

УДК 53.088.3 + 53.088.7
DOI <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2022-1-10>

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ АДАПТИВНОГО ШУМУ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ДИСКРЕТНОЇ БЕЗПОРОГОВОЇ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ МОДУЛЬОВАНИХ СИГНАЛІВ

Онуфрієнко Д. М.

*аспірант кафедри комп'ютерних та радіоелектронних систем
контролю та діагностики*

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

вул. Курпичева, 2, Харків, Україна

orcid.org/0000-0002-1365-798X

OnufrienkoResearcher@gmail.com

Тараненко Ю. К.

доктор технічних наук, професор

Приватне підприємство «Лікопак»

вул. Качалова, 1, Дніпро, Україна

orcid.org/0000-0003-2209-2244

taranen@rambler.ru

Ключові слова: модельна функція, безпороговий метод, дискретна вейвлет-фільтрація.

Для дослідження фільтрації модульованих сигналів використовувався спеціально згенерований модельний сигнал, який складається із затухаючих гармонік випадкової початкової частоти і фази з половинним перекриттям. За допомогою вікна hanning забезпечена плавність на кінцях згенерованого сигналу. Завдяки використанню евклідових норм векторів, сформованих із вейвлет-коефіцієнтів апроксимації та деталізації для всіх рівнів декомпозиції модельного сигналу із шумом і без, отримана математична модель, що враховує вплив змін потужності шуму на ефективність фільтрації. Дослідження отриманої математичної моделі довело наявність двох різних розподілів за рівнями декомпозиції відносної похибки від впливу шуму для коефіцієнтів апроксимації та деталізації залежно від кількості гармонік у модельному сигналі. Для запропонованого модельного сигналу незалежно від початкових частот гармонік і коефіцієнта затухання зміна відносної похибки, визначеної через евклідові норми векторів для коефіцієнтів апроксимації та деталізації, відбувається в разі перевищення кількості гармонік більше двадцяти семи. Важливим результатом такого аналізу є те, що він дозволяє виявити такі рівні розкладання, на яких відносна похибка обох коефіцієнтів як деталізації, так і апроксимації буде мінімальна. Це підтверджує наявність мінімуму середньоквадратичного показника MSE ефективності безпорогової вейвлет-фільтрації, який залишається на другому рівні декомпозиції для згенерованого модельного сигналу в разі зміни потужності шуму. Окрім того, значення похибки додатково зменшується вибором дискретного вейвлету. Проведено порівняння безпорогового методу дискретної вейвлет-фільтрації з методами загального й універсального порогів для запропонованої модельної функції в умовах зміни потужності шуму. Безумовною перевагою методу без порогу є мінімальне застосування обчислювальних ресурсів. Наведена методика вейвлет-фільтрації може бути використана для інших функцій сигналів. Запропонована модельна функція наведена як узагальнювальний приклад.

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF ADAPTIVE NOISE ON THE EFFICIENCY OF DISCRETE THRESHOLDFUL WAVELET FILTRATION OF MODULATED SIGNALS

Onufrienko D. M.

*Postgraduate Student at the Department of Computer and Electronic
Control and Diagnostic Systems
National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”
Kirpycheva str., 2, Kharkiv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-1365-798X
OnufrienkoResearcher@gmail.com*

Taranenko Yu. K.

*Doctor of Technical Sciences, Professor
Private Enterprise “Likopak”
Kachalova str., 1, Dnipto, Ukraine
orcid.org/0000-0003-2209-2244
taranen@rambler.ru*

Key words: *Model function,
non-threshold method, discrete
wavelet filtering.*

To study the filtering of modular signals, a specially generated model signal was used, which consists of attenuating harmonics of a random initial frequency and a phase with half overlap. With the help of the window ganning provides smoothness at the end of the generated signal. Due to the use of Euclidean norms of vectors formed from wavelet coefficients of approximation and detail for all levels of decomposition of the model signal with noise and without obtaining a mathematical model, the change of noise power for filtration efficiency is taken into account. The study of the obtained mathematical model proved the existence of two different levels of decomposition distributed error from the influence of noise for the coefficients of appropriation and detail depending on the number of harmonics in the signal model. For the proposed model signal is indeterminate from the initial frequencies and attenuation coefficients of changes in the error of the error determined through the Euclidean norms of vectors for the coefficients of approximation and detail occurs when the number of harmonics of twenty families is exceeded. An important result of this analysis is that it allows to identify such levels of decomposition at which the relative error of both coefficients of both detail and approximation will be minimal. This confirms the presence of a minimum average dramatic MSE of the threshold filtering efficiency in which remains powerful at the second level of decomposition for the generated model signal when the noise changes. In addition, this error value is further reduced by selecting a discrete wavelet. The non-threshold method of discrete filter wavelet is compared with the methods of general and universal thresholds for the proposed model function in the conditions of noise power change. The unconditional advantage of the method without a threshold is the minimal use of computing resources. The above wavelet filtering technique can be used for other signal functions. The proposed model function is given as a general example.

Вступ. У галузі розвитку та вдосконалення методів дискретної вейвлет-фільтрації дотепер були відомі тільки два алгоритми: VisuShrink [1], із загальним порогом обмеження, BayesShrink [2, 3], з універсальним порогом обмеження вейвлет-коєфіцієнтів деталізації для кожного рівня декомпозиції. Особливості цих алгоритмів – складне форму-

вання порогової функції та самого порогу залежно від багатьох факторів, а саме: характеру самого сигналу, закону розподілення шумових перешкод і обрання функції базового вейвлету. В Україні вперше було винайдено і досліджено безпороговий метод вейвлет-фільтрації [4], основною перевагою якого є простота реалізації та незалежність

як від форми сигналу, так і від характеру самого шуму. Порівняння похибок алгоритмів VisuShrink та BayesShrink і безпорогового методу наведено в роботі [5]. **Метою роботи** є дослідження безпорогового методу в частині залежності похибки фільтрації від зміни потужності шуму для сигналів із частотною та фазовою модуляцією, що здійснюється за випадковим принципом. Саме вирішенню зазначеного завдання присвячена ця публікація.

Огляд літератури. Публікації щодо DWT-фільтрації протягом останніх років умовно поділяються на дві групи. Перша стосується застосування відомих алгоритмів VisuShrink і BayesShrink для вирішення практичних завдань. Приклади типових завдань: керування приводами [6], пошук артефактів на електрокардіограмах [7; 8]. Друга група – це нове застосування відомих методів, наприклад аналіз ефективності вейвлет-пакетного перетворення, застосованого до конкретних ультразвукових сигналів виявлення [9]. Окремо в цій групі варто виділити публікацію [10]. У згаданій публікації замість окремих рішень пошуку загального або універсального порога обмеження коефіцієнтів деталізація (VisuShrink та BayesShrink) запропоновано комплексний підхід до підвищення ефективності DWT-фільтрації, який полягає в чисельному рішенні проблеми зменшення похибки за комплексним критерієм порогової функції, порога та базового вейвлету.

Короткі теоретичні відомості, необхідні для подальшого викладення матеріалу публікації

Сигнал з адитивним шумом гауса можна описати співвідношенням:

$$f_{\eta}(t_i) = f(t_i) + \eta, \quad (1)$$

де $f(t_i)$ – функція сигналу; $f_{\eta}(t_i)$ – функція сигналу із шумом; η – білий нормально розподілений шум.

Розкладання сигналу $f_{\eta}(t_i)$ за всіма рівнями декомпозиції для коефіцієнтів апроксимації та деталізації визначається співвідношеннями [11]:

Для сигналів без впливу шуму:

$$\left. \begin{aligned} a_{j+j_0,k} &= \int_R f(t_i) \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) dt \\ d_{j+j_0,k} &= \int_R f(t_i) \cdot \psi_{j+j_0,k}(t) dt \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Для сигналів з адитивним доданим шумом згідно з (1):

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_{j+j_0,k} &= \int_R f_{\eta}(t_i) \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) dt \\ \bar{d}_{j+j_0,k} &= \int_R f_{\eta}(t_i) \cdot \psi_{j+j_0,k}(t) dt \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

де R – галузь визначення функції $f(t_i), f_{\eta}(t_i)$; $\bar{a}_{j+j_0,k}, \bar{d}_{j+j_0,k}, a_{j+j_0,k}, d_{j+j_0,k}$ – коефіцієнти апроксимації та деталізації під впливом шуму і без відповідно; $\varphi_{j+j_0,k}(t), \psi_{j+j_0,k}(t)$ – «материн-

ський» і «батьківський» вейвлети відповідно; j_0, j, k – початковий, поточний і порядковий номер вейвлет-коефіцієнтів. Функція сигналу після його чищення від шуму:

$$\tilde{f}(t_i) = \sum_k \bar{a}_{j+j_0,k} \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) + \sum_{j=1}^J \sum_k F(\lambda_j) \cdot \bar{d}_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t), \quad (4)$$

де $\tilde{f}(t_i)$ – функція сигналу очищеного від шуму; $F(\lambda_j)$ – функція порогу λ_j ; $\varphi_{j+j_0,k}(t), \psi_{j+j_0,k}(t), F(\lambda_j)$ – параметри дискретної вейвлет-фільтрації, які забезпечують мінімальну похибку фільтрації:

$$E = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\tilde{f}(t_i) - f_{\eta}(t_i))^2, \quad (5)$$

де E – мінімальна середньоквадратична похибка фільтрації (MSE моделі).

Математична модель дискретної вейвлет-фільтрації без порога з урахуванням відносних похибок вейвлет-коефіцієнтів від впливу зміни потужності шуму

Для отримання математичної моделі вейвлет-фільтрації без порога досить змінити друге додавання у співвідношенні (4) на

$$\sum_{j_{opt}}^{j_{max}} \sum_k d_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t), \quad (6)$$

де j_{opt} – рівень декомпозиції, який забезпечує мінімальну MSE и до якого всі коефіцієнти декомпозиції замінюють нулями (тобто без використання порога, тому метод дістав назву «безпороговий»); j_{max} – максимально можливий рівень декомпозиції, який залежить від довжини сигналу й обраного вейвлету.

Для аналізу впливу шуму на ефективність фільтрації безпороговим методом у частотній галузі треба визначити похибки, які вносить шум у вейвлет-коефіцієнти, і знайти рівень декомпозиції, на якому ці похибки будуть мінімальні. За допомогою евклідових норм векторів для рядів (2), (3) отримаємо співвідношення для відносних похибок залежно від рівня декомпозиції:

$$\left. \begin{aligned} \delta_j^d &= \frac{\left\| \sum_{j_0}^J \sum_k \bar{d}_{j+j_0,k} - \sum_{j_0}^J \sum_k d_{j+j_0,k} \right\|}{\left\| \sum_{j_0}^J \sum_k d_{j+j_0,k} \right\|} \\ \delta_j^a &= \frac{\left\| \sum_{j_0}^J \sum_k \bar{a}_{j+j_0,k} - \sum_{j_0}^J \sum_k a_{j+j_0,k} \right\|}{\left\| \sum_{j_0}^J \sum_k a_{j+j_0,k} \right\|} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

де δ_j^d, δ_j^a – відносні похибки вейвлет-коефіцієнтів залежно від рівня j декомпозиції; $\| \dots \|$ – позначення евклідових норм відповідних векторів.

Генерація модельної функції для демонстрації методики фільтрації

Опускаємо деталі формування масивів випадкових частот ω_i і фаз φ_i гармонік n , а також структуру функції *hanning*(j) для перекриття гармонік та забезпечення віконної версії вихідного сигналу із затуханням завдяки множнику $e^{-\gamma t_j}$. Запишемо модельну функцію в надто загальному вигляді:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n \sum_j^k e^{-\gamma t_j} \cdot \cos(\omega_i t_j + \varphi_i) \cdot \text{hanning}(j). \quad (8)$$

Наведемо графіки функції (8) для двох значень кількості гармонік, за яких, як буде показано далі, змінюється характер розподілу похибок (7) за рівнями декомпозиції для різних потужностей гаусового шуму.

Дослідження впливу потужності гаусового шуму на розподіл коефіцієнтів вейвлет-декомпозиції та похибку моделі в часовій галузі

За допомогою співвідношення (7), (8) побудуємо розподіли похибок коефіцієнтів, для кожного характеру розподілу наведемо похибку моделі MSE в часовій галузі згідно з (5). Для мінімізації MSE під розподіли рівня декомпозиції обирається вейвлет. Розподіл будемо спостерігати для модельної функції з 15 гармонік (рис. 1)

Наведені графіки показують, що коефіцієнти деталізації приймають близькі до нуля значення похибки незалежно від потужності шуму на дру-

гому, третьому та четвертому рівнях декомпозиції ще до фільтрації. Коефіцієнти деталізації демонструють різке зростання похибки в сильній залежності від потужності шуму. Після фільтрації без порога ми маємо мінімальну похибку на другому рівні декомпозиції та зростання MSEopt у разі обрання різних вейвлетів більш ніж на порядок.

Далі спостерігаємо розподіл для модельної функції:

Отримаємо інший характер розподілу вейвлет-похибки та вейвлет-коефіцієнтів деталізації до фільтрації, а саме: маємо їх значення, близьке до нуля, починаючи із другого рівня декомпозиції, незалежно від потужності шуму. Однак порівняння графіків розподілу MSE моделі безпорогового метода фільтрації, наведених на рис. 4 та рис. 7, дозволяє нам дійти висновку, що саме на другому рівні декомпозиції спостерігається мінімальна похибка, розподіл якої за потужністю шуму однаковий.

Для остаточного висновку щодо ефективності безпорогового методу фільтрації на прикладі запропонованої модельної функції проведемо порівняльний аналіз наявних методів із загальним і універсальним порогом обмеження коефіцієнтів деталізації.

Висновки. Отримана математична модель, яка дозволяє дослідити вплив потужності адитивного гаусового шуму на відносні похибки коефіцієнтів апроксимації та деталізації на кожному рівні

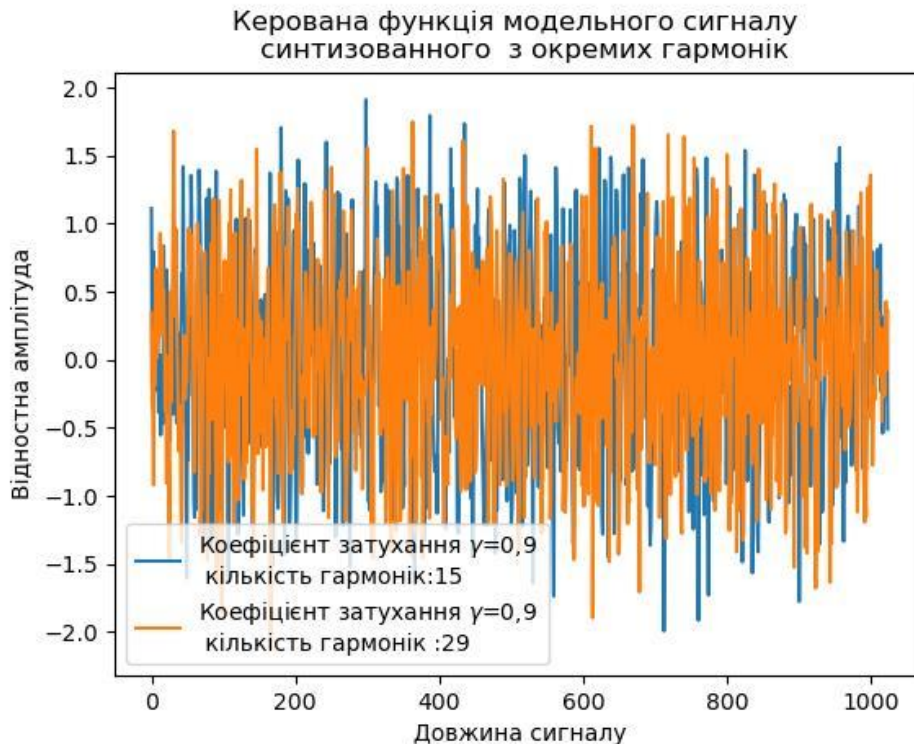


Рис. 1

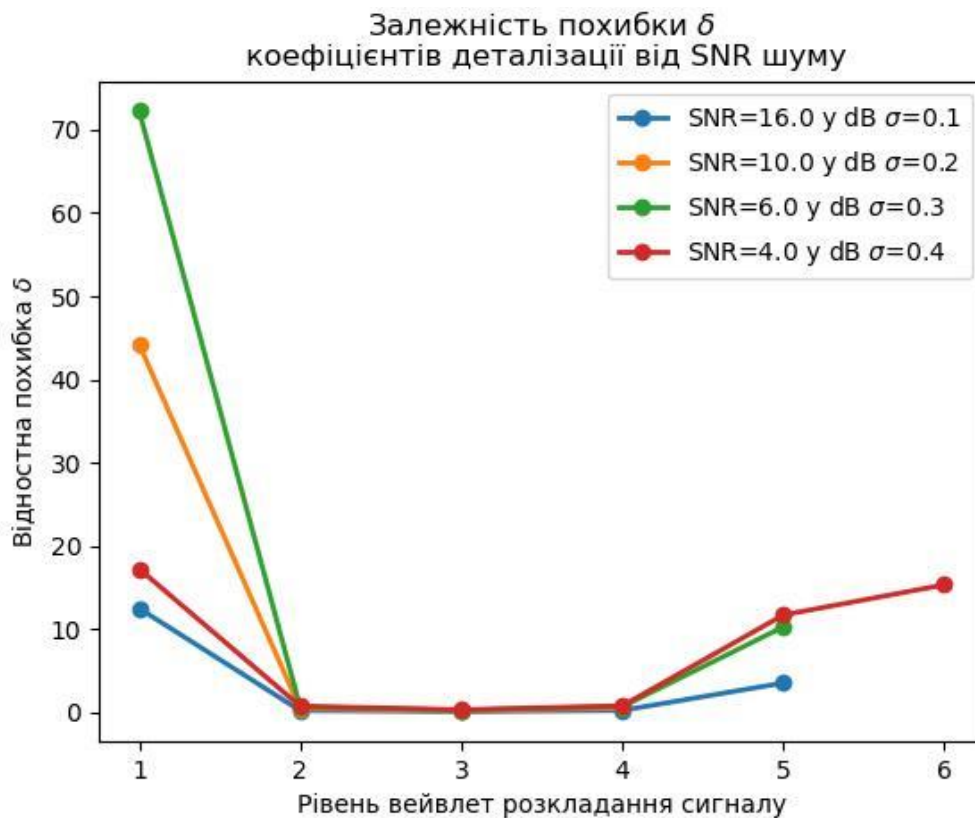


Рис. 2

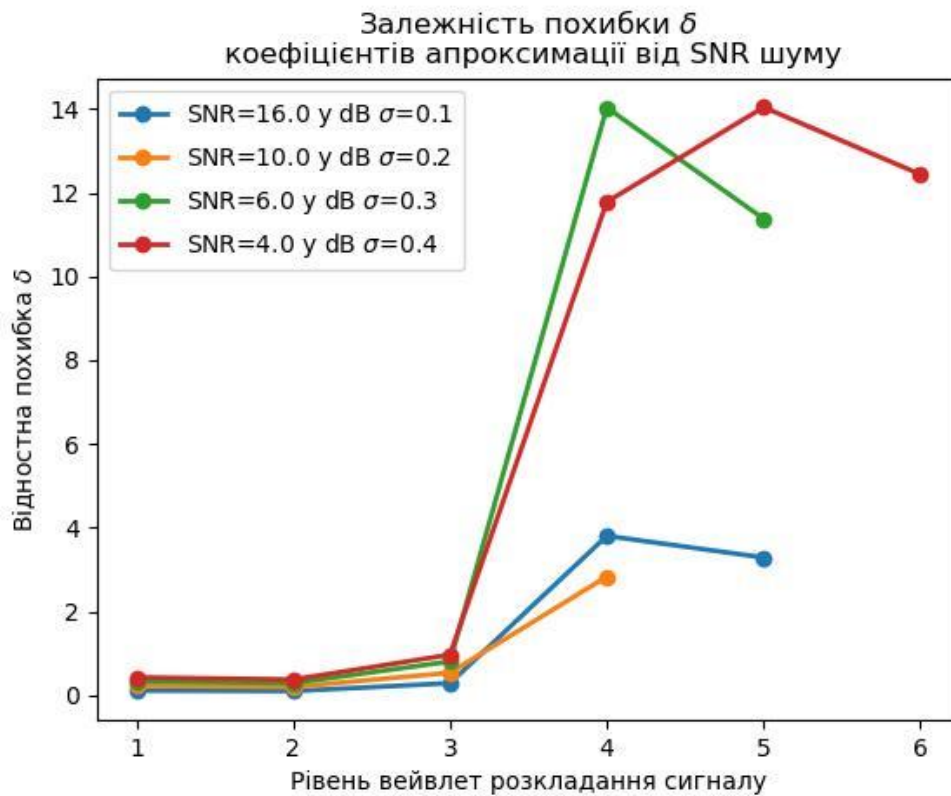


Рис. 3

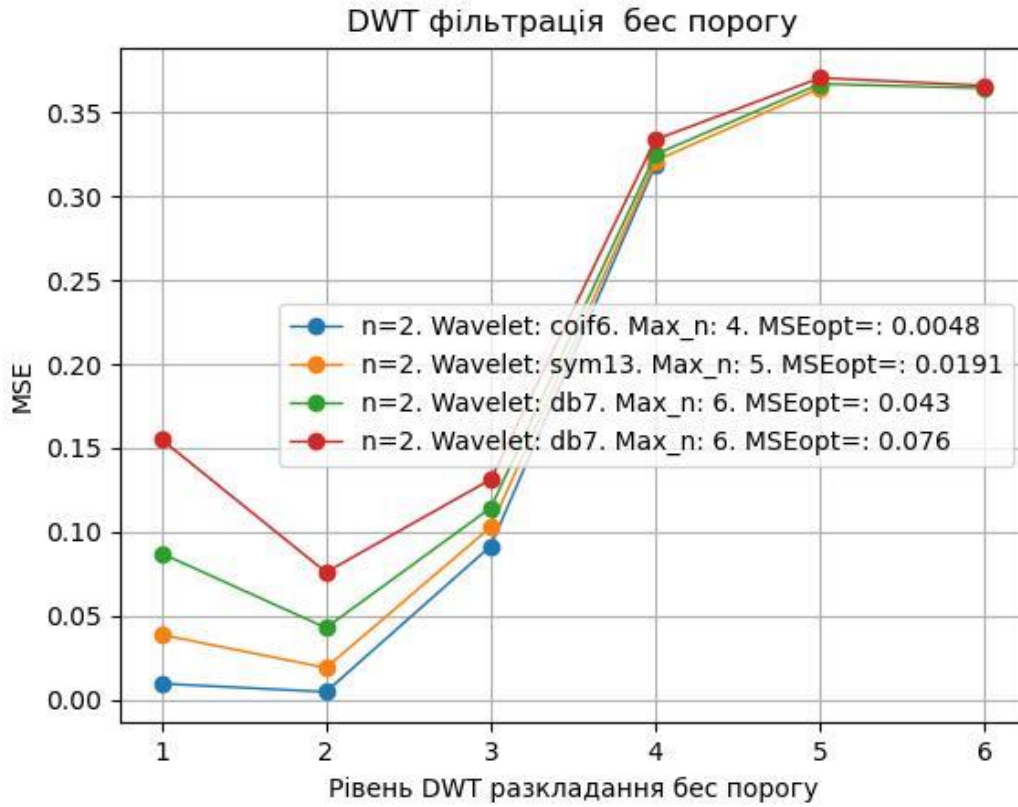


Рис. 4

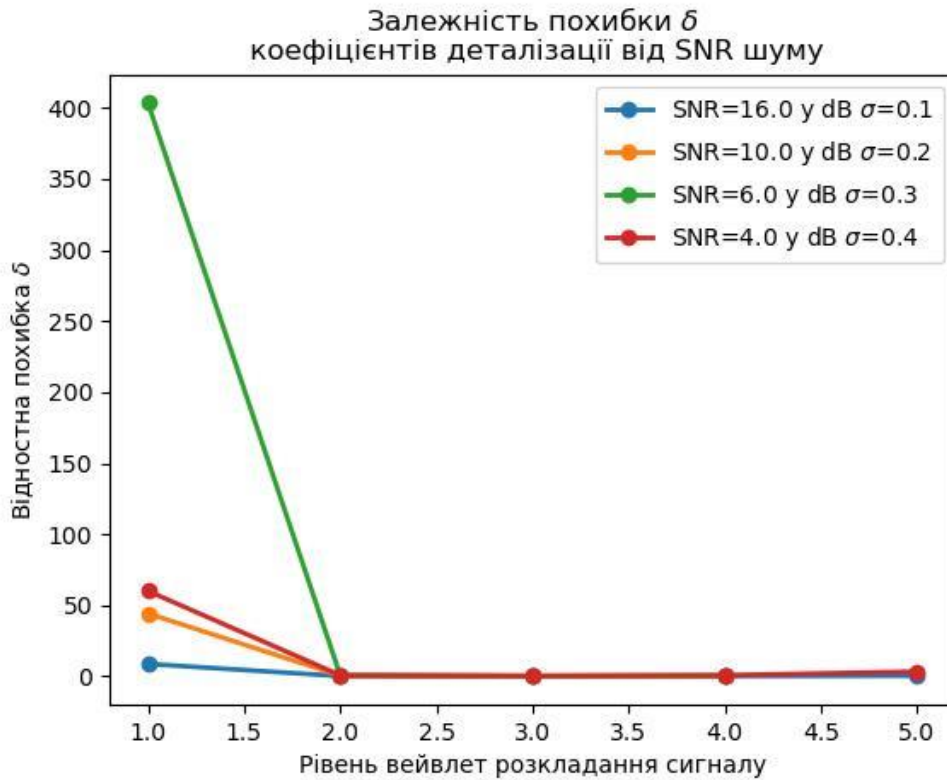


Рис. 5

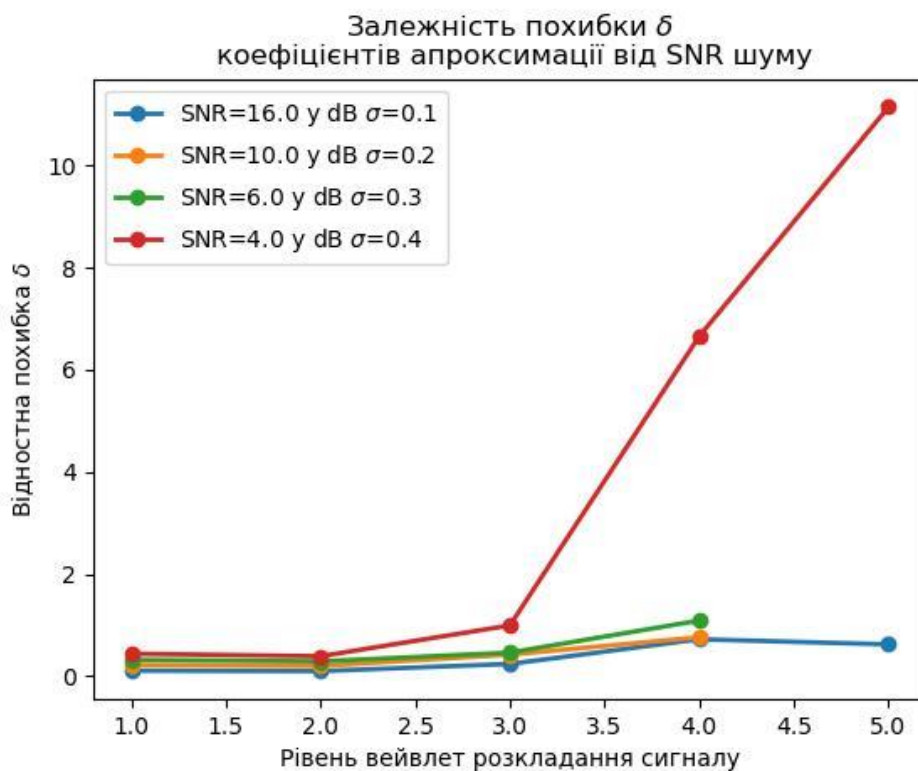


Рис. 6

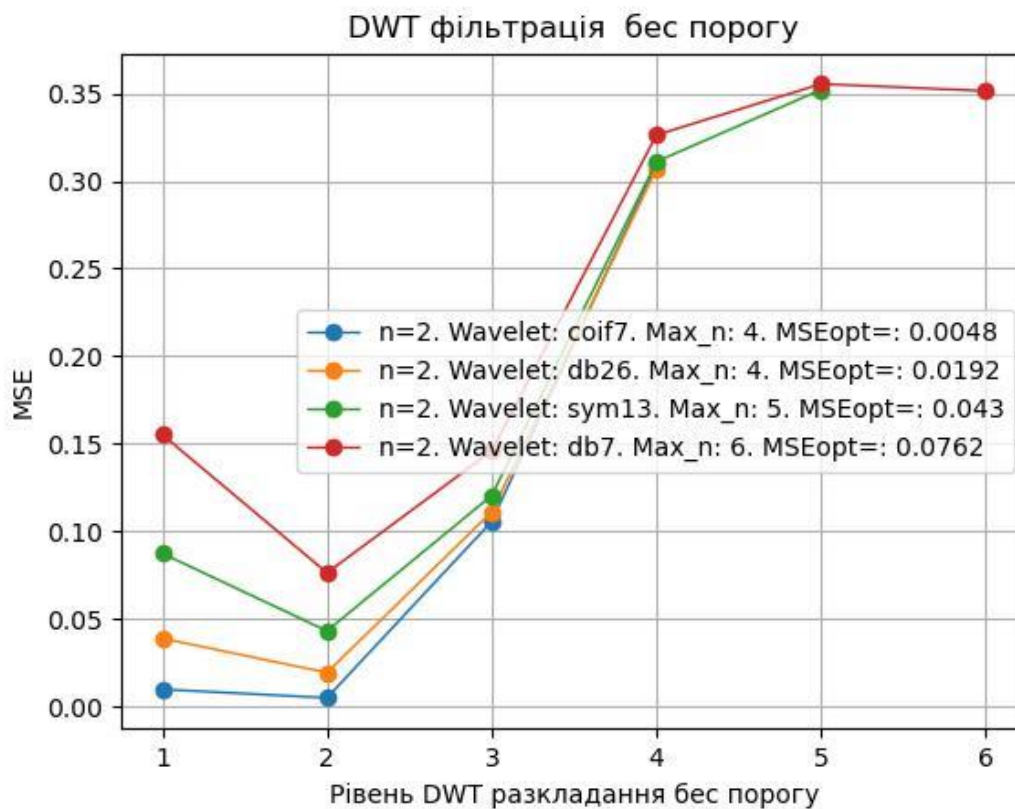


Рис. 7

Порівняльний аналіз впливу шуму за методами фільтрації

Метод вейвлет-фільтрації із загальним порогом. Час виконання програми – 45,3 с					
σ_i	Вейвлет	$F(\lambda_i)$	λ	MSE_i	$MSE_4 - MSE_1$
0,1	db35	garotte	0,2	0,0059	0,0702
0,2	sym13	garotte	0,3	0,0204	
0,3	sym13	garotte	0,4	0,0451	
0,4	sym13	garotte	0,6	0,0761	
Метод вейвлет фільтрації з універсальним порогом. Час виконання програми 2,9 с.					
0,1	coif7	garotte	–	0,0048	0,0714
0,2	db26	garotte	–	0,0192	
0,3	sym13	garotte	–	0,0430	
0,4	db7	garotte	–	0,0762	
Метод вейвлет фільтрації без порогу. Час виконання програми 0,4 с.					
σ_i	Вейвлет	j_{opt}	J_{max}	MSE_i	$MSE_4 - MSE_1$
0,1	coif6	2	4	0,0048	0,0713
0,2	db34	2	3	0,0191	
0,3	sym10	2	5	0,0429	
0,4	db7	2	6	0,0761	

декомпозиції та визначити рівень декомпозиції, на якому похибка MSE безпорогового методу фільтрації буде мінімальною для заданої потужності шуму. Для аналізу роботи математичної моделі згенерована спеціальна модельна функція, яка дозволила дослідити вплив зміни розподілу похибок коефіцієнтів на ефективність фільтрації. Чисельним експериментом доведено, що вказана

зміна не впливає на MSE фільтрації. Проведено порівняльний аналіз методів вейвлет-фільтрації. З'ясовано, що показники MSE збігаються для всіх наведених методів саме завдяки обранню вейвлету. Але метод без порога потребує значно менше обчислювальних ресурсів, що є його суттєвою перевагою, особливо в разі використання в мобільних пристроях.

ЛІТЕРАТУРА

1. Donoho D.L., Johnstone I.M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Proceedings in Biometrika*. 1994. Vol. 81. № 3. P. 425–455.
2. The scikit-image contributors. scikit-image: image processing in Python / S. van der Walt et al. *PeerJ* 2: e453. 2014. DOI: 10.7717/peerj.453.
3. Feng L., Lin L. Comparative Analysis of Image Denoising Methods Based on Wavelet Transform and Threshold Functions. *IJE Transactions B: Applications*. 2017. Vol. 30. № 2. P. 199–206.
4. Вейвлет-фільтрація безпороговим методом на прикладі моделі функції DOPPLER / Ю.К. Тараненко та ін. *Вісник вищих навчальних закладів. Радіоелектроніка*. 2021. Вип. 64. № 7. С. 438–448. DOI: 10.20535/S0021347021070049.
5. Тараненко Ю.К. Методи дискретної вейвлет-фільтрації измерительних сигналів: алгоритм вибору методу. *Измерительная техника*. 2021. № 10. DOI: 10.1007/s11018-022-02007-6
6. Detection of Induction Motor Improper Bearing Lubrication by Discrete Wavelet Transforms (DWT) Decomposition. *Instrumentation* / B. Belkacemi et al. *Mesure Métrologie*. 2020. Vol. 19. № 5. P. 347–354. DOI: 10.18280/i2m.190504.
7. Automatic ECG Artifact Removal Techniques by Detecting Influential Independent Components / S.K. Goh et al. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*. 2017. Vol. 1. № 4. P. 270–279. DOI: 10.1109/TETCI.2017.2690913.
8. Алгоритм анализа форм кардиоциклов ЭКГ с использованием технологий машинного обучения / А.К. Лагирвандзе и др. *Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе*. 2019. № 4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-analiza-form-kardiotsiklov-ekg-s-ispolzovaniem-tehnologiy-mashinnogo-obucheniya>.
9. Performance analysis of a wavelet packet transform applied to concrete ultrasonic detection signals / T. Hu et al. *Journal of Physics: Conference. Series 1894 012062 IOP*. 2021. DOI: 10.1088/1742-6596/1894/1/012062.

10. Тараненко Ю.К. Эффективность использования вейвлет-преобразований при фильтрации шумов в сигналах измерительных преобразователей. *Измерительная техника*. 2021. № 2. С. 16–21. DOI: 10.32446/0368-1025it.2021-2-16-21.

REFERENCES

1. Donoho, D.L., and Johnstone, I.M. (1994). Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Proceedings in Biometrika*. Vol. 81, № 3, pp. 425–455.
2. van der Walt S., Schönberger J.L., Nunez-Iglesias J., Boulogne F., Warner J.D., Yager N., Gouillart E., Yu T. (2014). The scikit-image contributors. *scikit-image: image processing in Python*. *PeerJ* 2: e453. URL: <https://doi.org/10.7717/peerj.453>.
3. Feng, L., and Lin, L. (2017). “Comparative Analysis of Image Denoising Methods Based on Wavelet Transform and Threshold Functions”, *IJE Transactions B: Applications*, Vol. 30, № 2, pp. 199–206.
4. Taranenko Yu.K., Lopatin V.V., Oleinik O.Yu. (2021). Wavelet filtratsia bespogorovym metodom na primere modelnoi funktsii DOPPLER. *New of higher education institutions. Radio electronics*. Vol. 64, № 7, pp. 438–448. URL: <https://doi.org/10.20535/S0021347021070049>.
5. Taranenko Yu.K. (2021). Metody diskretnoi wavelet-filtratsii izmeritelnykh signalov: algoritm vybora metoda. *Journal “Computer engineering”*. № 10. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s11018-022-02007-6>.
6. Belkacemi B., Saad S., Ghemari Z., Zaamouche F., Khazzane A. (2020). Detection of Induction Motor Improper Bearing Lubrication by Discrete Wavelet Transforms (DWT) Decomposition. *Instrumentation. Mesure Métrologie*, Vol. 19, № 5, pp. 347–354. URL: <https://doi.org/10.18280/i2m.190504>.
7. Goh S.K., Abbass H., Tan K.C. (2017). Automatic ECG Artifact Removal Techniques by Detecting Influential Independent Components. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*. Vol. 1, № 4, pp. 270–279. URL: <https://doi.org/10.1109/TETCI.2017.2690913>.
8. Lagirvandze A.K. (2019). Algoritm analiza form kardiotsiklov EKG s ispolzovaniem tekhnologii mashynnogo obucheniya / A.K. Lagirvandze, A.N. Kalinitchenko, T.V. Morgunova. *Models, systems, networks in economics, technology, nature, and society*. Vol. 4, № 32, pp. 75–84. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-analiza-form-kardiotsiklov-ekg-s-ispolzovaniem-tehnologiy-mashinnogo-obucheniya>.
9. Hu T., Zhao J., Yan S., Zhang W. (2021). Performance analysis of a wavelet packet transform applied to concrete ultrasonic detection signals. *Journal of Physics: Conference Series* 1894 012062 IOP. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1894/1/012062>.
10. Taranenko, Y.K. (2021). Efficiency of Using Wavelet Transforms for Filtering Noise in the Signals of Measuring Transducers. *Meas Tech* 64, pp. 94–99. URL: <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01902-8>.