УДК 53.088.3+53.088.7
DOI https://doi.org/10.26661/2786-6254-2022-2-07

АДАПТИВНА ЧИСЕЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПОРОГОВИХ МЕТОДІВ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМУМУ СЕРЕДНЬОКВАДРАТИЧНОЇ ПОХИБКИ

Онуфрієнко Д. М.
аспірант кафедри комп'ютерних та радіоелектронних систем контролю та діагностики
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»
вул. Кирпичева, 2, Харків, Україна
orcid.org/0000-0002-1365-798X
OnufrienkoResearcher@gmail.com

Тараненко Ю. К.
доктор технічних наук, професор
Приватне підприємство «Лікопак»
вул. Качалова, 1, Дніпро, Україна
orcid.org/0000-0003-2209-2244
tatanen@ukr.net

Ключові слова:
середньоквадратична похибка, чисельна оптимізація, модельний сигнал, дискретне вейвлет, фільтрація шумів, рівень декомпозиції, порогова фільтрація.

Вперше досліджено чисельну оптимізацію методів дискретної вейвлет-фільтрації вимірювальних сигналів. Для цього були обрані такі методи: із загальним порогом для всіх рівнів декомпозиції, без порога з простим обнулінням коефіцієнтів деталізації до досягнення мінімальної середньоквадратичної похибки та з універсальним порогом для коефіцієнтів деталізації на кожному рівні декомпозиції. Оптимізація за критерієм мінімуму похибки виконувалася у два етапи: на першому дискретна вейвлет-фільтрація проводилася багаторазово з різними вейвлетами, порогами та пороговими функціями, залежно від методу фільтрації, до досягнення мінімальної середньоквадратичної похибки. На другому етапі адаптації для вже відфільтрованого сигналу проводилася одноразова фільтрація з параметрами отриманими на першому етапі. Для зазначених методів побудовано математичні моделі, в основу яких покладено фундаментальні рівняння вейвлет-фільтрації. Під час проведення чисельних експериментів контролювалося ставлення сигналу шуму до і після фільтрації. Нормально розподілений білий шум з нульовим математичним очікуванням та середньоквадратичним відхиленням 0,8 адитивно додавався до модельного сигналу. Застосовувалася база з двадцяти модельних сигналів із різним характером розподілу потужності вейвлет спектра. Дослідження підтвердили високий рівень ефективності дискретної вейвлет-фільтрації вимірювальних сигналів для методу з універсальним порогом. Тільки для чотирьох модельних сигналів зі складним спектром Gobor, Piece-Regular, Ramp і Riemann різниця відношень сигналу до шуму, після і до фільтрації склала відповідно 12, 19, 64, 76 децибелів. У решти шістнадцяти сигналів цей показник понад 258 децибелів. Отримані результати підтверджені розподілом похибки фільтрації рівня декомпозиції та порівнянням графіків відфільтрованих сигналів з модельними сигналами, які для методу з універсальним порогом візуально не відмінні. Для методу із загальним порогом у порівнянні з методом без оптимізації похибки знижується у півтора рази, а без порога знижується не суттєво.

ADAPTIVE NUMERICAL OPTIMIZATION OF WAVELET FILTERING METHODS BASED ON THE CRITERION OF THE MINIMUM MEAN SQUARE ERROR

Onufrienko D. M.
Postgraduate Student at the Department of Computer and Electronic Control and Diagnostic Systems
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
Kirpycheva str., 2, Kharkiv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-1365-798X
OnufrienkoResearcher@gmail.com

Taranenko Yu. K.
Doctor of Technical Sciences, Professor
Private Enterprise "Likopak"
Kachalova str., 1, Dnipto, Ukraine
orcid.org/0000-0003-2209-2244
taranen@rambler.ru

Key words: *root-mean-square error, numerical optimization, model signal, discrete wavelet transform, noise filtering, decomposition level, threshold filtering.*

For the first time, the numerical optimization of methods for discrete wavelet filtering of measuring signals is investigated. For this, the following methods were chosen with a common threshold for all levels of decomposition, without a threshold, with a simple zeroing of the detail ratios until the minimum mean square error is reached, with a universal threshold for the detail ratios at each level. decomposition level. Optimization according to the criterion of the minimum error was carried out in two stages; at the first stage, discrete wavelet filtering was carried out repeatedly with different wavelets, thresholds and threshold functions depending on the filtering method, until the minimum root-mean-square error was reached. reached. At the second stage of adaptation, for the signal already filtered at the first stage, a single filtering was carried out with the parameters obtained at the first stage. For these methods, mathematical models are built based on the fundamental equations of wavelet filtering. When carrying out numerical experiments, the signal-to-noise ratio was controlled before and after filtering. A normally distributed white noise with zero mathematical expectation and a standard deviation of 0.8 was added to the model signal. A base of twenty model signals with different schemes of power distribution in the wavelet spectrum was used. Studies have confirmed the high level of efficiency of discrete wavelet filtering of measuring signals for the method with a universal threshold. Only for four model signals with a complex spectrum Gobor, Piece-Regular, Ramp, and Riemann, the difference in signal-to-noise ratios after and before filtering was 12, 19, 64, 76 decibels, respectively, for the remaining sixteen signals this figure was more than 258 decibels. The results obtained are confirmed by the distribution of the filtering error by the decomposition level and by comparing the graphs of the filtered signals with model signals that are visually indistinguishable for the method with a universal threshold. For the method with communities with a threshold, in comparison with the method without optimization, the error decreases by one and a half times, and without a threshold it does not decrease significantly.

ВСТУП. Очищення вимірювальних сигналів від шуму методами дискретного розкладання вейвлет є складним і комплексним завданням. В основі даних методів лежить гранична обробка коефіцієнтів деталізації вейвлет-розкладання (трешолдинг). Розвиток зазначених методів зводиться переважно до пошуку порогової функції в обмеженій області вейвлет сімейства Добеши. У публікації [1] на основі всебічного аналізу публікацій запропоновано класифікацію трешолдингу за трьома групами: глобальний, локальний і блоковий з урахуванням їх прямого застосування, що в основному і поєднує всі напрямки досліджень. Незважаючи на суттєві поліпшення, наприклад, застосування локального методу з адаптивним універсальним порогом, його пряме застосування не дозволяє повною мірою реалізувати його можливості.

При практичному використанні дискретного вейвлета фільтрації вимірювальних сигналів розробник стикається з проблемою вибору алгоритму фільтрації за критерієм її якості, а потім вирішує завдання визначення параметрів обраного алгоритму. У цій публікації автор об'єднує обидві завдання в одну.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДАНИХ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У публікації [2] наведено методику вибору базового вейвлету зменшення рівня шуму при знятті електрокардіограми. Вплив шуму враховується комплексним критерієм, в який, крім ентропії, входять ставлення сигналів і середньоквадратична помилка. Однак чисельні критерії не дають остаточної відповіді ні на питання виявлення аномалій в сигналі, ні на питання вибору вейвлета. Показано [3], що фазова характеристика комплексного вейвлет спектру, одержувана при безперервному вейвлет перетворенні, краща як при виявленні слабких особливостей сигналу, так і для вибору вейвлета. Безперервне вейвлет перетворення потребує значних обчислювальних витрат та витрат часу, тому цей напрямок має обмежену галузь застосування.

Інший напрямок досліджень, що полягає у пошуку оптимальних порогових функцій, широко освячено у роботах [4–10]. Однак, незважаючи на значні результати зниження похибки дискретної вейвлет-фільтрації, внаслідок прямого одноразового використання методу з універсальним порогом авторам не вдалося кардинально уточнити якість фільтрації.

Під час проведення досліджень у сфері чисельної оптимізації методів вейвлет-фільтрації важливим чинником є вибір системи комп'ютерної математики. Останнім часом дослідники вважають, що краще використовувати бібліотеку Scipy Python, яка вільно розповсюджується [11; 12]. З використанням SciPy та Jupyter Notebook вперше було створено програмний модуль оцінки характеристик серцево-судинної системи на основі визначення характеристик ентропії ЕКГ [13]. Дослідження оптимізації порогових методів вейвлет-фільтрації з повним набором параметрів, що впливають на похибку з використанням бібліотеки PyWavelets, наведено в публікації [14].

Завданням подальших досліджень є адаптивна чисельна оптимізація порогових методів вейвлет-фільтрації вимірювальних сигналів від шуму за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки.

МЕТА РОБОТИ – розробка методів адаптивної чисельної оптимізації порогових методів вейвлет-фільтрації вимірювальних сигналів від шуму за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЧИСЕЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕТОДІВ ДИСКРЕТНОЇ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ

Усі наведені нижче обчислювальні експерименти будуть проводитися лише за умови заданого рівня шуму, що визначається за відомим співвідношенням:

$$U = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\sum f(t_i)^2}{\sum [f_\eta(t_i) - f(t_i)]^2}\right)$$

де: $\sum f(t_i)^2$ – сума квадратів відліків функції $f(t_i)$ чистого сигналу; $\sum [f_\eta(t_i) - f(t_i)]^2$ – сума квадратів різниці відліків функції $f_\eta(t_i)$ зашумленного сигналу до фільтрації та функції $f(t_i)$ чистого сигналу.

$$f_\eta(t_i) = f(t_i) + \eta$$

де: η – гаусовий шум с нульовим математичним очікуванням.

Адаптивна чисельна оптимізація методу вейвлет фільтрації із загальним порогом за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки (алгоритм R).

Масиви коефіцієнтів апроксимації $a_{j,k}$ та деталізації $d_{j,k}$ після декомпозиції сигналу $f(t)$ за усіма рівнями j визначаються із системи рівнянь [15, с. 66]:

$$\left.\begin{aligned} a_{j,k} &= \int_{\text{int}} f(t) \cdot \varphi_{j,k}(t)dt \\ d_{j,k} &= \int_{\text{int}} f(t) \cdot \psi_{j,k}(t)dt \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

де: int – інтервал визначення функції $f(t)$.

$$f(t) = \sum_k a_{j+j_0,k} \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) + \sum_{j=1}^{J}\sum_k d_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t), \quad (2)$$

де: $a_{j+j_0,k}, d_{j+j_0,k}$ – коефіцієнти апроксимації та деталізації відповідно; $\varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t)$ – «материнський» та «батьківський» вейвлети відповідно; j_0, j, k – початковий та поточний рівень вейвлет декомпозиції та порядковий номер вейвлет-коэффициента.

Після адитивного додавання шуму до модельної функції або в реальних умовах зашумленний вимірювальний сигнал визначається за співвідношенням [15, с. 67]:

$$\overline{f}(t) = \sum_k \overline{a}_{j+j_0,k} \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) + \sum_{j=1}^{J}\sum_k \overline{d}_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t), \quad (3)$$

де: $\overline{f}(t)$ зашумленний сигнал; $\overline{a}_{j+j_0,k}, \overline{d}_{j+j_0,k}$ – коефіцієнти апроксимації та деталізації зашумленного сигналу відповідно.

Будемо змінювати значення величини порогу λ_i у діапазоні від 0,01 до 2,5, обирати вейвлет з набору базових вейвлетів, кожний з яких має власну двійку функцій $\varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t)$, обирати порогову функцію з набору порогових функцій $F(\lambda_j)$ та для кожній сформованій сукупності параметрів $(\lambda_i, \varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t), F(\lambda_j))$ обчислювати числові значення відфільтрованого сигналу за співвідношенням:

$$\overline{f}(t) = \sum_k \overline{a}_{j+j_0,k} \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) + \sum_{j=1}^{J} \sum_k F(\lambda_j) \cdot \overline{d}_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t), \quad (4)$$

де: $\overline{f}(t)$ – отфільтрований сигнал; $F(\lambda_j)$ – порогова функція для коефіцієнтів деталізації, $\overline{d}_{j+j_0,k}$ що змінюються під впливом шуму.

Критерієм оптимального обрання отфільтрованної функції, а відповідно і сукупності параметрів фільтрації $(\lambda_i, \varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t), F(\lambda_j))$, є мінімум середньоквадратичної похибки згідно зі співвідношенням:

$$E = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N} (f(t_i) - \widehat{f}(t_i))^2, \quad (5)$$

где: E – середньоквадратична похибка фільтрації.

Враховуючи, що сигнал $f(t_i)$ є інформаційним сигналом, а сигнал $\widehat{f}(t_i)$ частково утримує флуктуації, тоді у кожний момент часу t_i оцінюється $e = f(t_i) - \widehat{f}(t_i)$ абсолютна похибка, яка далі усереднюється. Тому важливо наголосити, що величина E не залежить від взаємозв'язку вибірок сигналу.

Використовуючи три вкладених цикли для співвідношень (4), (5) по наступних змінних: поріг λ_i; вейвлет $\varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t)$; і порогова функція $F(\lambda_j)$, для мінімуму E отримаємо три значення $\overline{\lambda}_i$, $\overline{\varphi}_{J+J_0,k}(t), \overline{\psi}_{J+J_0,k}(t)$, $\overline{F}(\lambda_j)$ та співвідношення для отфільтрованого сигналу $\widehat{f}(t_i)$. Підставивши вказані параметри у співвідношення (6), отримаємо такі нові значення для середньоквадратичної похибки та отфільтрованого сигналу:

$$\overline{\overline{f}}(t) = \sum_k \overline{a}_{j+j_0,k} \cdot \overline{\varphi}_{j+j_0,k}(t) + \sum_{j=1}^{J} \sum_k \overline{F}(\overline{\lambda}_j) \cdot \overline{d}_{j+j_0,k} \cdot \overline{\psi}_{j+j_0,k}(t), \quad (6)$$

де: $\overline{\overline{f}}(t)$ – отфільтрований сигнал першої рекурсії; $\overline{a}_{j+j_0,k}, \overline{d}_{j+j_0,k}$ - коефіцієнти апроксимації та деталізації зі співвідношення (1) для отфільтрованого сигналу $\widehat{f}(t_i)$.

Крім того, співвідношення (6) дозволяє отримати розподіл середньоквадратичної похибки E_j по рівням вейвлет декомпозиції сигналу, що особливо важливо при порівняльному аналізі методів вейвлет фільтрації.

Мінімальна середньоквадратична похибка для першої рекурсії E_{opt} визначається зі співвідношення.

$$E_{opt} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N} (f(t_i) - \overline{\overline{f}}(t_i))^2 \quad (7)$$

При необхідності рекурсію можна продовжити, проте вже при першому перетворенні похибка визначається переважно методом фільтрації і з кожною наступною рекурсією навіть з трьома вкладеними циклами змінюється не значно. Крім того, виникає необхідність візуальної оцінки результатів внаслідок можливої втрати інформації.

Адаптивна чисельна оптимізація методу вейвлету фільтрації без порога за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки (алгоритм N)

Такий метод фільтрації використовується дуже ефективно в тих випадках, коли похибки шумів, що вносяться, більшою мірою впливають на коефіцієнти апроксимації перших рівнів вейвлет розкладання. Коефіцієнти деталізації в цих рівнях обнуляється до того часу, поки середньоквадратична похибка досягне мінімуму, іноді це відбувається на першому рівні розкладання. Для математичного опису вейвлет фільтрації без порогу в другому доданні співвідношення (4) перше підсумовування $\sum_k \overline{d}_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t)$ потрібно почати з рівня розкладання $J = J_{opt}$, з першого та до рівня $J = J_{opt}$ усі вейвлет-коефіцієнти деталізації замінюються нулями. В результаті рівень $J = J_{opt}$ забезпечує мінімальну помилку фільтрації. Подальша декомпозиція (розкладання) до максимально можливого рівня $J_{\max}$, залежного від типу вейвлета та довжини сигналу, виконується без зміни коефіцієнтів деталізації $F(\lambda_j) = 1$. Співвідношення для відфільтрованого сигналу $\widetilde{f}(t)$ запишемо в наступному вигляді, враховуючи що $\sum_{j=1}^{J_{opt}} \sum_k \overline{d}_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t) = 0$:

$$\widetilde{f}(t) = \sum_k \overline{a}_{j+j_0,k} \cdot \varphi_{j+j_0,k}(t) + \sum_{j=j_{opt}}^{J_{\max}} \sum_k \overline{d}_{j+j_0,k} \cdot \psi_{j+j_0,k}(t), \quad (8)$$

Вводимо лише одну змінну $\varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t)$, оскільки в цьому методі немає порога та порогової функції, а співвідношення (8) використовується для визначення рівня декомпозиції $J = J_{opt}$. Використовуючи (8) в одному циклі, змінюючи вейвлети за мінімальним значенням помилок, що накопичуються E_j визначаємо J_{opt} та вейвлет, котрий його забезпечує. При необхідності (суттєве зменшення похибки) відфільтрований сигнал і вейвлет використовуються для наступного циклу фільтрації.

Адаптивна чисельна оптимізація методу вейвлет фільтрації з універсальним порогом за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки (алгоритм UNIVER)

 ISSN 2786-6254

Обробка сигналу за алгоритмом UNIVER відбувається аналогічно алгоритму R. Відмінність полягає в тому, що поріг λ_i не задається, а обчислюється за такими співвідношеннями [15 с. 76]:

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \frac{median(|d_{1,k}|)}{0,6742}\\ \lambda_j^{univ} &= \sigma\sqrt{2\ln N_j}\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

де: λ_j^{univ} – універсальний поріг; N_j – кількість коефіцієнтів деталізації $d_{j,k}$ на j-м рівні декомпозиції; $median(|d_{1,k}|)$ – медіана від масиву $|d_{1,k}|$ коефіцієнтів деталізації на першому рівні.

Система рівнянь (9) використовується у співвідношенні (4), з яким проводять тільки два вкладені цикли за двома змінними вейвлетами $\varphi_{J+J_0,k}(t), \psi_{J+J_0,k}(t)$; та порогової функції $F(\lambda_j)$.

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМІЗОВАНИХ АЛГОРИТМІВ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ НА МОДЕЛЬНИХ СИГНАЛАХ

Основні результати обчислювального експерименту з використанням розроблених моделей для двадцяти модельних функцій, що імітують вимірювальні сигнали, зведені в таблицю. У таблиці прийнято такі позначення: SNR_0 – відношення сигнал шум для вхідного сигналу з адитивно доданим нормально розподіленим білим шумом з нульовим математичним очікуванням та середньоквадратичним відхиленням рівним 0,8;

SNR_n – відношення сигналу шуму після фільтрації за наведеними оптимізованими алгоритмами; Name wavelet – ім’я вейвлета; $E_{\min}$ – середньоквадратична похибка, зірочка, біля нульових чисельних значень якої означає результат округлення до четвертого знака (безрозмірне значення).

Дані, наведені в таблиці, підтверджують ефективність адаптивної оптимізації методів дискретної вейвлет-фільтрації за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки на основі порівняння рівнів шуму до і після фільтрації. Найкращим алгоритмом є алгоритм UNIVER з використанням біортогонального вейвлету bior1. 1. Тільки для чотирьох модельних сигналів зі складним спектром Gobor, Piece-Regular, Ramp і Riemann різниця відношень сигналу до шуму після і до фільтрації склала відповідно 12, 19, 64, 76 децибелів, у решти шістнадцяти сигналів цей показник понад 258 децибелів. Другим за ефективністю є алгоритм R, якому поступається алгоритму N. Однак є винятки, наприклад, для недиференційованої функції сигналу Riemann, алгоритм N ефективніший на порядок, а для Ramp удвоє. У разі низького рівня фільтрації шуму алгоритм N взагалі не застосовується, як це зазначено у таблиці для п’яти модельних функцій.

Таблиця 1

Аналіз алгоритмів фільтрації вимірювальних сигналів

model	SNR_0 dB	Algorithm N			Algorithm R			Algorithm UNIVER		
		Name wavelet	$E_{\min}$	SNR_n dB	Name wavelet	$E_{\min}$	SNR_n dB	Name wavelet	$E_{\min}$	SNR_n dB
Blocks	10	sym4	0,1941	15	bior1.1	0,1043	18	bior1.1	0,0000*	293
Bumps	-1	db30	0,1443	6	bior1.5.	0,0929.	8	bior1.1	0,0000*	295
HeaviSine	12	bior4.4	0,0399	24	rbio5.5	0,0366	26	bior1.1	0,0000*	293
Doppler	-9	rbio1.5	0,0190	7	sym7	0,0276	7	bior1.1	0,0000*	294
Ramp	-8	bior1.1	0,0111	10	db2	0,0208	9	bior1.1	0,0000*	56
HiSine	-1	bior1.1	0,5003	0	db8	0,3259.	1	bior1.1	0,0000*	308
LoSine	-1	db20	0,2929	2	sym15	0,2829	3	bior1.1	0,0000*	304
LinChirp	-1	bior1.1	0,4893	0	db7	0,3120	1	bior1.1	0,0000*	304
TwoChirp	2	Не застосовується			db13	0,3862	3	bior1.1	0,0000*	303
QuadChirp	-1	sym4	0,3891	1	db16	0,2533	3	bior1.1	0,0000*	300
MishMash	3	Не застосовується			sym6	0,4551	4	bior1.1	0,0000*	301
Werner Sorrows	5	Не застосовується			db22	0,4845	6	bior1.1	0,0000*	300
HypChirps	-2	db24	0,1828	4	db27	0,1101	7	bior1.1	0,0000*	298
LinChirps	-6	bior1.1	0,1662	0	db5	0,1457	1	bior1.1	0,0000*	303
Chirps	1	coif12	0,4309	3	db21	0,3288	4	bior1.1	0,0000*	301
Gabor	-1	db3	0,1870	4	db3	0,0768	9	bior1.1	0,03956	11
Sineone-overx	-1	sym16	0,1152	6	coif5	0,0898	8	bior1.1	0,0000*	:294
Piece-Regular	27	Не застосовується			bior2.4	0,1556	34	bior2.4	0,0126	46
Piece-Polynomial	36	Не застосовується			rbio1.3	0,1442	44	bior1.1	0,0000*	294
Riemann	-57	bior1.1	0,0001	-19	db3	0,0122	-32	bior1.1	0,0000*	19

У порівнянні з іншими методами фільтрації, такими як метод медіанної фільтрації, метод поліноміальної апроксимації та інші, запропоновані алгоритми потребують значно менше витрат машинного часу і мають певну універсальність – результат фільтрації не залежить від закону розподілу шумів і форми сигналу, до якої адаптуються шляхом вибору вейвлет-функції.

Висновки:

1. Описано методику та побудовано математичні моделі для адаптивної чисельної оптимізації методів дискретної вейвлет-фільтрації за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки.

2. Розроблено три алгоритми оптимізації методів дискретної вейвлет-фільтрації без порога із загальним порогом та універсальним порогом.

3. Отримані результати чисельного експерименту показали, що істотне зниження похибки методу з універсальним порогом та оптимізація досягається у два етапи. На першому етапі мінімуму середньоквадратичної похибки досягається шляхом варіювання всіма параметрами фільтрації. На другому етапі використовується отриманий на першому етапі відфільтрований сигнал.

ЛІТЕРАТУРА

1. Беспалов Д.А. Вейвлет фильтрация сигналов с адаптивными порогами. *Известие вузов Северокавказский регион. Технические науки.* 2007. № 2. С. 13–16. (in Russian).
2. Hong He, Yonghong Tan and Yuexia Wang (2015). Optimal Base Wavelet Selection for ECG Noise Reduction Using a Comprehensive Entropy Criterion// Entropy, Vol. 17, No. 9, pp. 6093–6109. URL: https://doi.org/10.3390/e17096093.
3. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Вейвлет анализ модельных сигналов с особенностями. 2. Аналитическое и дискретное вейвлет-преобразования. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2007. Т. 12, № 3. С. 278–294 (in Russian).
4. Воскобойников Ю.Е. Вейвлет-фильтрация с двухпараметрическими пороговыми функциями: выбор функции и оценивание оптимальных параметров. *Автоматика и программная инженерия*. 2016. Т. 15, № 1. С. 69–78 (in Russian).
5. Huang, Q., Liu, B., Zhang, W. et al. Application of a novel constrained wavelet threshold denoising method in ensemble-based background-error variance. Sci. *ChinaTechnol.* 2018. Sci. 61, pp. 809–818. URL: https://doi.org/10.1007/s11431-016-9098-3.
6. Sheng G., Gao G., Zhang B. Application of Improved Wavelet Thresholding Method and an RBF Network in the Error Compensating of an MEMS Gyroscope. *Micromachines*. 2019. Т. 10, №. 9. С. 608. URL: https://doi.org/10.3390/mi10090608.
7. Zhang N., Lin P., Xu L. Application of Weak Signal Denoising Based on Improved Wavelet Threshold. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing.* 2020. Т. 751. №. 1. С. 012073. URL: https://doi.org/10.1088/1757-899X/751/1/012073.
8. Shen Y. et al. (2019). Image denoising method and evaluation based on mixed wavelet algorithm. *Eleventh International Conference on Digital Image Processing (ICDIP 2019).* International Society for Optics and Photonics. Т. 11179. С. 1117910. URL: https://doi.org/10.1117/12.2540098.
9. Gao H-Y, Bruce A.G. (1997). Waveshrink with firm shrinkage. StatisticaSinica. Vol. 7. pp. 855–874.
10. HaiQiu, Jay Lee, Jing Lin. (2006). Wavelet filter-based weak signature detection method and its application on rolling element bearing prognostics. *Journal of sound and vibration*. Т. 289. №. 4-5. С. 1066–1090. URL: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.03.007.
11. Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T.E. et al. (2020). SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. Nat Methods 17, pp. 261–272. URL: https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2.
12. Дауни Аллен (2017). Цифровая обработка сигналов на языке Python / Пер. с англ под ред А.Э. Бряндинского. ДМК-Пресс. С. 162 [Downey A.B. Think DSP – Digital Signal Processing in Python, 2014.]
13. Капкаев Э.Н., Зулкарнеев Р.Х., Насыров Р.В. Программный модуль оценки характеристик сердечно-сосудистой системы на основе определения характеристик энтропии ЭКГ. *VII Всероссийская научная конференция «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений», Уфа-Ставрополь-Ханты-Мансийск, Россия*. 2019. С. 134–138. (in Russian).
14. Тараненко Ю.К. Эффективность использования вейвлет-преобразований при фильтрации шумов в сигналах измерительных преобразователей. *Измерительная техника*. 2021. № 2. С. 16–21. URL: https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-2-16 (in Russian).
15. Воскобойников Ю.Е. Фильтрации сигналов и изображений: Фурье и вейвлет-алгоритмы (с примерами в Mathcad) : монография / Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2010. С. 188 (in Russian).

REFERENCES

1. D. A. Bespalov (2007). Wavelet filtering of signals with adaptive thresholds // Izvestiya vuzov North Caucasian region. Technical science. No. 2, pp. 13-16. (in Russian)
2. Hong He, Yonghong Tan and Yuexia Wang (2015). Optimal Base Wavelet Selection for ECG Noise Reduction Using a Comprehensive Entropy Criterion// Entropy. Vol.17, No. 9, pp. 6093-6109. URL: https://doi.org/10.3390/e17096093
3. O. V. Lazorenko, S. V. Lazorenko, L. F. Chernogor (2007). Wavelet analysis of model signals with singularities. 2. Analytical and discrete wavelet transforms// Radiophysics and radio astronomy. Vol. 12, No3, pp. 278-294 (in Russian)
4. Voskobojnikov Yu.E. (2016). Wavelet Filtering with Two-Parameter Threshold Functions: Function Selection and Optimal Parameter Estimation//Automation and Software Engineering. Vol. 15, No. 1, pp. 69-78 (in Russian)
5. Huang, Q., Liu, B., Zhang, W. et al. (2018). Application of a novel constrained wavelet threshold denoising method in ensemble-based background-error variance. Sci. ChinaTechnol. Sci. 61, pp. 809–818. URL: https://doi.org/10.1007/s11431-016-9098-3
6. Sheng G., Gao G., Zhang B. (2019). Application of Improved Wavelet Thresholding Method and an RBF Network in the Error Compensating of an MEMS Gyroscope //Micromachines. Vol. 10, No. 9, pp. 608. URL: https://doi.org/10.3390/mi10090608
7. Zhang N., Lin P., Xu L. (2020). Application of Weak Signal Denoising Based on Improved Wavelet Threshold //IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – IOP Publishing. Vol. 751, No. 1, pp. 012073. URL: https://doi.org/10.1088/1757-899X/751/1/012073
8. Shen Y. et al. (2019). Image denoising method and evaluation based on mixed wavelet algorithm //Eleventh International Conference on Digital Image Processing (ICDIP 2019). – International Society for Optics and Photonics. Vol. 11179, pp. 1117910. URL: https://doi.org/10.1117/12.2540098
9. Gao H-Y, Bruce A.G. (1997). Waveshrink with firm shrinkage. StatisticaSinica. Vol. 7, pp. 855-874.
10. HaiQiu, Jay Lee, Jing Lin. (2006). Wavelet filter-based weak signature detection method and its application on rolling element bearing prognostics //Journal of sound and vibration. Vol. 289, No. 4-5, pp. 1066-1090. URL: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.03.007
11. Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T.E. et al. (2020). SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. Nat Methods 17, pp. 261–272. https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2
12. Downey A.B. (2014). Think DSP – Digital Signal Processing in Python
13. E.N. Kapkaev, R.H. Zulkarneev, R.V. (2019). Nasyrov Software module for assessing the characteristics of the cardiovascular system based on the determination of the characteristics of the ECG entropy // VII All-Russian Scientific Conference "Information Technologies for Intelligent Decision Support", Ufa-Stavropol-Khanty-Mansiysk, Russia. pp.134-138. (in Russian)
14. Yu.K. Taranenko (2021). Efficiency of using wavelet transforms when filtering noise in the signals of measuring transducers // Izmeritelnaya Tekhnika. No. 2, pp. 16-21. URL: https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-2-16 (in Russian)
15. Voskobojnikov Yu. E. (2010). Filtering signals and images: Fourier and wavelet algorithms (with examples in Mathcad): monograph / Yu. E. Voskoboinikov, A. V. Gochakov, A. B. Kolker; Novosib. state architecture.-builds. un-t (Sibstrin). – Novosibirsk: NGASU (Sibstrin). pp.188. (in Russian)