{\kappa}_1 + \tilde{g}\theta_0^-(x)], \quad M_x^- = -\tilde{A}^{-1} \operatorname{Re} [\theta_0^+(x) + \tilde{g}(\tilde{\kappa}_2 - 2)\theta_0^-(x)/\tilde{\kappa}_2], \\ A_j &= \mu_j + \mu_{3-j}\kappa_j, \quad \tilde{A} = \tilde{\kappa}_1/(2\tilde{A}_1), \quad \tilde{A}_j = \tilde{\mu}_j + \tilde{\mu}_{3-j}\tilde{\kappa}_j, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= A_1 X_0(z) \left[\frac{\sigma_Y b_1}{2\pi i} \int_L \frac{dt}{X_0^+(t)(t-z)} + \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\sigma_{0j}}{2\pi i} \int_{L_j \cup L_j^*} \frac{dt}{X_0^+(t)(t-z)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\tau_{0j}}{2\pi} \int_{L_j} \frac{dt}{X_0^+(t)(t-z)} - \frac{\tau_{0j}}{2\pi} \int_{L_j^*} \frac{dt}{X_0^+(t)(t-z)} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_0(z) &= \tilde{A} \tilde{X}_0(z) \left[\frac{\sigma_Y b_2}{2\pi i} \int_L \frac{dt}{\tilde{X}_0^+(t)(t-z)} + \sum_{j=1}^2 \left(\frac{M_{0j}}{2\pi i} \int_{L_j \cup L_j^*} \frac{dt}{\tilde{X}_0^+(t)(t-z)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{H_{0j}}{2\pi} \int_{L_j} \frac{dt}{\tilde{X}_0^+(t)(t-z)} - \frac{H_{0j}}{2\pi} \int_{L_j^*} \frac{dt}{\tilde{X}_0^+(t)(t-z)} \right) \right], \end{aligned}$$

$$X_0(z) = \sqrt{(z^2 - a^2)(z^2 - d^2)} \left(\frac{(z+a)(z-d)}{(z-a)(z+d)} \right)^{i\beta}, \quad \tilde{X}_0(z) = \sqrt{(z^2 - a^2)(z^2 - d^2)} \left(\frac{(z+a)(z-d)}{(z-a)(z+d)} \right)^{i\tilde{\beta}},$$

$$\beta = -\frac{\ln|g|}{2\pi}, \quad g = -\frac{A_1}{A_2}, \quad \kappa_j = \frac{3 - \nu_j}{1 + \nu_j}, \quad \mu_j = \frac{E_j}{2(1 + \nu_j)},$$

$$\tilde{\beta} = -\frac{\ln|\tilde{g}|}{2\pi}, \quad \tilde{g} = \frac{\tilde{\kappa}_2 \tilde{A}_1}{\tilde{A}_2 \tilde{\kappa}_1}, \quad \tilde{\kappa}_j = \frac{3 + \nu_j}{1 - \nu_j}, \quad \tilde{\mu}_j = -\frac{3(1 + \nu_j)}{4E_j h^3},$$

де E_j, ν_j – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу j півплощини.

Зауважимо, що зусилля P_1, P_2 і q задовольняють залежність:

$$P_2 = [P_1 E_2 + (E_1 \nu_2 - E_2 \nu_1) q] / E_1.$$

Для визначення невідомих $\sigma_{0j}, \tau_{0j}, M_{0j}, H_{0j}$, а також довжин пластичних зон w_j у вершинах тріщин отримано систему трансцендентних рівнянь

$$\begin{aligned} \sigma_Y b_1 I_{s0}^{bc} + \sigma_{01} I_{s0}^{ab} + \sigma_{02} I_{s0}^{cd} - \tau_{01} I_{c0}^{ab} + \tau_{02} I_{c0}^{cd} &= 0, \\ \sigma_Y b_1 I_{c1}^{bc} + \sigma_{01} I_{c1}^{ab} + \sigma_{02} I_{c1}^{cd} + \tau_{01} I_{s1}^{ab} - \tau_{02} I_{s1}^{cd} &= (q\pi e^{-\beta\pi}) / (1-g), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\sigma_Y b_1 I_{s2}^{bc} - \sigma_{01} I_{s2}^{ab} - \sigma_{02} I_{s2}^{cd} + \tau_{01} I_{c2}^{ab} - \tau_{02} I_{c2}^{cd} &= 2q\pi\beta(d-a)e^{-\beta\pi}/(1-g), \\
 \sigma_Y b_2 \tilde{I}_{s0}^{bc} + M_{01} \tilde{I}_{s0}^{ab} + M_{02} \tilde{I}_{s0}^{cd} + H_{01} \tilde{I}_{c0}^{ab} - H_{02} \tilde{I}_{c0}^{cd} &= 0, \\
 \sigma_Y b_2 \tilde{I}_{c1}^{bc} + M_{01} \tilde{I}_{c1}^{ab} + M_{02} \tilde{I}_{c1}^{cd} - H_{01} \tilde{I}_{s1}^{ab} + H_{02} \tilde{I}_{s1}^{cd} &= q\pi e^{-\beta\pi}/(1-\tilde{g}), \\
 -\sigma_Y b_2 \tilde{I}_{s2}^{bc} - M_{01} \tilde{I}_{s2}^{ab} - M_{02} \tilde{I}_{s2}^{cd} - H_{01} \tilde{I}_{c2}^{ab} + H_{02} \tilde{I}_{c2}^{cd} &= 2q\pi\tilde{\beta}e^{-\tilde{\beta}\pi}(d-a)/(1-\tilde{g}),
 \end{aligned}$$

де використано позначення

$$\begin{aligned}
 I_{si}^{km} &= \int_k^m \frac{t^i \sin b(t) dt}{\sqrt{(d^2-t^2)(t^2-a^2)}}, \quad I_{ci}^{km} = \int_k^m \frac{t^i \cos b(t) dt}{\sqrt{(d^2-t^2)(t^2-a^2)}}, \quad \tilde{I}_{si}^{km} = \int_k^m \frac{t^i \sin \tilde{b}(t) dt}{\sqrt{(d^2-t^2)(t^2-a^2)}}, \\
 \tilde{I}_{ci}^{km} &= \int_k^m \frac{t^i \cos \tilde{b}(t) dt}{\sqrt{(d^2-t^2)(t^2-a^2)}}, \quad b(x) = \beta \ln \frac{(x+a)(d-x)}{(x-a)(x+d)}, \quad \tilde{b}(x) = \tilde{\beta} \ln \frac{(x+a)(d-x)}{(x-a)(x+d)}, \quad i=0,1,2,
 \end{aligned}$$

яку доповнюємо умовою пластичності Мізеса [5]

$$\sigma_Y^2 = \tilde{\sigma}_{xx}^2 + \tilde{\sigma}_{yy}^2 - \tilde{\sigma}_{xx} \tilde{\sigma}_{yy} + 3\tilde{\sigma}_{xy}^2,$$

та умовою однозначності переміщень для плоскої задачі та задачі згину

$$\int_a^d [\Phi_0^+(x) - \Phi_0^-(x)] dx = 0, \quad \int_a^d [\theta_0^+(x) - \theta_0^-(x)] dx = 0.$$

Для знаходження розкриття у вершинах тріщини $b(km=ab, j=1)$ і $c(km=dc, j=2)$ маємо залежності:

у плоскій задачі

$$\begin{aligned}
 \delta_{km}^{\Pi}(x) &= \frac{A_1(g-1)}{4\pi g \mu_1 \mu_2} \int_k^m \sqrt{(x^2-a^2)(d^2-x^2)} [(\sigma_Y b_1 - \sigma_{0j}) \{ \sin b(x)(I_{sp}^{bc} - I_{sm}^{bc}) - \cos b(x)(I_{cp}^{bc} + I_{cm}^{bc}) \} + \\
 &+ (\sigma_{03-j} - \sigma_{0j}) \{ \sin b(x)(I_{sp}^{ab} - I_{sm}^{ab}) - \cos b(x)(I_{cp}^{ab} + I_{cm}^{ab}) \} + (-1)^j 2\tau_{0j} \{ \cos b(x) I_{sp}^{cd} + \sin b(x) I_{cp}^{ab} \} + \\
 &+ (-1)^j \tau_{0j} \{ \cos b(x)(I_{sp}^{bc} - I_{sm}^{bc}) + \sin b(x)(I_{cp}^{bc} + I_{cm}^{bc}) \} + (-1)^j \tau_{0j} \{ \cos b(x)(I_{sp}^{ab} - I_{sm}^{ab}) + \\
 &+ \sin b(x)(I_{cp}^{ab} + I_{cm}^{ab}) \} + (-1)^{j-1} \tau_{03-j} \{ \cos b(x)(I_{sp}^{ab} + I_{sm}^{ab}) + \sin b(x)(I_{cp}^{ab} - I_{cm}^{ab}) \}] dx;
 \end{aligned}$$

і задачі згину

$$\begin{aligned}
 \delta_{km}^3(x) &= \frac{\tilde{A}(\tilde{g}-1)}{2\pi\tilde{g}} h \int_k^m \sqrt{(x^2-a^2)(d^2-x^2)} [(\sigma_Y b_2 - M_{0j}) \{ \sin b(x)(\tilde{I}_{sp}^{bc} - \tilde{I}_{sm}^{bc}) - \cos b(x)(\tilde{I}_{cp}^{bc} + \tilde{I}_{cm}^{bc}) \} + \\
 &+ (M_{03-j} - M_{0j}) \{ \sin b(x)(\tilde{I}_{sp}^{ab} - \tilde{I}_{sm}^{ab}) - \cos b(x)(\tilde{I}_{cp}^{ab} + \tilde{I}_{cm}^{ab}) \} + (-1)^j 2H_{0j} \{ \cos b(x) \tilde{I}_{sp}^{cd} + \sin b(x) \tilde{I}_{cp}^{ab} \} + \\
 &+ (-1)^j H_{0i} \{ \cos b(x)(\tilde{I}_{sp}^{bc} - \tilde{I}_{sm}^{bc}) + \sin b(x)(\tilde{I}_{cp}^{bc} + \tilde{I}_{cm}^{bc}) \} + (-1)^j H_{0j} \{ \cos b(x)(\tilde{I}_{sp}^{ab} - \tilde{I}_{sm}^{ab}) + \\
 &+ \sin b(x)(\tilde{I}_{cp}^{ab} + \tilde{I}_{cm}^{ab}) \} + (-1)^{j-1} H_{03-j} \{ \cos b(x)(\tilde{I}_{sp}^{ab} + \tilde{I}_{sm}^{ab}) + \sin b(x)(\tilde{I}_{cp}^{ab} - \tilde{I}_{cm}^{ab}) \}] dx.
 \end{aligned}$$

ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ І ВИСНОВКИ

Числовий аналіз задачі було проведено для нитесилу та технічно чистого заліза з границею текучості відповідно $\sigma_T^{(1)} = 278$ МПа і $\sigma_T^{(2)} = 130$ МПа та пружними сталими $E_1 = 1,38 \cdot 10^5$ МПа, $E_2 = 2,08 \cdot 10^5$ МПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$. Інтегралі, отримані під час розв'язку задачі, обчислювались чисельно за допомогою методу механічних квадратур [6], а систему трансцендентних рівнянь розв'язано чисельно за допомогою методу Ньютона.

На рис. 2-4 суцільні і штрихові лінії відповідають параметрам, що пов'язані відповідно з внутрішніми та зовнішніми вершинами тріщин.

На рис. 2 криві 1 побудовані при $q/\sigma_y = 0,4$, криві 2 – при $q/\sigma_y = 0,5$, криві 3 – при $q/\sigma_y = 0,6$. На рис. 3 криві 1 побудовані при $h_1/h = 0,8$, криві 2 – при $h_1/h = 0,9$, криві 3 – при $h_1/h = 1$. На рис. 4 криві 1 побудовані при $P_1/\sigma_y = 0,4$, криві 2 – при $P_1/\sigma_y = 0,5$, криві 3 – при $P_1/\sigma_y = 0,6$.

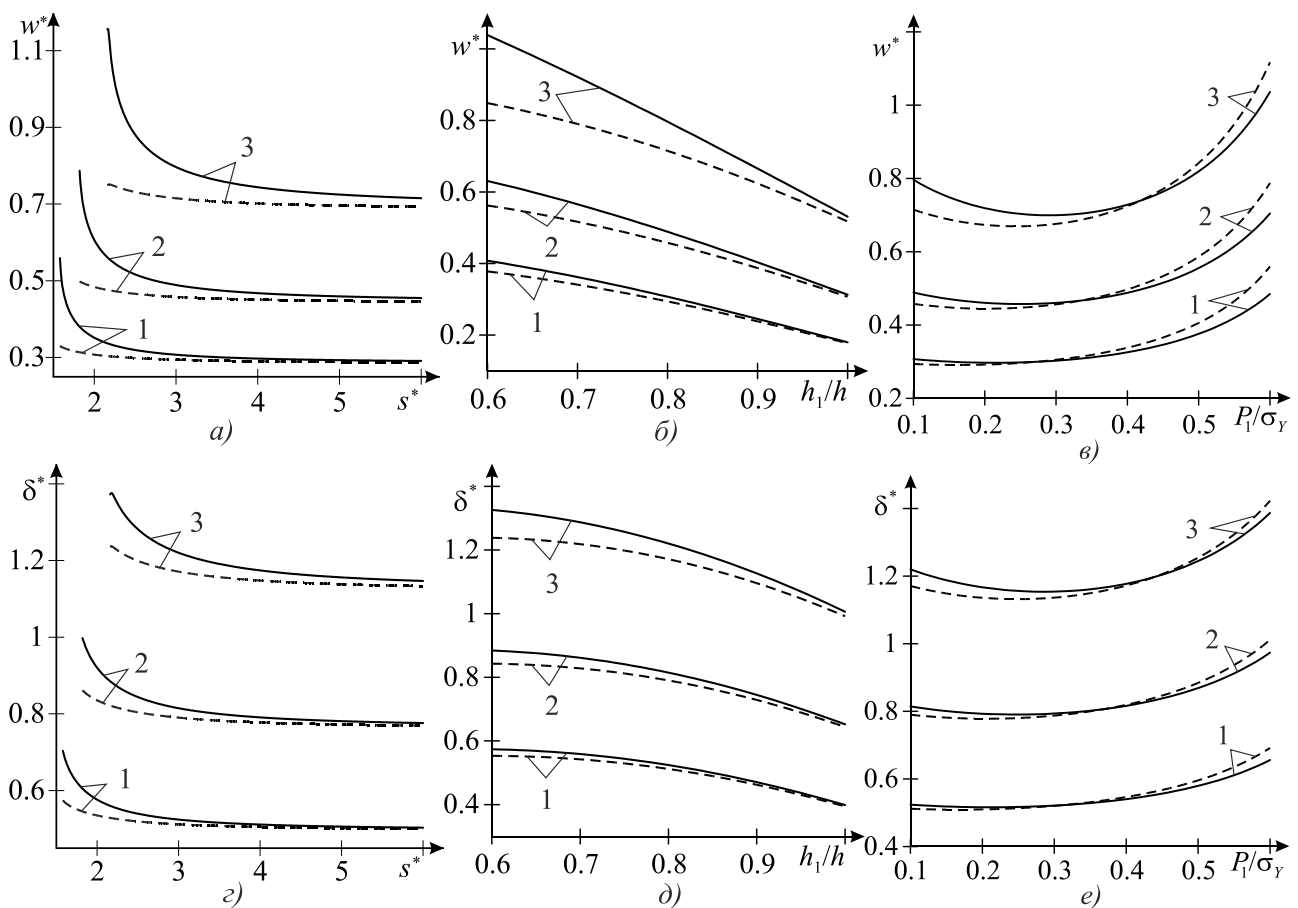


Рис. 2. Графічна залежність w^* і δ^* при різному значенні q/σ_y

На рис. 2а), б), в) та рис. 3а), б), в) і рис. 4а) дається графічна залежність зведеної довжини пластичної зони $w_j^* = w_j/l$, а на рис. 2з), д), е) та рис. 3з), д), е) і рис. 4б) зведеного розкриття тріщини $\delta_j^* = \delta_j E_1 / (l \sigma_y)$ у її вершині, причому значення $j = 1$ відповідає вершині b , а $j = 2$ – вершині c .

Рис. 2а), 2з) побудовано при $P_1/\sigma_y = 0,1$, $h_1/h = 0,8$, рис. 2б), 2д) – при $P_1/\sigma_y = 0,1$, $s^* = s/l = 3$, а рис. 2в), 2е) – при $h_1/h = 0,8$, $s^* = 3$.

На основі рис. 2а), 2з) бачимо, що шукані величини більші у вершинах між тріщинами і можемо зробити висновок, що при віддаленні тріщин одна від одної вони зменшуються і

виходять на результати для однієї поверхневої тріщини [1], а зростання розподіленого навантаження q при фіксованому P_1 призводить до їх зростання.

З рис. 2б), 2д) видно, що шукані величини зменшуються і прямують до результатів для двох наскрізних тріщин, отриманих у [2], а зростання розподіленого навантаження q призводить до їх зростання.

Із рис. 2в), 2е) зробимо висновок, що зростання розподіленого навантаження P_1 призводить спочатку до спадання, а потім до зростання шуканих величин, причому вони спочатку більші у внутрішніх вершинах тріщин, а потім у зовнішніх.

Рис. 3а), 3г) побудовано при $P_1/\sigma_Y = 0,1$, $q/\sigma_Y = 0,6$, рис. 3б), 3д) – при $P_1/\sigma_Y = 0,1$, $s^* = 3$, а рис. 3в), 3е) – при $q/\sigma_Y = 0,4$, $s^* = 3$.

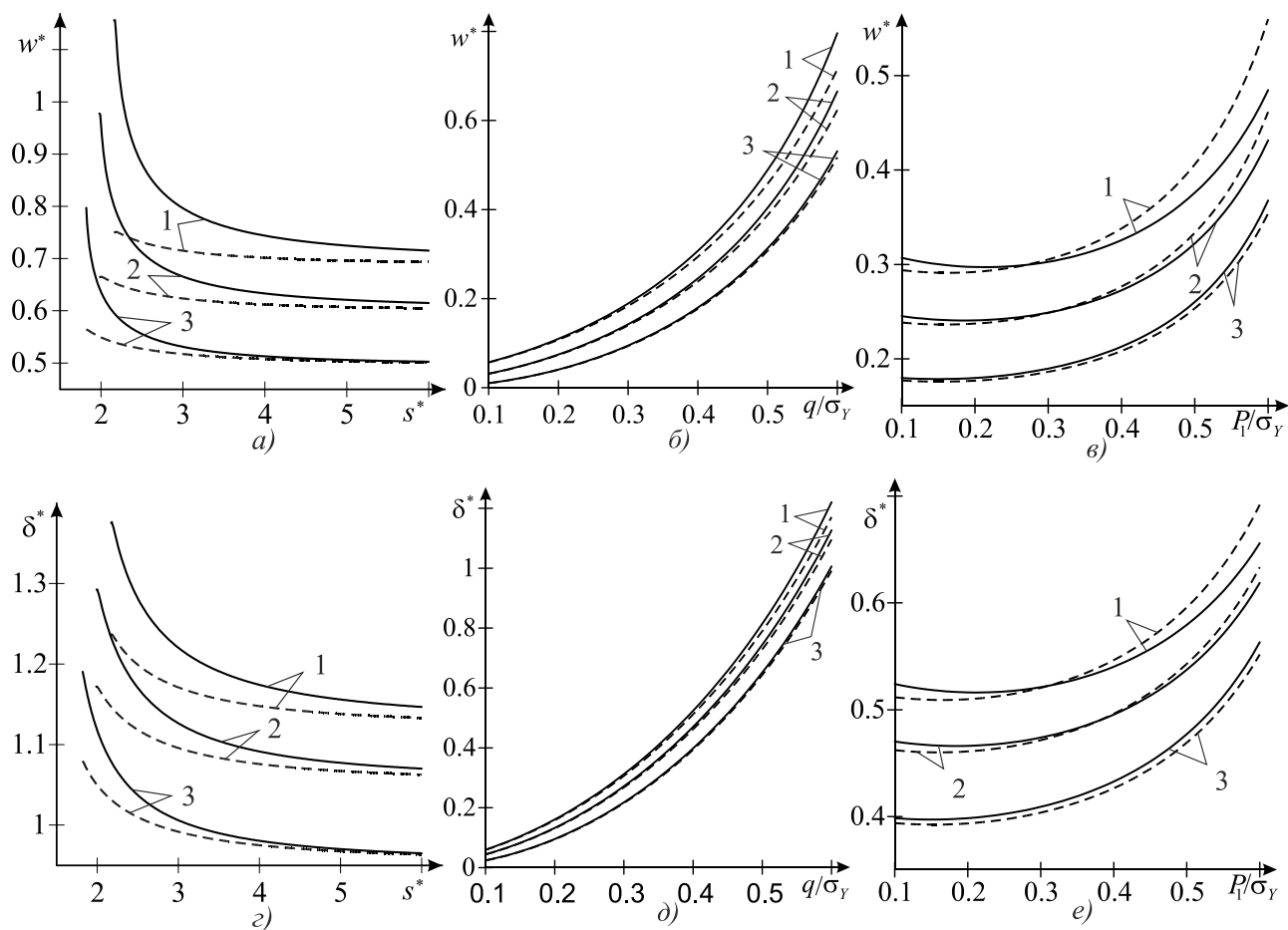


Рис. 3. Графічна залежність w^* і δ^* при різному значенні h_1/h

З цих рис. 3а), 3г) видно, що шукані величини більші у вершинах між тріщинами і можемо зробити висновок, що при віддаленні тріщин одна від одної вони зменшуються і виходять на результати для однієї поверхневої тріщини [1], а зростання розподіленого навантаження q при фіксованому P_1 призводить до їх зростання.

На основі рис. 3б), 3д) бачимо, що шукані величини зростають при збільшенні q/σ_Y . А криві 3 співпадають з відомими кривими для двох наскрізних тріщин, отриманих у [2].

Із рис. 3в), 3е) зробимо висновок, що зростання розподіленого навантаження P_1 призводить спочатку до спадання, а потім до зростання шуканих величин.

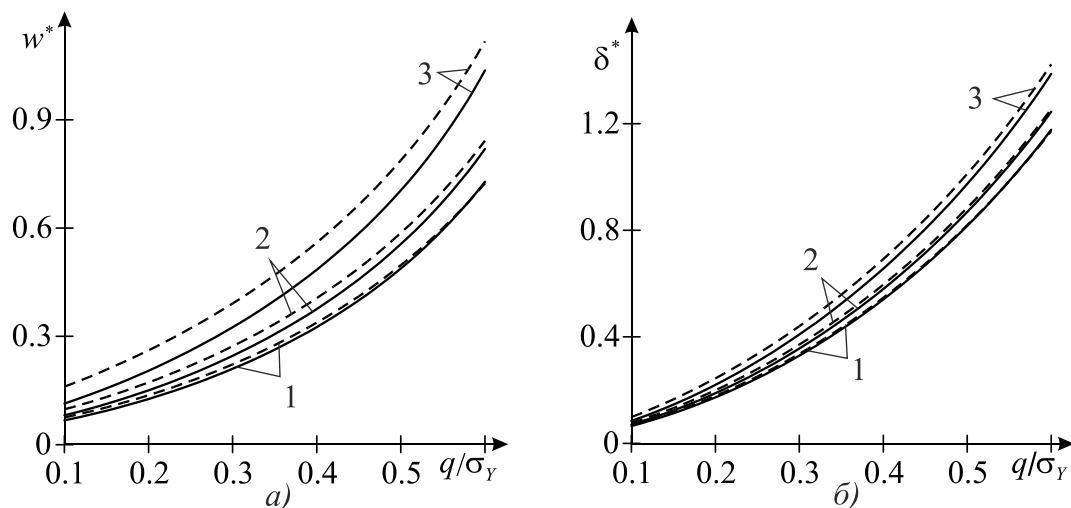
Рис. 4. Графічна залежність w^* і δ^* при різному значенні P_1/σ_Y

Рис. 4а), 4б) побудовано при $h_1/h = 0,8$, $s^* = 3$. Із рис. 4а) і 4б) зробимо висновок, що зростання розподіленого навантаження q призводить до зростання шуканих величин, причому за цих параметрів вони більші у зовнішніх вершинах тріщин, ніж у внутрішніх.

ЛІТЕРАТУРА

1. Николишин М. М., Опанасович В. К., Куротчин Л. Р., Слободян М. С. Розтяг кусково-однорідної пластини з ненаскрізною тріщиною на прямолінійній межі поділу матеріалів та з урахуванням пластичних зон по фронту тріщини. *Труди ИПММ НАН України*. 2013. 26. С. 130–138.
2. Николишин М. М., Опанасович В. К., Куротчин Л. Р., Слободян М. С. Растяжение кусочно-однородной пластины с двумя межфазными трещинами на прямолинейной границе раздела материалов с учетом пластических зон возле их вершин. *Теоретическая и прикладная механика*. 2013. Вып. 6(52). С. 52–58.
3. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Москва: Наука, 1966. 708 с.
4. Прусов И. А. Метод сопряжения в теории плит. Минск: Изд-во БГУ, 1975. 256 с.
5. Божидарник В. В., Сулим Г. Т. Элементы теории пластичности та міцності. Львів: Світ, 1999. Т. 1. 531 с.
6. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1981. 324 с.

REFERENCES

1. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. K., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2013). Tension of piecewise-homogeneous plate with non-through crack in a straight boundary between material and considering plastic zones along the crack front. *Transactions of IAMM*, 26, pp. 130-138.
2. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. K., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2013). Tension of piecewise-homogeneous plate with two interface crack in a straight boundary between material and taking into account the plastic zone at its edges. *Theoretical and applied mechanics*, Iss. 6(52), pp. 52-58.
3. Muskhelishvili, N. I. (1966). Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. Moscow: Nauka.
4. Prusov I. A. (1975). The method of conjugation in the theory of plates. Minsk: Izdatelstvo Belorusskogo universitetu.
5. Bozhydarnyk, V. V. & Sulim, G. T. (1999). Elements of the theory of plasticity and strength. Lviv: Svit. Vol. 1.
6. Savruk, M. P. (1981). Two-dimensional problems of elasticity for bodies with cracks. Kiev: Naukova Dumka.