

УДК 621.315: 519.6

DOI: 10.26661/2413-6549-2019-2-13

## МОДЕЛЮВАННЯ СТАНУ ЕЛЕКТРОНА У ЦИЛІНДРИЧНІЙ КВАНТОВІЙ ТОЧЦІ З ОБОЛОНКОЮ

М. В. Морозов, Л. В. Халанчук

Таврійський державний агротехнологічний університет  
larysa.khalanchuk@tsatu.edu.ua

**Ключові слова:**

циліндрична квантова точка, рівняння Шредінгера, хвильова функція, власна енергія, математичне комп'ютерне моделювання, дискретна модель.

У статті розглянуто математичне, комп'ютерне моделювання стану електронів у циліндричних квантових точках (ЦКТ) з оболонкою. Досліджені хвильові функції електрона, власні значення хвильових чисел і енергії та їх залежність від параметрів квантової точки (радіуса, висоти) і параметрів оболонки (товщини, висоти потенціального бар'єра).

Використано рівняння Шредінгера для стаціонарних станів  $S$ -електронів у циліндричній системі координат і граничні умови для отримання дискретної моделі та 3D-графіків щільності ймовірності стану електрона в заданій області простору.

Для аналітичного розв'язку рівняння Шредінгера використовується метод Фур'є розділення змінних, а також чисельний метод послідовних наближень (ітерацій) при визначенні власних значень енергії електрона за допомогою граничних умов. Хвильова функція повинна бути неперервною та гладкою на границі ядро-оболонка циліндричної квантової точки.

Фінітний рух електрона розглядається у наближенні ефективної маси. Представлені результати розрахунків власної енергії та хвильових чисел для двох станів електрона: основного стану – аксіальні та радіальні квантові числа дорівнюють  $n = m = 1$  та збудженого стану – при  $n = m = 2$ .

Для математичного комп'ютерного моделювання та побудови відповідних графіків хвильової функції та щільності ймовірності знаходження електрона в заданій області циліндричної квантової точки використовуються пакети програм Scilab, MathCad, дискретні моделі розв'язку диференціальних рівнянь та дискретні структуровані сітки.

Таким чином, досліджено стан  $S$ -електрона, орбітальний момент якого  $l = 0$ , у циліндричній квантовій точці з оболонкою та обмежувачим потенціалом. У подальшому представляє значний інтерес моделювання стану електронів для інших різноманітних квантових точок: сферичних, конічних, пірамідальних.

Результати досліджень використовуються для методичного забезпечення лабораторного практикуму для магістрантів спеціальності «Комп'ютерні науки» з курсу «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій» [1].

---

## MODELING OF ELECTRON STATE IN A CYLINDRICAL QUANTUM DOT WITH A SHELL

M. V. Morozov, L. V. Khalanchuk

Tavria State Agrotechnological University,  
larysa.khalanchuk@tsatu.edu.ua

**Key words:**

cylindrical quantum dot, Schrödinger equation, wave function, eigen energy, mathematical computer simulation, discrete model.

The article deals with mathematical and computer modeling of electron states in a cylindrical quantum dot with a shell. Electron wave functions, eigenvalues of wave numbers and energy and their dependence on the geometrical parameters of a quantum dot (radius, height) and its shell (thickness, height of the potential barrier) are studied.

The Schrödinger equation for stationary states of  $S$ -electrons in a cylindrical coordinate system and boundary conditions for obtaining a discrete model and 3D graphs of probability density of an electron state of in a given area of space are used.

The Fourier method of separating the variables is used to obtain analytic solutions of the Schrödinger equation, as well as the numerical method of successive approximations (iterations) in determining the eigenvalues of the electron energy by means of boundary conditions. The wave function are continuous and smooth unlike the boundaries of the shell of a cylindrical quantum dot.

The finitel electron motion is considered in the effective mass approximation. The calculation results for eigen energy and wave numbers of the two electron states are presented: the ground state – axial and radial quantum numbers are equal to  $n = m = 1$  and the excited state at  $n = m = 2$ . Scilab, MathCad, discrete models of the solution of differential equations and discrete structured grids are used for mathematical computer modeling as well as for plotting of corresponding graphs of the wave function and the probability density of finding an electron in a given region of a cylindrical quantum dot.

Thus, the state of the  $S$ -electron, which orbital moment is  $l = 0$ , is investigated in a cylindrical quantum dot with a shell and a limiting potential. Therefore, it is of high interest to simulate the electron states for other quantum dot geometries: spherical, conical, pyramidal.

The research results are used for an undergraduate laboratory workshop for students of «Computer Science» specialty from the course «Physical bases of modern information technologies» on the basis of mathematical and computer simulation (Scilab, MathCad) [1].

## 1. Постановка проблеми

В елементній базі сучасних інформаційних технологій (монітори, лазери, сенсори) використовують квантові точки, які мають граничні малі розміри [2]. Тому розробка теоретичних моделей різноманітних квантових точок (сферичних, циліндричних, конічних), які дозволяють дослідити спектр енергетичних рівнів, є актуальною задачею. Крім того, розгляд впливу параметрів оболонки на фінітний рух електрона у ЦКТ представляє певний інтерес та забезпечує розгляд хвильових функцій та щільності ймовірності стану електрона. Для уточнення обчислення власної енергії електрона застосовано дискретні моделі розв'язку рівняння Шредінгера.

## 2. Аналіз останніх досліджень і публікацій

Стан носіїв електричного заряду (електронів) та власні значення енергії визначаються геометричною формою, розмірами, речовиною квантової точки (КТ) (ефективна маса електрона) та параметрами оболонки. У статтях [3-5] розглянуто вплив параметрів модифікованого потенціалу Пешля-Теллера на стан електрона та власні значення енергії

у ЦКТ. У роботі [6] розглянуто стан електрона у циліндричній квантовій точці без оболонки та з'ясовано, що квантові рівні сильно сплющеної еліпсоїдальної квантової точки можна отримати заміною її на модель циліндричної КТ. Сферичні квантові точки без оболонки та з оболонкою розглянуто у працях [7-9]. Для  $S$ -електронів, коли орбітальний момент відсутній, отримано власні значення енергії та щільність ймовірності стану. Аналітичні дослідження стану електронів у пірамідальних та конічних квантових точках із застосуванням представлення рівняння Шредінгера у модифікованій циліндричній системі координат наведено в статті [10]. Розгляд конічних квантових точок та залежності енергії електрона від параметрів КТ (радіуса основи і висоти) представлено у роботах [11-13]. Дискретні моделі розв'язку диференціальних рівнянь в частинних похідних розглядаються, наприклад, в роботі [14].

**Мета статті** – розробити модель циліндричної квантової точки з оболонкою. Знайти розв'язок рівняння Шредінгера для стаціонарних станів  $S$ -електронів, застосовуючи, зокрема, дискретні моделі, знайти

власні значення енергії електрона та щільність ймовірності знаходження електрона у заданій області простору. Дослідити залежність енергії електрона від параметрів квантової точки та оболонки.

### 3. Виклад основного матеріалу

Розглянемо найпростішу модель циліндричної квантової точки радіуса  $R$  та висоти  $H$  з оболонкою товщиною  $d$  (рис. 1а).

$$U(r, z) = \begin{cases} 0 \text{ у ядрі, якщо } 0 \leq r \leq R \text{ та } -\frac{H}{2} \leq |z| \leq \frac{H}{2}, \\ U_0 \text{ у оболонці, якщо } R < r \leq R + d \text{ та } \frac{H}{2} \leq |z| \leq \frac{H}{2} + d. \end{cases} \quad (1)$$

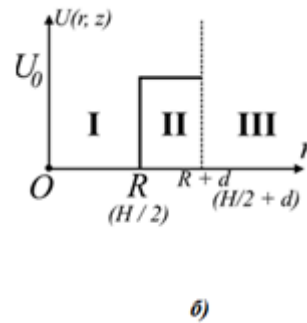
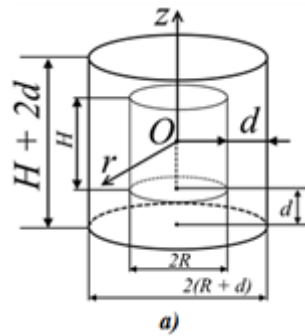


Рис. 1. а) – циліндрична квантова точка з оболонкою:  $R$  – радіус,  $H$  – висота,  $d$  – товщина оболонки; б) потенціальна енергія електрона:  $U_0$  – висота потенціальної ями

Стационарне рівняння Шредінгера для хвильової функції  $\psi_1(r, z)$   $S$ -електронів (орбітальний момент  $l = 0$ ) у наближенні ефективної маси для ядра (область I) має вигляд:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + k_1^2 \cdot \psi_1(r, z) = 0, \quad (2)$$

де хвильове число

$$k_1 = \frac{\sqrt{2m_1 E}}{\hbar}. \quad (3)$$

Розв'язок диференціального рівняння (2) знаходимо, використовуючи метод Фур'є розділення змінних:

$$\begin{aligned} \psi_1(r, z) &= A \cdot \varphi_1(r) \cdot \varphi_2(z) = \\ &= A \cdot J_0(k_3 \cdot r) \cdot \cos(k_4 \cdot z), \end{aligned} \quad (4)$$

де  $J_0(k_3 \cdot r)$  – функція Бесселя нульового порядку.

Для оболонки (область II) рівняння Шредінгера має вигляд:

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} - k_2^2 \cdot \psi_2(r, z) = 0, \quad (5)$$

де хвильове число

Речовина ядра (core) ЦКТ напівпровідник  $n$ -типу, оболонки (shell) – напівпровідник  $p$ -типу. Використовуємо циліндричну систему координат. Тоді у першому наближенні потенціальна енергія (модель обмежуючого потенціалу) має вигляд (рис. 1б):

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m_1(U_0 - E)}}{\hbar}. \quad (6)$$

Диференціальне рівняння (5) є модифікованим рівнянням Бесселя та має наступний розв'язок:

$$\begin{aligned} \psi_2(r, z) &= B \cdot \varphi_3(r) \cdot \varphi_4(z) = \\ &= B \cdot K_0(k_5 \cdot r) \cdot e^{-k_6 \cdot z}, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $K_0(k_5 \cdot r)$  – функція Макдональда (модифікована функція Бесселя другого роду від уявного аргументу).

Використовуючи рівняння Шредінгера (2), отримуємо:

$$k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} = k_3^2 + k_4^2. \quad (8)$$

З рівняння (5):

$$k_2^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2} = k_5^2 + k_6^2. \quad (9)$$

Тоді

$$k_3^2 + k_4^2 + k_5^2 + k_6^2 = \frac{2mU_0}{\hbar^2}. \quad (10)$$

Визначаємо власні значення енергії  $E_{n,m}$  та хвильові числа  $k_3, k_4, k_5$  та  $k_6$ . Хвильова функція  $\psi(r, z)$  повинна бути неперервною та

гладкою. Використовуємо граничні умови при  $r = R$ :

$$\begin{aligned}\psi_1(R, z) &= \psi_2(R, z), \\ \varphi_1(R) &= A \cdot J_0(k_3 \cdot R) = \varphi_3(R) = \\ &= B \cdot K_0(k_5 \cdot R),\end{aligned}$$

звідки

$$B = A \frac{J_0(k_3 \cdot R)}{K_0(k_5 \cdot R)}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned}\varphi_1'(R) &= -A \cdot k_3 \cdot J_1(k_3 \cdot R) = \\ &= \varphi_3'(R) = -B \cdot k_5 \cdot K_1(k_5 \cdot R),\end{aligned}$$

тоді:

$$\frac{k_3}{k_5} = \frac{J_0(k_3 \cdot R) \cdot K_1(k_5 \cdot R)}{K_0(k_5 \cdot R) \cdot J_1(k_3 \cdot R)}. \quad (12)$$

При  $z = \frac{H}{2}$ :

$$\psi_1\left(r, \frac{H}{2}\right) = \psi_2\left(r, \frac{H}{2}\right),$$

$$\varphi_2\left(\frac{H}{2}\right) = \cos\left(k_4 \cdot \frac{H}{2}\right) = \varphi_4\left(\frac{H}{2}\right) = e^{-k_6 \cdot \frac{H}{2}},$$

тоді:

$$\cos\left(k_4 \cdot \frac{H}{2}\right) = e^{-k_6 \cdot \frac{H}{2}}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned}\varphi_2'\left(\frac{H}{2}\right) &= -k_4 \cdot \sin\left(k_4 \cdot \frac{H}{2}\right) = \varphi_4'\left(\frac{H}{2}\right) = \\ &= -k_6 \cdot e^{-k_6 \cdot \frac{H}{2}},\end{aligned}$$

тоді:

$$k_4 \cdot \sin\left(k_4 \cdot \frac{H}{2}\right) = k_6 \cdot e^{-k_6 \cdot \frac{H}{2}}. \quad (14)$$

Систему рівнянь (10), (12), (13), (14) розв'язуємо чисельним методом послідовних наближень (ітерацій) та визначаємо хвильові числа.

Наприклад, при ефективній масі електрона  $m = 0,067m_0$  (GaAs);  $U_0 = 1,2eV \gg \gg E_{n,m}$ ;  $R = 6 \cdot 10^{-9}m$ ,  $H = 1,2 \cdot 10^{-8}m$ ,  $d = 3 \cdot 10^{-9}m$  та  $n = m = 1$  отримаємо:

$$k_{3,1,1} = 0,36 \cdot 10^9 m^{-1},$$

$$k_{4,1,1} = 0,2 \cdot 10^9 m^{-1},$$

$$k_{5,1,1} = 1,34 \cdot 10^9 m^{-1},$$

$$k_{6,1,1} = 0,4 \cdot 10^9 m^{-1}.$$

Власне значення енергії

$$E_{1,1} = 0,153 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Аналогічно визначаємо власну енергію та хвильові числа для другої радіальної та аксіальної моди  $n = m = 2$ :

$$k_{3,2,2} = 0,81 \cdot 10^9 m^{-1},$$

$$k_{4,2,2} = 0,7 \cdot 10^9 m^{-1},$$

$$k_{5,2,2} = 0,81 \cdot 10^9 m^{-1},$$

$$k_{6,2,2} = 0,57 \cdot 10^9 m^{-1}.$$

Власне значення енергії

$$E_{2,2} = 1,034 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Будуємо графіки хвильових функцій для радіальної моди (рис. 2) при  $A = 1$  для  $n = m = 1$  та  $n = m = 2$ :

$$\varphi_5(r) = \begin{cases} J_0(k_3 \cdot r), & \text{якщо } r \leq R, \\ B \cdot K_0(k_5 \cdot r), & \text{якщо } R < r \leq R + d. \end{cases} \quad (15)$$

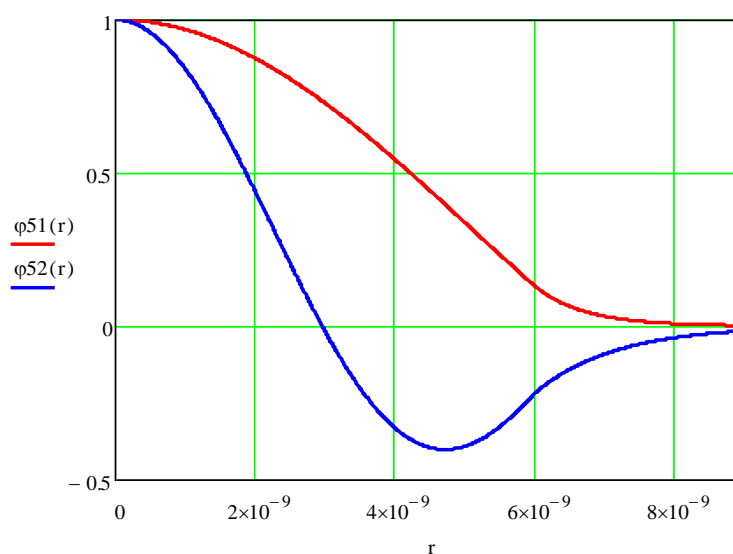


Рис. 2. Графіки хвильових функцій для радіальної моди при  $R = 6$  нм,  $H = 12$  нм,  $d = 3$  нм,  $U_0 = 1,2eV$ ,  $n = m = 1$

Будуємо графіки хвильових функцій для аксіальної моди (рис. 3) при  $A = 1$  для  $n = m = 1$  та  $n = m = 2$ :

$$\varphi_6(z) = \begin{cases} \cos(k_4 \cdot z), & \text{якщо } |z| \leq \frac{H}{2}, \\ e^{-k_6 \cdot z}, & \text{якщо } \frac{H}{2} \leq |z| \leq \frac{H}{2} + d. \end{cases} \quad (16)$$

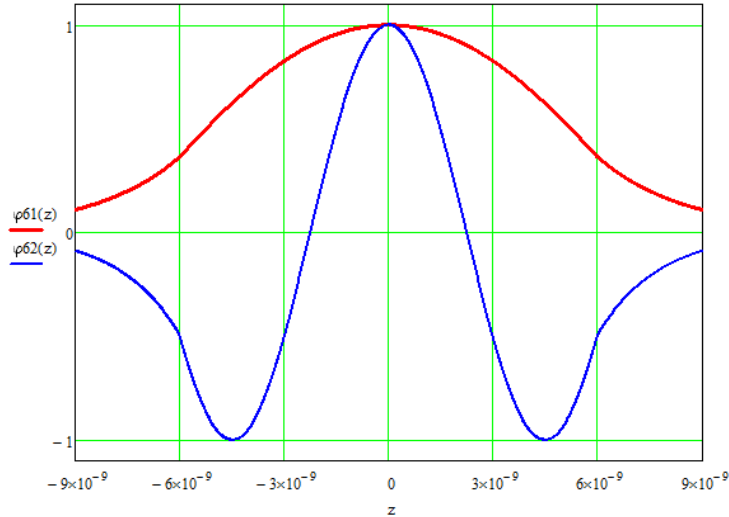


Рис. 3. Графіки хвильових функцій для аксіальної моди при  $R = 6$  нм,  $H = 12$  нм,  $d = 3$  нм,  $U_0 = 1,2$ еВ,  $n = m = 2$

Будуємо 3D графіки [15] відносної ( $A = 1$ ) щільності ймовірності для електрона у циліндричній квантовій ямі з оболонкою, яка дорівнює:

$$\rho(r, z) = |\psi(r, z)|^2 = \begin{cases} |\psi_1(r, z)|^2, & \text{якщо } |r| \leq R \text{ та } |z| \leq \frac{H}{2}, \\ |\psi_2(r, z)|^2, & \text{якщо } R < |r| < R + d \text{ або } \frac{H}{2} \leq |z| \leq \frac{H}{2} + d. \end{cases} \quad (17)$$

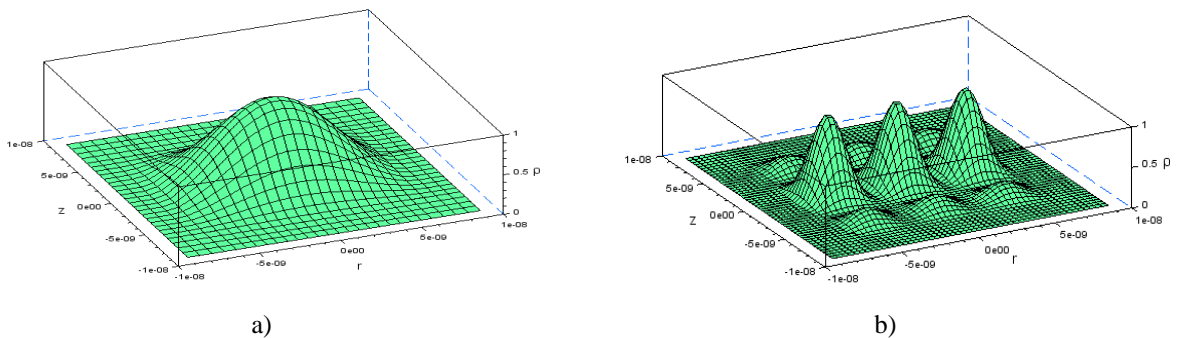


Рис. 4. Графіки щільності ймовірності для аксіальних та радіальних мод при  $R = 6$  нм,  $H = 12$  нм,  $d = 12$  нм,  $U_0 = 1,2$ еВ, а)  $n = m = 1$ , б)  $n = m = 2$

Мінімальна власна енергія електрона у ЦКТ суттєво залежить від розмірів ( $R, H$ ) квантової точки та збільшується, якщо розміри зменшуються. Мінімально допустимі розміри ЦКТ визначаються параметрами кристалічної ґратки:  $D_{min}, H_{min}$  приблизно 1 нм. В подальшому значний інтерес представляє розгляд стану електрона у сферичній квантовій точці з оболонкою.

### 3. Висновки

У роботі розглянуто розв’язок рівняння Шредінгера у циліндричній системі координат для стаціонарних станів S-електронів у ЦКТ з оболонкою. Отримано хвильові функції та дискретну модель розподілу щільності ймовірностей знаходження електрона в

заданій області ЦКТ з оболонкою. Досліджено залежність власної енергії електрона від параметрів ядра та оболонки квантової точки. Результати досліджень математичного, комп'ютерного моделювання використовуються для методичного забезпечення лабораторного практикуму з курсу «Фізичні

основи сучасних інформаційних технологій». В подальшому представляє значний інтерес дослідження моделей сферичних квантових точок з оболонкою та визначення дискретного спектру власних значень енергії електрона.

### Література

1. Дьоміна Н. А., Морозов М. В. Моделювання кванторозмірних гетероструктур у лабораторному практикумі з курсу «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій». *Збірник наукових праць Кіровоградського державного педагогічного університету ім. Володимира Винниченка «Наукові записки – Випуск 11. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти»*. 2017. № 5 (1227). С. 72–79.
2. Грибачев В. Методы получения и применения квантовых точек. *Компоненты и технологии*. 2009. № 9. С. 127–130.
3. Айрапетян Д. Б., Казарян Э. М., Тевосян О. Х. Примесные состояния в цилиндрической квантовой точке с модифицированным потенциалом Пешля-Теллера. *Известия НАН РА: Физика*. 2014. Т. 49, № 3. С. 190–195.
4. Алексанян А., Арамян К., Никогосян Г., Буниатян В. Управление энергией основного перехода в цилиндрической квантовой точке, покрытой слоем квантовой ямы. *Ученые записки Арцахского государственного университета, естественные науки*. 2015. № 1. С. 39–44.
5. Айрапетян Д. Б., Котанджян Т. В., Тевосян О. Х. Моделирование ограничивающего потенциала для цилиндрической квантовой точки. *Известия НАН РА: Физика*. 2014. Т. 49, № 6. С. 410–414.
6. Зегря Г. Г., Константинов О. В., Матвеевцев А. В. Структура энергетических квантовых уровней в квантовой точке, имеющей форму сплюснутого тела вращения. *Физика и техника полупроводников*. 2003. Т. 37, вып. 3. С. 334–338.
7. Смирнов С. Б. Марончук И. Е., Марончук И. И., Петраш А. Н. Расчет энергетического спектра S-электронов сферической квантовой точки на основе узкозонных полупроводниковых соединений  $A^{III}B^V$  в матрице GaP. *Збірник наукових праць СНУЯЕтаП «Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії»*. 2011. С. 164–168.
8. Игошина С. Е., Карманов А. А. Волновые функции электрона в квантовых точках «ядро/оболочка» типа I. *Молодой ученый*. 2014. №8. С. 41–45. URL: <https://moluch.ru/archive/67/11128/> (дата звернення: 12.10.2019).
9. Романова К. А., Галяметдинов Ю. Г. Моделирование квантовых состояний квантовых точек «ядро/оболочка» CdSe/CdS и CdSe/ZnS. *Вестник Казанского технологического университета*. 2017. Т. 20, № 19. С. 15–17.
10. Lozovski V., Piatnytsia V. The Analytical Study of Electronic and Optical Properties of Pyramid-Like and Cone-Like Quantum Dots. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. 2013. Vol. 8, № 11. P. 2335–2343.
11. Kazaryan E. M., Petrosyan L. S., Shahnazaryan V. A., Sarkisyan H. A. Quasi-conical quantum dot: electron states and quantum transitions. *Communications in Theoretical Physics*. 2015, Vol. 63, № 2. P. 255–260. DOI:10.1088/0253-6102/63/2/20.
12. Hayrapetyan D. B., Chalyan A. V., Kazaryan E. M., Sarkisyan H. A. Direct Interband Light Absorption in Conical Quantum Dot. *Journal of Nanomaterials*. 2015, Article ID 915742. P. 6. DOI:10.1155/2015/915742.
13. Багдасарян Д. А., Айрапетян Д. Б., Саркисян А. А., Казарян Э. М., Медвид А. Коническая квантовая точка: электронные состояния и дипольный момент. *Известия НАН Армении, Физика*. 2017. Т. 52, № 2. С. 177–188.
14. Халанчук Л. В., Чопоров С. В. Огляд методів генерації дискретних моделей геометричних об'єктів. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2018. № 1. С. 139–152.

15. Сосницька Н. Л., Морозов М. В., Онищенко Г.О., Халанчук Л.В. Моделювання кванторозмірних гетеросистем та методичне забезпечення курсу «Фізичні основи інформаційних технологій». *Науковий вісник Львівської академії: Серія: Педагогічні науки*. 2019. Вип. 5. С. 415–421. DOI: 10.33251/2522-1477-2019-5-415-421.

### References

1. Domina, N. A. & Morozov, M. V. (2017). Modelling of quantum-sized heterostructures in laboratory practice on the course “Physical bases of modern information technologies”. Collection of scientific works of the Kirovograd State Pedagogical University named after Volodymyr Vynnychenko “Scientific Notes – Iss. 11. Ser.: Problems of Methodology of Physical-Mathematical and Technological Education”, No. 5(1227), pp. 72–79 (in Ukrainian).
2. Gribachov, V. (2009). Methods of obtaining and applying quantum dots. Components and Technology, No. 9, pp. 127–130 (in Russian).
3. Hayrapetyan, D. B., Kazaryan, E. M. & Tevosyan, O. Kh. (2014). Impurity states in a cylindrical quantum dot with a modified Peshl-Teller potential. Bulletin of NAS RA: Physics, Vol. 49, No. 3, pp. 190–195 (in Russian).
4. Aleksanyan, A., Aramyan, K., Nikogosyan, G. & Buniatyan, V. (2015). Energy control of the main transition in a cylindrical quantum dot covered with a layer of a quantum well. Scientific notes of the Artsakh State University, natural sciences, No. 1, pp. 39–44 (in Russian).
5. Hayrapetyan, D. B., Kotadzhanyan, T. V. & Tevosyan, O. Kh. (2014). Modeling the limiting potential for a cylindrical quantum dot. Bulletin of NAS RA: Physics, Vol. 49, No. 6, pp. 410–414 (in Russian).
6. Zegrya, G. G., Konstantinov, O. V. & Matveentsev, A. V. (2003). The structure of energy quantum levels at a quantum dot in the shape of a flattened body of revolution. Semiconductor Physics and Technology, Vol. 37, No. 3, pp. 334–338 (in Russian).
7. Smirnov, S. B., Maronchuk, I. E., Maronchuk, I. I. & Petrash, A. N. (2011). Calculation of the energy spectrum of S-electrons of a spherical quantum dot based on narrow-gap III – IIIV semiconductor compounds in a GaP matrix. Collection of scientific works of SNUYaETap “Non-traditional and renewable energy sources”, pp. 164–168 (in Russian).
8. Igoshina, S. E. & Karmanov, A. A. (2014). Wave functions of an electron in quantum dots “core / shell” type I. Young scientist, No. 8, pp. 41–45 (in Russian). Retrieved from <https://moluch.ru/archive/67/11128/>.
9. Romanova, K. A. & Galyametdinov, Yu. G. (2017). Modeling of quantum states of quantum dots “core / shell” CdSe / CdS and CdSe / ZnS. Bulletin of Kazan Technological University, Vol. 20, No. 19, pp. 15–17 (in Russian).
10. Lozovski, V. & Piatnytsia, V. (2013). The Analytical Study of Electronic and Optical Properties of Pyramid-Like and Cone-Like Quantum Dots. Journal of Computational and Theoretical Nanoscience, Vol. 8, No. 11, pp. 2335–2343.
11. Kazaryan, E. M., Petrosyan, L. S., Shahnazaryan, V. A. & Sarkisyan, H. A. (2015). Quasi-conical quantum dot: electron states and quantum transitions. Communications in Theoretical Physics, Vol. 63, No. 2, pp. 255–260 (in Russian). DOI:10.1088/0253-6102/63/2/20.
12. Hayrapetyan, D. B., Chalyan, A. V., Kazaryan, E. M. & Sarkisyan, H. A. (2015). Direct Interband Light Absorption in Conical Quantum Dot. Journal of Nanomaterials. Article ID 915742, 6 p. (in Russian). DOI:10.1155/2015/915742.
13. Bagdasaryan, D. A., Hayrapetyan, D. B., Sarkisyan, H. A. Kazaryan, E. M. & Medvid, A. (2017). Conical quantum dot: electronic states and dipole moment. Bulletin of the NAS of Armenia, Physics, Vol. 52, No. 2, pp. 177–188 (in Russian).
14. Khalanchuk, L. V. & Choporov, S. V. (2018). An overview of methods for generating discrete models of geometric objects Bulletin of the Zaporizhzhya National University: Collection of scientific articles. Physical and mathematical sciences, No. 1, pp. 139–152 (in Ukrainian).
15. Sosnickaya, N., Morozov, M., Onyshchenko, H. & Khalanchuk, L. (2019). Modeling of quantum-sized heterosystems and methodological support of the course “Physical Foundations of Information Technologies”. Scientific Bulletin of the Flight Academy: Series: Pedagogical Sciences. Collection of scientific works, Vol. 5, pp. 415–421. DOI: 10.33251/2522-1477-2019-5-415-421.