

УДК 534

DOI: 10.26661/2413-6549-2019-1-15

АКТИВНЕ ГАСІННЯ КОЛИВАНЬ ВАЛА З ЛОПАТЯМИ ПОВОРОТНО-ЛОПАТЕВОЇ ГІДРОТУРБИНИ

В. О. Шевченко¹, Ю. О. Лимаренко², В. І. Попівщій²

¹Економіко-правничий коледж ЗНУ,

²Інженерний інститут ЗНУ

shevictory@gmail.com

Ключові слова:

вал з лопатями, дискретна модель, поворотно-лопатева гідротурбіна, вимушені коливання, резонанс, гасіння коливань, керований антирезонанс.

Розглянуто вимушені коливання вала з лопатями поворотно-лопатевої гідротурбіни на основі вдосконаленої дискретної моделі, що складається з абсолютно твердого вала, на який з постійним кроком насаджені однакові абсолютно тверді пружно з'єднані з валом лопаті. Кожну лопать представлено як систему з трьома степенями вільності у вигляді трьох пружно з'єднаних жорстких пластин; центральна пластина пружно з'єднана з валом, а бічні пластини розташовані під заданими кутами до центральної. Вільні коливання наведеної системи з довільною кількістю лопатей описано однорідною системою звичайних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Наведено систему диференціальних рівнянь, що описує вимушені коливання вала з лопатями під впливом сили, що діє на одну з лопатей і змінюється з часом за гармонійним законом. Проаналізовано амплітудно-частотні характеристики узагальнених координат на прикладі моделі з трьома лопатями. Продемонстровано, на амплітудно-частотних характеристиках яких узагальнених координат відбувається збереження або відсутність резонансних явищ на власних частотах, що відповідають одному вузловому діаметру, та на власних частотах вісесиметричних форм коливань.

На прикладі вимушених коливань з однією збурювальною силою показано, що при вимушених коливаннях системи на резонансних частотах зростає до великих значень амплітуда не тільки тієї лопаті, на яку діє збурювальна сила, а й амплітуди решти лопатей, тобто продемонстровано можливість застосування явища керованого антирезонансу для гасіння резонансних коливань однієї лопаті за рахунок дії на іншу. Проаналізовано амплітудно-частотні характеристики для випадку дії збурювальних сил на дві лопаті, що демонструють повне гасіння резонансних явищ на власних частотах вісесиметричних коливань і необхідність врахування певних обмежень на напрямки дії та амплітуди антирезонансної сили для гасіння резонансних явищ на всіх частотах коливань. Продемонстровано теоретичну можливість застосування керованого антирезонансу для розв'язання задачі гасіння резонансних коливань вала з лопатями у всьому діапазоні частот системи.

ACTIVE DAMPING OF THE KAPLAN HYDROTURBINE SHAFT WITH BLADES

V. O. Shevchenko¹, Yu. O. Lymarenko², V. I. Popivshchyi²

¹College of Economics and Law of ZNU,

²Engineering Institute of ZNU

shevictory@gmail.com

Key words:

shaft with blades, discrete model, kaplan hydroturbine, forced vibrations, resonance, vibrations damping, controlled antiresonance.

Forced oscillations of a shaft with blades of a Kaplan turbine are considered on the basis of an improved discrete model consisting of an absolutely rigid shaft, on which identical absolutely rigid blades elastically connected to the shaft are planted with a constant step. Each blade is presented as a system with three degrees of freedom in the form of three rigidly connected rigid plates; the central plate is elastically connected to

the shaft, and the side plates are arranged at predetermined angles to the central one. The free oscillations of the given system with an arbitrary number of blades are described by a homogeneous system of ordinary second order differential equations with constant coefficients.

A system of differential equations is described, which describes the forced oscillations of a shaft with blades under the influence of force acting on one of the blades and changes with time according to the harmonic law. The amplitude-frequency characteristics of generalized coordinates are analyzed on the example of a model with three blades. It is demonstrated that the amplitude-frequency characteristics of generalized coordinates are the preservation or absence of resonance phenomena at natural frequencies corresponding to one nodal diameter, and at natural frequencies of axisymmetric oscillations.

On the example of forced oscillations with one disturbing force it is shown that the forced oscillations of the system at resonant frequencies increase to large values the amplitude not only of the blade, which acts by the disturbing force, but also the amplitudes of the remaining blades, that is demonstrated the possibility of using the oscillations of one blade due to action on another. The amplitude-frequency characteristics for the case of the action of disturbing forces on two blades are shown, which demonstrate the complete damping of resonance phenomena at natural frequencies of axisymmetric oscillations and the need to take into account certain restrictions on the direction of action and the amplitude of the anti-resonant force for damping of resonance oscillations. The theoretical possibility of the use of controlled anti-resonance to solve the problem of damping the resonant oscillations of a shaft with blades in the whole frequency range of the system is demonstrated.

Вступ. Механічні системи, що являють собою вал з насадженими на нього лопатями, є складовою частиною багатьох промислових агрегатів, які активно використовуються у різних галузях промисловості. Прикладами таких агрегатів є гідротурбіни, компресори та турбіни газотурбінних двигунів. Коло задач, які виникають як в процесі виготовлення, так і в процесі експлуатації турбін, досить великий. Серед них – проблеми, пов'язані з розрахунком власних частот і форм коливань вала з лопатями, питання, пов'язані з неруйнівною діагностикою пошкоджень елементів системи, розрахунки на міцність, пов'язані з виявленням потенційно небезпечних з точки зору тріщинотворення місць концентрації напруг, гасіння резонансних коливань і т.д.

Багатокомпонентність конструкції обумовлює складність відповідної математичної моделі [1, 2], яка б дозволяла здійснювати необхідні розрахунки. При цьому існують практики використання декількох підходів: континуального, континуально-дискретного і дискретного. Спроба проводити розрахунки за допомогою континуальних моделей механіки деформівного твердого тіла ґрунтується, по-перше, в складність

формування визначальної системи рівнянь, а по-друге, в аналітичну нерозв'язність цієї системи, у зв'язку з чим доводиться проводити декомпозицію механічної системи і окремо розглядати лопаті і вал [2, 3], що суттєво обмежує клас задач, які можуть бути розв'язані за допомогою таких моделей. У зв'язку з цим для розрахунків, що базуються на континуальних моделях системи «вал з лопатями», зазвичай застосовують сучасні чисельні підходи, що базуються на використанні методу скінченних елементів та сучасних обчислювальних комплексів типу Ansys, Comsol і т.п. [4-6]. При цьому деякою мірою ускладнюється аналітичний аналіз отримуваних чисельних розв'язків. У випадку кваліфікації системи «вал з лопатями» до категорії дискретно-континуальних систем здійснюють континуалізацію набору лопатей, замінюючи їх вплив на диск силами і моментами, розподіленими вздовж окружності [1, 7], що унеможливує розв'язання деяких задач, наприклад задач, пов'язаних з розрахунками на міцність, з гасінням резонансних коливань вала з лопатями.

Існує також підхід, що передбачає для розв'язання деяких питань, пов'язаних із

системою «вал з лопатями», використовувати повністю дискретну модель [8, 9]. У даній роботі подібний підхід використовується для ілюстрації потенційної можливості розв'язання задачі про гасіння резонансних коливань вала з лопатями за допомогою явища керованого антирезонансу. У якості математичної моделі вала з лопатями використовується вдосконалена дискретна модель, запропонована в роботі [9].

Дискретна модель. Розглянемо дискретну модель вала з лопатями робочого колеса поворотно-лопатевої гідротурбіни (рис. 1). Модель складається з абсолютно твердого вала радіуса R і маси M , на який насаджено n абсолютно твердих пружно з'єднаних з валом лопатей з постійним кроком $2\pi/n$. Осі, навколо яких обертаються лопаті відносно вала, утворюють з віссю обертання вала кут α_1 .

Кожна лопать розглядається як система з трьома степенями вільності у вигляді трьох пружно з'єднаних жорстких пластин; центральна пластина пружно з'єднана з валом, а бічні пластини розташовані під кутами α_2 і α_3 до центральної. Всі лопаті вважаються однаковими.

Дана модель є спорідненою з моделлю, використаною в роботі [10] для дослідження можливості гасіння резонансних коливань вала за допомогою антирезонансу, і відрізняється від неї тим, що бічні лопаті моделюються не однією, а трьома пластинами, що дозволяє більш адекватно моделювати геометричні та пружні властивості реальних лопатей з точки зору їх участі у спільних коливаннях всієї механічної системи.

У якості узагальнених координат, які задають положення системи в просторі, обрано координати x , y , z центру вала, кути повороту вала φ_x , φ_y , φ_z відносно нерухомих, зазначених на рисунку 1 координатних осей OX , OY і OZ , а також кути φ_{k1} , φ_{k2} , φ_{k3} ($k = 1, \dots, n$) поворотів пластин навколо своїх осей обертання; всього $3n + 6$ координат.

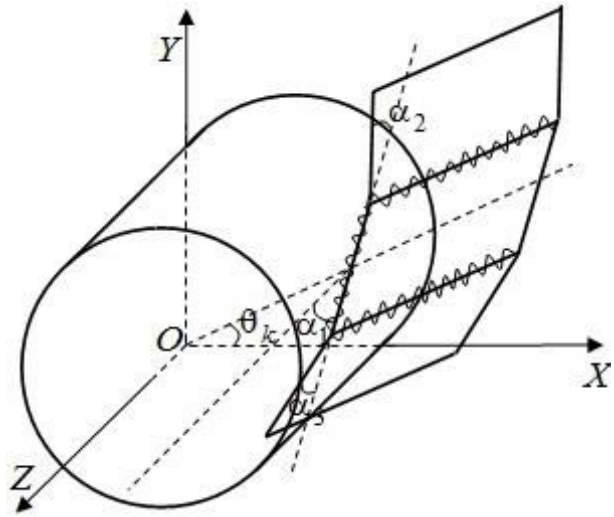


Рис. 1. Схема кріплення лопаті до вала

Для отримання рівнянь руху дискретної моделі використовуємо рівняння Лагранжа другого роду, для чого кінетичну і потенційну енергії системи попередньо виражаємо через узагальнені координати і швидкості. У результаті для випадку малих коливань системи поблизу положення рівноваги отримуємо зв'язану систему з $3n + 6$ звичайних диференціальних рівнянь [11]:

$$\begin{aligned}
 & S_{11_n} \ddot{x} + S_{15_n} \ddot{\varphi}_y + S_{17} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \sin \theta_k + \\
 & + S_{17}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \cos \theta_k + S_{18} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} \sin \theta_k + \\
 & + S_{19} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} \sin \theta_k + cx = 0; \quad (1) \\
 & S_{22_n} \ddot{y} + S_{24_n} \ddot{\varphi}_x + S_{27} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \sin \theta_k + \\
 & + S_{27}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \cos \theta_k + S_{28} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} \cos \theta_k + \\
 & + S_{29} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} \cos \theta_k + cy = 0; \\
 & S_{33_n} \ddot{z} + S_{37} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} + S_{38} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} + \\
 & + S_{39} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} + c_z z = 0; \\
 & S_{24_n} \ddot{y} + S_{44_n} \ddot{\varphi}_x + S_{47} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \sin \theta_k + \\
 & + S_{47}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \cos \theta_k + S_{48} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} \sin \theta_k +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+S_{48}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} \cos \theta_k + S_{49}^s \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} \sin \theta_k + \\
 &+S_{49}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} \cos \theta_k + c_{xy} \varphi_x = 0; \\
 &S_{15_n} \ddot{x} + S_{55_n} \ddot{\varphi}_y + S_{57}^s \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \sin \theta_k + \\
 &+S_{57}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} \cos \theta_k + S_{58}^s \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} \sin \theta_k + \\
 &+S_{58}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} \cos \theta_k + S_{59}^s \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} \sin \theta_k + \\
 &+S_{59}^c \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} \cos \theta_k + c_{xy} \varphi_y = 0; \\
 &S_{66_n} \ddot{\varphi}_z + S_{67} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k1} + S_{68} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k2} + \\
 &+S_{69} \sum_{k=1}^n \ddot{\varphi}_{k3} + c_\varphi \varphi_z = 0; \\
 &\left(S_{17}^s \sin \theta_k + S_{17}^c \cos \theta_k \right) \ddot{x} + \\
 &+ \left(S_{27}^s \sin \theta_k + S_{27}^c \cos \theta_k \right) \ddot{y} + S_{37} \ddot{z} + \\
 &+ \left(S_{47}^s \sin \theta_k + S_{47}^c \cos \theta_k \right) \ddot{\varphi}_x + \\
 &+ \left(S_{57}^s \sin \theta_k + S_{57}^c \cos \theta_k \right) \ddot{\varphi}_y + S_{67} \ddot{\varphi}_z + \\
 &+ S_{77} \ddot{\varphi}_{k1} + S_{78} \ddot{\varphi}_{k2} + S_{79} \ddot{\varphi}_{k3} + \left(c_1 + 2c_0 h^2 \right) \varphi_{k1} - \\
 &- c_0 h^2 \left(\varphi_{k-1,1} + \varphi_{k+1,1} \right) = 0 \\
 &\left(k = 1, \dots, n \right) \quad \left(\varphi_0 = \varphi_n, \varphi_{n+1} = \varphi_1 \right); \\
 &S_{18} \ddot{x} \sin \theta_k + S_{28} \ddot{y} \cos \theta_k + S_{38} \ddot{z} + \\
 &+ \left(S_{48}^s \sin \theta_k + S_{48}^c \cos \theta_k \right) \ddot{\varphi}_x + \\
 &+ \left(S_{58}^s \sin \theta_k + S_{58}^c \cos \theta_k \right) \ddot{\varphi}_y + S_{68} \ddot{\varphi}_z + \\
 &+ S_{78} \ddot{\varphi}_{k1} + S_{88} \ddot{\varphi}_{k2} + c_2 \varphi_{k2} = 0 \quad \left(k = 1, \dots, n \right); \\
 &S_{19} \ddot{x} \sin \theta_k + S_{29} \ddot{y} \cos \theta_k + S_{39} \ddot{z} + \\
 &+ \left(S_{49}^s \sin \theta_k + S_{49}^c \cos \theta_k \right) \ddot{\varphi}_x + \\
 &+ \left(S_{59}^s \sin \theta_k + S_{59}^c \cos \theta_k \right) \ddot{\varphi}_y + S_{69} \ddot{\varphi}_z + \\
 &+ S_{79} \ddot{\varphi}_{k1} + S_{99} \ddot{\varphi}_{k3} + c_3 \varphi_{k3} = 0 \quad \left(k = 1, \dots, n \right),
 \end{aligned}$$

де $\mathbf{F} = (0; F_1; 0; 0; 0; F_1(R + l_1); F_1 l_1 \cos \alpha; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)^T$ – вектор-стовпчик узагальнених сил для випадку $n = 3$.

Розв’язок системи рівнянь (4) знаходимо методом нормальних координат [12] в аналогічному (3) вигляді:

$$x = A_x \cos pt, \quad y = A_y \cos pt, \quad z = A_z \cos pt,$$

де $S_{11_n}, S_{22_n}, S_{33_n}, S_{44_n}, S_{55_n}, S_{66_n}, S_{77}, S_{15_n}, S_{17}^s, S_{17}^c, S_{18}, S_{19}, S_{24_n}, S_{27}^s, S_{27}^c, S_{28}, S_{29}, S_{37}, S_{38}, S_{39}, S_{47}^s, S_{47}^c, S_{48}^s, S_{48}^c, S_{49}^s, S_{49}^c, S_{57}^s, S_{57}^c, S_{58}^s, S_{58}^c, S_{59}^s, S_{59}^c, S_{67}, S_{68}, S_{69}$ – коефіцієнти, які залежать від масових і геометричних характеристик; $c, c_\varphi, c_{xy}, c_z, c_0, c_1$ – жорсткісні характеристики системи. У матричному вигляді система (1) має вигляд:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\mathbf{X} = 0, \quad (2)$$

де \mathbf{X} – вектор-стовпчик узагальнених координат системи (1), \mathbf{M} – матриця мас, \mathbf{C} – матриця жорсткостей.

Наведені рівняння з урахуванням симетрії механічної системи, що розглядається, дозволяють визначати власні форми та частоти коливань відповідної дискретної моделі [9].

Вимушені коливання. Розглянемо вимушені коливання системи на прикладі вала з трьома лопатями.

Нехай на лопать з номером 1 діє деяка збурювальна сила \bar{F}_1 , прикладена в точці $C_{\bar{F}_1}$ (рис. 2) площини XOY , спрямована паралельно до цієї площини і перпендикулярна до осі OX . Точка $C_{\bar{F}_1}$ прикладення сили розташована на осі OC_{11} на відстані l_1 від лінії кріплення лопаті до вала.

Нехай модуль сили \bar{F}_1 змінюється з часом за гармонічним законом:

$$F_1 = f_1 \cos pt. \quad (3)$$

Тоді рух розглянутої механічної системи під дією сили \bar{F}_1 описуватиметься неоднорідною системою $3n + 6$ диференціальних рівнянь вигляду:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{F}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_x &= A_{\varphi_x} \cos pt, \quad \varphi_y = A_{\varphi_y} \cos pt, \\
 \varphi_z &= A_{\varphi_z} \cos pt, \quad \varphi_{ki} = A_{ki} \cos pt \quad (5) \\
 &\quad (k = \overline{1, 3}, i = \overline{1, 3}),
 \end{aligned}$$

де амплітуди коливань $A_x, A_y, A_z, A_{\varphi_x}, A_{\varphi_y}, A_{\varphi_z}, A_{ki}$ ($k = \overline{1, 3}, i = \overline{1, 3}$) узагальнених координат залежать від частоти p вимушених коливань:

$$\begin{aligned} A_x &= A_x(p), A_y = A_y(p), A_z = A_z(p), \\ A_{\varphi_x} &= A_{\varphi_x}(p), A_{\varphi_y} = A_{\varphi_y}(p), A_{\varphi_z} = A_{\varphi_z}(p), \\ A_{ki} &= A_{ki}(p) \quad (k = \overline{1, 3}, i = \overline{1, 3}). \end{aligned} \quad (6)$$

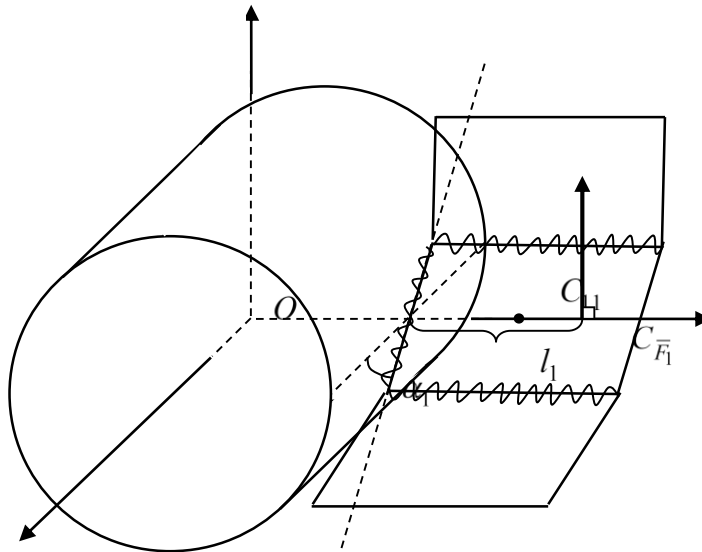


Рис. 2. Схема прикладення збурювальної сили до першої лопаті

Проаналізуємо отримані амплітудно-частотні характеристики (АЧХ). Для наочності на наведених нижче графіках точками позначено $p = \omega_{0i}$ ($i = \overline{1, 5}$), пунктиром – $p = \omega_{1i}$ ($i = \overline{1, 5}$), де перший індекс 0 у позначенні власних частот ω відповідає формам коливань з осью симетрії, 1 – формам коливань з одним вузловим діаметром.

Як показали розрахунки, АЧХ узагальнених координат $x, y, \varphi_x, \varphi_y$ принципово не відрізняються. Всі вони характеризуються наявністю резонансних явищ на власних частотах, що відповідають одному вузловому діаметру, і їх відсутністю на частотах вісесиметричних форм коливань (рис. 3). Це пов'язано з відсутністю при таких коливаннях лінійних переміщень вала уздовж осей OX і OY .

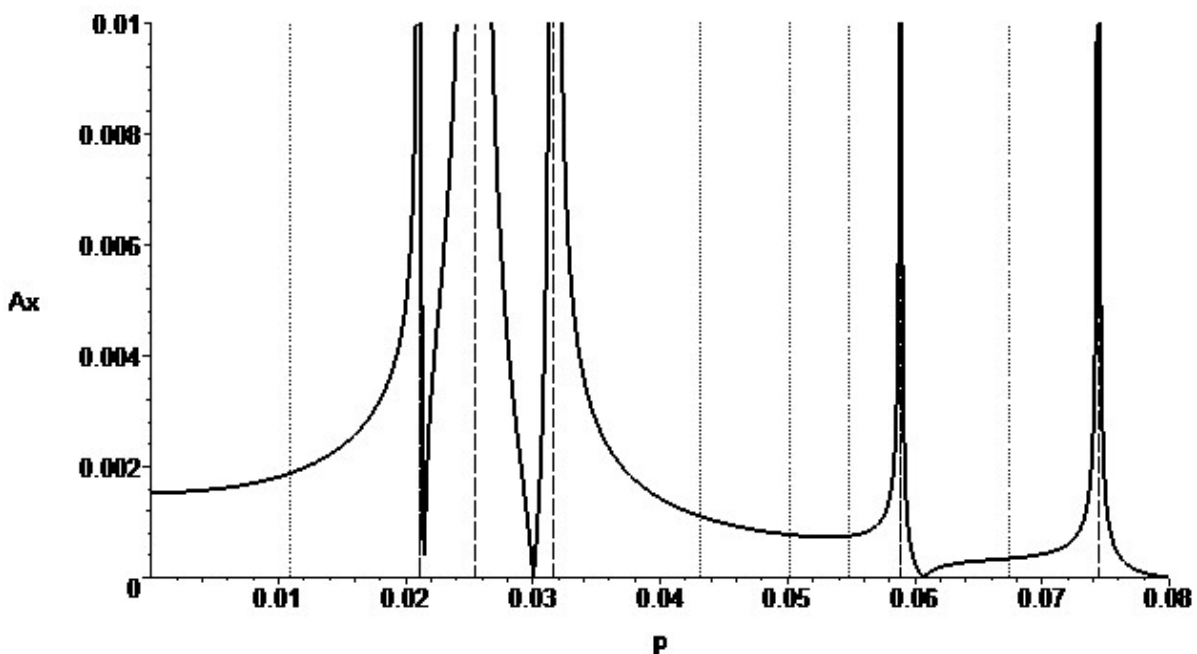


Рис. 3. АЧХ узагальненої координати x

АЧХ для узагальнених координат z і φ_z також мають схожий вигляд (рис. 4). На відміну від попереднього випадку вони характеризуються відсутністю резонансних явищ

на власних частотах, що відповідають одному вузловому діаметру, і їх наявністю на частотах вісесиметричних форм коливань. Це викликано відсутністю поворотів вала при таких коливаннях.

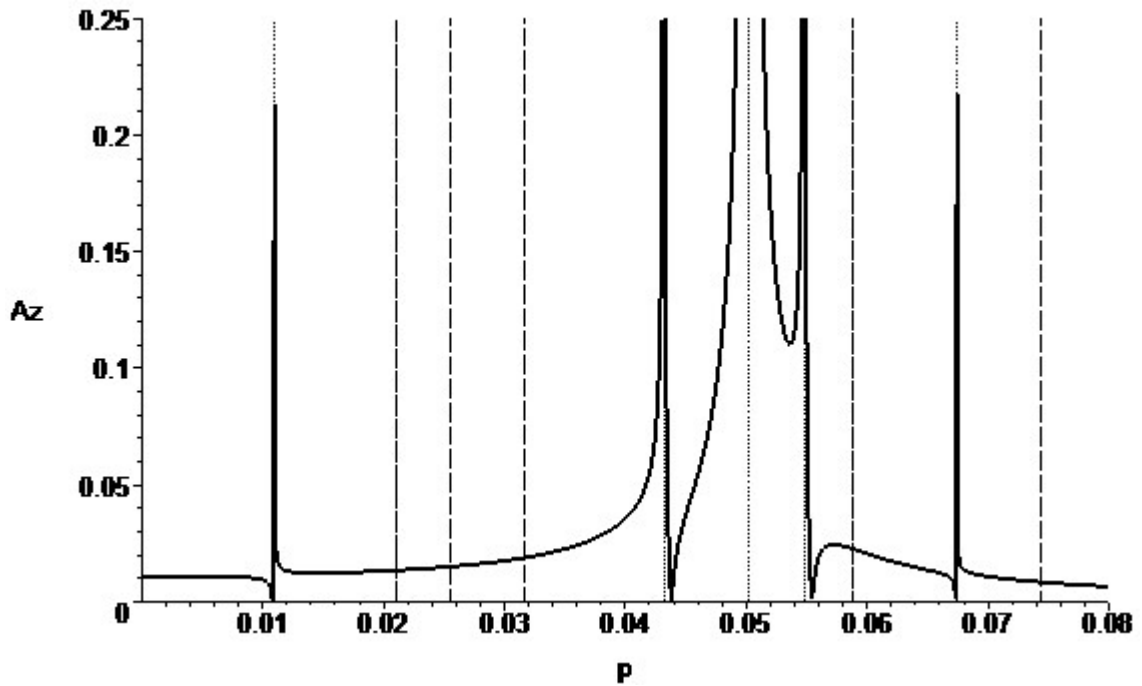


Рис. 4. АЧХ узагальненої координати z

АЧХ координат φ_{ki} ($k = \overline{1, 3}, i = \overline{1, 3}$) мають резонанси на всіх частотах (рис. 5),

оскільки лопаті беруть участь у всіх видах власних форм коливань вала з лопатями.

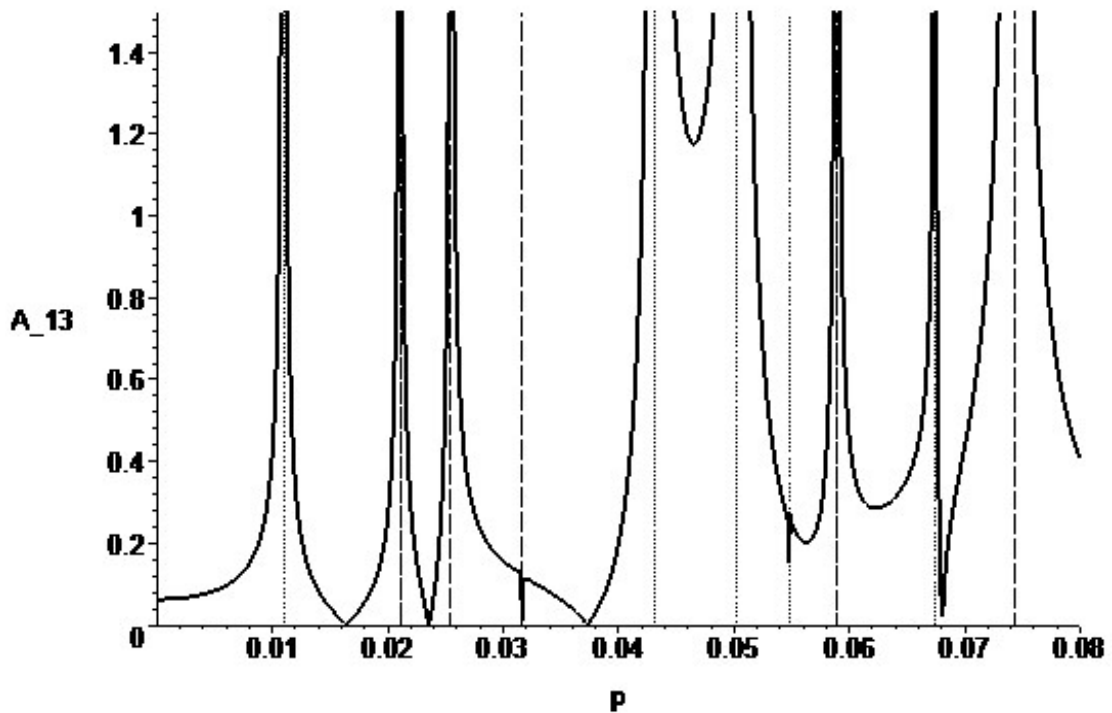


Рис. 5. АЧХ узагальненої координати φ_{13}

Як показують розрахунки, у випадку прикладання збурювальної сили до лопаті

під номером два або три картина коливань принципово не змінюється.

Керований антирезонанс. Як було продемонстровано вище, при вимушених коливаннях системи на резонансних частотах зростає до великих значень амплітуда не тільки тієї лопаті, на яку діє збурювальна сила, а й амплітуди решти лопатей. Тобто сила, що діє на одну лопать, має великий вплив і на всі інші лопаті. Цей ефект дає змогу здійснювати гасіння резонансних коливань однієї лопаті за рахунок дії на іншу, тобто застосовувати явище керованого антирезонанса [13].

Продемонструємо можливість гасіння коливань на прикладі вала з трьома лопатями.

Нехай збурювальні сили однакової частоти діють одночасно на першу й другу лопаті (рис. 6). Обидві сили змінюються за гармонічним законом:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} F_2; F_1 - \frac{F_2}{2}; 0; 0; 0; F_1(R+l_1) + F_2(R+l_2); F_1 l_1 \cos \alpha + F_2 l_2 \cos \alpha; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0 \right)^T$$

– вектор-совпчик узагальнених сил для випадку $n = 3$. При цьому амплітуда f_1 збурювальної сили, що діє на першу лопать, вважається відомою, а амплітуда f_2 сили, прикладеної до другої лопаті, підлягає визначенню з умови антирезонансу [13] – рівності нулю амплітуди коливань першої лопаті, а саме її центральної пластини, коливання якої ми бажаємо загасити:

$$A_{11} = 0. \quad (8)$$

Розв'язок отриманої системи рівнянь, аналогічно попередньому випадку, знаходимо методом нормальних координат у вигляді (5).

При цьому в рівняннях зникає невідома A_{11} , але замість неї з'являється інша невідома f_2 , і, таким чином, баланс кількості невідомих і рівнянь зберігається.

Результати проведених досліджень вимагають певних коментарів. Як згадувалося вище, при дії на одну лопать здійснюється вплив на всі інші, отже, у процесі повного гасіння коливань обраної лопаті коливання всіх інших лопатей зазнають певного впливу. При цьому розрахунки показують, що всі АЧХ (окрім A_{11} , яка дорівнює нулю) можна охарактеризувати спільними особли-

$$F_1 = f_1 \cos pt, \quad F_2 = f_2 \cos pt. \quad (7)$$

Взаємне розташування вектора сили \bar{F}_2 і лопаті, на яку вона діє, співпадає, відповідно, з вектором сили \bar{F}_1 і першою лопаттю. Тобто сила \bar{F}_2 , прикладена в точці $C_{\bar{F}_2}$ площини XOY , спрямована паралельно до цієї площини і перпендикулярна до осі OC_{21} , де C_{21} – центр мас центральної пластини другої лопаті. Точка $C_{\bar{F}_2}$ прикладення сили розташована на осі OC_{21} на відстані l_2 від лінії кріплення другої лопаті до вала.

Тоді система рівнянь руху буде мати аналогічний до (4) вигляд, де

востями, які, для прикладу, можна проілюструвати за допомогою АЧХ для узагальненої координати φ_{32} (рис. 6).

Так, резонанси на резонансних частотах вісесиметричних форм коливань повністю відсутні.

На противагу цьому резонанси на власних частотах з одним вузловим діаметром зберігаються (нагадаємо, що розрізняють два види вузлових діаметрів – горизонтальний і вертикальний). Це відбувається через те, що збурювальні сили, що діють на перші дві лопаті, розташовані під певним кутом одна до одної. При цьому збурювальна сила \bar{F}_1 має лише вертикальну складову (оскільки направлена уздовж осі OY), а так звана антирезонансна сила \bar{F}_2 – і горизонтальну, і вертикальну. Отже, вертикальна складова сили \bar{F}_2 компенсує вертикальну складову \bar{F}_1 , а горизонтальна складова \bar{F}_2 викликає коливання з горизонтальним вузловим діаметром, які силою \bar{F}_1 не викликалися. Це накладає певні обмеження на застосування явища керованого антирезонансу і потребує вживання спеціальних заходів. Зокрема, можна вимагати, щоб сили \bar{F}_1 і \bar{F}_2 були спрямовані уздовж однієї осі.

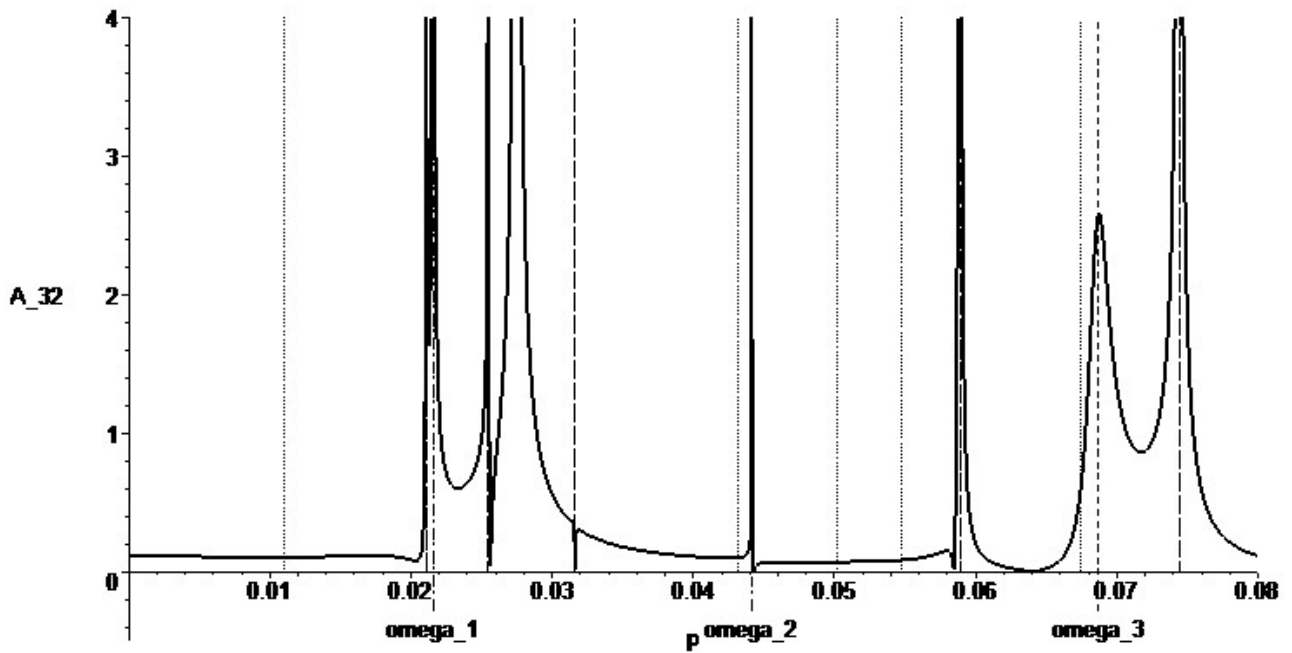


Рис. 6. АЧХ узагальної координати φ_{32} у випадку дії двох сил

Крім резонансних частот вісесиметричних форм коливань і форм коливань з одним вузловим діаметром, є інша група частот з великими амплітудами коливань. На графіку (рис. 6) ці частоти позначено через ω_i ($i = \overline{1, 3}$). Наявність цієї групи можна пояснити, згадавши випадок дії однієї збудовувальної сили на першу лопать, а саме АЧХ для узагальної координати φ_{21} , що характеризує рух центральної пластини тієї лопаті, на яку діє антирезонансна сила. Розрахунки свідчать, що при вказаних частотах ω_i ($i = \overline{1, 3}$) амплітуда коливань другої лопаті обертається в нуль. Як було показано в роботах [10, 13], у подібних випадках повне гасіння коливань є неможливим, оскільки силу, що гасить коливання, прикладено в точках з нульовою амплітудою. Проте, як і у вказаних випадках, йдеться про ділянки, на яких амплітуда коливань, що гасяться, досить мала, і їх гасіння, як таке, не є необхідним. Тому доцільним було б обмеження величини амплітуди f_2 антирезонансної сили аналогічним до випадку ланцюжків чинном [13].

Отже, дослідження вимушених коливань вала з лопатями поворотно-лопатевої

гідротурбіни за допомогою вдосконаленої дискретної моделі продемонструвало теоретичну можливість гасіння резонансних коливань на всіх власних частотах коливань системи, тобто задача керування резонансними явищами в усьому діапазоні частот розв'язана повністю.

Висновки. На основі вдосконаленої дискретної моделі розглянуто задачу про вимушені коливання вала з лопатями поворотно-лопатевої гідротурбіни. Розрахунки виконано на прикладі вала з трьома лопатями. Проаналізовано проблему керування резонансними явищами зазначеної механічної системи за допомогою антирезонансу. Порівняння отриманих результатів з результатами розрахунків, отриманих для базової дискретної моделі вала з лопатями, дозволяє зробити висновок про те, що запропонована вдосконалена модель, з одного боку, дозволяє більш адекватно моделювати реальну конструкцію, з іншого – підтверджує можливість гасіння небажаних резонансних коливань системи в усьому діапазоні частот, не демонструючи при цьому якихось принципово нових аспектів.

Література

1. Воробьев Ю. С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин. Киев: Наук. думка, 1988. 224 с.
2. Иванов В. П. Колебания рабочих колес турбомашин. Москва: Машиностроение, 1983. 223 с.
3. Байшагиров Х. Ж., Ермаганбетова С. К. Собственные частоты колебаний композиционных лопастей и лопаток турбомашин. *Технические науки – от теории к практике*: сб. статей по матер. LIV междунар. науч.-практ. конф. 2016. № 1(49). С. 164–171.
4. Воробьев Ю. С., Янецки С., Тишковец Е. В., Кани С. П. Анализ колебаний турбинного лопаточного аппарата со связями на основе трехмерных моделей. *Вибрации в технике и технологиях*. 2001. № 4 (20). С. 19–23.
5. Бурого Н. Г., Журавлев А. Б., Никитин И. С. Анализ напряженного состояния контактной системы «диск-лопатка» газотурбинного двигателя. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2011. Т. 4, № 2. С. 5–16.
6. Ермаков А. И., Урлапкин А. В., Федорченко Д. Г. Влияние связанности колебаний на собственные формы рабочего колеса с неидентичными лопатками. *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. 2014. № 5 (47), Ч. 3. С. 76–81.
7. Вибрации в технике / ред. В. Н. Челомей. Москва: Машиностроение, 1980. Т. 3. 544 с.
8. Григорьева П. П., Шамровский А. Д. Исследование колебаний поврежденных дисков с лопатками газотурбинных двигателей на основе дискретной модели. *Проблемы машиностроения*. 2005. Т. 8, № 2. С. 56–64.
9. Шамровский А. Д., Шевченко В. А. Расчет собственных частот и форм колебаний вала с лопастями с помощью дискретной модели. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2011. Вип. 17. С. 289–295.
10. Шамровский О. Д., Шевченко В. О., Лымаренко Ю. О. Моделирование та аналіз коливань вала з лопатками на основі дискретної моделі. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2011. №3/10 (51). С. 26–30.
11. Шамровский А. Д., Шевченко В. А., Лымаренко Ю. А. Дискретное моделирование рабочего колеса поворотно-лопастной гидротурбины. *Надійність і довговічність машин і споруд*. 2011. Вип. 34. С. 100–108.
12. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. Москва: Машиностроение, 1985. 472 с.
13. Шамровский А. Д., Шевченко В. А., Лымаренко Ю. А., Пазюк Ю.М. Активное гашение колебаний в пружинно-массовой цепочке. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Механіка*. 2009. Вип. 13, Т. 2, № 5. С. 179–190.

References

1. Vorobev, Y. S. (1988). Oscillations of the blade apparatus of turbomachines. Kyiv: Naukova dumka.
2. Ivanov, V. P. (1983). Oscillations of the turbomachine's working wheels. Moscow: Mashinostroenie.
3. Bayshagirov, Kh. Zh. & Yermaganbetova, S. K. (2016). Self-resonant frequency of compositional impellers and blades of turbo-machines. Technical science – from theory to practice: sbornik statei po materiyalam LIV mezhdunarodnoi nauchno-praktycheskoj konferentsyy, No. 1 (49), pp. 164–171.
4. Vorobev, Y. S., Yanetsky, S., Tyshkovets, E. V. & Kani, S. P. (2001). Analysis of oscillations of a turbine blade apparatus with connections based on three-dimensional models. *Vibration in engineering and technology*, No. 4 (20), pp. 19–23.
5. Burago, N. G. Zhuravlev, A. B. & Nikitin, I. S. (2011). Analysis of stress state of GTE contact system «disk-blade». *Computational continuum mechanics*, Vol. 4, No. 2, pp. 5–16.
6. Ermakov, A. I. Uralapkin, A. V. & Fedorchenko, D. G. (2014). Influence of vibration connectedness on eigenmode shapes of bladed disks with non-identical blades. *Vestnik of Samara State Aerospace University*, No. 5 (47), P. 3, pp. 76–81.

7. Chelomei, V. N. & ed. (1980). *Vibrations in technology*. Moskow: Mashinostroenie, Vol. 3.
8. Hryhorieva, P. P. & Shamrovski, A. D. (2005). The research of oscillations of damaged disks with blades of gas turbine engines based on a discrete model. *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 56–64.
9. Shamrovskiy, A. D. & Shevchenko, V. A. (2011). Shaft with blades eigenfrequency and mode shapes calculation with the help of discrete model. *Problems of computational mechanics and strength of structures*, Issue 17, pp. 289–295.
10. Shamrovskiy, O. D., Shevchenko, V. O. & Lymarenko, Y. O. (2011). Modeling and analysis of a shaft with blades oscillations based on a discrete model. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, No. 3/10 (51), pp. 26–30.
11. Shamrovski, A. D., Shevchenko, V. A. & Lymarenko, Y. A. (2011). Discrete modeling of adjustable-blade turbine water wheel. *Reliability and life of machines and structures*, Issue 34, pp. 100–108.
12. Timoshenko, S. P., Young, D. H. & Weaver, W. (1985). *Vibration Problems in Engineering*. Moskow: Mashynostroieniie.
13. Shamrovski, A. D., Shevchenko, V. A., Lymarenko, Y. A. & Paziuk, Y. M. (2009). Active damping in a spring-mass chain. *Bulletin of Dnipropetrovsk University. Series: Mechanics*, Issue 13, Vol. 2, No. 5, pp. 179–190.