РОЗДІЛ III. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 51-7:519.6
DOI https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-2-04

ЗАСТОСУВАННЯ МНОЖИНИ КАНТОРА У МОДИФІКОВАНОМУ ГЕНЕТИЧНОМУ АЛГОРИТМІ

Бажан С. М.
аспірант кафедри прикладної та вищої математики
Дніпровський державний технічний університет
вул. Дніпробудівська, 2, Кам'янське, Дніпропетровська область, Україна
orcid.org/0000-0003-2228-9389
stasbazhan@gmail.com

Ключові слова: *математичне моделювання, задачі оптимізації, ітераційний процес, екстремум, еволюційні алгоритми, функція Швефеля, функція Лангермана.*

У статті досліджуються результати застосування множини Кантора під час виконання операції мутації при розв'язанні задачі знаходження глобального мінімуму функції однієї змінної модифікованим генетичним алгоритмом.

Сьогодні все більшої популярності набувають гібридні алгоритми, тобто застосування алгоритмів з різними модифікаціями або в комбінації з іншими класичними відомими алгоритмами. Модифікація генетичного алгоритму із застосуванням множини Кантора для побудови точок при операції мутації є новим підходом у дослідженні його застосувань.

Операція мутації в генетичних алгоритмах – це один з основних генетичних операторів, який вводить випадкові зміни в генетичну інформацію, створюючи нові елементи області пошуку. Її роль полягає в розширенні області пошуку оптимального розв'язку, з метою перевірки наявності хибного розв'язку в точках локального мінімуму.

В роботі розглянуто застосування модифікованого генетичного алгоритму з операцією мутації, де використовується скінчена кількість точок множини Кантора, розташованих зовні поточної області пошуку. За допомогою програмного засобу, що реалізує цей алгоритм отримано візуалізацію процедури мутації. Також отримано розв'язки задач мінімізації тестових функцій та проведено їх аналіз.

Проведено порівняльний аналіз запропонованого алгоритму з наступними підходами: алгоритмом PCLPSO, який використовує оптимізатор роїв частинок із комплексним навчанням; метаевристичним алгоритмом BAT, який залежить від принципу ехолокаційної поведінки кажанів, та іншими інтерпретаціями генетичного алгоритму. Запропонований підхід продемонстрував за певними критеріями кращі результати.

Дослідження показує, що поєднання множини Кантора та генетичних алгоритмів може бути корисним для оптимізації складних функцій та сприяти пошуку оптимальних розв'язків. Застосування множини Кантора в операції мутації при застосуванні модифікованого генетичного алгоритму відкриває нові можливості в розв'язанні задач мінімізації та структурує простір параметрів, полегшуючи пошук оптимальних розв'язків.

APPLICATION OF THE CANTOR SET IN THE MODIFIED GENETIC ALGORITHM

Bazhan S. M.
Postgraduate Student at the Department of Applied and Higher Mathematics
Dniprovsk State Technical University
Dniprobudivska str., 2, Kamyanske, Dnipropetrovsk region, Ukraine,
orcid.org/0000-0003-2228-9389
stasbazhan@gmail.com

Key words: *mathematical modeling, optimization problems, iterative process, extremum, evolutionary algorithms, Schwefel function, Langermann function.*

The article explores the results of applying the Cantor set during the mutation operation when solving the problem of finding the global minimum of a function of one variable by a modified genetic algorithm.
Hybrid algorithms, involving the use of algorithms with various modifications or in combination with other well-known classical algorithms, are gaining increasing popularity today. The modification of the genetic algorithm using the Cantor set for constructing points during the mutation operation represents a novel approach in the study of its applications.
The mutation operation in genetic algorithms is one of the basic genetic operators that introduces random changes in genetic information, creating new elements of the search area. Its role is to expand the search area for the optimal solution, in order to check the presence of a false solution at the points of the local minimum.
The paper considers the use of a modified genetic algorithm with a mutation operation, where a finite number of points of the Cantor set located outside the current search area are used. With the help of software that implements this algorithm, a visualization of the mutation procedure was obtained. The solutions of the problems of minimization of the test functions were also obtained and their analysis was carried out.
A comparative analysis was conducted between the proposed algorithm and the following approaches: the PCLPSO algorithm, which utilizes a complex learning particle swarm optimizer; the nature-inspired BAT algorithm, based on the echolocation behavior of bats; and other interpretations of the genetic algorithm. The proposed approach demonstrated better results according to some criteria.
The research demonstrates that the combination of Cantor set and genetic algorithms can be useful for optimizing complex functions and helping to find optimal solutions. The use of the Cantor set in the mutation operation when applying a modified genetic algorithm opens up new possibilities in solving minimization problems and structures the parameter space, facilitating the search for optimal solutions.

Вступ

Задачі оптимізації полягають у пошуку найкращого можливого розв’язку при заданих обмеженнях чи запропонованих умовах. Важливість та актуальність дослідження таких задач визначаються потребою в оптимальному використанні ресурсів, мінімізації витрат, підвищенні продуктивності і вирішенні складних завдань, тому постійний пошук нових підходів до їх розв'язання є надзвичайно важливим для сучасних наукових досліджень. Використання множини Кантора (множини нульової міри Лебега) при застосуванні генетичного алгоритму пошуку оптимального розв’язку має певний сенс і підвищує ефективність знаходження глобального екстремуму функції в деякій області простору.

Генетичні алгоритми (ГА) стали незамінним інструментом в багатьох галузях, оскільки вони дозволяють знаходити оптимальні розв’язки в умовах великої кількості можливих варіантів і невизначеності. В роботі ([1]) було запропоновано застосування модифікованого генетичного алгоритму з новим підходом до побудови популяцій в просторі пошук, користуючись дією стохастичних унітарних операторів на граничні точки відрізків, що складають розбиття області пошуку. Також в роботі ([2]) були описані результати дослідження застосування процедур мутації де операторами «узагальненого кросоверу» та «узагальненої мутації» є стохастичні матриці.

Огляд наявної літератури

На теперішній час набули популярності гібридні алгоритми, а саме застосування алгоритмів з різними модифікаціями або в комбінації з іншими класичними відомими алгоритмами.

 ISSN 2786-6254

Наприклад, модифікація ГА у вигляді комбінації алгоритму рою частинок (PSO) і генетичного алгоритму, а саме запропоновано вдосконалений адаптивний оператор і реалізовано адаптивні коригування ймовірності кросинговеру та ймовірності мутації. ([3]) Реалізація модифікованого ГА за допомогою мови python, комбінація ГА з алгоритмом Монте-Карло, комбінація вейвлет-аналізу та генетичного алгоритму, а також варіанти застосування з методом диференціальної еволюції ([4–9]). Комбінація генетичного алгоритму турнірного витиснення з Гауссовою мутацією для задач мінімізації та максимізації [10].

В ([11]) Георг Кантор вперше обґрунтував можливість представлення будь-якого дійсного числа x ∈ [0; 1] у вигляді розкладу в числовий ряд з додатними елементами. Множину Кантора можна використовувати як початкове наближення для різних оптимізаційних методів, таких як градієнтні методи, методи зовнішньої оптимізації, генетичні алгоритми, чи методи імітаційної оптимізації. Застосування ряду Кантора для генерації початкових розв'язків може бути корисним у випадках, коли обмежені відомості про простір розв'язків або коли простір розв'язків має складну структуру.

В роботі ([12]) викладені основні положення застосування множини Кантора для побудови точок при операції мутації при застосуванні модифікованого генетичного алгоритму. Даний підхід є новим способом застосування множин Кантора в теорії генетичних алгоритмах. Множина Кантора надає генетичним алгоритмам певну структуру та розподіл початкових точок в просторі пошуку, що може полегшити наближення до оптимального розв'язку.

Актуальність роботи полягає в тому, що у зв'язку з великою кількістю різноманітних еволюційних методів оптимізації, дослідники все більше звертають увагу на їх класифікацію та систематизацію. Велика різноманітність підходів і методик показує зацікавленість науковців, і потребує створення чіткої математичної структурованості. Задача класифікації методів оптимізації вже довгий час є актуальною [13; 14]. А також особливу увагу заслуговує симбіоз генетичних алгоритмів з методами машинного навчання та штучного інтелекту [15–18]. Модифікація ГА з застосуванням множини Кантора для побудови точок при операції мутації, дає можливість розглянути і дослідити новий підхід в реалізації ГА.

Постановка задачі. Застосувати модифікований операторний генетичний алгоритм з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації для розв'язання задачі пошуку глобального мінімуму для тестових функцій однієї змінної, перевірити його працездатність та ефективність.

Предмет дослідження: модифікований операторний генетичний алгоритм пошуку екстремуму функції з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації.

Мета роботи: дослідити працездатність та ефективність модифікованого операторного генетичного алгоритму з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації для знаходження мінімуму функції однієї змінної на прикладах відомих тестових функцій..

Методи дослідження: обчислювальний експеримент, статистичний аналіз, аналіз даних та візуалізація. Використання методів обробки даних та візуалізації допомагає розкрити патерни та залежності у використанні множини Кантора для побудови точок в операції мутації при застосуванні модифікованого генетичного алгоритму. Комбінування цих методів дозволяє проводити комплексні дослідження і розуміти як теоретичні, так і практичні аспекти використання генетичних алгоритмів та множин Кантора.

Модифікований генетичний алгоритм для функції однієї змінної. Нехай на множині $[a,b]$ визначена деяка функція $F(x)$. Потрібно визначити найменше значення функції на заданому відрізку. Початкова популяція утворюється з двох точок ξ,η обраних рандомно на відрізку $[a,b]$. Точки ξ,η можна виразити як координати двовимірного вектору $x = \begin{Bmatrix}\xi \\ \eta\end{Bmatrix} \grave{o} R^2$. Вектори $x_a = \begin{Bmatrix}a \\ \xi\end{Bmatrix} \grave{o} R^2, x_b = \begin{Bmatrix}\eta \\ b\end{Bmatrix} \grave{o} R^2$ входять до множини батьківських хромосом. Таким чином початкова популяція хромосом складається з трьох векторів або чотирьох точок відрізку $\left[a\ b\right]$.

Процес створення нової популяції хромосом-потомків, виконується за допомогою застосування лінійних операторів до векторів, які генеруються випадковими двовимірними матрицями

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ 1-\alpha & \alpha \end{pmatrix},$$

де α – випадкові числа з відрізку $[0,1]$.

У просторі R^2, окрім евклідової, використовується $x = \max(|\xi|,|\eta|)$. Таким чином норма матриці A дорівнює одиниці. Кожний вектор після перетворень утворює по парі точок в кожній з трьох частин відрізку $[a,b]$.

Нова популяція складається з 8 точок з (з урахуванням ξ,η). Після обчислення значення фітнес-функції $F(x)$, на кожному з відрізків обираємо найменше. Найменшу з трьох точок позначимо ξ_1, а η_1 – відповідає найменшому значенню $F(x)$ на інших двох відрізках. Отримана нова область пошуку $(\xi_1-\eta_1, \xi_1+\eta_1)$. Очевидно, що $[\xi_1-\eta_1, \xi_1+\eta_1] \subseteq [a,b]$. Отримана точка ξ_1 є першим наближенням розв'язку задачі. На наступному ітераційному кроці процедура рекомбінації повторюється. Продовжуючи, отримаємо послідовність вкладених відрізків, яка гарантує збіжність послідовності точок $[a, b]$ до розв'язку.

Паралельно із операторами кросовера використовуються оператори мутації, які допомагають уникнути попадання в «хибний» екстремум у випадку, коли функція має кілька екстремумів ([19]). Операція мутації в генетичних алгоритмах важлива, оскільки вона вводить випадкові зміни в генетичну інформацію, дозволяючи алгоритму виходити за межі множини поточних розв’язків та досліджувати нові можливі розв'язки, що сприяє більш широкому уникненню попадання у локальні екстремуми.

Так як побудова послідовності наближень розв’язку екстремальної задачі запропонованим алгоритмом не передбачає розбиття відрізку $[a, b]$ то для виконання операції мутації необхідно мати процедуру побудови точок зовні отриманого на певному кроці алгоритму відрізку. В дані роботі пропонується розглядати операцію мутації, де застосовується процедура «ігор хаосу» побудови множини Кантора. Множина Кантора має властивість рівномірного фрактального розподілу точок на відрізку, це розподілення може бути корисним для покращення покриття простору, що дозволяє оптимізаційним алгоритмам здійснювати пошук екстремуму в більш широкому діапазоні.

Операція мутації з використанням множини Кантора

1. Визначається відрізок $(2a-b, 2b-a)$, який містить відрізок (a,b).

2. Обрається довільна точка $x_0 \in (2a-b, 2b-a)$ (наприклад, точка a), і застосовується процедура «ігор хаосу».

3. Отримаємо послідовність точок

$$x_n = \frac{x_{n-1} + 2X_A}{3},\ \text{де}\ x_1 = \frac{a + 2X_A}{3},$$

X_A точка-атрактор, яка обирається випадковим чином з множини, що містить два елементи $\{2a-b, 2b-a\}$.

В залежності від заданої кількості n точок множини Кантора, отримаємо множину точок, які використовуються для операції мутації.

Як відомо, точки множини Кантора не належать відрізку $[a,b]$. Наприклад, якщо $n = 30$, то $\{x_n\}_{n=1}^{30}$ множина, на якій виконується перевірка значень фітнес-функції за межами відрізку $[a,b]$. Даний підхід дає можливість перевірити роботу генетичного алгоритму за межами області $[a,b]$ (рис.1), таким чином заданий підхід є аналогом операції мутації.

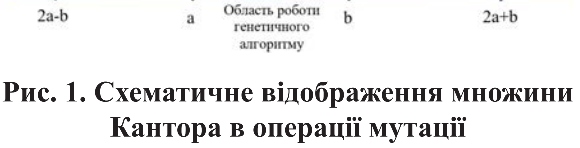

Рис. 1. Схематичне відображення множини Кантора в операції мутації

Як зазначено авторами в роботі ([19]), було розроблено програмний продукт для перевірки працездатності запропонованого підходу. Авторами було наведено приклад перевірки операції мутації для функції Растригіна, яка має велику кількість локальних екстремумів, де було використано множину Кантора у розмірі 20 точок, що дало позитивний результат.

В роботі [20] пропонується набір різних мультимодальних функцій, до яких і в свою чергу відноситься функція Швефеля, та наведені фіксовані результати значень екстремумів та рекомендованих параметрів при пошуку екстремуму функції.

Було проведено дослідження для наступних тесБуло проведено дослідження для наступних тестових функцій вигляду [21]:

Функція 1

$$F(x) = 5 - 24x + 17x^2 - \frac{11}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4, \qquad (1)$$

Функція 2

$$F(x) = 3\left(x^2 + \left(\frac{-5.28344387 * x + 2.9100347}{-6.779211907} - 11\right)\right)^2 + \left(x + \left(\frac{-5.28344387 * x + 2.9100347}{-6.779211907} - 7\right)\right)^2 \qquad (2)$$

Функція 3

$$F(x) = 418.9829 - x\sin\sqrt{|x|} - \textit{функція Швефеля} \qquad (3)$$

Функція 4

$$F(x) = -c_1 e^{-\frac{(x-a_{11})^2}{\pi}} \cos\left(\pi (x-a_{11})^2\right) - c_2 e^{-\frac{(x-a_{12})^2}{\pi}} \cos\left(\pi (x-a_{12})^2\right) \qquad (4)$$

$$\text{де}, c_1 = 1, c_2 = 1, a_{11} = 3, a_{12} = 5\ -\textit{функція Лангермана}.$$

Нижче наведено графіки досліджуваних функцій (рис. 2) і множини Кантора для кожної з них (рис. 3).

На Рис. 3. відображені множини Кантора для запропонованих функцій (1–4) та значення точок множини в фітнес функції. Функція 1 на відрізку [0,7] має один локальний – $(6;5)$ та один глобальний екстремум $(1;-5,41)$, функція 2 має два екстремуми на відрізку [-5,5]. Функція 3 (Швефеля) задано на відрізку $[-500;500]$ точка глобального екстремуму має координати [0:10], а функція 4 (Лангермана) – на відрізку $[0;10]$, особливість функції це два глобальних екстремуми наближено в точках $(3;-1.28)$ та $(5;-1.28)$.

Для оцінки ефективності запропонованого алгоритму проведено статистичне дослідження для функцій Швефеля та Лангермана, а саме: пошук точок екстремуму виконувався по 100 разів для кожної з функції з операцією мутації із застосуванням множини Кантора, а також по 100 разів без застосування операції мутації. Для функцій (3, 4) були отримані наступні результати представлені в таблиці 1.

Слід відмітити що для функції Лангермана (4) яка має два екстремуми. Кращі результати наближення екстремумів відображено в (таб. 1), найкраще значення без мутації було знайдено за 55 ітераційних

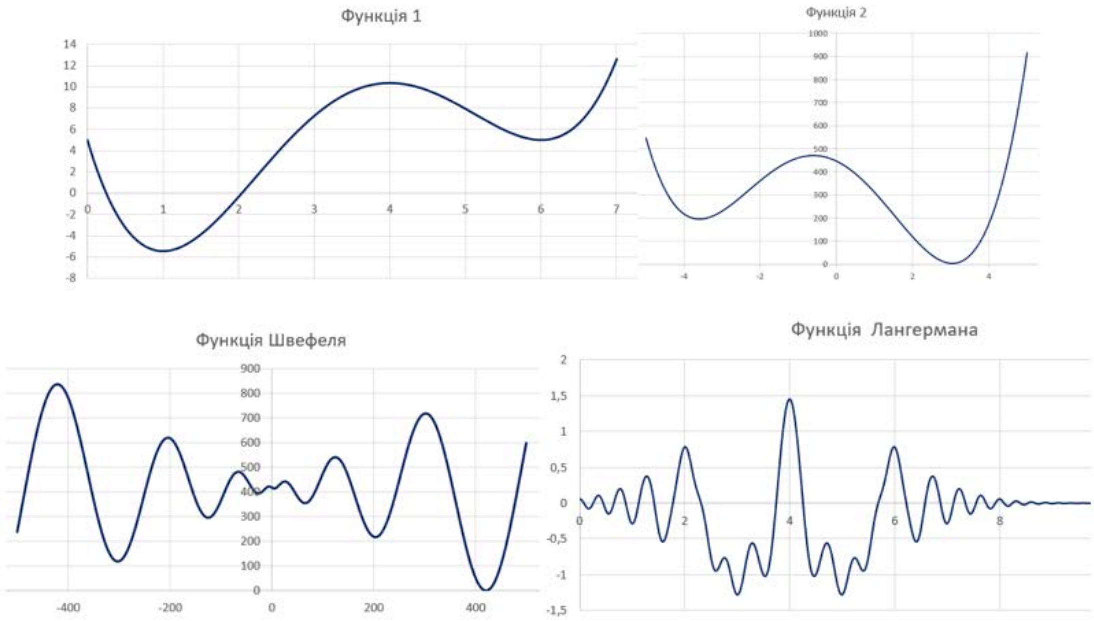

Рис. 2. Графіки тестових функцій (1–4)

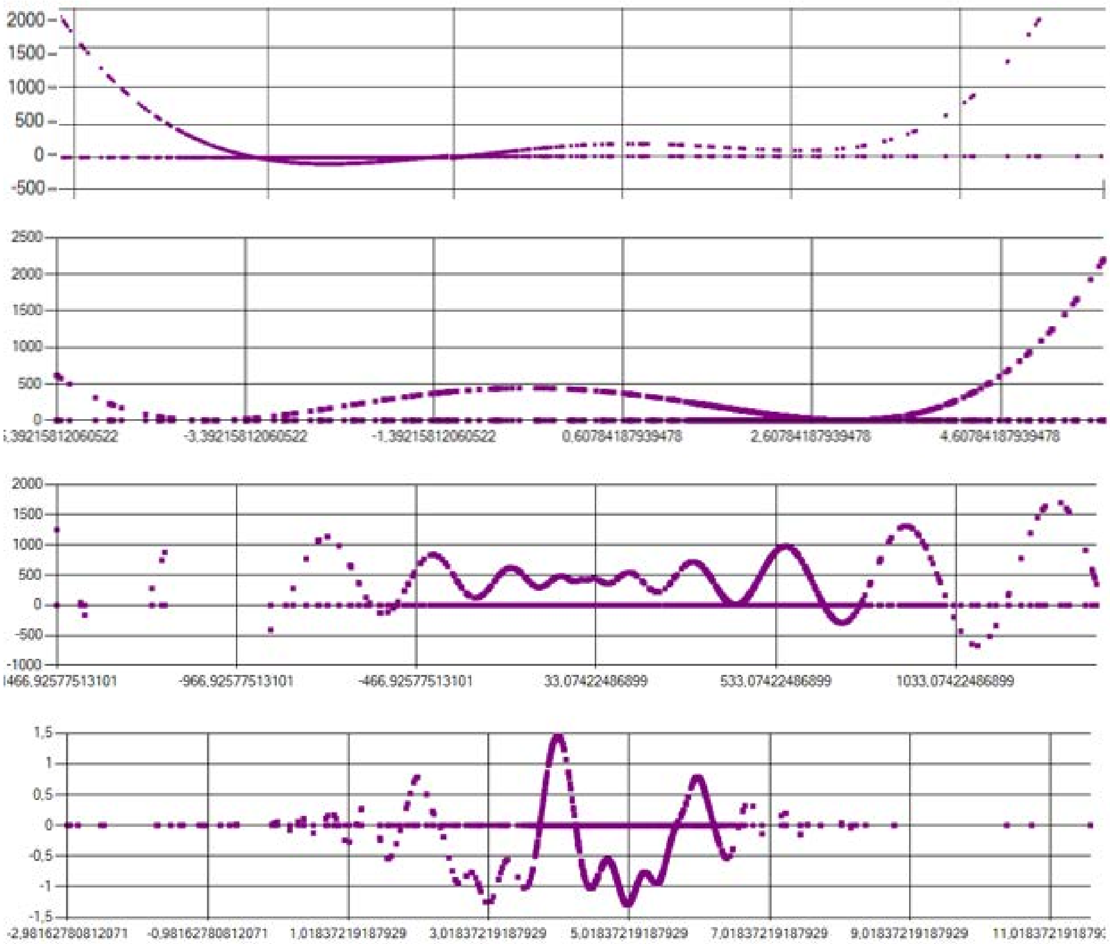

Рис. 3. Множини Кантора для тестових функцій (1–4)

 ISSN 2786-6254

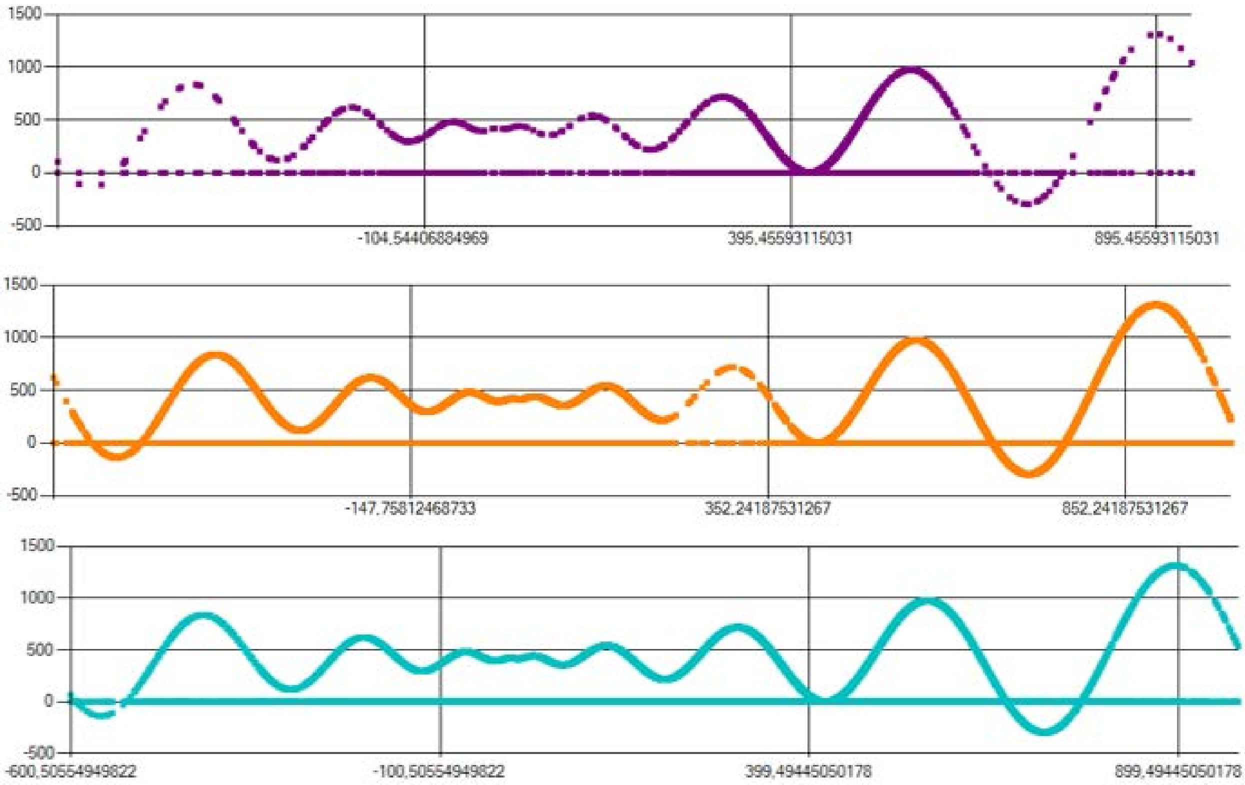

Рис. 4 Відображення множин Кантора та кількості ітераційних кроків 187, 734 та 1114 кроків

Таблиця1

Статистичні результати тестових функцій 3 та 4

<table>
<tr><th>Значення</th><th>Функція 3 (Швефеля)</th><th colspan="2">Функція 4 (Лангермана)</th></tr>
<tr><td colspan="4">Без операції мутації</td></tr>
<tr><td>Min кількість ітерацій</td><td>83</td><td colspan="2">50</td></tr>
<tr><td>Max кількість ітерацій</td><td>4459</td><td colspan="2">2867</td></tr>
<tr><td>Медіана</td><td>351</td><td colspan="2">194</td></tr>
<tr><td>Середнє відхилення</td><td>828</td><td colspan="2">459</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Кількість разів був знайдений екстремум</td><td rowspan="2">100</td><td>1-й</td><td>2-й</td></tr>
<tr><td>56</td><td>44</td></tr>
<tr><td>Найкращий екстремум з 100 випробувань</td><td>(420,97175127268;
0,000013866942)</td><td colspan="2">(4,9919319142;
-1,281319656)</td></tr>
<tr><td colspan="4">З операцією мутації за допомогою множин Кантора.</td></tr>
<tr><td>Min кількість ітерацій</td><td>72</td><td colspan="2">36</td></tr>
<tr><td>Max кількість ітерацій</td><td>2747</td><td colspan="2">922</td></tr>
<tr><td>Медіана</td><td>287</td><td colspan="2">173</td></tr>
<tr><td>Середнє відхилення</td><td>611</td><td colspan="2">211</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Кількість разів був знайдений екстремум</td><td rowspan="2">100</td><td>1-й</td><td>2-й</td></tr>
<tr><td>51</td><td>49</td></tr>
<tr><td>Найкращий екстремум
з 100 випробувань</td><td>(420,966777805112
0,000013216553)</td><td colspan="2">(3,007772437
-1,281319800)</td></tr>
</table>

кроків, а з мутацією – за 36 кроків. Також відмітимо рівномірність роботи алгоритму. Кожний з двох екстремумів визначається майже однакову кількість разів як з застосуванням операції мутації, так і без неї і прямує до співвідношення 50:50.

Для функції Швефеля досліджувався вплив кількості ітераційних кроків на побудову множин Кантора. На Рис. 4. відображено множини Кантора та їх значення в точка фітнес функції, кількість ітерацій відповідно дорівнює 187, 734 та 1114 кроків. Наочно відображається різниця щільності множин. В усіх випадках було знайдено точку глобального екстремуму.

Також відмітимо що пошук для функції 3 відбувався на відрізку $[-500;500]$ за межами якого є інший глобальний екстремум, яким міг би відігравати роль хибного екстремуму, якщо, $\xi_k - \eta_k \langle a, \textit{або}\ \xi_k + \eta_k \rangle b$, то граничними точками нового відрізку обираються граничні точки початкового відрізку.

При дослідженні функції Лангермана, визначено, що алгоритм знаходить по черзі обидва глобальних екстремуми, та відповідно відбувається скупчення точок множин Кантора біля лівого та правого екстремуму (рис. 5).

За результатами чисельних експериментів для досліджуваних функцій можна прийти до висновку, що 20 точок множини Кантора на кожній ітерації є достатнім для позитивних результатів. Також можна відмітити, шо таку мутацію можна використовувати не на кожному кроці, а з певним визначеним періодом. Візуальне представлення показало, що при зменшені ітераційного відрізку щільність точок на відрізку збільшується. Як відображено на графіках, ближче до точок екстремумів відбувається ущільнення множин Кантора, що підтверджує доцільність використання не великої кількості точок множини Кантора. При зменшені відрізку пошуку, мутація з використанням множини Кантора пришвидшує роботу модифікованого генетичного алгоритму. Також можна застосувати множини Кантора для фінальної перевірки екстремуму, де буде доцільно використати більшу кількість точок множини.

Дискусії. Запропонований алгоритм пошуку екстремуму порівнювався з алгоритмом PCLPSO, який використовує оптимізатор роїв частинок із комплексним навчанням. Було проведено дослідження для мультимодальних тестових функцій, таких як Розенброк, Гріванк, Растригін, Бранін, Швефель та інші [22]. Для задачі Швефеля відпрацювання алгоритму зайняло від 7,62 до 10.01 секунд. Відпрацювання представленого модифікованого генетичного алгоритму без операції мутації склало 2.60, кількість ітерацій складає 478, точка екстремуму (420,9587530;0,0000253289). З операцією мутації при застосуванні множини Кантора точка екстремуму (420,9640398;0,0000155227) кількість ітерацій 114 час 1.43 секунди. Максимальна кількість ітерацій була однаково зафіксована як в ([22]) так і запропонованому генетичному алгоритмі і становить 5000. Алгоритми були реалізовані за допомогою одного й того ж середовища розробки Visual Studio мова C#.

Модифікація природнього метаевристичного алгоритму BAT [23], який залежить від принципу ехолокаційної поведінки кажанів, страждає від раннього застрягання в локальних оптимумах. Пропонується покращення початкової популяції шляхом генерації двох популяцій випадковим чином де потім за певними критеріями утворюється із цих двох популяцій одна початкова покращена. Розглядаються популяції кількості 100, 200, 300 та 400 особин. В свою чергу, в запропонованому модифікованому ГА з опера-

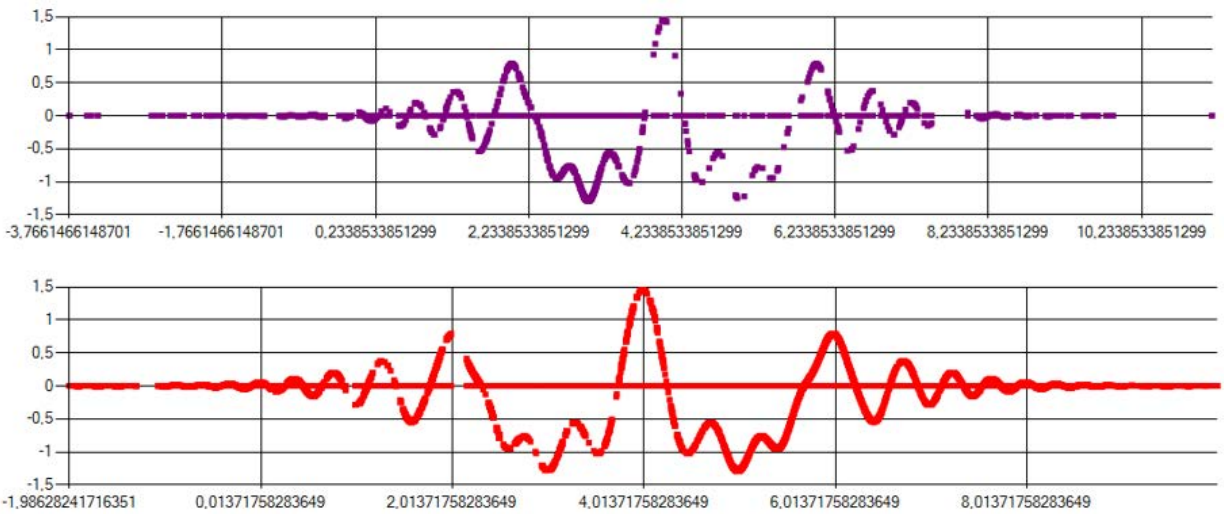

Рис. 5. Відображення скупчення точок множин Кантора біля лівого та правого екстремумів

цією мутації також застосовується особливий підхід до створення початкової популяції описаний вгорі, але використовується менша популяція від 8 до 28 особин, яка дає гарні результати наближені до фіксованих значень.

Порівняльні результати чотирьох різних алгоритмів, один з яких є ГА, надаються для таких тестових функцій як Растригіна, Швефеля, Лангермана, Михайлевича, Розенброка та інші [24]. Розмір популяції складав 20 та 30 одиниць, максимальна кількість ітерацій не повинна була перевищувати 5000 та 20000 відповідно до кількості особин. Пошук екстремумів відбувався 100 разів. В отриманих результатах відмічається, що не завжди відбувається знаходження екстремуму при відповідних умовах, на відміну від запропонованого модифікованого ГА який знаходить глобальний мінімум або один з них як було зазначено вгорі.

Висновки. Використання модифікованого генетичного алгоритму з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації дає позитивні результати, що відображає надійність, швидкодію та рівномірність роботи алгоритму. Використання множин Кантора в задачах оптимізації та пошуку глобального екстремуму є новим підходом, який може допомогти підвищити якість роботи генетичного алгоритму. Множина Кантора, може бути використана як для генерації початкових наближень та розподілу точок в просторі пошуку, так і при операції мутації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Олійник Л.О., Бажан С.М. (2019). Алгоритм пошуку екстремумів функції однієї змінної с. 44–50. Математичне моделювання: Науковий журнал. № 1(40). – 210 с.
2. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2020) About Features of Mutation Application in a Modified Operator Genetic Algorithm. International Academy Journal Web of Scholar. 8(50). doi: 10.31435/rsglobal_wos/30122020/7324
3. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology). 44. 4499–4505.
4. Nguyen, T. & Le, V. & Vu, X. & Nguyen, D.. (2022). Reliability-based Design Optimization of Steel-Concrete Composite Beams Using Genetic Algorithm and Monte Carlo Simulation. Engineering, Technology & Applied Science Research. 12. 9766–9770. 10.48084/etasr.5366.
5. S. K. Mondal and H. Tahbildar, (2013) Automated Test Data Generation Using Fuzzy Logic-Genetic Algorithm Hybridization System for Class Testing Of Object Oriented Programming.
6. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology). 44. 4499–4505.
7. Esnaashari, Mehdi & Damia, Amirhossein. (2021). Automation of Software Test Data Generation Using Genetic Algorithm and Reinforcement Learning. Expert Systems with Applications. 183. 115446. 10.1016/j.eswa.2021.115446.
8. Губський А. М. (2011). Комбінація вейвлет-аналізу та генетичного алгоритму для мінімізації похибок глобальної навігаційної системи. Науковий вісник НЛТУ України , 21 (13), 355–362.
9. Багнюк Н. В., Марчевська О. Р. (2020). Оптимізація багатовимірної функції методом диференціальної еволюції. Сучасна наука та освіта Волині : зб. матеріалів наук.-практ. онлайн-конф. ISBN 978-966-940-327-8136.
10. Шило В.П., Глибовець М.М., Гулаєва Н.М., Нікіщіхіна К.В. (2020) Генетичні алгоритми турнірного витиснення з гауссовою мутацією. Кібернетика і системний аналіз. № 56(2). С. 75–88. https://doi.org/10.1007/s10559-020-00239-4
11. Cantor G. Ueber die einfachen Zahlensysteme // Z. Mathl. Phys. – 1869. – Bd. 14. – S. 121–128.
12. Олійник Л.О., Бажан С.М. (2021) Про використання множини Кантора в операції мутації для генетичних алгоритмів. 79–90 с., Матеріали Міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми технічної механіки – 2021» Дніпро, Кам’янське, Україна.
13. Гулаєва, Н. М., Шило, В. П., М.М. Глибовець (2021). Генетичні алгоритми як обчислювальні методи скінченновимірної оптимізації. Кібернетика та комп’ютерні технології.
14. Birattari M., Paquete L., Stützle T., Varrentrapp K. (2001) Classification of metaheuristics and design of experiments for the analysis of components: technical report. Darmstadt : Techn. Univ. Darmstadt. AIDA-01-05. 12 p.
15. Ваховська, Л. М. (2020). Використання паралельних генетичних алгоритмів для навчання штучних нейронних мереж. In Proceedings of the XII International scientific-practical conference «Internet-education-science»(IES-2020), Ukraine, Vinnytsia, 26–29 May 2020: 58–59. ВНТУ.
16. Гриб, Д. В. (2023). Ігровий штучний інтелект з використанням генетичних алгоритмів.

17. Чопорова О. В., Лісняк А. О. (2020). Використання генетичного алгоритму для оптимізації параметрів нейронної мережі при прогнозуванні напружено-деформованого стану квадратної пластинки. Applied questions of mathematical modelling, 3(2.1), 290–299.
18. Авербах, Д. М. (2019) Використання генетичних алгоритмів для навчання нейронних мереж. Zbiór artykułów naukowych recenzowanych № 24., 83. ISBN: 978-83-66401-28-0
19. Бажан С.М. (2020) «Про ефективність застосування операторів мутації при використанні модифікованого генетичного алгоритм », 102–104 с., Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми математичного моделювання» 27-28 травня 2020, 161 с.
20. Hussain, Kashif & Salleh, Mohd & Cheng, Shi & Naseem, Rashid. (2017). Common Benchmark Functions for Metaheuristic Evaluation: A Review. International Journal on Informatics Visualization. 1. 218–223. 10.30630/joiv.1.4-2.65.
21. Глибовець М.М., Гулаєва Н.М. (2013) Еволюційні алгоритми : підручник. Київ : НаУКМА. 828 с.
22. Felix Martinez-Rios, Alfonso Murillo-Suarezм (2018)«A new swarm algorithm for global optimization of multimodal functions over multi-threading architecture hybridized with simulating annealing» Procedia Computer Science, Volume 135, Pages 449–456, ISSN 1877-0509, https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.08.196.
23. Al-Asadi, Samraa & Al-Mamory, Safaa. (2023). An Improved BAT Algorithm Using Density-Based Clustering. Inteligencia Artificial Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. 26. 102–123. 10.4114/intartif.vol26iss72pp102-123.
24. Gravas, Ioannis. (2017). Exponential Log-Periodic Antenna Design in Computer Environment by Using Improved Particle Swarm Optimization Technique with Velocity Mutation. 10.13140/RG.2.2.35307.77608/1.

REFERENCES

1. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan.(2019) Algorithm for finding the extrema of a function of one variable Математичне моделювання: Науковий журнал Mathematical Modeling : Scientific Journal 1(40). ISSN 2519-8106
2. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2020) About Features of Mutation Application in a Modified Operator Genetic Algorithm. International Academy Journal Web of Scholar. 8(50). DOI: 10.31435/rsglobal_wos/30122020/7324
3. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology). 44. 4499–4505.
4. Nguyen, T. & Le, V. & Vu, X. & Nguyen, D.. (2022). Reliability-based Design Optimization of Steel-Concrete Composite Beams Using Genetic Algorithm and Monte Carlo Simulation. Engineering, Technology & Applied Science Research. 12. 9766–9770. 10.48084/etasr.5366.
5. S. K. Mondal and H. Tahbildar, (2013) Automated Test Data Generation Using Fuzzy Logic-Genetic Algorithm Hybridization System for Class Testing Of Object Oriented Programming.
6. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology). 44. 4499–4505.
7. Esnaashari, Mehdi & Damia, Amirhossein. (2021). Automation of Software Test Data Generation Using Genetic Algorithm and Reinforcement Learning. Expert Systems with Applications. 183. 115446. 10.1016/j.eswa.2021.115446.
8. Gubskyy A.M.(2011) Combination of wavelet-analyze and genetic algorith for minimization of global navigational errors. Scientific bulletin of UNFU, 21 (13), 355–362.
9. Bagniuk N. V., Marchevska O. R. (2020). Optimization of a multidimensional function by the method of differential evolution. Modern science and education in Volyn: a collection of scientific and practical materials. online conf. ISBN 978-966-940-327-8136.
10. Shilo V.P., Hlybovets M.M., Gulaeva N.M., Nikishchikhina K.V. (2020) Tournament crowding genetic algorithms based on Gauss mutation. Cybernetics and system analysis 56(2.) C. 75–88. https://doi.org/10.1007/s10559-020-00239-4
11. Cantor G. Ueber die einfachen Zahlensysteme // Z. Mathl. Phys. – 1869. – Bd. 14. – S. 121–128.
12. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2021) About the use of the Cantor set in mutation operations for genetic algorithms. Book of Abstracts annual international scientific conference: Mathematical Problems of Technical Mechanics-2021 Part 1.
13. Gulaeva, N.M., Shilo, V.P., M.M. Hlybovets (2021). Genetic algorithms as computational methods of finite-dimensional optimization. Cybernetics and computer technologies.

14. Birattari M., Paquete L., Stützle T., Varrentrapp K. (2001) Classification of metaheuristics and design of experiments for the analysis of components: technical report. Darmstadt : Techn. Univ. Darmstadt. AIDA-01-05. 12 p.
15. Vakhovska, L. M. (2020). Using parallel genetic algorithms for learning artificial neural networks. In Proceedings of the XII International scientific-practical conference «Internet-education-science»(IES-2020), Ukraine, Vinnytsia, 26–29 May 2020: 58–59.
16. Hryb, D. V. (2023). Game artificial intelligence using genetic algorithms.
17. Choporova O. V., Lisnyak A. O. (2020). The use of a genetic algorithm to optimize the parameters of a neural network in predicting the stress-strain state of a square plate. Applied questions of mathematical modeling, 3(2.1), 290–299.
18. Averbach, D. M. (2019) Using Genetic Algorithms to Train Neural Networks. Zbiór artykułów naukovych recenzowanych № 24., 83. ISBN: 978-83-66401-28-0
19. Stanislav Bazhan (2020) «About the effectiveness of using mutation operators for a modified genetic algorithm», Book of Abstracts All-Ukrainian Scientific and Methodological Conference: Problems of Mathematical Modeling
20. Hussain, Kashif & Salleh, Mohd & Cheng, Shi & Naseem, Rashid. (2017). Common Benchmark Functions for Metaheuristic Evaluation: A Review. International Journal on Informatics Visualization. 1. 218–223. 10.30630/joiv.1.4-2.65.
21. Hlybovets M.M., Gulaeva N.M. (2013) Evolutionary algorithms. 828 p.
22. Felix Martinez-Rios, Alfonso Murillo-Suarezм (2018) A new swarm algorithm for global optimization of multimodal functions over multi-threading architecture hybridized with simulating annealing» Procedia Computer Science, V. 135, P. 449–456, ISSN 1877-0509, https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.08196.
23. Al-Asadi, Samraa & Al-Mamory, Safaa. (2023). An Improved BAT Algorithm Using Density-Based Clustering. Inteligencia Artificial Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. 26. 102–123. 10.4114/intartif.vol26iss72pp102-123.
24. Gravas, Ioannis. (2017). Exponential Log-Periodic Antenna Design in Computer Environment by Using Improved Particle Swarm Optimization Technique with Velocity Mutation. 10.13140/RG.2.2.35307.77608/1.