

ISSN 2786-6254 (Print)
ISSN 2786-6262 (Online)

Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації
Серія КВ № 24766-14706Р від 25 березня 2021 р.

Computer Science and Applied Mathematics

Адреса редакції:

вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216,
м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон

для довідок:
+38 066 53 57 687

№ 1, 2023



Видавничий дім
«Гельветика»
2023

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Internet вченою радою ЗНУ (протокол засідання № 11 від 30.05.2023 р.)

На підставі Наказу Міністерства освіти і науки України № 886 від 02.07.2020 р. (додаток 4) журнал включено до Переліку наукових фахових видань України категорії «Б» у галузях знань 11 Математика та статистика і 12 Інформаційні технології (113 – Прикладна математика, 121 – Інженерія програмного забезпечення, 122 – Комп'ютерні науки).

До 25 березня 2021 р. журнал виходив під назвою «Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки».

У зв'язку зі зміною назви журналу було внесено відповідні зміни до Переліку наукових фахових видань України на підставі Наказу Міністерства освіти та науки України № 735 від 29.06.2021 р. (додаток 3).

Журнал індексується в міжнародній наукометричній базі даних Index Copernicus

Статті у виданні перевірені на наявність плагіату за допомогою програмного забезпечення StrikePlagiarism.com від польської компанії Plagiat.pl.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Гоменюк С. І.	–	доктор технічних наук, професор, головний редактор (Україна)
Гребенюк С. М.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Гришак В. З.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Єрмолаєв В. А.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Кеберле Н. Г.	–	кандидат технічних наук, доцент (Україна)
Клименко М. І.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Козін І. В.	–	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Кудін О. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Панасенко Є. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Стеганцев Є. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Чопоров С. В.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Шило Г. М.	–	доктор технічних наук, доцент (Україна)
Breslavsky I.	–	PhD in Mechanics, Docent (Канада)
Djakon R.	–	Doctor of Science in Engineering, Professor, Academician (Латвія)
Gerasimov T.	–	PhD in Mathematics, Docent (Німеччина)
Kolakowski Z.	–	Doctor of Science in Engineering, Professor (Польща)
Нарзуллаєв У. Х.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Узбекистан)
Швидка С. П.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Словаччина)

ЗМІСТ

РОЗДІЛ I. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Григор'єв Ю. О., Кусік Л. І. <i>ЗАДАЧА ПРО МІНІМІЗАЦІЮ ДИСПЕРСІЇ</i>	5
Козін І. В., Нарзулласв У. Х., Алломов З. К. <i>АЛГОРИТМ ПЕРЕМІШАНИХ СТРИБАЮЧИХ ЖАБ У ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ВИРОБНИЦТВА</i>	11
Шпорта А. Г., Кагадій Т. С., Онопрієнко О. Д. <i>ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛУ ТА УМОВ КОНТАКТУ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН У РАЗІ ВЗАЄМОДІЇ ШТАМПА ТА ПЛАСТИНИ</i>	19

РОЗДІЛ II. ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Кірей К. О. <i>ВДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ, ОБЛІКУ ТА ДОСТУПУ ДО МЕРЕЖІ ІНТЕРНЕТ АБОНЕНТІВ ОПЕРАТОРА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ</i>	26
---	----

РОЗДІЛ III. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

Бойко Н. І., Кулінченко А-М. Р., Газдюк К. П. <i>ПОРІВНЯННЯ КЛАСИФІКАТОРІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ТОНАЛЬНОСТІ ТЕКСТУ</i>	36
Zaikov V. P., Mescheryakov V. I., Zhuravlov Yu. I., Ustenko A. S. <i>THERMAL MANAGEMENT OF A SET OF THERMOELECTRIC COOLERS CONNECTED IN PARALLEL IN AN UNEVEN TEMPERATURE FIELD</i>	47
Скрябіна А. В., Стеганцева П. Г. <i>ЗАСТОСУВАННЯ РІЗНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТОПОЛОГІЙ НА СКІНЧЕННИХ МНОЖИНАХ</i>	58

CONTENTS

SECTION I. APPLIED MATHEMATICS

Hryhoriev Yu. O., Kusik L. I. <i>THE PROBLEM OF MINIMIZING DISPERSION</i>	5
Kozin I. V., Narzullaev U. H., Allomov Z. K. <i>THE SHUFFLE FROG LEAPING ALGORITHM FOR THE PRODUCTION LOCATION PROBLEM</i>	11
Shporta A. H., Kagadiy T. S., Onopriienko O. D. <i>STUDY OF THE MATERIAL PROPERTIES INFLUENCE AND CONTACT CONDITIONS ON THE STRESS-STRAIN STATE DURING THE INTERACTION OF A STAMP AND A PLATE</i>	19

SECTION II. SOFTWARE ENGINEERING

Kirei K. O. <i>IMPROVEMENT OF THE BILLING SYSTEM FOR A TELECOMMUNICATION OPERATOR</i>	26
---	----

SECTION III. COMPUTER SCIENCES

Boyko N. I., Kulichenko A-M. R., Hazdiuk K. P. <i>COMPARISON OF CLASSIFIERS FOR THE TASK OF TEXT TONALITY ANALYSIS</i>	36
Zaikov V. P., Mescheryakov V. I., Zhuravlov Yu. I., Ustenko A. S. <i>THERMAL MANAGEMENT OF A SET OF THERMOELECTRIC COOLERS CONNECTED IN PARALLEL IN AN UNEVEN TEMPERATURE FIELD</i>	47
Skryabina A. V., Stegantseva P. G. <i>APPLICATION OF DIFFERENT MODELS FOR RESEARCH TOPOLOGY ON FINITE SETS</i>	58

РОЗДІЛ І. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 519.213

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-1-01>

ЗАДАЧА ПРО МІНІМІЗАЦІЮ ДИСПЕРСІЇ

Григор'єв Ю. О.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики, фізики та астрономії
Одеський національний морський університет
вул. Мечникова, 34, Одеса, Україна
orcid.org/0000-0002-7114-834X
yurii.grigoryev@gmail.com*

Кусік Л. І.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики, фізики та астрономії
Одеський національний морський університет
вул. Мечникова, 34, Одеса, Україна
orcid.org/0000-0003-1358-9566
lk09032017@gmail.com*

Ключові слова: екстремальна ляпуновська задача, метод множників Лагранжа, дисперсія випадкової величини, початкові моменти випадкової величини, щільність ймовірності, математичне сподівання.

Робота пов'язана із задачею знаходження щільності ймовірності неперервної випадкової величини таким чином, щоб дисперсія або початкові моменти цієї величини були б найменшими. Розв'язана задача про мінімізацію дисперсії за умови, що щільність $u(x)$ ймовірності неперервної випадкової величини не перевищує задану функцію $q(x)$. Результатом роботи є отримання такої щільності: вона повинна дорівнювати заданій функції $q(x)$ в деякому інтервалі (α, β) , поза цим інтервалом щільність повинна дорівнювати нулю. Числа α і β знаходяться із системи нелінійних рівнянь і входять у ці рівняння як границі визначених інтегралів. Також розглянуто задачу знаходження щільності ймовірності $u(x)$ випадкової величини за умовами

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^k u(x) dx \rightarrow \min, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx = 1, \quad 0 \leq u(x) \leq q, \end{array} \right.$$

де q та k – задані додатні числа. Окреслені задачі належать до класу ляпуновських екстремальних задач, що містять інтеграли. Під час їх розв'язання було застосовано принцип мінімуму та метод множників Лагранжа. Як наслідок із теореми Вейерштрасса витікає, що знайдені стаціонарні точки є точками найменших значень розглянутих функціоналів. Підставивши розв'язок задачі в екстремальну умову, отримана нерівність для початкових моментів будь-якої неперервної випадкової величини, яка обмежена зверху додатною сталою q . Підкреслено, що визначення параметрів у результаті мінімізації дозволить визначити більш точні оцінки в інших значеннях та досягти ефективного рівня оптимізації параметрів. Наведено результати розв'язку математичних задач. Прикладним застосуванням наведеної задачі є реалізація адаптивного прогнозування

та статистичної ідентифікації нелінійних динамічних моделей фізичних та економічних процесів. Наукова новизна отриманого рішення полягає у тому, що вперше отримано систему, в якій математичне сподівання екстремальної випадкової величини розташовується посередині відрізка $[\alpha, \beta]$, завдяки чому, підставивши знайдену функцію в екстремальну умову, отримано найменше значення дисперсії для будь-якої неперервної випадкової величини.

THE PROBLEM OF MINIMIZING DISPERSION

Hryhoriev Yu. O.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Mathematics, Physics and Astronomy
Odesa National Maritime University
Mechnikova str., 34, Odesa, Ukraine
orcid.org/0000-0002-7114-834X
yurii.grigoryev@gmail.com*

Kusik L. I.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Mathematics, Physics and Astronomy
Odesa National Maritime University
Mechnikova str., 34, Odesa, Ukraine
orcid.org/0000-0003-1358-9566
lk09032017@gmail.com*

Key words: *extreme Lyapunov problem, method of Lagrange multipliers, variance of a random variable, initial moments of a random variable, probability density, mathematical expectation.*

The work is related to the problem of finding the probability density of a continuous random variable in such a way that the variance or initial moments of this variable would be the smallest. The problem of minimizing the variance is solved under the condition that the probability density $u(x)$ of a continuous random variable does not exceed a given function $q(x)$. The result of the work is obtaining such a density: it should be equal to the given function $q(x)$ in some interval (α, β) , outside this interval the density should be zero. The numbers α and β are found from the system of nonlinear equations and are included in these equations as limits of definite integrals. By substituting the found function in the extreme condition, the smallest variance value for any continuous random variable is obtained. The problem of finding the probability density of a random variable is also considered under the conditions

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^k u(x) dx \rightarrow \min, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx = 1, \quad 0 \leq u(x) \leq q, \end{cases}$$

where q and k are given positive numbers. The described problems belong to the class of Lyapunov extremal problems containing integrals. When solving them, the minimum principle and the method of Lagrange multipliers were applied. As a consequence of the Weierstrass theorem, it follows that the found stationary points are the points of the smallest values of the considered functionals. Substituting the solution of the problem into an extreme condition, an inequality for the initial moments of any continuous random variable, which is bounded from above by a positive constant q is obtained. It is emphasized that the determination of parameters as a result of minimization will allow to determine more accurate estimates in other values and to achieve an effective

level of parameter optimization. The results of solving mathematical problems are given. An exemplary application of the given problem is the implementation of adaptive forecasting and statistical identification of nonlinear dynamic models of physical and economic processes. The scientific novelty of the obtained solution lies in the fact that, for the first time, a system was obtained in which the mathematical expectation of an extreme random variable is located in the middle of the segment $[\alpha, \beta]$, due to which, by substituting the found function in an extreme condition, the smallest variance value for any continuous random variable is obtained.

Вступ. Сучасна математична наука входить до фундаментальних надбань різноманітних галузей людського життя: від будівництва та конструювання деталей до фінансових ринків та соціологічних опитувань. Вдосконалення методів, алгоритмів, програм призводить до постійного руху наукової думки.

Зі статистичними методами обчислення інтегралів і розв'язання інтегральних рівнянь пов'язане таке завдання: потрібно знайти випадкову величину, що має найменшу дисперсію.

Тематикою досліджень мінімальної дисперсії у ракурсі цієї статті є екстремальні задачі Ляпунова. А. Ляпунов отримав низку основних результатів та розробив ефективні методи дослідження стійкості рішень диференціальних рівнянь.

Ця робота присвячена розв'язанню задачі про мінімізацію дисперсії та початкових моментів за умови, що щільність імовірності випадкової величини не перевищує задану функцію $q(x)$ (або заданого додатного числа q). Об'єктом цього дослідження є поставлені екстремальні задачі. Предметом виступають щільності ймовірностей випадкових величин, що задовольняють умовам цих екстремальних задач.

Метою роботи є отримання розрахункових рівнянь на знаходження мінімальної дисперсії. Підставляючи розв'язок задачі в екстремальну умову, отримуємо нерівність, яка справедлива для будь-якої неперервної випадкової величини, щільність імовірностей якої обмежена зверху додатною сталою q .

Огляд літератури. В умовах сьогодення питання мінімізації дисперсії як моменту другого порядку випадкової величини розглядало чимало науковців. Кожен підхід до мінімізації ґрунтується насамперед на сфері впровадження та має причинно-наслідкові зв'язки.

Так, низка науковців здійснили дослідження [1], в якому розробили метод підвищення ефективності функціонування виробничих систем за рахунок складання оптимальних або близьких до оптимальних за енергетичним критерієм календарних планів. Підхід дозволяє мінімізувати витрати енергії за рахунок складання ефективних графіків. Авторами здійснено розрахунок та підтверджено ефективний вплив мінімізації дисперсії.

М. Кузнецов, О. Лисенко та О. Мельник [2] розглянули задачу оптимізації гібридної енергосистеми за рівнем дисперсії генерованої потужності. Науковцями сформовано задачу, розв'язок якої методом множників Лагранжа дозволяє отримати аналітичне рішення, яке забезпечує мінімальну дисперсію сумарної потужності.

У [3] отримано асимптотичні формули для дисперсії оцінок, які дають можливість дослідити залежність систематичної та середньоквадратичної похибок оцінювання від довжини відрізка реалізації, точки усічення корелограми, а також спектральних характеристик сигналу.

Ґрунтуючись на попередніх дослідженнях, які довели, що аналітичний метод може не забезпечити мінімальну дисперсію, автори у роботі [4] дійшли висновку, що у разі отримання дисперсії слід враховувати лише величину потоку. Далі для реалізації проектного рішення петльові потоки повинні бути ациклічними. У дослідженні [4] запропоновано нове формулювання та нова методологія, що заснована на генетичному алгоритмі: для фіксації потоків у різних трубах для мінімізації дисперсії рядів потоків у трубах за умови дотримання безперервності потоку в різних вузлах.

У роботі [5] доведено, що задача з невідомими на мінімізацію дисперсії може бути переформульована як кінцева задача опуклої оптимізації. Цей результат забезпечує жорсткі межі кількісної оцінки невизначеності дисперсії.

У статті [6] пропонується виважений алгоритм мінімізації дисперсії WPMAMM. Зокрема, WPMAMM – це допуск до цільової функції алгоритму VMM, він поділяється на суму мінімізації дисперсії, щоб придушити спотворення, спричинене допуском. Зважений член w , який визначається як функція відстані від точки до зваженого середнього, вводиться для придушення спотворення, спричиненого аномальним припущенням.

Стохастичне зменшення дисперсії довело свою ефективність у прискоренні алгоритмів першого порядку для вирішення задач оптимізації з кінцевою сумою, таких як мінімізація емпіричного ризику. Включення додаткової інформації другого порядку виявилось корисним для подальшого підвищення продуктивності цих методів пер-

шого порядку. Однак відносно мало відомо про переваги використання зменшення дисперсії для прискорення популярних стохастичних методів другого порядку. У [7] запропоновано алгоритм мінімізації з кінцевою сумою, який має всі переваги методів другого порядку: простий розмір одиничного кроку, крупнопакетні операції, що легко розпаралелюються, і швидка локальна збіжність. Використовується перевага зменшення дисперсії для досягнення поліпшеної швидкості збіжності (за прохід даних) для гладких і опуклих завдань. Запропонований алгоритм може прискорити багато стохастичних методів другого порядку, а також ітераційні розв'язки найменших квадратів, і він вигідно відрізняється від популярних методів першого порядку зі зменшенням дисперсії.

У роботі [8] запропоновано метод адаптивного зменшення дисперсії під назвою ADASPIDER для мінімізації L-гладких, не випуклих функцій зі структурою кінцевої суми. ADASPIDER є першим не випуклим методом зменшення дисперсії без параметрів у тому сенсі, що він не вимагає знання параметрів, що залежать від завдання, таких як константа гладкості L, цільова точність або обмеження на норми градієнта.

Методи дослідження. Розглянемо задачу знаходження щільності ймовірності $u(x)$ випадкової величини з мінімальною дисперсією за умови, що невід'ємна щільність ймовірності не перевищує задану функцію $q(x)$. Математична модель задачі має такий вигляд:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 u(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x u(x) dx \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx = 1, \quad 0 \leq u(x) \leq q(x).$$

Позначимо

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x u(x) dx = \gamma.$$

Отримаємо задачу знаходження функції $u(x)$ та числа γ за умовами:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 u(x) dx - \gamma^2 \rightarrow \min, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x u(x) dx = \gamma,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx = 1, \quad 0 \leq u(x) \leq q(x).$$

Задача належить до ляпуновських екстремальних задач [9]. Схожа задача була розв'язана в роботі [10]. Різниця в тому, що там γ задане число, а тут – шукане.

Результати. Принцип мінімуму приводить до задачі знаходження $u(x)$ за умовою

$$\min_x u(x^2 + \mu x + \lambda),$$

де λ та μ – невідомі множники Лагранжа. Розв'язком цієї задачі є функція

$$u(x) = \begin{cases} q(x), & x \in (\alpha, \beta), \\ 0, & x \notin (\alpha, \beta), \end{cases}$$

де α та β – корені рівняння $x^2 + \mu x + \lambda = 0$, $\alpha < \beta$. Ці числа можна знайти, розв'язавши наступну задачу на умовний екстремум:

$$\int_{\alpha}^{\beta} x^2 q(x) dx - \left(\int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx \right)^2 \rightarrow \min, \quad \int_{\alpha}^{\beta} q(x) dx = 1.$$

Складемо функцію Лагранжа, позначивши через λ – множник Лагранжа:

$$L(\alpha, \beta, \lambda) = \int_{\alpha}^{\beta} x^2 q(x) dx - \left(\int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx \right)^2 + \lambda \int_{\alpha}^{\beta} q(x) dx.$$

Продиференціювавши її по α та β , отримаємо

$$\beta^2 q(\beta) - 2\beta q(\beta) \int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx + \lambda q(\beta) = 0,$$

$$\alpha^2 q(\alpha) - 2\alpha q(\alpha) \int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx + \lambda q(\alpha) = 0.$$

Значення α та β , за яких функція $q(x)$ дорівнює нулю, загалом не розв'язують задачу. Тому система прийме вигляд:

$$\beta^2 - 2\beta \int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx + \lambda = 0, \quad \alpha^2 - 2\alpha \int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx + \lambda = 0.$$

Виключивши з цієї системи λ , прийдемо до наступної системи для визначення α та β :

$$\int_{\alpha}^{\beta} x q(x) dx = \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad \int_{\alpha}^{\beta} q(x) dx = 1.$$

Виходить, що математичне сподівання шуканої випадкової величини повинно ділити відрізок $[\alpha, \beta]$ навпіл.

Розглянемо окремий випадок:

$$q(x) = q = \text{const} > 0.$$

Обидва рівняння системи приведуть до рівності

$$\beta - \alpha = \frac{1}{q},$$

а дисперсія будь-якої неперервної випадкової величини задовольняє нерівність

$$DX \geq \frac{1}{q^2},$$

де q – найбільше значення щільності ймовірності випадкової величини.

Ще розглянемо задачу знаходження щільності ймовірності $u(x)$ випадкової величини за умовами

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^k u(x) dx \rightarrow \min, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx = 1, \quad 0 \leq u(x) \leq q, \end{cases}$$

де q та k – задані додатні числа.

Ця задача також належить до ляпуновських екстремальних задач та розв'язується так само, як і попередня. Її розв'язок має вигляд

$$u(x) = \begin{cases} q, & x \in \left(-\frac{1}{2q}, \frac{1}{2q}\right), \\ 0, & x \notin \left(-\frac{1}{2q}, \frac{1}{2q}\right). \end{cases}$$

Підставляючи розв'язок задачі в екстремальну умову, отримуємо нерівність

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x|^k u(x) dx \geq \frac{1}{(2q)^k (k+1)}.$$

Ця нерівність справедлива для будь-якої неперервної випадкової величини, щільність імовірностей якої обмежена зверху додатною сталою q .

Дискусія. У результаті проведених досліджень розв'язок задачі про мінімізацію дисперсії представлено у вигляді нерівності, яка

справедлива для будь-якої неперервної випадкової величини, щільність імовірностей якої обмежена зверху додатною сталою q . Умова щодо невід'ємної щільності ймовірності не перевищує задану функцію $q(x)$. Особливістю поданої методики є отримання такої щільності, яка дорівнює заданій функції $q(x)$ у деякому інтервалі (α, β) , а поза цим інтервалом щільність дорівнює нулю. Зміст отриманої системи відрізняється від наявних тим, що математичне сподівання екстремальної випадкової величини розташовується посередині відрізка $[\alpha, \beta]$, на основі чого, підставивши знайдену функцію в екстремальну умову, отримано найменше значення дисперсії для будь-якої неперервної випадкової величини.

Фундаментальний складник представленого рішення належить до класу ляпуновських екстремальних задач, що містять інтеграли. Результуючим складником є реалізація методу множників Лагранжа та принципу мінімуму, а знайдені стаціонарні точки є точками найменших значень розглянутих функціоналів.

Отже, можна зробити висновок, що визначення параметрів у результаті мінімізації дозволить визначити більш точні оцінки в інших значеннях та досягти ефективного рівня оптимізації параметрів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Жданова О.Г., Клименко В.М., Сперкач М.О. Складання енергетично ефективних календарних планів для функціонування виробничих систем. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2020. № 6. С. 54–61. URL: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-147-6-54-61>.
2. Кузнецов М., Лисенко О., Мельник О. Задача оптимізації гібридної енергосистеми за рівнем дисперсії генерованої потужності. *Відновлювана енергетика*. 2022. С. 17–26. URL: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1\(68\)](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1(68)).
3. Юзефович Р., Яворський І., Мацко І., Варивода М. Аналіз дисперсії когерентної оцінки взаємспектральної густини періодично корельованих випадкових процесів. *IV Міжнародна науково-технічна конференція «Теоретичні та прикладні аспекти радіотехніки, приладобудування і комп'ютерних технологій»*. Тернопіль, 2019. № 1. Р. 75–78.
4. Nabira Maheshwari Rathi S., Gupta R. Genetic Algorithm for Minimization of Variance of Pipe Flow-Series for Looped. *Water Distribution Networks*. 2022. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-81358-1_16.
5. Birrell Jeremiah. Distributionally Robust Variance Minimization: Tight Variance Bounds over f-Divergence Neighborhoods. 2020. URL: <https://doi.org/10.1109/TIT.2022.3160659>.
6. Lv R., Liu H., Wang Z., Zhu D. WPMAM: Weighted plus-and-minus allowance variance minimization algorithm for solving matching distortion. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2022. № 76. URL: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2022.102320>.
7. Dereziński M. Stochastic Variance-Reduced Newton: Accelerating Finite-Sum Minimization with Large Batches. 2022. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.02702>.
8. Kavis A., Skoulakis S., Antonakopoulos K., Dadi L., Cevher V. Adaptive Stochastic Variance Reduction for Non-convex Finite-Sum Minimization. *NeurIPS 2022*, 2022. URL: <https://doi.org/10.1137/20M1374614>.
9. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие. / Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. М. Наука, 1984.
10. Григор'єв Ю.О. Задача про мінімізацію дисперсії. *П'ятнадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. Михайла Кравчука, 15–17 травня, 2014 р., Київ. Матеріали конф. Т. 3. Теорія ймовірностей та математична статистика*. Київ : НТУУ «КПІ», 2014. С. 141–142.

REFERENCES

1. Zhdanova, O.H., Klymenko, V.M., Sperkach, M.O. (2020). *Skladannia enerhetychno efektyvnykh kalendarnykh planiv dlya funktsionuvannia vyrobnychyykh system*. Visnyk Vinnyts'koho politekhnichnoho instytutu. 2020. № 6. S. 54–61. Retrieved from: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-147-6-54-61> [in Ukrainian].
2. Kuznetsov, M., Lysenko, O., Mel'nyk, O. (2022). *Zadacha optymizatsiyi hibrydnoyi enerhosystemy za rivnem dyspersiyi henerovanoyi potuzhnosti*. Vidnovlyuvana enerhetyka. 2022. S. 17–26. Retrieved from: [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1\(68\)](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2022.1(68)) [in Ukrainian].
3. Yuzefovych, R., Yavors'kyi, I., Matsko, I., Varyvoda, M. (2019). Analiz dyspersiyi koherentnoyi otsinky vzayemospektral'noyi hustyny periodychno korel'ovanykh vypadkovykh protsesiv. IV Mizhnarodnoyi naukovo-tekhnichnoyi konferentsiya "Teoretychni ta prykladni aspekty radiotekhniki, pryladobuduvannya i komp'yuternykh tekhnolohiy". Ternopil', 2019. № 1. P. 75–78 [in Ukrainian].
4. Nabira Maheshwari Rathi S., Gupta R. (2022). *Genetic Algorithm for Minimization of Variance of Pipe Flow-Series for Looped*. Water Distribution Networks. Retrieved from: https://doi.org/10.1007/978-3-030-81358-1_16.
5. Birrell Jeremiah. (2020). *Distributionally Robust Variance Minimization: Tight Variance Bounds over f -Divergence Neighborhoods*. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/TIT.2022.3160659>.
6. Lv, R., Liu, H., Wang, Z., Zhu, D. (2022). *WPMVM: Weighted plus-and-minus allowance variance minimization algorithm for solving matching distortion*. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. № 76. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2022.102320>.
7. Dereziński, M. (2022). *Stochastic Variance-Reduced Newton: Accelerating Finite-Sum Minimization with Large Batches*. Retrieved from: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.02702>.
8. Kavis, A., Skoulakis, S., Antonakopoulos, K., Dadi, L., Cevher, V. (2022). *Adaptive Stochastic Variance Reduction for Non-convex Finite-Sum Minimization*. NeurIPS 2022. Retrieved from: <https://doi.org/10.1137/20M1374614>.
9. Alekseev, V.M., Haleev, E.M., Tykhomyrov, V.M. (1984). *Sbornik zadach po optimizatsii*. Teoriya. Primery. Zadachi. Uchebnoye posobiye. Moskva: Nauka [in Russian].
10. Hryhoriev, Yu.O. (2014). *Zadacha pro minimizatsiyu dyspersiyi*. P'yatnadtsyata mizhnarodna naukova konferentsiya im. akad. Mykhayla Kravchuka, 15–17 travnya, 2014 r., Kyiv. Materialy konf. T. 3. Teoriya ymovirnostey ta matematychna statystyka. Kyiv: NTUU «KPI». S. 141–142 [in Ukrainian].

УДК 519.87
DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-1-02>

АЛГОРИТМ ПЕРЕМІШАНИХ СТРИБАЮЧИХ ЖАБ У ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ВИРОБНИЦТВА

Козін І. В.

*доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри економічної кібернетики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0003-1278-8520
ainc00@gmail.com*

Нарзуллаєв У. Х.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
декан факультету телекомунікаційних технологій та професійної освіти
Самаркандська філія Ташкентського університету інформаційних технологій імені
Мухаммада Аль-Хорезмі
вул. Ібн Сіно, 2, Самарканд, Узбекистан
orcid.org/0009-0006-7851-0520
ulug1956_56@mail.ru*

Алломов З. К.

*магістрант факультету фізики та математики
Ургенчський державний університет
вул. Х. Олімжона, 14, Ургенч, Узбекистан
allomovzafar@gmail.com*

Ключові слова: дискретна оптимізація, метаевристика, орієнтована фрагментарна структура, алгоритм стрибаючих жаб, задача розміщення виробництва.

Задача розміщення виробництва – одна з найвідоміших масових задач дискретної оптимізації. Є безліч варіантів постановки цієї задачі. Як правило, всі ці варіанти задачі розміщення виробництва належать до класу NP-важких задач, тобто для пошуку точного розв'язку такої задачі на сьогодні невідомі алгоритми поліноміальної трудомісткості. Досі не розроблено ефективних способів розрахунку нижніх границь оцінки цільової функції для такої задачі. Точні алгоритми для цієї задачі зводяться до перебору варіантів. У зв'язку з цим використання точних алгоритмів для вирішення задачі розміщення виробництва часто виявляється недоцільним і неможливим через великі витрати часу. Тому значний інтерес становить розробка та дослідження евристичних методів оптимізації. Одним із перспективних напрямів є розробка алгоритмів, заснованих на відомих метаевристичних підходах, які з успіхом використовуються для вирішення багатьох задач дискретної оптимізації. У цій роботі показано, що один з класів задач розміщення виробництва зводиться до задачі покриття повного графа зірками, що не перетинаються у вершинах. Доведено, що в такій постановці задачу можна розглядати як задачу оптимізації на орієнтованій фрагментарній структурі. Це дозволяє створювати гібридні алгоритми відшукування субоптимальних розв'язків задач такого класу на основі комбінації відомої метаевристики та фрагментарного алгоритму. В роботі розглянута одна з таких метаевристик, а саме алгоритм перемішаних стрибаючих жаб. Показано, що цей алгоритм може бути використаний для пошуку субоптимальних

рішень задачі оптимізації на множині перестановок. З іншого боку, за наявності орієнтованої фрагментарної структури задача дискретної оптимізації може бути зведена до задачі оптимізації на множині перестановок. Таким чином, отримано простий та досить ефективний метод відшукування субоптимальних розв'язків задачі розміщення виробництва. Метод може бути легко перенесений і на інші класи задач дискретної оптимізації, які можуть розглядатися як задачі оптимізації на орієнтованій фрагментарній структурі.

THE SHUFFLE FROG LEAPING ALGORITHM FOR THE PRODUCTION LOCATION PROBLEM

Kozin I. V.

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Professor at the Department of Economic Cybernetics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0003-1278-8520
ainc00@gmail.com*

Narzullaev U. H.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Dean of the Faculty of Telecommunication Technologies and Professional Education
Samarkand branch of Tashkent University of Information Technologies
named after Muhammad Al-Khorezmi
Ibn Sino str., 2, Samarkand, Uzbekistan
orcid.org/0009-0006-7851-0520
ulug1956_56@mail.ru*

Allomov Z. K.

*Master's Student of the Faculty of Physics and Mathematics
Urgench State University
H. Olimzhona str., 14, Urgench, Uzbekistan
allomovzafar@gmail.com*

Key words: *discrete optimization, metaheuristics, oriented fragmentary structure, jumping frog algorithm, production placement problem.*

The production location problem is one of the most well-known discrete optimization problems. There are many options for setting this task. As a rule, all these variants of the problem of location of production belong to the class of NP-hard problems, that is, for its exact solution of such a problem, algorithms of polynomial complexity are currently unknown. So far, no effective methods have been developed for calculating the lower bounds for this problem, which make it possible to assess the achievement of the optimum. Exact algorithms for this problem are reduced to a complete enumeration of options. In this regard, the use of exact algorithms for solving the problem of production location often turns out to be inappropriate and impossible due to the large time costs. Therefore, the development and study of heuristic optimization methods is of considerable interest. One of the promising areas is the development of algorithms based on well-known metaheuristic approaches that are successfully used to solve many discrete optimization problems. In this paper, we show that one of the classes of production location problems is reduced to the problem of covering a complete graph with vertex-disjoint stars. It is proved that in this formulation the problem can be considered as an

optimization problem on an oriented fragmentary structure. This allows you to create hybrid algorithms for finding suboptimal solutions to problems of this class based on a combination of well-known metaheuristics and a fragmentary algorithm. The mixed jumping frogs algorithm was chosen as a metaheuristic. It is shown that this algorithm can be used to find suboptimal solutions on a set of permutations. On the other hand, in the presence of an oriented fragmentary structure, the discrete optimization problem can be reduced to an optimization problem on a set of permutations. Thus, a simple and rather effective method for finding suboptimal solutions to the production location problem has been obtained. The method can be easily transferred to other classes of discrete optimization problems, which can be considered as problems on an oriented fragmentary structure.

Вступ

Більшість класів задач дискретної оптимізації належать до NP-важких задач [1]. Для цих задач невідомі точні алгоритми пошуку оптимального розв'язку, складність яких обмежена поліном від довжини умови задачі. Зокрема, до таких класів належать різноманітні варіанти задачі розміщення виробництва [2–5]. Задачі такого типу мають як теоретичний інтерес, так і практичну спрямованість. Тому необхідні методи, які дозволяють отримати хоча б субоптимальні (наближені до оптимального в будь-якому сенсі) пошуки розв'язків цих задач. Одним з інструментів пошуку субоптимальних розв'язків подібних задач за прийнятний час є метаевристики. Відносна простота метаеврестик [6–8], обмежений обсяг пам'яті і висока швидкість алгоритмів роблять їх незамінними для вирішення прикладних задач, в яких потрібно отримати хоча б допустиме рішення, більш-менш відповідальне вимогою замовника. Метаевристики не мають теоретичного обґрунтування. Єдиним підтвердженням їхньої якості є практика, тобто результати, одержані на тестових прикладах, факти вирішення реальних прикладних задач тощо. Але в задачах практики зазвичай є досить багато обмежень, які не дозволяють створити універсальний метод розв'язку для великої кількості прикладних задач. У цій роботі пропонується підхід до дискретних задач із використанням орієнтованих фрагментарних структур. Такий підхід, хоч і не є універсальним, дозволяє просто будувати гібридні алгоритми на основі наявних метаеврестик для великого класу дискретних оптимізаційних задач. У роботі пропонується гібридний алгоритм на основі комбінації фрагментарного алгоритму та алгоритму перемішаних стрибаючих жаб для одного класу задач розміщення виробництва.

Огляд наявної літератури

Навіть у найпростішій постановці, без обмежень на обсяги виробництва, задача розміщення виробництва є NP-важкою [1; 18]. Тому актуальними є дослідження різних варіантів цієї задачі з метою відшукання як точних, так і наближених

алгоритмів. Варто зазначити, що для деяких спеціальних підзадач можлива побудова точних алгоритмів поліноміальної трудомісткості. Наприклад, у [9] для задачі з однаковими обмеженнями на обсяги виробництва на колійному графі (коли множина пунктів виробництва та попиту є вершинами, що лежать на одному шляху) з n вершинами та m ребрами запропоновано точний алгоритм з трудомісткістю $O(m^5 n^2 + m^3 n^3)$. В основному для різних варіантів задачі пропонуються алгоритми на основі метаеврестик [10]. Задача розміщення виробництва розглядається як у безперервному варіанті [11], так і в дискретному як задача покриття графа зірками [12]. Сучасний огляд різних типів задач розміщення виробництва та методів їх розв'язку наведено у роботі [13].

Серед метаеврестик, які використовуються під час пошуку субоптимальних розв'язків задачі розміщення виробництва, найчастіше трапляються варіації генетичного алгоритму та алгоритму мурашиної колонії [14], а також наближені алгоритми на основі ітераційного випадкового пошуку або локального пошуку в метричному просторі.

На жаль, всі наявні підходи до проблеми на основі метаеврестиків не є універсальними. Для кожного типу задач необхідно розробляти свій варіант метаеврестики та, відповідно, свої комп'ютерні реалізації. Крім того, якщо в задачі розміщення виробництва з'являються додаткові умови (наприклад, обмеження на обсяги поставок або кількість променів зірок покриття), то наявні алгоритми не спрацьовують і необхідно будувати нові варіанти метаеврестик.

У роботі [16] запропоновано ідею підходу до задач дискретної оптимізації на основі використання фрагментарних структур. Такий підхід дозволяє розбити алгоритм розв'язання задачі на дві частини, причому перша з них (задача оптимізації на перестановках) є універсальною стосовно цільової функції. Фрагментарний алгоритм використовує знаходження значень цільової функції і зазвичай має поліноміальну трудомісткість.

У цій статті запропоновано використовувати цей підхід для дискретної задачі розміщення

виробництва. Для цього пропонується модифікувати алгоритм перемішаних жаб, що стрибають, для пошуку субоптимальних розв'язків на множині всіх перестановок з довільною цільовою функцією. А потім привести задачу розміщення виробництва до задачі оптимізації на фрагментарній структурі.

Алгоритм перемішаних стрибаючих жаб для пошуку оптимальної перестановки

Алгоритм методу перемішаних стрибаючих жаб простий для розуміння та реалізації, має невелику кількість параметрів, успішно застосовувався для вирішення задач комбінаторної та безперервної оптимізації [8; 9].

Нехай задана функція $F(s)$ на множині перестановок n елементів S_n . Задача полягає у пошуку перестановки $s^* \in S_n$, для якої значення функції $F(s)$ максимальне.

Будемо називати жабами перестановки з S_n . Суть алгоритму перемішаних стрибаючих жаб для пошуку оптимальної перестановки зводиться до такої послідовності кроків.

Крок 1. Ініціалізувати початкову популяцію жаб як множину точок простору перестановок S_n з метрикою Кендалла.

Крок 2. Обчислити значення критерію оптимальності кожної перестановки з початкової популяції.

Крок 3. Упорядкувати розв'язки (перестановки) у порядку зменшення значення критерію оптимальності.

Крок 4. Розділити віртуальних жаб (розв'язки) на блоки таким чином, що перша у відсортованому списку віртуальна жаба потрапляє до першого блоку, друга заноситься до другого блоку тощо.

Так триває доти, поки всі жаби не будуть розподілені у вказану кількість блоків.

Крок 5. У кожному блоці з номером $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ знайти найкращий s_{k1} та найгірший s_{k2} розв'язок.

Крок 6. Спробувати поліпшити становище найгіршої віртуальної жаби шляхом випадкового переміщення її у напрямку кращої жаби. Це відбувається шляхом застосування оператора кросоверу $s = \text{Cross}(s_{k2}, s_{k1})$.

Крок 7. Якщо попередня операція не покращує рішення, то спробувати покращити становище найгіршої віртуальної жаби шляхом переміщення її у напрямку глобально найкращої жаби $s = \text{Cross}(s_{k2}, s_{11})$.

Крок 8. Якщо й остання операція не призводить до поліпшення позиції віртуальної жаби, то замість неї випадковим чином створити в області пошуку нову жабу – перестановку.

Крок 9. Об'єднати віртуальні жаби всіх блоків в одну групу.

Крок 10. Якщо умови завершення алгоритму не виконані, то перехід до кроку 3.

Крок 11. Остання глобально найкраща віртуальна жаба відповідає субоптимальному розв'язку задачі.

Опишемо тепер цей алгоритм формально з урахуванням параметрів.

Параметри методу такі:

- 1) кількість класів жаб Q ($Q \geq 2$);
- 2) кількість елементів r у кожному класі (передбачається, що розміри класів однакові та $r \geq 2$);
- 3) максимальна кількість кроків K алгоритму;
- 4) кількість D найкращих жаб у класі, причому $0 < D < r$.

Відповідно до заданих параметрів розмір N популяції жаб (множини допустимих рішень) визначається формулою $N = Qr$. На початковому етапі алгоритму створюється вихідна популяція жаб $P^{(0)}$ шляхом генерації випадкових перестановок $s^j = (i_{j1}, i_{j2}, \dots, i_{jn})$, $j = 1, 2, \dots, N$.

Вибирається найкраща за функцією мети перестановка вершин, яка задає елемент $s^* = (i_1, i_2, \dots, i_n) \in S_n$, та обчислюється значення цільової функції $F(x^*)$ на цій перестановці.

Крок k ($1 \leq k \leq K$). Впорядковується множина $P^{(k-1)}$ за значенням цільової функції, тобто $F(s^k) \geq F(s^{k-1})$, $k = 2, 3, \dots, K-1$. Розбивається популяція $P^{(k-1)}$ на Q класів однакової потужності r

$$P_q^{(k-1)} = \{s^{(qi)} \mid s^{(qi)} = x^j, j = q + (i-1)Q,$$

$$i = 1, 2, \dots, r, q = 1, 2, \dots, Q\}.$$

Визначається найкращий розв'язок $s^* = s^1$ за значенням цільової функції на всій популяції. У кожному класі $P_q^{(k-1)}$ визначаються «кращий» $s^{(q1)}$ та «гірший» $s^{(qr)}$ за значенням цільової функції розв'язок. У кожному класі $P_q^{(k-1)}$ змінюються положення (послідовності обходу вершин графа) жаб із номерами від $D+1$ до r . Для кожного значення індексу $i \in \{D+1, 2, \dots, r\}$ визначається нове положення i -ї жаби (послідовність обходу вершин) у класі з номером q за таким правилом:

Обчислюється випадкова перестановка s^c з відрізка між перестановками $s^{(q1)}$ та $s^{(qr)}$ в метриці Кендалла. Для визначення перестановки s^c з відрізка між перестановками $s^{(q1)}$ і $s^{(qr)}$ використовується оператор кросоверу $s^c = \text{Cross}(s^{(q1)}, s^{(qr)})$. Перестановка на відрізку між $s^{(q1)}$ і $s^{(qr)}$ будується за таким правилом: послідовності $s^{(q1)}$ і $s^{(qr)}$ проглядаються зліва направо. На черговому кроці випадково вибирається один із перших елементів послідовностей і додається до нової перестановки – нащадку. Потім цей елемент видаляється з перестановок $s^{(q1)}$ і $s^{(qr)}$. Наприклад, можливий результат застосування цієї операції до переста-

новок (2, 4, 7, 6, 1, 3, 5, 8) та (5, 8, 1, 3, 4, 2, 6, 7) дає перестановку (2, 4, 5, 7, 6, 1, 3, 8).

Якщо $F(s^c) < F(s^{(qi)})$, то вважаємо $s^{(qi)} = s^c$. Якщо $F(s^c) \geq F(s^{(qi)})$, то вибирається випадкова перестановка s^c у відрізок між s^* і $s^{(qr)}$. Якщо $F(s^c) < F(s^{(qi)})$, то вважаємо $s^{(qi)} = s^c$. В іншому випадку вибираємо $s^{(qi)}$ як випадково згенеровану перестановку.

Вважаємо $P^{(k)} = \bigcup_{q=1}^Q P_q^{(k-1)}$ і переходимо до чергового кроку алгоритму.

Алгоритм закінчує роботу, коли проведено задану кількість кроків. Поточна перестановка s^* , визначена на останньому кроці, береться як оптимальний розв'язок задачі.

Зауважимо, що описаний вище алгоритм вирішує задачу відшукування оптимальної перестановки з n елементів на множині всіх перестановок S_n з цільовою функцією $F(s)$, яка задана на цій множині. Причому конкретний вид цільової функції не має значення. Тому розглянутий вище алгоритм може використовуватися для відшукування субоптимальних розв'язків задач оптимізації на множині всіх перестановок з довільними цільовими функціями. Далі буде показано, що цей алгоритм може бути узагальнено на широкий клас дискретних оптимізаційних задач, а саме задач, що мають орієнтовану фрагментарну структуру.

Задачі з орієнтованою фрагментарною структурою

Орієнтованою фрагментарною структурою [10] (X, E) на кінцевій множині X називається сімейство впорядкованих наборів $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ його елементів таких, що для будь-якої не пустої послідовності $E_i = (x_1, x_2, \dots, x_k) \in E$, будь-яка її початкова підпослідовність $(x_1, x_2, \dots, x_{k'})$, $k' < k$ також належить E .

Елементи з множини E називатимемо допустимими фрагментами. Елементарним фрагментом називатимемо допустимий фрагмент, що складається з одного елемента. Максимальний фрагмент – допустимий фрагмент, який не є підмножиною іншого фрагменту.

Максимальний фрагмент може бути побудований за допомогою наступного «жадібного» алгоритму:

- а) елементи множини X лінійно впорядковуються;
- б) на початковому кроці вибирається порожня множина $X_0 = \emptyset$;
- в) на кроці з номером $k + 1$ вибирається перший по порядку елемент $x \in X \setminus X_k$, такий, що $X_k \cup \{x\} \in E$;
- г) алгоритм закінчує роботу, якщо на черговому кроці не вдалося знайти елемент $x \in X \setminus X_k$ із необхідною властивістю.

Результат роботи алгоритму визначається заданим лінійним порядком на множині X . Таким чином, будь-який максимальний фрагмент може бути описаний деякою перестановкою елементів множини X . Нехай $A \in E$. Умову для елемента $x \in X$, за якої $A \cup \{x\} \in E$, називатимемо умовою приєднання елемента x .

Нехай тепер кожному фрагменту приписано вагу, тобто задана функція $\rho: E \rightarrow R^1$. Припускаємо, що функція ρ монотонна за включенням (зростаюча або спадна). Якщо $A, B \in E$ і $A \subseteq B$, то $\rho(A) \leq (\geq) \rho(B)$. Задача оптимізації на орієнтованій фрагментарній структурі – це задача відшукування допустимого фрагменту максимальної (мінімальної) ваги. Очевидно, що для монотонно зростаючих ваг оптимальне рішення буде максимальним фрагментом.

Будь-який максимальний фрагмент визначається заданим лінійним порядком перегляду елементарних фрагментів. Цей порядок визначає результат роботи фрагментарного алгоритму, який побудує необхідний максимальний фрагмент.

Кожен лінійний порядок визначається деякою перестановкою $s \in S_n$ елементарних фрагментів (n – кількість елементарних фрагментів). Зіставимо у кожній перестановці максимальний фрагмент, який їй породжує. Позначимо це відображення через $\varphi: S_n \rightarrow E$. Таким чином, має місце природна комутативна діаграма відображень:

$$\begin{array}{ccc} S_n & & \\ \varphi \downarrow & \searrow F \circ \varphi & \\ E & \rightarrow & R^1 \end{array}$$

яка перетворює задачу оптимізації на орієнтованій фрагментарній структурі в задачу оптимізації на множині перестановок. Причому будь-яка перестановка є допустимою. Для великих значень n задача пошуку оптимальної перестановки, як правило, є важкою у обчислювальному сенсі. Тож для таких задач виправдано застосування метаевристич. Зокрема, алгоритм перемішаних стрибаючих жаб, який був описаний вище, автоматично переноситься на будь-яку задачу з орієнтованою фрагментарною структурою. Змінюється лише правило пошуку значень цільової функції. Для отримання цих значень використовується фрагментарний алгоритм, який є індивідуальним для кожного класу дискретних оптимізаційних задач з орієнтованою фрагментарною структурою. Як приклад використання алгоритму перемішаних стрибаючих жаб розглянемо задачу про розміщення виробництва.

Задача розміщення виробництва

Розглянемо найпростішу постановку задачі розміщення виробництва [11]. Нехай на евклідовій площині виділено множину N точок $X = \{M_1, M_2, \dots, M_N\}$, кожна з яких характеризу-

ється двома евклідовими координатами. Кожна з точок є або місцем розташування майбутнього споживача продуктів виробництва, або можливої точки розміщення виробництва.

Усі об'єкти у цій постановці вважаються точковими. Як цільову функцію задачі приймаються витрати на відкриття виробництва в заданій точці або за доставку продукції до певного клієнта. Усі точки-споживачі розподіляються між точками виробництва таким чином, що:

- а) кожен споживач приписаний одній і лише одній точці виробництва;
- б) розподіл споживачів не змінюється;
- в) кожній точці приписано вартість відкриття виробництва у цій точці;
- г) вартість доставки продукції з точки виробництва до точки-споживача прямо пропорційна евклідовій відстані між точками.

Будь-який допустимий розв'язок задачі може бути представлений на площині графом, який має вигляд об'єднання зірок, що не перетинаються у вершинах. Пункти виробництва є центрами зірок, а промені пов'язують пункти виробництва з точками – споживачами продукту.

Задача, що розглядається, є *NP*-важною [12]. Тому застосування метаевристики для пошуку наближених оптимальних розв'язків є виправданим.

Покажемо насамперед, що задача належить до класу оптимізаційних задач на орієнтованій фрагментарній структурі. Як множина елементарних фрагментів вибираються ребра повного графа з вершинами в точках множини X .

Кожен допустимий фрагмент будемо будувати, дотримуючись такої умови приєднання. Чергове ребро приєднується до вибраного набору ребер, якщо після приєднання отриманий підграф є об'єднанням зірок, що не перетинаються у вершинах. Якщо чергове ребро приєднати не вдається, переходимо до наступного по порядку ребра. Алгоритм закінчує роботу, якщо список ребер вичерпано. Множина ребер, які послідовно будуть побудовані в результаті роботи такого алгоритму (множина E), утворюють орієнтовану фрагментарну структуру. Центри одержаних у результаті роботи алгоритму зірок та ізольовані вершини (якщо в них локалізовані одержувачі продукції) є точками розміщення виробничих потужностей. Цільова функція задачі – вартість локалізації організації виробництва у вибраних точках розміщення виробництва плюс вартість доставки продукції споживачам по проміннях зірок. Очевидно, цільова функція є монотонною, а допустимий розв'язок обов'язково є максимальним фрагментом (за виключенням ізольованих точок, що не є точками розташування користувачів).

Будь-який максимальний фрагмент визначається заданим лінійним порядком перегляду еле-

ментарних фрагментів. Цей порядок визначає результат роботи фрагментарного алгоритму, який побудує необхідний максимальний фрагмент.

Оскільки задача розміщення виробництва може бути приведена до задачі оптимізації на множині перестановок розмірності $N(N-1)/2$, то до неї практично без змін може бути застосований алгоритм перемішаних стрибаючих жаб, який був описаний вище для пошуку оптимальної перестановки. Це дозволяє досить ефективно (поліноміальне обмеження від кількості вершин графу на кожній ітерації за заданою кількістю числа ітерацій) отримувати субоптимальні розв'язки задачі розміщення виробництва.

Висновки

У роботі показано, що відома метаевристика, що заснована на алгоритмі перемішаних стрибаючих жаб, який добре зарекомендував себе у низці прикладних задач, може з успіхом застосовуватися для різних класів дискретних оптимізаційних задач, що мають орієнтовану фрагментарну структуру. Для пошуку субоптимального розв'язку задачі розміщення виробництва наведено простий гібридний алгоритм, заснований на комбінації алгоритму перемішаних стрибаючих жаб і фрагментарного алгоритму.

Для перевірки якості алгоритму використовувалася програма «Фрагментарні структури та еволюційні алгоритми» (свідectво про реєстрацію авторського права на твір № 111008). Було згенеровано сто тестових завдань у вигляді графів із щільністю ребер 0,5–0,7. Ваги ребер графів у тестових задачах рівномірно розподілені на проміжку [10, с. 500]. Порівняння проводилося з алгоритмом ітеративного випадкового пошуку та алгоритмом локального пошуку. У першому випадку задавалася кількість ітерацій (популяцій в алгоритмі жаб, що стрибають). У другому випадку робота алгоритму обмежувалася заданим часом розрахунку. Результати чисельного експерименту показали, що у 100% тестових задач запропонований алгоритм показував кращі результати, ніж алгоритм ітеративного випадкового пошуку. Приблизно на 80% тестових задач алгоритм методу жаб, що стрибають, випереджав алгоритм локального пошуку.

Таким чином, запропонована методика побудови гібридних алгоритмів показала ефективність на розглянутому класі задач. Вона легко може бути розширена і на інші варіанти метаевристики, які розроблені для пошуку субоптимальних розв'язків задачі оптимізації на множині перестановок. У перспективі передбачається розширити цей метод на більшість класів задач розміщення виробництва з різними обмеженнями і навіть на суміжні типи задач, такі як задачі покриття графів типовими підграфами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Garey M.R. and Johnson D.S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. W.H. Freeman, San Francisco, CA, 1979.
2. Eusuff M.M., Lansley K.E. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm *J. Water Resour. Planning Mgmt.* 2003. Vol. 129. P. 210–225.
3. Khumawala B.M. An Efficient Branch-Bound Algorithm for the Warehouse Location Problem. *Management Science*. V. 18. 1972. P. 718 D. S. 731.
4. Krarup J., Pruzan P.M. The simple plant location problem: Survey and synthesis *European Journal of Operational Research*. V. 12. 1983. P. 36 D. S. 81.
5. Karen Aardal, Jaroslaw Byrka, and Mohammad Mahdian. Facility location. In *Encyclopedia of Algorithms*. Springer, 2016. P. 717–724. DOI: 10.1007/978-1-4939-2864-4_139.
6. Sean Luke. *Essentials of Metaheuristics*, Lulu. 2009. URL: <http://cs.gmu.edu/~sean/book/metaheuristics/>.
7. Щербина О.А. Метаявристические алгоритмы для задач комбинаторной оптимизации (обзор). *Таврический вестник информатики и математики*. 2014. № 1. С. 56–72.
8. Blum C., Roli A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison *ACM Computing Surveys (CSUR)*. 35 (3). P. 268–308.
9. Ageev A.A. A polynomial-time algorithm for the facility location problem with uniform hard capacities on path graphs. Proc 2nd Int. Workshop Discrete Optimization Methods in Production and Logistics (DOM'2004). Omsk : Nasledie. Dialog-Sibir. 2004. P. 28–32.
10. Herminia I. Calvete, Carmen Galé, José A Iranzo, José-Fernando CamachoVallejo, and Martha-Selene Casas-Ramírez. A matheuristic for solving the bilevel approach of the facility location problem with cardinality constraints and preferences. *Computers & Operations Research*. 124. 2020. URL: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105066>.
11. Sutanto G.R., Kim S., Kim D., Sutanto H. A heuristic approach to handle capacitated facility location problem evaluated using clustering internal evaluation. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 332. 2018. P. 1–8. DOI: 10.1088/1757-899X/332/1/012023.
12. Edward Gimadi, Alexandr Shtepa, and Oxana Tsidulko. Improved Exact Algorithm for the Capacitated Facility Location Problem on a Line Graph. In *2019 15th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS)*. 2019. P. 53–57. URL: <https://doi.org/10.1109/OPCS.2019.8880248>.
13. Derya C Turkoglu and Mujde E Genevois. A comparative survey of service facility location problems. *Annals of Operations Research*. 292. Issue 1. 2019. P. 399–468. URL: <https://doi.org/10.1007/s10479-019-03385-x>.
14. Mohd Jani, Nurul Hafiza, Mohd Radzi, Nor Haizan, Ngadiman, Mohd Salihin. Ant colony optimization for solving university facility layout problem. *Proceedings of the 20th National Symposium on Mathematical Sciences: Research in Mathematical Sciences: A Catalyst for Creativity and Innovation*. AIP Conference Proceedings, Volume 1522. Issue 1. 2013. P. 1355–1359. URL: <https://doi.org/10.1063/1.4801286>.
15. Narimani M.R. A New Modified Shuffle Frog Leaping Algorithm for NonSmooth Economic Dispath World. *Applied Sciences Journal*. 2011. P. 803–814.
16. Kozin I.V., Maksyshko N.K., Perepelitsa V.A. Fragmentary Structures in Discrete Optimization Problems. *Cybernetics and Systems Analysis*. November 2017. V. 53. P. 931–936. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-017-9995-66>.
17. Козин И.В., Полюга С.И., Сардак В.И. Фрагментарная модель размещения производства. Сборник «Математичне та комп'ютерне моделювання». Серія «Фізико-математичні науки». 2019. Вип. 19. Кам'янець-Подільський національний університет ім. Івана Огієнка. С. 35–40.
18. Christos H. Papadimitriou, Kenneth Steiglitz. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Prentice-Hall. 1982. ISBN 0-13-152462-3.

REFERENCES

1. Garey, M.R. and Johnson, D.S. (1979). Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, W.H. Freeman, San Francisco, CA.
2. Eusuff, M.M., Lansley, K.E. (2003). Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm *J. Water Resour. Planning Mgmt.* Vol. 129. Pp. 210–225.
3. Khumawala, B.M. (1972). An Efficient Branch-Bound Algorithm for the Warehouse Location Problem. *Management Science*. V. 18. Pp. 718–731.
4. Krarup J., Pruzan P.M. (1983). The simple plant location problem: Survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*. V. 12. Pp. 36–81.

5. Karen Aardal, Jaroslaw Byrka, and Mohammad Mahdian (2016). Facility location. In *Encyclopedia of Algorithms*, Springer, pp. 717–724.
6. Sean Luke (2009). *Essentials of Metaheuristics*, Lulu. Retrieved from: <http://cs.gmu.edu/~sean/book/metaheuristics/>.
7. Scherbina, O.A. (2014). Metaheuristic Algorithms for Combinatorial Optimization Problems (Review) [Metaevristicheskie algoritmyi dlya zadach kombinatornoy optimizatsii (obzor)]. *Tavrisheskiy vestnik informatiki i matematiki*. № 1. Pp. 56–72.
8. Blum, C., Roli, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 35 (3), 268–308.
9. Ageev, A.A. (2004). A polynomial-time algorithm for the facility location problem with uniform hard capacities on path graphs. *Proc 2nd Int. Workshop Discrete Optimization Methods in Production and Logistics (DOM'2004)*. Omsk: Nasledie; Dialog-Sibir, pp. 28–32.
10. Herminia, I. Calvete, Carmen Galé, José A Iranzo, José-Fernando CamachoVallejo, and Martha-Selene Casas-Ramírez. (2020). A matheuristic for solving the bilevel approach of the facility location problem with cardinality constraints and preferences. *Computers & Operations Research* 124.
11. Sutanto G.R., Kim S., Kim D., Sutanto H. (2018). A heuristic approach to handle capacitated facility location problem evaluated using clustering internal evaluation, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 332, pp. 1–8.
12. Edward Gimadi, Alexandr Shtepa, and Oxana Tsidulko. (2019). Improved Exact Algorithm for the Capacitated Facility Location Problem on a Line Graph. In *2019 15th International Asian School-Seminar Optimization Problems of Complex Systems (OPCS)*. Pp. 53–57.
13. Derya C Turkoglu and Mujde E Genevois (2019). A comparative survey of service facility location problems. *Annals of Operations Research* 292. Issue 1. Pp. 399–468.
14. Mohd Jani, Nurul Hafiza, Mohd Radzi, Nor Haizan, Ngadiman, Mohd Salihin (2013). Ant colony optimization for solving university facility layout problem. *Proceedings of the 20th National Symposium on Mathematical Sciences: Research in Mathematical Sciences: A Catalyst for Creativity and Innovation*. AIP Conference Proceedings, V. 1522. Issue 1. Pp. 1355–1359.
15. Narimani, M.R. (2011). A New Modified Shuffle Frog Leaping Algorithm for NonSmooth Economic Dispath. *World Applied Sciences Journal*. Pp. 803–814.
16. Kozin, I.V., Maksyshko, N.K., Perepelitsa, V.A. (2017). Fragmentary Structures in Discrete Optimization Problems, *Cybernetics and Systems Analysis* November, V. 53, Issue 6, pp. 931–936.
17. Kozin, I.V., Polyuga, S.I., Sardak, V.I. (2019). Fragmented production location model [Fragmentarnaya model razmescheniya proizvodstva]. *Sb. «Matematichne ta komp'yuterne modelyuvannya»*. Seriya «Fiziko-matematichni nauki». V. 19. Kam'yanets-Podilskiy natsionalniy universitet im. Ivana Ogiienka, pp. 35–40.
18. Christos H. Papadimitriou, Kenneth Steiglitz (1982). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Prentice-Hall. ISBN 0-13-152462-3.

УДК 539.3
DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-1-03>

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛУ ТА УМОВ КОНТАКТУ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН У РАЗІ ВЗАЄМОДІЇ ШТАМПА ТА ПЛАСТИНИ

Шпорта А. Г.

*кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри прикладної математики
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»
просп. Дмитра Яворницького, 19, Дніпро, Україна
orcid.org/0000-0002-1260-7358
shporta.a.h@nmti.one*

Кагадій Т. С.

*доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри прикладної математики
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»
просп. Дмитра Яворницького, 19, Дніпро, Україна
orcid.org/0000-0001-6116-4971
kagadiy@i.ua*

Онопрієнко О. Д.

*доктор філософії,
доцент кафедри вищої математики, фізики
та загальноінженерних дисциплін
Дніпровський державний аграрно-економічний університет
вул. Сергія Єфремова, 25, Дніпро, Україна
orcid.org/0000-0002-3127-4616
onopriienko.oleg@gmail.com*

Ключові слова: *анізотропія, зчеплення, ковзання, розподіл напружень, вдавлювання, криволінійний сектор, штамп, метод збурень.*

У статті досліджуються результати, отримані під час застосування методу збурень до розв'язання контактних задач. Приділяється увага впливу властивостей матеріалів тіл взаємодії. Враховано також вплив складної геометрії зони контакту.

У роботі побудовано та розглянуто математичні моделі задач про взаємодію пружної ортотропної півнескінченної пластини з циліндричною анізотропією у вигляді криволінійного сектора. У процесі взаємодії штампа і пластини виникають ділянки ковзання і зчеплення.

Вихідні задачі теорії пружності, складні за своєю початковою постановкою, у процесі застосування методу збурень зводяться до послідовного розв'язання більш простих задач теорії функцій комплексної змінної.

Отримано аналітичні розв'язки задачі про взаємодію пружної анізотропної півнескінченної пластини у формі криволінійного сектора та жорсткого штампа з урахуванням наявності ділянок ковзання та зчеплення в зоні контакту. Як вагомий результат, що отримані після розв'язання сформульованих контактних задач, можна вказати знайдені закономірності розподілу напружень під штампом, а також залежність цього розподілу від розмірів ділянки контакту. Також проведено аналіз залежності розміру зони зчеплення від характеристик жорсткості сектора з урахуванням різних матеріалів (для сектора), кута розкриття сектора та розмірів штампа.

З метою подальшого розвитку методу та доведення зручності застосування методу збурень у складних мішаних крайових задачах проведено дослідження напружено-деформованого стану пружної анізотропної пластини для аналога задачі Галіна, при цьому розглянуто випадки для різних матеріалів пластини. Також було отримано відповідні аналітичні розв'язки. Проаналізовано залежність розміру площі зчеплення від розмірів штампа та кута розкриття сектора, а також від фізичних властивостей матеріалу сектора. У роботі виконано можливі граничні переходи та проведено порівняння з відомими науковими результатами. Запропонований авторами підхід дозволяє отримувати аналітичні рішення практично важливих проблем контактної взаємодії, проводити можливі оцінки напружено-деформованого стану товстостінних конструкцій з армуючими елементами, штампами, накладками тощо. Результати також можуть бути корисними у разі проектування гірничих виробок. При цьому враховуються такі важливі питання, як особливості фізичних властивостей матеріалів взаємодіючих тіл, складна геометрія зони контакту, виникнення ділянок ковзання та зчеплення в зоні контакту.

STUDY OF THE MATERIAL PROPERTIES INFLUENCE AND CONTACT CONDITIONS ON THE STRESS-STRAIN STATE DURING THE INTERACTION OF A STAMP AND A PLATE

Shporta A. H.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor at the Department of Applied Mathematics
Dnipro University of Technology
Dmytra Yavornytskoho Ave., 19, Dnipro, Ukraine
orcid.org/0000-0002-1260-7358
shporta.a.h@nmu.one*

Kagadiy T. S.

*Doctor of Physics and Mathematics, Professor,
Professor at the Department of Applied Mathematics
Dnipro University of Technology
Dmytra Yavornytskoho Ave., 19, Dnipro, Ukraine
orcid.org/0000-0001-6116-4971kagadiy@i.ua*

Onopriienko O. D.

*Ph.D., Associate Professor at the Department of Higher Mathematics,
Physics and General Engineering Disciplines
Dnipro State Agrarian and Economic University
Serhii Efremov str., 25, Dnipro, Ukraine
orcid.org/0000-0002-3127-4616
onopriienko.oleg@gmail.com*

Key words: *anisotropy, adhesion, sliding, stress distribution, indentation, curvilinear sector, stamp, perturbation method.*

The article examines the results obtained when applying the perturbation method to the solution of individual contact problems. Attention is paid to the influence of non-ideal properties of materials of interaction bodies. The influence of the complex geometry of the contact zone is also taken into account.

In the article, mathematical models of problems on the interaction of an elastic orthotropic semi-infinite plate with cylindrical anisotropy in the form of a curvilinear sector are constructed and considered. In the process of interaction

between the stamp and the plate, there are areas of sliding and adhesion. The original problems of the theory of elasticity, difficult in their initial formulation, in the process of applying the perturbation method are reduced to the sequential solution of simpler problems of the theory of functions of a complex variable.

Analytical solutions to the problem of the interaction of an elastic anisotropic semi-infinite plate in the form of a curvilinear sector and a rigid stamp were obtained, taking into account the presence of areas of sliding and adhesion in the contact zone. As significant results obtained after solving the formulated contact problems, it is possible to indicate the found regularities of stress distribution under the stamp, as well as the dependence of this distribution on the dimensions of the contact area. An analysis of the dependence of the size of the coupling zone on the stiffness characteristics of the sector was also carried out, taking into account different materials (for the sector), the opening angle of the sector and the dimensions of the stamp.

In order to further develop the method and prove the convenience of applying the perturbation method in complex mixed boundary value problems, a study of the stress-strain state of an elastic anisotropic plate for an analogue of the Galin problem was carried out, while cases for different plate materials were considered. Corresponding analytical solutions were also obtained. The dependence of the size of the adhesion area on the dimensions of the stamp and the opening angle of the sector, as well as on the physical properties of the material of the sector, was analyzed. Possible boundary transitions are performed in the work and a comparison with known scientific results is made. The approach proposed by the authors makes it possible to obtain analytical solutions to practically important problems of contact interaction, to carry out possible assessments of the stress-strain state of thick-walled structures with reinforcing elements, stamps, overlays, etc. The results may also be useful when designing mining works. At the same time, such important issues as the peculiarities of the physical properties of the materials of the interacting bodies, the complex geometry of the contact zone, the occurrence of areas of sliding and adhesion in the contact zone are taken into account.

Вступ

Питання контактної взаємодії має вагоме значення для сучасного будівництва, створення деталей та механізмів, оскільки воно описує такі важливі процеси й питання, як знос, руйнування, міцність і надійність конструкцій та споруд. У зонах контакту виникають додаткові зусилля і тиски, тож потреба у проведенні коректної попередньої оцінки напружено-деформованого стану деталей взаємодії є цілком природною і виключно важливою. Для побудови адаптованих рівнянь апроксимації і проведення оцінки доцільності застосування різних гіпотез у сучасній теорії пружності широко використовується асимптотичний аналіз.

Безперечно, дослідження можуть бути проведені за допомогою чисельних методів, але наявність аналітичних розв'язків важлива для задач, де під час створення моделі необхідно врахувати складні властивості матеріалу. Наприклад, може йтися про наявність криволінійної анізотропії, оскільки це призводить до значних математичних труднощів під час необхідних розрахунків. Вагомим є також те, що аналітичні розв'язки дозво-

ляють визначити правильність результатів, отриманих іншими методами, досліджувати особливі точки.

Серед задач контактної взаємодії багато дослідників вивчають напружено-деформований стан пластини під дією жорсткого штампу або системи штампів. У цьому разі для отримання розв'язків плоских контактних задач теорії пружності зручно використовувати математичний апарат, основою якого є застосування теорії функцій комплексного змінного [1; 2; 3].

Задача про вплив штампа, що переміщується з певною сталою швидкістю на границі пружного тіла, була досліджена Л.А. Галінім. Також Л.А. Галін уперше сформулював і розв'язав задачу про вплив штампа на границю пружного тіла з тим уточненням, що в ділянці контакту з'являються ділянки зчеплення і ковзання. Дослідженню напружено-деформованого стану пружних тіл з включеннями та багатокомпонентних тіл присвячені роботи [4; 5; 6]. У дослідженнях [7; 8] відображене застосування методу збурень (асимптотичного методу) до розв'язання задач нелінійної теорії пружності. Аналіз сучасного

стану проблем контактної взаємодії підтверджує актуальність запропонованого підходу та отриманих у роботі розв'язків.

Метою цього дослідження є розв'язання контактної задачі теорії пружності про дію жорсткого штампа на пружний ортотропний криволінійний сектор з циліндричною анізотропією. Півнескінченна пластина закріплена за кромками. На вільну границю сектора діє жорсткий штамп нормальним зусиллям. Припускається, що в ділянці контакту штампа з пластиною існують дві ділянки ковзання, які примикають до кінцевих точок ділянки контакту, та ділянка зчеплення, що розташована між ними. Потрібно визначити і дослідити закони розподілу напружень під штампом і розмір ділянки зчеплення.

Метод

Для розв'язання контактної задачі був використаний метод збурень, запропонований та розроблений у роботах А.В. Павленко. Згідно з цим методом, асимптотичний аналіз рівнянь теорії пружності для ортотропних середовищ відбувається з використанням параметра, що характеризує анізотропні властивості матеріалу пластини (далі – малий параметр). У процесі розв'язання вихідні складні задачі теорії пружності зводяться до послідовного розв'язання крайових задач теорії потенціалу.

Постановка проблеми

Розглядається взаємодія жорсткого штампа та півнескінченної пружної анізотропної пластини в умовах узагальненого плоского напруженого стану. Припускається, що пружна пластина закріплена за кромками: $R_0 \leq r < \infty$, $-\gamma \leq \theta \leq \gamma$, $\theta = \pm \gamma$. Матеріал сектора є ортотропним, головні напрямки анізотропії відповідають полярним координатам.

У грань сектора $r = R_0$ на ділянці $-\lambda \leq \theta \leq \lambda$ з нормальним зусиллям P_0 вдавлюється жорсткий штамп, його основа співпадає з границею $r = R_0$. Припускається, що під штампом існують зони зчеплення та проковзування. Зона зчеплення розташована між двома ділянками проковзування, що примикають до кінцевих точок штампа (відшарування не виникає). Одним з основних завдань, що мають бути розв'язаними за такої постановки задачі, є знаходження положення точок розділу зон зчеплення та проковзування ($\theta = \pm \alpha$) (рис. 1) залежності від характеристик матеріалу сектора. В цих точках потрібно враховувати обов'язкову обмеженість та неперервність напружень. Крім того, в задачі потрібно визначити закони розподілу напружень під штампом і розмір ділянки зчеплення.

Результати

Шляхом введення безрозмірних координат ξ, η замість полярних координат ρ', φ за допо-

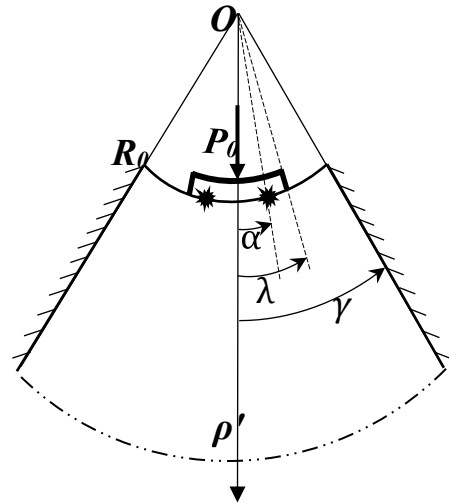


Рис. 1. Півнескінченна пластина під дією жорсткого штампа за наявності ділянок ковзання та зчеплення

могою перетворень $\rho' = R_0 e^\xi$, $\varphi = \eta$ початкова задача може зводитися до інтегрування рівнянь рівноваги плоского сектора у переміщеннях

$$B_1 u_{\xi\xi} + G u_{\eta\eta} - B_2 (v_\eta + u) + G m v_{\xi\eta} - G v_\eta = 0,$$

$$G v_{\xi\xi} + B_2 v_{\eta\eta} + B_2 u_\eta + G m u_{\xi\eta} + G (u_\eta - v) = 0$$

Крайові умови при цьому визначаються таким чином:

зовні штампу

$$\sigma_1 = B_1 (R_0 e^\xi)^{-1} (u_\xi + \vartheta_2 (v_\eta + u)) = 0,$$

$$\tau = G (R_0 e^\xi)^{-1} (u_\eta + v_\xi - v) = 0 \quad \text{для } (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma),$$

$$u = v = 0 \quad \text{для } (\eta = \pm \gamma);$$

$$u = const = c_0 \quad \text{для } (\xi = 0, |\eta| \leq \lambda),$$

$$v = 0 \quad \text{для } (\xi = 0, |\eta| \leq \alpha),$$

$$\tau = sign(\eta) \rho \sigma_1 \quad \text{для } (\xi = 0, \alpha < |\eta| < \lambda), \text{ – під штампом.}$$

Переміщення та напруження на нескінченності вважаються рівними нулю. Крім того, необхідно дотримуватись виконання умов рівноваги штампа.

Метод збурень, використаний у роботі для розв'язання поставленої проблеми, дає змогу відокремити два типи напружено-деформованого стану плоского пружного сектора **на два складники**, що пов'язані між собою через крайові умови [8].

Дослідження **напружено-деформованого стану I типу** (відбувається повільна зміна пара-

метрів у напрямку координати ξ) у першому наближенні полягає в інтегруванні рівнянь рівноваги у переміщеннях [7] у разі таких крайових умов:

$$\begin{aligned}\sigma_1^{1,0} &= B_1 R_0^{-1} u_\xi^{1,0} = 0 \quad \text{для} \quad (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma); \\ \sigma_1^{1,0} &= B_1 R_0^{-1} u_\xi^{1,0} = 0 \quad \text{для} \quad (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma); \quad (1) \\ u^{1,0} &= const \quad \text{для} \quad (\xi = 0, |\eta| \leq \lambda), \\ u^{1,0} &= 0 \quad \text{для} \quad (\eta = \pm \gamma);\end{aligned}$$

Шукана функція та її похідні на нескінченності дорівнюють нулю.

Для знаходження нормального напруження σ_1^0 та складника дотичного напруження $\tau^{1,0}$, що відповідає функції $u^{1,0}$, використовуються такі формули:

$$\sigma_1^0 = \frac{B_1 u_\xi^{1,0}}{R_0 e^\xi} = \frac{\sqrt{G B_1} u_{x_1}^{1,0}}{R_0 e^\xi}, \quad \tau^{1,0} = \frac{G u_\eta^{1,0}}{R_0 e^\xi} = \frac{G u_{y_1}^{1,0}}{R_0 e^\xi}.$$

Безпосередньо під штампом нормальні напруження у першому наближенні визначаються з виразу:

$$\sigma_1^0 = -\frac{P_0 \pi}{4 \gamma K(l_1) \sqrt{l_1^2 - \eta_1^2}}, \quad (2)$$

Формула для знаходження дотичного напруження $\tau^{1,0}$ при $\xi_1 = 0$, $|\eta_1| > \alpha_1$ виглядає в такому випадку так:

$$\tau^{1,0}(\eta_1) = -\frac{P_0}{4 \gamma K(l_1) (\eta_1^2 - l_1^2)} \sqrt{\frac{G}{B_1}}. \quad (3)$$

Визначення *напруженого стану II типу* (функції повільно змінюються у напрямку координати η) проводиться аналогічним чином.

Тут дотичні напруження у ділянці дотику ($\xi = 0$, $|\eta| < \lambda$) в першому наближенні визначаються за допомогою наведених нижче формул:

$$\begin{aligned}\tau &= \text{sign}(\eta) \rho \sigma_1^0 \quad \text{для} \quad \alpha \leq |\eta| < \lambda, \\ \tau &= \frac{G v_\xi^{2,0}}{r_0} = \frac{v_{x_2}^{2,0} \sqrt{G A_2}}{r_0} \quad \text{для} \quad |\eta| \leq \alpha.\end{aligned}$$

У процесі послідовного розв'язання задач теорії функції комплексного змінного, до яких за рахунок застосування методу збурень зводиться початкова задача, серед інших важливих результатів було знайдено значення параметра α_* , що характеризує розмір ділянки зчеплення між гранню сектора і жорстким штампом. Наведене нижче рівняння пов'язує параметр α_* і характеристики жорсткості матеріалу, враховуючи при цьому вплив коефіцієнта тертя і розміру ділянки контакту:

$$F(\gamma, \alpha_*) = \rho \cdot K'(\alpha_*) \cdot \sqrt{\frac{B_1}{G}}.$$

Тут ρ – коефіцієнт тертя, $\gamma = \arcsin \sqrt{\frac{1 - \alpha_1^2}{1 - \tilde{\alpha}_1^2}}$, $\tilde{\alpha}_1 = \sin \frac{\pi \alpha}{2 \gamma}$, $F(\gamma, \alpha_*)$ – неповний еліптичний інтеграл першого роду, а $K'(\alpha_*)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду.

З метою проведення достовірного та коректного аналізу числових результатів вихідного складника задачі розглянуто декілька випадків матеріалів сектора та залежність від різних значень коефіцієнта тертя ρ . Під час дослідження враховується також той факт, що коефіцієнт тертя – це насамперед емпірична величина, що залежить від багатьох факторів.

Для отримання представлених у роботі числових результатів та їх подальшого аналізу були використані значення коефіцієнта тертя, наведені в літературних джерелах для конкретних матеріалів залежно від способу обробки їх поверхонь. Для зручності обчислень і запису введено величину $\sqrt{G/B_1}$, що є важливою з точки зору опису пружних властивостей матеріалу. Ця величина враховує відношення характеристик жорсткості і для вибраних до розгляду матеріалів приймає такі значення: $\sqrt{G/B_1} = 0.154$ – різновид композитного вуглепластика, $\sqrt{G/B_1} = 0.407$ – різновид композитного склопластика, $\sqrt{G/B_1} = 0.524$ – свинець.

З рис. 2 видно, що зі зростанням значення коефіцієнта тертя ρ збільшується ділянка зчеплення між плоским сектором і штампом. Суттєво впливають також пружні характеристики матеріалу, з якого виготовлена пластина. Показано (рис. 2), що для вуглепластика $\sqrt{G/B_1} = 0.154$ і склопластика $\sqrt{G/B_1} = 0.407$, як для матеріалів з більш яскраво вираженими анізотропними властивостями, збільшення розмірів ділянки зчеплення відбувається швидше, ніж для свинцю $\sqrt{G/B_1} = 0.524$. Отримані залежності між коефіцієнтом тертя і розміром ділянки зчеплення порівнювались зі знайденими раніше іншими методами [2], при цьому можна зазначити, що криві якісно співпадають. У роботі підтверджується також висновок інших авторів [3], що коефіцієнт тертя і коефіцієнт Пуассона безпосередньо впливають на розмір ділянки зчеплення.

Дослідження впливу розмірів поверхонь взаємодії на напружено-деформований стан сектора в ділянці контакту проведемо з використанням параметра λ/γ . Цей параметр введено для зручності і він добре описує відношення розміру ділянки контакту до розміру вільної границі пластини.

Нехай напруження під штампом має вигляд $\sigma^* = -\frac{4\gamma}{Q\pi} \sigma_1^0$, тоді з урахуванням формули (6) отримаємо:

$$\sigma^* = \frac{1}{K(\alpha_1)} \frac{1}{\sqrt{\alpha_1^2 - \eta_1^2}} = \frac{1}{K(\alpha_1) \cdot \alpha_1} \left(1 - \left(\frac{\eta_1}{\alpha_1} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Якщо позначити $l = \frac{\eta_1}{\alpha_1} = \frac{\sin(\pi\gamma_1/2\gamma)}{\sin(\pi\lambda/2\gamma)}$ при $x_1 = 0, |y_1| < \lambda$ і врахувати, що вплив тертя на розподіл напружень під штампом з'являється лише з третього наближення, маємо:

$$\sigma^* = \frac{1}{K(\alpha_1) \cdot \alpha_1} \frac{1}{\sqrt{1-l^2}} \quad \text{для } -1 < \alpha_1 < 1; \quad -1 < l < 1.$$

Величина σ^* залежить від $\alpha_1 = \sin(\pi\lambda/2\gamma)$, що характеризує розмір ділянки під штампом за рахунок своєї залежності від параметра λ/γ . Встановимо залежність $\alpha_1 = \sin(\pi\lambda/2\gamma)$ від відношення λ/γ (таблиця 1).

У подальшому дослідженні (з використанням розрахункових результатів з таблиці 1) встановлено залежність нормального напруження під штампом від значень відношення розміру ділянки контакту до розміру вільної грані пластини (таблиця 2).

Таким чином, розмір штампа також має суттєвий вплив на значення нормальних напружень, що виникають у ділянці контакту. При цьому чітко відстежується така закономірність: зі збільшенням розміру ділянки контакту між штампом і пластиною (йдеється про величину α_1) значення нормальних напружень під штампом спадають.

Висновки

Використання застосованого підходу дає можливість проведення попередньої оцінки напружено-деформованого стану конструкцій, механізмів або деталей за різних умов контакту. За допомогою метода збурень можуть бути отримані аналітичні розв'язки різноманітних практично важливих і актуальних контактних задач.

У статті проаналізовано *вплив характеристик жорсткості матеріалу* півнескінченної

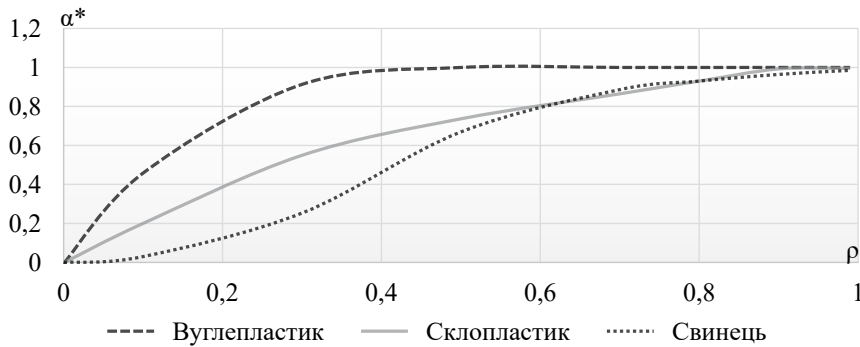


Рис. 2. Залежність розміру ділянки зчеплення α_* для ортотропного сектора з вуглепластика, склопластика і свинцю від значення коефіцієнта тертя ρ

Таблиця 1

Залежність $\alpha_1 = \sin(\pi\lambda/2\gamma)$ від виразу λ/γ .

λ/γ	0,007	0,059	0,1301	0,3321	0,409	0,5901	0,869	0,974
α_1	0,018	0,1895	0,3661	0,7642	0,5992	0,8462	0,9509	0,9968

Таблиця 2

Розподіл нормальних напружень під штампом з урахуванням впливу розміру вільної грані пластини та розміру штампа

$l =$		0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9
$\sigma^* =$	$\alpha_1 = 0,4971$	1,0942	1,1011	1,1283	1,2511	1,3622	1,4011	2,4533
	$\alpha_1 = 0,5991$	0,8413	0,8694	0,8982	0,9872	1,0941	1,1312	1,9713
	$\alpha_1 = 0,7989$	0,5491	0,5643	0,5961	0,6223	0,6832	0,7141	1,3211
	$\alpha_1 = 0,9992$	0,2092	0,2151	0,2251	0,2443	0,2611	0,2751	0,4822

пластини на розподіл напружень під штапом за **різних значень геометричного параметра** λ / γ (відношення розміру ділянки контакту до кута розкриття пластини). Графічно побудовано відповідні залежності і досліджено вплив на напружено-деформований стан пластини таких параметрів: розмір ділянки взаємодії, кут розкриття сектора, коефіцієнт тертя.

Метод збурень, застосований авторами для розв'язання поставленої проблеми, може бути успішно використаний для розв'язування задач з урахуванням в'язкопружних, фізично або геометрично нелінійних властивостей матеріалів. Він також може бути корисний у вивченні проблем електропружності і проблем, пов'язаних з механікою руйнування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Experimental and computational issues for automated extraction of plasticity parameters from spherical indentation / J.E. Campbell et al. *Mechanics of Materials*. 2018. Vol. 124. P. 118–131. URL: <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2018.06.004> (дата звернення: 09.03.2023).
2. Улітко А., Острик В. Фрикційний контакт жорсткого конуса з пружним півпростором. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2015. Т. 55, № 4. С. 106–116.
3. Antipov Y.A., Mkhitaryan S.M. A crack induced by a thin rigid inclusion partly debonded from the matrix. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 2017. Vol. 70. No. 2. P. 153–185.
4. Гоменюк С.І., Спиця О.Г. Аналітичний та чисельний підходи до розв'язання задач теорії пружності для багат шарових середовищ : монографія. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2018. 128 с. ISBN 978-966-916-713-2.
5. Николаев А.Г., Танчик Е.А. Упругая механика многокомпонентных тел. Харьков : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». 2014. 272 с.
6. Николаев А.Г., Танчик Е.А. Распределение напряжений в области четырех сжатых сфероидальных включений в упругом пространстве. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2015. Т. 3. С. 189–198.
7. Stressed-strained state of a layered basic with a fastening element / T.S. Kagadiy et al. *Applied Questions of Mathematical Modeling*. 2020. Vol. 3, No. 2.1. URL: <https://doi.org/10.32782/kntu2618-0340/2020.3.2-1.10> (дата звернення: 10.03.2023).
8. Шпорта А.Г. Контактна взаємодія стрингера та ортотропної пластини з криволінійною. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2020. Т. 1. № 30. С. 185–194. URL: <https://doi.org/10.15421/4219037> (дата звернення: 09.03.2023).

REFERENCES

1. Campbell, J.E., Thompson, R.P., Dean, J., & Clyne, T.W. (2018). Experimental and computational issues for automated extraction of plasticity parameters from spherical indentation. *Mechanics of Materials*, 124, 118–131. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2018.06.004>.
2. Ulitko, A.F., & Ostryk, V.I. (2015). Fryktsiynyi kontakt zhorstkoho konusa z pruzhnyym pivprostorum. *Matematychni metody ta fizyko-mekhanichni polia*, 55(4), 106–116.
3. Antipov, Y.A., & Mkhitaryan, S.M. (2017). A crack induced by a thin rigid inclusion partly debonded from the matrix. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 70(2), 153–185.
4. Homeniuk, S., & Spytysia, O. (2018). *Analitychnyi ta chyselnyi pidkhody do rozv'iazannia zadach teorii pruzhnosti dlia bahatosharovykh seredovyshch: monohrafiia*. Kherson: Vydavnychii dim «Helvetyka». ISBN: 978-966-916-713-2.
5. Nykolaiev, A.H., & Tanchyk, E.A. (2014). *Upruhaia mekhanyka mnohokomponentnykh tel: monohrafiia*. Nats. aerokosmych. un-t ym. N.E. Zhukovskoho, Kharkovskiy avyatsyonnyi ynstitut. ISBN: 978-613-4-93597-5.
6. Nykolaiev, A.H., & Tanchyk, E.A. (2015). Raspredelenye napriazheniy v oblasti chetyrekh szhatykh sferoidalnykh vkluchenyi v uprugom prostranstve. *Visnyk Zaporizkoho natsionalnoho universytetu. Fizyko-matematychni nauky*, (3), 189–198.
7. Kagadiy, T.S., Shporta, A.H., Bilova, O.V., & Scherbina, I.V. (2020). Stressed-strained state of a layered basic with a fastening element. *Applied Questions of Mathematical Modeling*, 3(2.1). Retrieved from: <https://doi.org/10.32782/kntu2618-0340/2020.3.2-1.10>.
8. Shporta, A.H. (2019). Kontaktna vzaemodiia strynhera ta ortotropnoi plastyny z kryvoliniinoiu anizotropiieiu. *Problemy obchysliuvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruksiyi*, (30), 185–194. Retrieved from: <https://doi.org/10.15421/4219037>.

РОЗДІЛ II. ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

УДК 004.7

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-1-04>

ВДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ, ОБЛІКУ ТА ДОСТУПУ ДО МЕРЕЖІ ІНТЕРНЕТ АБОНЕНТІВ ОПЕРАТОРА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

Кірей К. О.

кандидат педагогічних наук, доцент,

доцент кафедри інженерії програмного забезпечення

Чорноморський національний університет імені Петра Могили

вул. 68 Десантників, 10, Миколаїв, Україна

orcid.org/0000-0002-9338-2380

kirey.kea@gmail.com

Ключові слова:

*автоматизована система
розрахунків, мережа,
Інтернет, RADIUS, Point-to-
Point Protocol over Ethernet,
доступ до мережі Інтернет,
оператор електронних
комунікацій.*

У статті розглядається один з напрямів організації доступу та тарифікації абонентів оператора телекомунікацій з урахуванням сучасних вимог та розвитку мережевих технологій. В Україні організацією доступу абонентів до мережі Інтернет займаються оператори електронних телекомунікацій (оператори). Організація доступу інтегрує у собі процеси авторизації, автентифікації та тарифікації абонентів і має задовольняти певним технічним, користувацьким та законодавчим вимогам. З огляду на те, що ці вимоги можуть змінюватися організація доступу є актуальним завданням. Метою дослідження є поліпшення організації доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій з урахування сучасних вимог та розвитку мережевих технологій. На основі аналізу технологій організації доступу абонентів до мережі Інтернет було виокремлено технології, що дають змогу організувати такий доступ у контексті сучасних вимог. На основі аналізу предметної галузі, відповідних технологій та дослідження наявних автоматизованих систем розрахунків (АСР) сформовані вимоги щодо програмної системи контролю, обліку та доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій. Емпіричним шляхом виконано тестування та дослідження працездатності АСР. Наукова новизна полягає у розробленні вдосконаленого алгоритму тарифікації пакетів абонентів оператора телекомунікацій та додаткових можливостей щодо керування доступом абонентів до мережі Інтернет. Практична значимість розробленої системи полягає у наявності необхідного функціоналу для організації доступу та тарифікації абонентів оператора телекомунікацій з урахуванням сучасних вимог та розвитку мережевих технологій.

IMPROVEMENT OF THE BILLING SYSTEM FOR A TELECOMMUNICATION OPERATOR

Kirei K. O.

*Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Software Engineering
Petro Mohyla Black Sea National University, Mykolaiv
68 Desantnykiv str., 10, Mykolaiv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-9338-2380
kirey.kea@gmail.com*

Key words: *Billing System,
Network, Internet, RADIUS,
Point-to-Point Protocol over
Ethernet, Internet Access,
Operators of Electronic
Communications.*

The article considers one of the directions of charging, accounting, and billing mechanisms of a telecommunications operator, taking into account modern requirements and the development of network technologies. Electronic telecommunications operators (operators) is an organization that provides services for accessing, using, managing in the Internet in Ukraine. Internet access integrates the processes of authorization, authentication and billing of subscribers and must meet certain technical, user and legal requirements. Given that these requirements may change, the organization of access is an actual task. Purpose of research is to improve the Internet access for subscribers of a telecommunications operator, taking into account modern requirements and the development of network technologies. Based on the analysis of technologies for organizing user Internet access technologies that allow organizing Internet access in the context of modern requirements were identified. Based on the analysis of the subject area, relevant technologies and research of existing billing systems, requirements for a software system for monitoring, accounting and Internet access of telecommunications operator subscribers are formed. Empirically, testing and research of the operability of the billing system was performed. The practical significance of the developed system lies in the availability of the necessary functionality for organizing access and billing of subscribers of a telecommunications operator, taking into account modern requirements and the development of network technologies. Scientific novelty consists in the development of an improved algorithm for charging packages of telecommunications operator subscribers and additional features for controlling Internet access. The practical significance of the developed system lies in the availability of the necessary functionality for charging, accounting, and billing mechanisms of a telecommunications operator, taking into account modern requirements and the development of network technologies.

Вступ. Одним із покликань людства є комунікація. Про це свідчить розвиток засобів комунікації впродовж усієї історії людства від появи писемності й до сучасних технічних засобів, таких як смартфони, комп'ютери тощо. Значний стрибок у цьому процесі був зумовлений появою і розвитком мережі Інтернет. Нині можна стверджувати, що мережа Інтернет є потужним джерелом інформації. Отже, все більше й більше людей прагнуть отримати доступ до мережі, а ще більша частина людства вже не уявляє свого існування без мережі. В Україні діяльність у сфері телекомунікацій регламентується Законом України «Про електронні комунікації» [1] та низкою нормативних актів. Організацією доступу абонентів до мережі Інтер-

нет займаються оператори електронних телекомунікацій (оператори). Зокрема, до їхніх обов'язків входить організація доступу абонентів до мережі Інтернет. Організація доступу інтегрує у собі процеси авторизації, автентифікації та тарифікації абонентів і має задовольняти певним технічним, користувацьким та законодавчим вимогам. З огляду на те, що ці вимоги можуть змінюватися організація доступу є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемами організації доступу наука активно переймається з кінця 1980-х років. Формування глобальної мережі відбувалося поступово, проходячи певні етапи, пов'язані з розвитком тих чи інших технологій [2]. За цей період доступ до

мережі Інтернет стандартизовано, що знайшло відображення у розробці чисельних протоколів та стандартів зв'язку [3; 4; 5; 6; 7; 8; 9] та ін., наукової та технічної літератури [10; 11; 12] та ін., досліджень керування доступом [13; 14; 15] та ін. Протоколи, що відповідають за це, містяться на другому рівні семирівневої моделі OSI – каналному. Прикладами стандартів та протоколів каналу передачі даних є Ethernet, двоточковий протокол PPP, HDLC і ADCCP. У пакеті інтернет-протоколів TCP/IP функціональність каналного рівня міститься в каналному рівні, найнижчому рівні описової моделі, який вважається незалежним від фізичної інфраструктури.

Ethernet – сімейство дротових комп'ютерних мережевих технологій, які зазвичай використовуються в локальних обчислювальних мережах (LAN), міських мережах (MAN) і глобальних мережах (WAN) [3]. Стандарт Ethernet було комерційно представлено в 1980 році і вперше стандартизовано в 1983 році, відомий під назвою IEEE 802.3. Відтоді Ethernet було вдосконалено щодо підтримки більш високих швидкостей передачі даних, більшої кількості вузлів і більш довгих відстаней з'єднання, проте збережено велику зворотну сумісність. Із часом Ethernet значною мірою замінив конкуруючі технології дротової локальної мережі, такі як Token Ring, FDDI і ARCNET. Станом на 2016 рік приблизно 85% усіх комп'ютерів у світі були підключені до комп'ютерних мереж за технологіями Ethernet. Часто використовуваним протоколом для підключення за стандартом Ethernet є різновид протоколу PPP – PPPoE.

Протокол PPPoE – це мережевий протокол для інкапсуляції кадрів протоколу PPP усередині кадрів Ethernet [5]. PPPoE розроблено UUNET, Redback Networks і RouterWare та описано в RFC 2516 [6]. У стандарті, зокрема, зазначено та обґрунтовано функціональні можливості цього протоколу. Автори стандарту RFC 2516 звертають увагу на те, що вимоги до сучасних технологій доступу деякою мірою суперечливі. Бажано підключити безліч хостів віддаленого сайту через один пристрій доступу, що розташовується на цьому сайті. Бажано також забезпечити контроль доступу і функціональність, подібні наданням послуг через комутовані канали на базі PPP. Здебільшого економічно найефективнішим є метод підключення багатьох хостів до одного пристрою доступу на стороні абонента через мережу Ethernet. Вельми бажано також забезпечити невисоку ціну для пристрою доступу, вкупі з простотою налаштування або можливістю обійтися взагалі без налаштування конфігурації цього пристрою.

Сеанс зв'язку має забезпечувати процеси авторизації, автентифікації та обліку (Authorization, Authentication and Accounting, AAA). Зокрема, для

цього розроблено мережевий протокол RADIUS [7]. Цей протокол описано у стандартах RFC 2865 і RFC 2866 [8; 9]. Концепція RADIUS networking народилася на початку 90-х років. Некомерційна організація Merit Network, що надає якісні мережеві послуги освітнім, державним медичним установам, запросила рішення, яке скоротило б їхні системи автентифікації, авторизації та обліку. У відповідь компанія Livingston Enterprises розробила першу версію служби віддаленої автентифікації для користувачів [16]. Спочатку RADIUS був тільки протоколом AAA для користувачів із комутованим доступом. Пізніше, з розвитком методів доступу користувачів, RADIUS було адаптовано до інших методів доступу, таких як доступ через Ethernet. Він надає доступ за автентифікації та авторизації, а також збирає і записує дані використання мережевих ресурсів користувачами для стягування плати. Отже, RADIUS набув широке застосування в різних галузях промисловості. Зокрема, цей протокол застосовується операторами для системи тарифікації використаних ресурсів конкретним користувачем/абонентом.

Метою дослідження є поліпшення організації доступу в Інтернет абонентів оператора телекомунікацій з урахуванням сучасних вимог та розвитку мережевих технологій.

Методи, об'єкт та предмет дослідження. Для досягнення мети на основі аналізу технологій організації доступу користувачів до мережі Інтернет було виокремлено технології, що дають змогу організувати доступ абонентів до мережі Інтернет у контексті сучасних вимог. На основі аналізу предметної галузі, відповідних технологій та дослідження наявних автоматизованих систем розрахунків (АСР) сформовані вимоги щодо програмної системи контролю, обліку та доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій. Емпіричним шляхом виконано тестування та дослідження працездатності АСР.

Об'єктом дослідження є методи контролю, обліку та доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій.

Предметом дослідження є організація контролю, обліку та доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій із використанням PPPoE-з'єднання та RADIUS протоколу.

Основний матеріал. Як вже було зазначено, в Україні діяльність у сфері телекомунікацій регламентується Законом України «Про електронні комунікації». Організацією доступу абонентів до мережі Інтернет займаються оператори електронних телекомунікацій (оператори). Згідно із цим законом оператор електронних комунікацій (оператор) – це суб'єкт господарювання, який володіє, здійснює експлуатацію та управління електронними комунікаційними мережами та/або пов'я-

заними засобами. Законом України «Про електронні комунікації» також визначено, що:

– послуга доступу до мережі Інтернет – це електронна комунікаційна послуга, що забезпечує доступ до мережі Інтернет і можливість логічного з'єднання з кінцевими точками мережі Інтернет незалежно від технології, що застосовується в електронній комунікаційній мережі, і кінцевого (термінального) обладнання, що використовується;

– доступ – це надання відповідно до цього Закону права та можливості доступу до електронних комунікаційних мереж, інфраструктури, засобів та/або послуг іншим постачальникам електронних комунікаційних мереж та/або послуг з метою надання ними електронних комунікаційних мереж та/або послуг, у тому числі для розповсюдження програм телерадіомовлення [1].

Аналіз технологій організації доступу користувачів до мережі Інтернет дав можливість виокремити технології, що дають змогу організувати доступ абонентів в Інтернет у контексті сучасних вимог: Ethernet, PPPoE, RADIUS.

Для тарифікації послуг, що надаються оператором електронних комунікацій, необхідно мати спеціалізовану АСР (Billing). АСР (білінг, billing) у деяких видах бізнесу, зокрема, в телекомунікаціях – автоматизована система обліку наданих послуг, їхньої тарифікації і виставлення рахунків для оплати. У сфері телекомунікацій білінг офіційно іменується «Автоматизована Система Розрахунків» [17]. Також білінгом називають системи обліку й оплати інтернет-трафіку та супутніх послуг (сервісів). Такі системи часто суміщені з технічними засобами, що автоматично обмежують доступ до послуг у разі нульового балансу рахунку і дають можливість надати деталізацію витрачених коштів.

Функції АСР сфери телекомунікацій групуються у два основні блоки: розрахункові операції та інформаційне обслуговування. Розрахункові операції поділяють на два різновиди: передплата (Prepaid) та післяплата (Postpaid). Інформаційне обслуговування включає функції підтримки операційної інформації про абонентів, про продукти й послуги, включно з їхніми тарифами, обмеженнями, можливими комбінаціями, а також конфігураційних даних про АСР загалом.

На ринку телекомунікацій є пропозиції щодо готових АСР інтернет-абонентів оператора телекомунікацій. Найбільш цікавими з них є: ABills (Advanced Billing Solutions), NoDeny, Stargazer, ETBill. Їхній детальний аналіз дав можливість виявити поряд із перевагами та вдалим рішеннями ще і слабкі сторони. Зокрема, всі розглядані системи мали брак такого важливого функціоналу щодо адміністрування мережі оператора та

швидкого пошуку локалізації проблеми, як моніторинг усіх активних сесій клієнтів.

Отже, на основі аналізу предметної галузі, відповідних технологій та дослідження наявних АСР сформовані вимоги щодо програмної системи контролю, обліку та доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій, що є описом функціональних вимог та функцій розроблюваної АСР. Для наочного розуміння цього наведено діаграми варіантів використання, діяльності та розгортання.

На рис. 1 наведено діаграму варіантів використання для розроблюваної АСР.

Адміністратор системи може виконувати всі зазначені дії, крім оплати готівкою, картою передплати та банківським платежем. Ці дії виконує абонент із допомогою своєї готівки або своєї банківської карти. Менеджер може виконувати тільки частину дій адміністратора, а саме формування карток абонентів та примусове відключення активної сесії абонента. Тобто в разі підключення до мережі оператора нового абонента менеджер створює запис у БД із відповідними даними про абонента та в процесі роботи може змінювати за зверненням абонента певні значення (тарифний план, особисті дані). Також менеджеру доступна функція примусового відключення активної сесії абонента, що необхідно для примусового перепідключення обладнання абонента у разі активації певних змін у налаштуваннях картки абонента.

Абонент має функцію перегляду своєї особистої картки абонента, тобто кабінету користувача, у якому він може дивитися статистику своїх сесій, платежів, а також виконати оплату послуги всіма зазначеними способами.

На рис. 2 наведено діаграму взаємодії клієнта з АСР. Процес загалом можна розділити на три складники: авторизацію, автентифікацію та облік. Авторизація – це валідація тільки логіну та паролю. Цей процес використовує мінімальний обсяг обчислювальних ресурсів. Далі виконується автентифікація, за результатами якої створюється PPPoE-з'єднання згідно з налаштуваннями АСР (швидкість доступу, обмеження доступу тощо). Після цього з'єднання підтримується та керується функцією обліку.

Для отримання доступу до мережі Інтернет абоненту необхідно налаштувати своє обладнання на PPPoE-авторизацію. У процесі авторизації буде виконана низка правил згідно з налаштуваннями RADIUS-сервера. Однак не всі наявні налаштування RADIUS-сервера задовольняють вимогам оператора. Особливістю роботи інтернет-оператора, для якого призначена ця АСР, є надання послуги за публічним договором приєднання. Угода за цим договором виконується в електронному вигляді на спеціально створеній вебсторінці.

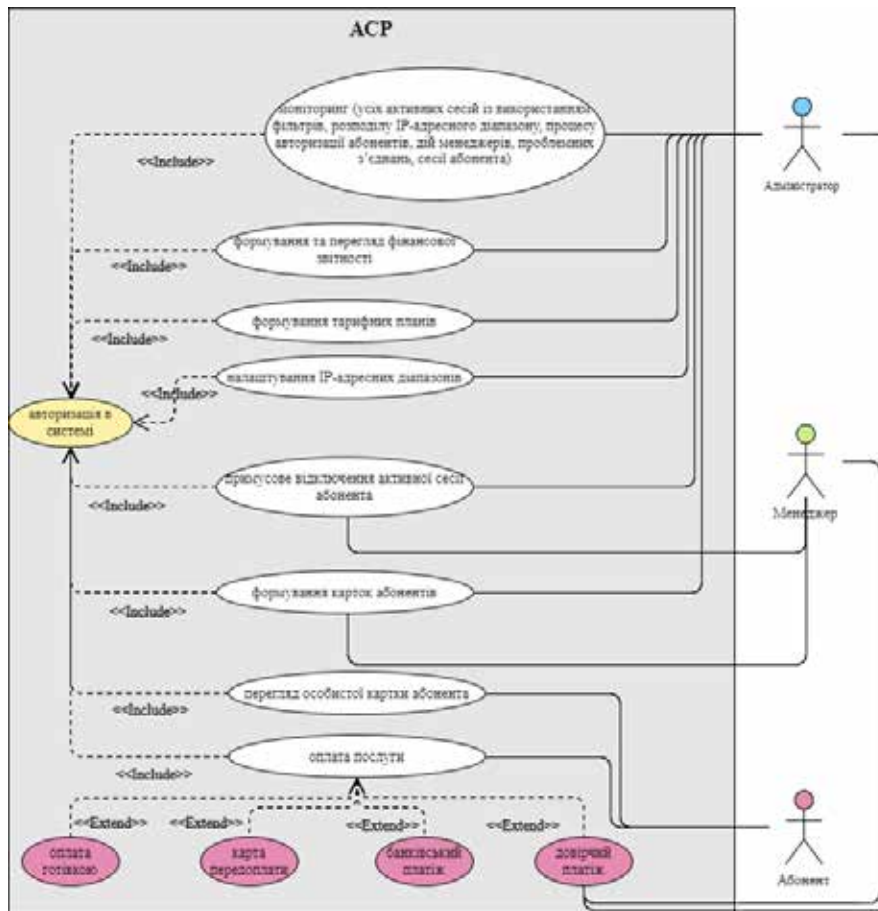


Рис. 1. Діаграма варіантів використання розроблюваної АСР

Діаграму розгортання розроблюваної АСР наведено на рис. 3. Ця діаграма відображає фізичну архітектуру системи з урахуванням вимог та наявного обладнання замовника (ТОВ Телекомунікаційна компанія «НЕОН»).

Діаграма містить такі вузли:

- Border GW – прикордонний маршрутизатор, що забезпечує динамічну маршрутизацію протоколу TCP/IP між внутрішніми й зовнішніми вузлами Інтернету;

- Core network – фізична частина мережі, що відповідає за взаємодію вузлів ядра мережі;

- Сервер віртуальних машин Linux KVM, на якому встановлені віртуальні машини. Застосування сервера віртуальних машин скорочує час для модернізації, портування та тестування серверів послуг, збільшує швидкість взаємодії між віртуальними серверами, а також дозволяє робити резервне копіювання системи у режимі «Hot Backup»;

- RADIUS-Server – сервер зі встановленою системою FreeRADIUS і модулями розширення;

- Server DB – сервер зі встановленою СУБД MySQL і БД;

- Server Web – сервер, що надає доступ до управління системою за протоколом HTTPS зі

встановленими відповідними модулями і службами;

- NAS – мережевий сервер доступу, який забезпечує з'єднання клієнтів за протоколом PPPoE, зі встановленим RADIUS-клієнтом і іншими необхідними модулями;

- Access network – фізична частина мережі, що відповідає за з'єднання абонентів із їхнім безпосереднім постачальником послуг;

- ПК – комп'ютер абонента, який може підключатися без використання роутера, використовуючи клієнт PPPoE, або з використанням роутера та без використання PPPoE. Для роботи з особистим кабінетом абонент мусить мати встановлений веббраузер;

- Router – програмно-апаратний пристрій, здатний підключатися через протокол PPPoE, що забезпечує доступ вузлів (ПК, smartphone, smartTV тощо) CPN до глобальної мережі Інтернет і до ресурсів оператора.

У процесі реалізації АСР оператора телекомунікацій було проаналізовано середовище функціонування системи та інструментарій її розроблення. Отже, з огляду на функціональні можливості найбільш популярних серверних ОС та вимоги замовника, було вибрано дистрибутив Linux – Ubuntu.

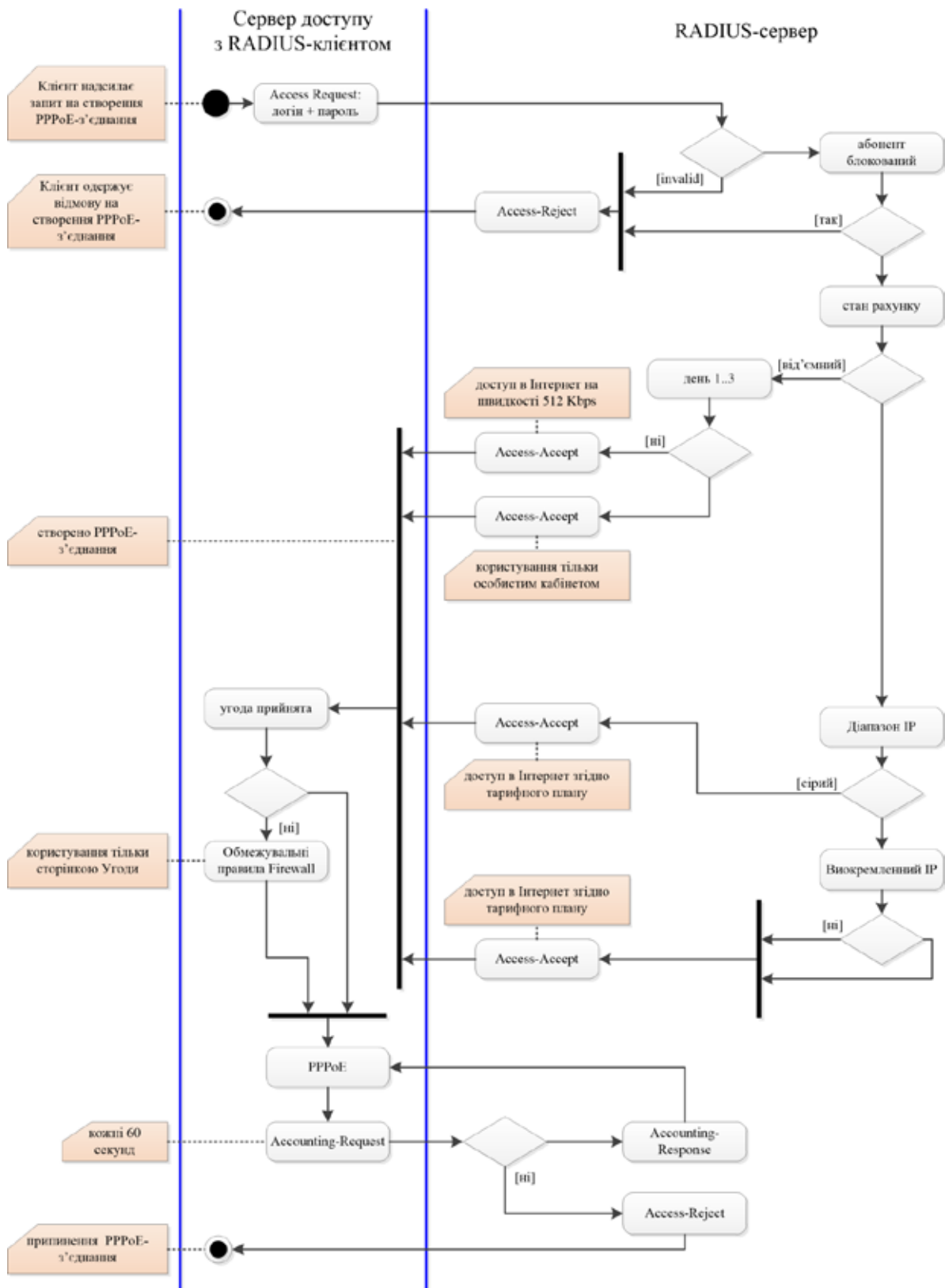


Рис. 2. Діаграма взаємодії клієнта з АСР

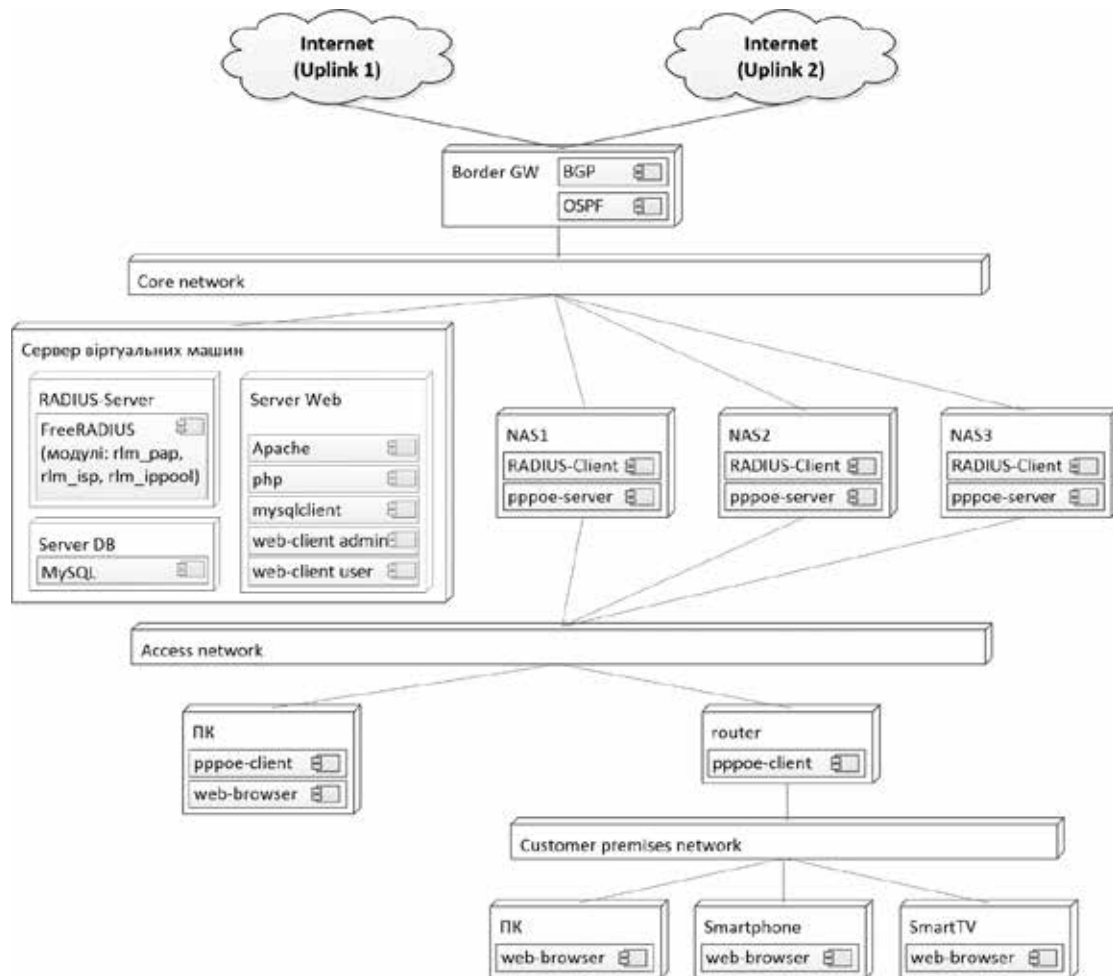


Рис. 3. Діаграма розгортання АСР оператора телекомунікацій з урахуванням вимог замовника (ТОВ Телекомунікаційна компанія «НЕОН»)

Для реалізації логіки взаємодії клієнта з АСР було вибрано як RADIUS-сервер – FreeRADIUS. Розроблено модуль розширення RADIUS-сервера, що виконує логіку процесу AAA (рис. 2) та скрипт, що реалізує процедуру перевірки прийняття Угоди. Модуль розширення RADIUS-сервера написано на мові С, скрипт перевірки прийняття Угоди – на мові Python.

Для збереження інформації, що використовується в АСР, було створено БД, яка використовує реляційну модель даних та СУБД MySQL. БД відповідає предметній галузі та бізнес-процесам оператора. Для процесу перевірки прийняття Угоди організовано кешування головної БД із використанням локальної БД, розміщеної на NAS-сервері. Така організація запитів дає змогу пришвидшити весь процес перевірки та розподіляє робоче навантаження запиту із головної бази на інші.

Обговорення результатів. Отже, ґрунтуючись на специфікації вимог та діаграму варіантів використання АСР для перевірки правильності її

функціонування було створено тестовий користувач Test_user та тестовий тарифний план із такими налаштуваннями:

```
INSERT INTO users (user, password, crypt_method, deposit, gid, add_date) VALUES ('Test_user', '*****', 0, 0.1, 48, NOW());
```

```
mysql> INSERT INTO packets (num, packet, gid, other_params, prim, month_fixed_cost, white_ip) VALUES (0, 'Тестовий', 1, 'Acct-Interim-Interval=60, Service-Type=Framed-User, Framed-Protocol=PPP, Framed-Compression=Van-Jacobson-TCP-IP, PPPD-Downstream-Speed-Limit=10240, PPPD-Upstream-Speed-Limit=10240', 'Пакет для тестов', 50.000000, 0);
```

В останньому запиті:

– поле other_params містить пари: атрибут та його значення розділені комами. Ці параметри надалі будуть передаватися серверу доступу модулем RADIUS-сервера. У такий спосіб будемо

встановлювати, наприклад, Acct-Interim-Interval – періодичність у секундах, із якою сервер доступу буде надсилати RADIUS-серверу інформацію про сесію користувача, скільки було передано або прийнято даних, тривалість сесії тощо;

– з допомогою атрибутів PPPD-Downstream-Speed-Limit і PPPD-Upstream-Speed-Limit переда-

ються значення максимальної швидкості в кілобайтах для цієї сесії.

Коли надходить запит на підключення (Access-Request) від клієнта в логфайлі можна побачити його коректне оброблення створеним модулем (рис. 4–5).

Аналіз системних логів показав, що в процесі старту АСР отримує конфігурацію правильно,

```
Sat Jan 14 15:12:30 2023 : Debug: Listening on authentication *:1812
Sat Jan 14 15:12:30 2023 : Debug: Listening on accounting *:1813
Sat Jan 14 15:12:30 2023 : Info: Ready to process requests.
rad recv: Access-Request packet from host 93.171.170.240:34689, id=1, length=153
  User-Name = "Test user"
  NAS-Identifier = "accel-ppp"
  NAS-IP-Address = 93.171.170.240
  NAS-Port = 0
  NAS-Port-Id = "ppp0"
  NAS-Port-Type = Virtual
  Service-Type = Framed-User
  Framed-Protocol = PPP
  Calling-Station-Id = "52:54:00:30:d4:a2"
  Called-Station-Id = "52:54:00:c9:85:8c"
  CHAP-Challenge = 0xc69858ad5e47923c55371b4c01508fc2
  CHAP-Password = 0x01d4a62371c6ddal6a8cbd53ce75aacde4
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: Processing the authorize section of radiusd.conf
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall: entering group authorize for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: calling preprocess (rlm_preprocess) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: returned from preprocess (rlm_preprocess) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[authorize]: module "preprocess" returns ok for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: calling chap (rlm_chap) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_chap: Setting 'Auth-Type := CHAP'
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: returned from chap (rlm_chap) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[authorize]: module "chap" returns ok for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: calling mschap (rlm_mschap) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: returned from mschap (rlm_mschap) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[authorize]: module "mschap" returns noop for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: calling files (rlm_files) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: users: Matched entry DEFAULT at line 215
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: returned from files (rlm_files) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[authorize]: module "files" returns ok for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: calling isp (rlm_isp) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: radius_xlat: 'Test user'
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (sql_set_user): sql_set user escaped user --> 'Test user'
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_fill_user): begin for user 'Test user' -----
```

Рис. 4. Запит на підключення Access-Request абонента Test_user

```
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_fill_user): ----- prof mode begin for user 'Test user' -----
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: sql_als->sql_get_socket (isp): Reserving sql socket id: 226
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: sql_als->sql_release_socket: Released sql socket id: 226
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_fill_user): ----- prof mode end for user 'Test user' -----
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_fill_user): end for user 'Test user' -----
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_add_attr): begin for user 'Test user' -----
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_add_attr): add PW_PASSWORD
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_add_attr): add PW_SIMULTANEOUS_USE
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_add_attr): add PW_SESSION_TIMEOUT
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_add_attr): add all other params
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_isp (isp_add_attr): end for user 'Test user' -----
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authorize]: returned from isp (rlm_isp) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[authorize]: module "isp" returns noop for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall: leaving group authorize (returns ok) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rad_check_password: Found Auth-Type CHAP
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: auth: type "CHAP"
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: Processing the authenticate section of radiusd.conf
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall: entering group CHAP for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authenticate]: calling chap (rlm_chap) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_chap: login attempt by "Test user" with CHAP password
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_chap: Using clear text password "*****" for user Test user authentication.
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_chap: chap user test user authenticated successfully
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[authenticate]: returned from chap (rlm_chap) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[authenticate]: module "chap" returns ok for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall: leaving group CHAP (returns ok) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: Processing the session section of radiusd.conf
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall: entering group session for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[session]: calling sql (rlm_sql) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: radius_xlat: 'Test user'
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_sql (sql): sql_set user escaped user --> 'Test user'
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: radius_xlat: 'SELECT COUNT(*) FROM actions WHERE user = 'Test user' AND terminate_cause = 'Online''
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_sql (sql): Reserving sql socket id: 255
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: rlm_sql (sql): Released sql socket id: 255
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modsingle[session]: returned from sql (rlm_sql) for request 0
Sat Jan 14 15:12:57 2023 : Debug: modcall[session]: module "sql" returns ok for request 0
```

Рис. 5. Оброблення створеним модулем запиту Access-Request абонента Test_user

модуль успішно підключається до БД, структуру модуля успішно ініціалізовано, помилки не виникають. У процесі авторизації тестового користувача створюється PPPoE-сесія з відповідними налаштуваннями. Помилки також не виникають.

Висновки. Запропонований підхід щодо організації контролю, обліку та доступу до мережі Інтернет абонентів оператора телекомунікацій із використанням PPPoE-з'єднання та RADIUS протоколу дозволяє організувати цей процес з урахуванням технічних, користуваць-

ких та законодавчих вимог. Провайдер отримує гнучку АСР, що задовольняє таким вимогам: у разі збільшення абонентської бази і зростання навантаження на NAS-сервери передбачена можливість підключення додаткових NAS-серверів; час авторизації всіх абонентів оператора не перевищує 10 хв.; АСР залишається працездатною в разі масового підключення абонентів із від'ємним балансом на рахунок; є можливість розширення функціоналу АСР завдяки використанню додаткових модулів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Про електронні комунікації : Закон України від 16 груд. 2020 р. № 1089-IX. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1089-20#top>.
2. History of the Internet. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_the_Internet (дата звернення: 08.02.2023).
3. Ethernet. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ethernet> (дата звернення: 08.02.2023).
4. Point-to-Point Protocol. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Point-to-Point_Protocol (дата звернення: 08.02.2023).
5. Point-to-Point Protocol over Ethernet. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Point-to-Point_Protocol_over_Ethernet (дата звернення: 08.02.2023).
6. RFC 2516. A Method for Transmitting PPP Over Ethernet (PPPoE). <https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc2516> (дата звернення: 08.02.2023).
7. RADIUS. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/RADIUS> (дата звернення: 08.02.2023).
8. RFC 2865. Remote Authentication Dial In User Service (RADIUS). URL: <https://www.ietf.org/rfc/rfc2865.txt> (дата звернення: 08.02.2023).
9. RFC 2866. RADIUS Accounting. URL: <https://www.ietf.org/rfc/rfc2866.txt> (дата звернення: 08.02.2023).
10. Goralski W. The Illustrated Network: How TCP/IP Works in a Modern Network. Morgan Kaufmann, 2017. 937 p.
11. Kozierok C.M. The TCP/IP Guide. No Starch Press, 2005. 1616 p.
12. Matheus K., Königseder T. Automotive Ethernet. Cambridge University Press, 2021. 275 p. URL: <https://doi.org/10.1017/9781316869543>.
13. Maudoux C., Boumerdassi S. LemonLDAP::NG A Full AAA Free Open Source WebSSO Solution. *IEEE 11th International Conference on Cloud Networking (CloudNet), IEEE ComSoc*; Cnam, Nov 2022, Paris, France. pp. 277–281. URL: <https://doi:10.1109/CloudNet55617.2022.9978777>.
14. Liaskos C., Nie S., Tsiolaridou A., Pitsillides A., Ioannidis S., Akyildiz I. A new wireless communication paradigm through softwarecontrolled metasurfaces. *IEEE Communications Magazine*. Vol. 56. No. 9, Sep. 2018, pp. 162–169. URL: <https://doi.org/10.1109/MCOM.2018.1700659>.
15. Zhang J., Guo Y., Chen Y., Ma J. Research of AAA messages Based on 802.1x authentication. *IEEE 2015 IEEE Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)*. Dec. 2015. Pp. 618–622 URL: <https://doi.org/10.1109/IAEAC.2015.7428627>.
16. RADIUS Servers for Noobs: Everything You Need to Know. URL: <https://www.cloudradius.com/a-complete-guide-to-radius-servers> (дата звернення: 08.02.2023).
17. Автоматизована система розрахунків. *Матеріал з Вікіпедії – вільної енциклопедії*. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Автоматизована_система_розрахунків (дата звернення: 08.02.2023).

REFERENCES

1. Pro elektronni komunikatsii: Zakon Ukrainy vid 19 grud. 2022 r. № 1089-IX [About electronic communications: LAW OF UKRAINE of December 16, 2020 No. 1089-IX]. Retrieved from: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1089-20#top> [in Ukrainian].
2. Wikipedia. (2023). History of the Internet. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. Retrieved from: https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_the_Internet.
3. Wikipedia. (2023) Ethernet. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. Retrieved from: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ethernet>.

4. Wikipedia. (2023). Point-to-Point Protocol. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. Retrieved from: https://en.wikipedia.org/wiki/Point-to-Point_Protocol.
5. Wikipedia. (2023). Point-to-Point Protocol over Ethernet. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. Retrieved from: https://en.wikipedia.org/wiki/Point-to-Point_Protocol_over_Ethernet.
6. RFC 2516. (1999, February). A Method for Transmitting PPP Over Ethernet (PPPoE). Retrieved from: <https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc2516>.
7. Wikipedia. (2023). RADIUS. *From Wikipedia, the free encyclopedia*. Retrieved from: <https://en.wikipedia.org/wiki/RADIUS>.
8. RFC 2865. (2000, June). Remote Authentication Dial In User Service (RADIUS). Retrieved from: <https://www.ietf.org/rfc/rfc2865.txt>.
9. RFC 2866. (2000, June). RADIUS Accounting. Retrieved from: <https://www.ietf.org/rfc/rfc2866.txt>.
10. Goralski, W. (2017). *The Illustrated Network: How TCP/IP Works in a Modern Network*. Morgan Kaufmann. ISBN: 978-0-12-811027-0.
11. Kozierok, C.M. (2005). *The TCP/IP Guide*. No Starch Press. ISBN13: 978-1-59327-047-6.
12. Matheus, K. & Königseder, T. (2021). *Automotive Ethernet*. Cambridge University Press. ISBN: 9781108841955.
13. Maudoux, C. & Boumerdassi, S. (2023, Jan). LemonLDAP::NG A Full AAA Free Open Source WebSSO Solution. *arXiv*. DOI: 10.1109/CloudNet55617.2022.9978777.
14. Liaskos, C., Nie, S., Tsioliaridou, A., Pitsillides, A., Ioannidis, S. & Akyildiz, I. (2018). A new wireless communication paradigm through softwarecontrolled metasurfaces. *IEEE Communications Magazine*. Vol. 56. No. 9, pp. 162–169. DOI: 10.1109/mcom.2018.1700659.
15. Zhang, J., Guo, Y., Chen, Y. & Ma, J. (2015, December). Research of AAA messages Based on 802.1x authentication. *IEEE 2015 IEEE Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)*. DOI: 10.1109/IAEAC.2015.7428627.
16. Cloud RADIUS. (2023). RADIUS Servers for Noobs: Everything You Need to Know. Retrieved from: <https://www.cloudradius.com/a-complete-guide-to-radius-servers>.
17. Wikipedia. (2022). Avtomatyzovana systema rozrakhunkiv [Automated payment system]. *In Wikipedia – The Free Encyclopedia*. Retrieved from: https://uk.wikipedia.org/wiki/Автоматизована_система_розрахунків [in Ukrainian].

РОЗДІЛ III. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

УДК 004.82

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-1-05>

ПОРІВНЯННЯ КЛАСИФІКАТОРІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ТОНАЛЬНОСТІ ТЕКСТУ

Бойко Н. І.

*кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри систем штучного інтелекту
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Князя Романа, 5, Львів, Україна
orcid.org/0000-0002-6962-9363
Nataliya.i.boyko@lpnu.ua*

Кулінченко А-М. Р.

*студентка IV курсу кафедри систем штучного інтелекту
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Князя Романа, 5, Львів, Україна
orcid.org/0000-0002-8987-1851
anna-mariia.kulinchenko.knm.2019@lpnu.ua*

Газдюк К. П.

*доктор філософії за спеціальністю 121 (інженерія програмного забезпечення),
асистент кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, Україна
orcid.org/0000-0002-7568-4422
kateryna.gazdyik@gmail.com*

Ключові слова:

*сентимент аналіз,
наївний Баєс, логістична
регресія, дерева рішень,
випадковий ліс, машинне
навчання, класифікатор,
гіперпараметри.*

Метою дослідження є визначення найбільш ефективного класифікатора для задачі аналізу тональності тексту. Серед вибраних у роботі для порівняння наводиться наївний Баєс, логістична регресія, дерево рішень, випадковий ліс. Для задачі аналізу тональності тексту вибрано сентимент аналіз. Основою для проведення дослідження вибрано набір відгуків на фільми, що надані критиками IMDb. Об'єктами дослідження є безпосередньо вибрані класифікатори, а предметом відповідно є визначення їх ефективності у разі застосування до вищезгаданої задачі. Задачею цього розділу є ознайомлення та оцінка методів класифікації у контексті задачі сентимент аналізу. Для порівняння було вибрано такі класифікатори, як наївний Баєс, логістична регресія, дерево рішень та випадковий ліс. Перейдемо до детальнішого опису кожного з них. Це дослідження дозволить визначити найефективніший алгоритм класифікації для аналізу тональності тексту. Це, своєю чергою, дає можливість програмам, які виконують такий аналіз, покращити якість розподілення тексту на різні групи. У цій роботі було визначено класифікатор, який серед вибраних є найефективнішим, – це метод логістичної регресії. Під час виконання такої роботи були проведені аналізи актуальності задачі та наукових джерел, серед яких було досліджено точність класифікаторів наївного Баєса, логістичної

регресії, дерев рішень та випадкового лісу. Перед безпосередньою класифікацією наведений розподіл набору даних на навчальну та тестову вибірки. Проводиться Тренування кожного класифікатора з певними гіперпараметрами. Також був виконаний детальний аналіз та підготовка даних для задачі бінарної класифікації. Паралельно виконувалось безпосереднє тренування класифікаторів та проведення експериментів з кожним. Було обговорено результати дослідження за допомогою повної статистики всіх метрик та всіх вибраних класифікаторів. Для покращення точності класифікаторів необхідно підбирати відповідні гіперпараметри на кожен тип. Проводиться аналіз самих слів. Проведено статистичні обчислення слів, вживаних у позитивних та негативних відгуках, та побудовані, відповідно, «хмари слів» з найбільш вживаними словами. Для детальнішого аналізу побудовано також матриці невідповідностей по кожному методу.

COMPARISON OF CLASSIFIERS FOR THE TASK OF TEXT TONALITY ANALYSIS

Boyko N. I.

*PhD, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Artificial Intelligent Systems
Lviv Polytechnic National University
Prince Roman str., 5, Lviv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-6962-9363
Nataliya.i.boyko@lpnu.ua*

Kulinchenko A-M. R.

*4th year Student at the Department of Artificial Intelligent Systems
Lviv Polytechnic National University
Prince Roman str., 5, Lviv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-8987-1851
anna-mariia.kulinchenko.knm.2019@lpnu.ua*

Hazdiuk K. P.

*Doctor of Philosophy in Speciality 121 (Software Engineering),
Assistant at the Department of the Software of Computer Systems
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University
Kotsyubynsky str., 2, Chernivtsi, Ukraine
orcid.org/0000-0002-7568-4422
kateryna.gazdyik@gmail.com*

Key words: *sentiment analysis, naive Bayes, logistic regression, decision trees, random forest, machine learning, classifier, hyperparameters.*

The study aims to determine the most effective classifier for the task of analyzing the tonality of the text. Naive Bayes, logistic regression, decision trees, and random forests are among the ones specified in work for comparison. Sentiment analysis was chosen for the task of analyzing the tonality of the text. A set of movie reviews provided by IMDB critics was selected as the basis for the research. The objects of the study are chosen directly as classifiers, and the subject, accordingly, is the determination of their effectiveness when applied to the problem mentioned above. This chapter aims to introduce and evaluate classification methods in the context of sentiment analysis. Classifiers such as naive Bayes, logistic regression, decision tree and random forest were compared. Let's move on to a more detailed description of each of them. This study determines the most effective classification algorithm for the analysis of the text's tonality. This, in turn, enables programs that perform such analysis

to improve the quality of text distribution into different groups. In this work, the classifier was determined which among the selected ones is the most effective – it is the method of logistic regression. During the implementation of this work, analyses of the relevance of the problem and scientific sources were conducted, among which the accuracy of the naive Bayes, logistic regression, decision trees, and random forest classifiers was investigated. Before direct classification, the distribution of the data set into training and test samples is given. Each classifier is trained with specific hyperparameters. Detailed analysis and data preparation for the binary classification task was also performed. In parallel, training classifiers and conducting experiments with each were carried out. The study results were discussed using complete statistics of all metrics and all selected classifiers. To improve the accuracy of classifiers, choosing appropriate hyperparameters for each type is necessary. Analysis of the words themselves is carried out. Statistical calculations of the terms used in positive and negative reviews were carried out, and accordingly, “word clouds” with the most used words were constructed. For a more detailed analysis, inconsistency matrices were also created for each method.

1. Вступ

Завдання аналізу емоційного забарвлення тексту поступово набуває популярності у зв'язку зі збільшенням активної аудиторії та їх середнім часом проведення у соціальних мережах та Інтернеті загалом [1; 4].

Безліч виробничих компаній, використовуючи соціальні мережі та вебсторінки поширення своєї продукції, а саме коментарі з цих джерел, здійснюють аналіз тексту з метою збору та обробки рейтингової інформації про власні продукти, а відповідно, і задля покращення якості продукту в майбутньому [6; 2].

Такий аналіз також використовується державними органами безпеки багатьох країн, а саме на предмет виявлення інформації, що несе незаконний характер. Наприклад: торгівля незаконними товарами, погрози, попередження про можливі терористичні дії, інформація про діяльність небезпечних організацій тощо.

Метою дослідження є визначення найбільш ефективного класифікатора для задачі аналізу тональності тексту. Серед вибраних у роботі для порівняння наводиться наївний Баєс, логістична регресія, дерево рішень, випадковий ліс. Для задачі аналізу тональності тексту вибрано сентимент аналіз.

Основою для проведення дослідження вибрано набір відгуків на фільми, що надані критиками IMDb. Об'єктами дослідження є безпосередньо вибрані класифікатори, а предметом відповідно є визначення їх ефективності у разі застосування до вищезгаданої задачі.

Це дослідження дозволить визначити найефективніший алгоритм класифікації для аналізу тональності тексту. Це, своєю чергою, дає можливість програмам, які виконують такий аналіз, покращити якість розподілення тексту на різні групи.

2. Аналіз літературних джерел

У 2020 році в науковому журналі «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво» було опубліковано статтю «Порівняльний аналіз методів для вирішення задачі сентимент аналізу тексту» за авторством аспіранта С.С. Мироненка та студентки Є.А. Онищенко Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» [7; 3]. У своєму дослідженні вони провели порівняння таких класифікаторів, як:

1) наївний Баєсівський класифікатор, який у разі класифікації на вибірці для тренування дав точність 98%, а на вибірці для тестування – 88%;

2) класифікатор на основі рекурентної нейронної мережі з довгою короткочасною пам'яттю, який у разі класифікації на вибірці для тренування дав точність 95%, а на вибірці для тестування – 75%;

3) класифікатор на основі одновимірної згорткової нейронної мережі, який у разі класифікації на вибірці для тренування дав точність 99%, а на вибірці для тестування – 86%;

4) класифікатор на основі трьохвимірної загорткової нейронної мережі з попередньою обробкою тексту за допомогою токенизатора BERT, який у разі класифікації на вибірці для тренування дав точність 99%, а на вибірці для тестування – 89%.

Найпопулярнішими методами класифікації для сентимент аналізу у сфері туризму були визначені метод опорних векторів та наївний Баєс. Китайські дослідники Йе, Жанг і Ло у своїй праці (Qiang Ye, Ziqiong Zhang, Rob Law, 2009, “Sentiment classification of online reviews to travel destinations by supervised machine learning approaches”) [3] порівняли ці два методи і зазначили, що добилися кращої точності у разі класифікації методом опорних векторів, а саме 80%.

Через півтора року науковці Ші та Лі здійснили додаткові до попереднього дослідження (Han-Xiao Shi, Xiao-Jun Li, 2011, “A Sentiment Analysis Model for Hotel Reviews Based on Supervised Learning” In Machine Learning and Cybernetics (ICMLC)) [4], порівнявши ті самі методи, в результаті вони отримали майже на 5% вищу точність, використовуючи той же метод опорних векторів.

У тому ж році дослідники Їе, Жангі і Ло повторили своє дослідження, проте за основу взяли інший набір даних. У своїй роботі (Ziqiong Zhang, Qiang Ye, Zili Zhang, Yijun Li, 2011, “Sentiment Classification of Internet Restaurant Reviews Written in Cantonese”) вони порівняли такі класифікатори на основі ресторанних відгуків та отримали вищу точність на класифікаторі наївного Баєса, а саме 91% [5].

У 2018 році магістрант Харківського національного університету радіоелектроніки М.Г. Литвинов у своїй роботі («Дослідження моделей оцінювання тонального забарвлення тексту») [6] порівняв класифікацію наївним Баєсом та методом k найближчих сусідів. За допомогою наївного класифікатора Баєса йому вдалось досягнути точності 84%, а за допомогою метода k найближчих сусідів – 62%.

3. Матеріали та методи

Завданням цього розділу є ознайомлення та оцінка методів класифікації у контексті задачі сентимент аналізу. Для порівняння було вибрано такі класифікатори, як наївний Баєс, логістична регресія, дерево рішень та випадковий ліс. Перейдемо до детальнішого опису кожного з них.

3.1. Аналіз класифікатора наївного Баєса

Для визначення належності певного об'єкта (відгука) до того чи іншого класу (негативного чи позитивного) наївний класифікатор Баєса [7] використовує ймовірності, визначені відповідно за допомогою теореми Баєса (Формула 1) з умовою незалежності змінних (змінними в такому випадку є слова, які містяться в відгуках).

$$P(c|d) = \frac{P(d|c)P(c)}{P(d)}, \quad (1)$$

де:

- $P(c|d)$ – ймовірність того, що об'єкт d належить класу c ;
- $P(d|c)$ – ймовірність зустріти об'єкт d серед усіх об'єктів класу c ;
- $P(c)$ – апіорна ймовірність зустріти об'єкт класу c серед усіх об'єктів;
- $P(d)$ – апіорна ймовірність об'єкта d серед усіх об'єктів.

Тобто для його побудови не потрібно вивчати взаємодію всіх можливих комбінацій змінних (кількість яких експоненційно зростає зі збіль-

шенням числа змінних), а можна обмежитись впливом кожної змінної окремо на належність певного об'єкта до одного з класів. Тобто ми виключаємо ймовірності потраплянь у відгук різних комбінацій слів і розглядаємо лише окремі слова. Таким чином, розмір необхідної вибірки для побудови скорочується, проте модель такого класифікатора буде точною лише за виконання умови незалежності змінних, що є недоліком такого методу. Однак практика показує, що малі відхилення у сторону залежності змінних лише зовсім трохи знижують точність.

Оскільки ціль задачі класифікації полягає в тому, щоб визначити, до якого класу належить, нам потрібно отримати не самі ймовірності, а найбільш імовірний клас, якому може належати об'єкт. Це і є фінальним кроком математичної моделі цього методу [2; 7]. У такому класифікаторі для цього використовується оцінка апостеріорного максимуму (Формула 2).

$$c_{\text{map}} = \arg \max \frac{P(d|c)P(c)}{P(d)}. \quad (2)$$

Тобто спершу потрібно обчислити ймовірності належності об'єкта до кожного класу, а потім вибрати той, в якого максимальна ймовірність. Оскільки в такій задачі ймовірність зустріти об'єкт серед усіх інших – це константа (бо вибірка є сталою), то вона не буде впливати на розподіл ймовірностей класів, отже, ми можемо її ігнорувати, кінцева формула оцінки апостеріорного максимуму буде мати такий вигляд (Формула 3):

$$c_{\text{map}} = \arg \max [P(d|c)P(c)]. \quad (3)$$

Перевагами цього класифікатора є висока швидкість, простота і масштабованість. Проаналізувавши, можна зробити висновок, що переваги однозначно переважають недоліки, саме тому цей класифікатор є одним з найпопулярніших, особливо для задачі сентимент аналізу, оскільки він дає можливість без значних обчислювальних чи часових затрат надати досить хороший результат навіть без регулювання гіпер-параметрів.

3.2. Аналіз класифікації методом логістичної регресії

Логістична регресія, також відома як логіт-регресія, є часто використовуваним статистичним регресійним методом, який застосовується у випадку, коли залежна змінна може набувати лише бінарних значень, як і є в такому випадку, оскільки відгуки на фільми будуть класифікуватись на позитивні (label = 1) та негативні (label = 0) [8].

Логістична функція – це сигмоїдальна функція, яка приймає будь-яке дійсне значення і повертає значення з проміжку [1]. Це відбувається за допомогою Формули 4 (логістична функція):

$$p = \frac{1}{1 + e^{-y}}. \quad (4)$$

де:

- p – ймовірність того, що подія відбудеться;
- e – число Ейлера;
- y – рівняння регресії.

Наступне перетворення (Формула 5) використовується, щоб лінеаризувати таку функцію і називається логітом або логістичним:

$$p' = \ln \frac{p}{p-1}. \quad (5)$$

Для визначення коефіцієнтів логістичної регресії, за якими можна відновити ймовірності, використовується метод максимальної правдоподібності.

Логістична регресія є популярним методом, оскільки багато задач можна звести до задачі бінарної класифікації. Її основною перевагою є те, що вона легка в інтерпретації і дає одні з найкращих результатів для задач бінарної класифікації. Також вона відзначається швидкістю та правильною визначенням на нових даних.

3.3. Аналіз класифікації за допомогою дерева рішень

Дерево рішень складається з двох елементів: вузлів та гілок. Рішення вважається прийнятним, коли об'єкт пройшов шлях від кореня дерева до якогось з листків (кінцевих вузлів). Усі вузли, окрім листків, є умовами для певної ознаки поточного об'єкта, які розділяють декілька можливих значень цієї ознаки і від того, під яку умову підпаде така ознака, залежить, в який вузол перейде об'єкт на наступному кроці. В контексті такої задачі умовами є порівняння частот певних слів у відгуку. Тобто якщо частоти позитивних слів будуть більшими за частоти негативних, то ітеративно прогноз буде схилитися в сторону позитивного відгуку, і навпаки. Порівняння продовжуватимуться до того часу як об'єкт не закінчить свій шлях по дереву на якомусь листку, який і буде визначати, до якої категорії він потрапив.

Перевагами методу є:

- простота в розумінні та інтерпретації;
- можливість виконувати класифікацію як категорійну, так і числову;
- дія за принципом «білого ящика», тобто ми можемо точно пояснити будь-який вибір моделі, оскільки всі умови вказані.

Основним недоліком цього методу є те, що в процесі навчання можуть створюватися занадто складні шляхи, які неповною мірою описують дані. Це виникає внаслідок перенавчання моделі. Для того щоб уникнути такої проблеми, потрібно визначити оптимальну глибину дерева та обмежити нею.

3.4. Аналіз класифікації за допомогою випадкового лісу

Метод випадкового лісу передбачає утворення багатьох окремих дерев рішень, кожне з яких виконує свій незалежний прогноз. Після того як усі дерева завершать прогнозування йде підрахунок усіх результатів, внаслідок якого визначається, яка категорія чи значення набрали найбільше голосів, що і визначає кінцевий прогноз усієї моделі.

Основним чинником ефективності такої моделі є низька кореляція між моделями окремих дерев, які тим самим захищають один одного від поодиноких помилок, за умови, що вони всі не повторюють одні й ті ж помилки, що трапляється досить рідко. Таким чином, збірний прогноз великого числа моделей є більш точним, ніж прогнози окремих моделей.

Зважаючи на цей факт, часто використовуються ансамблі моделей, що поєднують прогнози не лише однотипних підмоделей, але й зовсім різні, що також забезпечує вищу ефективність та точність кінцевої моделі.

Основним недоліком випадкового лісу є те, що велика кількість дерев може спричинити до тривалішого часу прогнозування порівняно з іншими моделями. Внаслідок цього класифікація великих наборів може бути не завжди ефективною в часі. Проте якщо час виконання не є ключовим, то він цілком компенсується вищою точністю класифікації, що є основною перевагою такого методу.

4. Експерименти

4.1. Аналіз та попередня обробка набору даних

Перед безпосереднім проведенням експериментів необхідно проаналізувати та підготувати набір даних. Для цього завантажимо його і переглянемо декілька перших записів:

Як видно з рис. 1а, у наборі даних містяться відгуки на фільми у текстовій формі (колонка text), а також на кожен відгук є визначена позначка (колонка label), яка свідчить про те, чи він позитивний (значення 1) чи негативний (значення 0). Також кожне значення є автоматично проіндексоване.

Отож, колонка text має тип object, що свідчить про вміст даних стрічкового типу, а колонка label містить значення числового типу, тобто в такому наборі всі типи даних є визначеними коректно та не вимагають приведення (рис. 1 б). Також видно, що набір даних містить у загальному 40000 записів, серед яких немає пропущених даних.

Тепер перевіримо набір даних на вміст повторювальних даних. Для цього підрахуємо кількість унікальних значень у колонці відгуків та відніmemo її від загальної кількості записів.

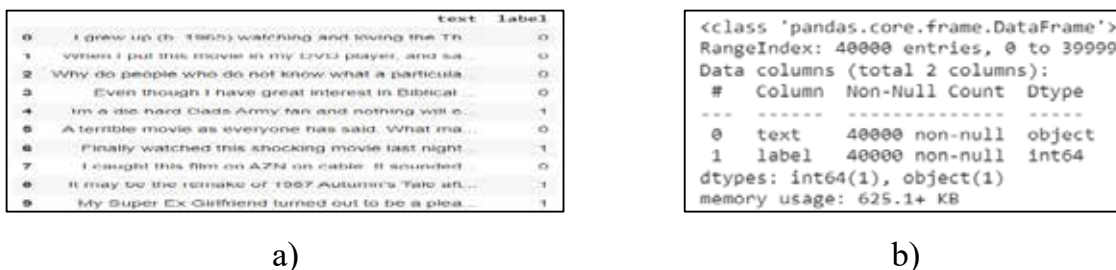


Рис. 1. а) приклад запису перших 10 записів набору даних; б) інформація про вміст набору даних

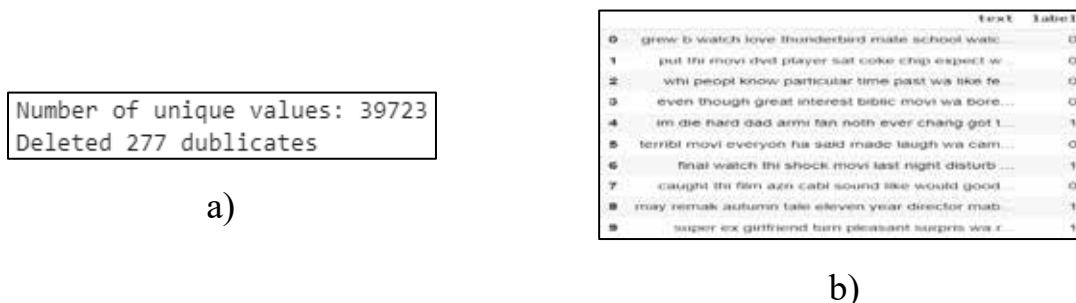


Рис. 2. а) виявлення та видалення дублікатів; б) набір даних після очищення від стоп-слів

Було виявлено 277 дубльованих даних, задля коректної класифікації залишимо лише унікальні значення, видаливши усі дублікати (рис. 2а).

Після цього потрібно почистити відгуки від так званих «стоп-слів» [9]. Це слова, які є найбільш вживаними під час побудови речення, проте не несуть важливої інформації для задачі класифікації через те, що вони не містять емоційного забарвлення. Такими словами переважно є займенники, сполучники, прийменники та частки. Для такої фільтрації скористаємося наперед визначеним набором таких слів з бібліотеки NLTK (Natural Language Toolkit).

На рис. 2б бачимо, що з набору даних було видалено всі стоп-слова, а також розділові знаки, оскільки вони також не дають ніякого впливу на емоційне забарвлення тексту.

Після цього проведена векторизація тексту за допомогою векторизатора з бібліотеки sklearn [10], що використовує TF-IDF метрику. Така метрика дозволяє визначити важливості слів у контексті відгуків. А саме за допомогою обчислення добутку нормалізованої частоти входження слова у відгук та логарифму зворотної частоти відгуків, в які входить таке слово. Таким чином, більша вага буде у менш вживаних слів, а загальні слова, що частіше трапляються, будуть мати меншу вагу.

Тепер перевіримо збалансованість цільового поля (колонка label), оскільки задля коректного тренування класифікатора необхідно, щоб у кожного класу була приблизно однакова кількість записів, тоді класифікатор покаже найбільш

правдиву та ефективну оцінку на тестових даних. Для цього візуалізуємо розподіл цільової змінної (рис. 3).

З рис. 3а видно, що цільова змінна є практично ідеально збалансованою.

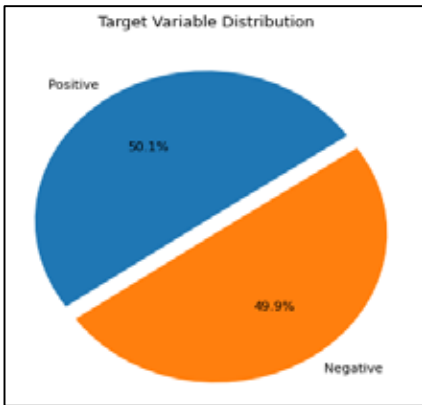
Проаналізуємо також довжини відгуків за допомогою коробчастої діаграми (рис. 3б). Бачимо, що довжини повідомлень також є рівномірно збалансованими, за винятком декількох викидів, проте вони не чинитимуть вагомої різниці саме у задачі сентимент аналізу, тому немає сенсу очищувати від них набір даних.

Після цього ми можемо перейти до аналізу самих слів. Проведемо статистичні обчислення слів, вживаних у позитивних та негативних відгуках, та побудуємо відповідні «хмари слів» з найбільш вживаними словами в кожному з класів за допомогою бібліотеки WordCloud. Хмара буде таким чином, що чим більша частота слова в певній вибірці, тим більшим шрифтом воно зображене на хмарі (рис. 4а, 4б).

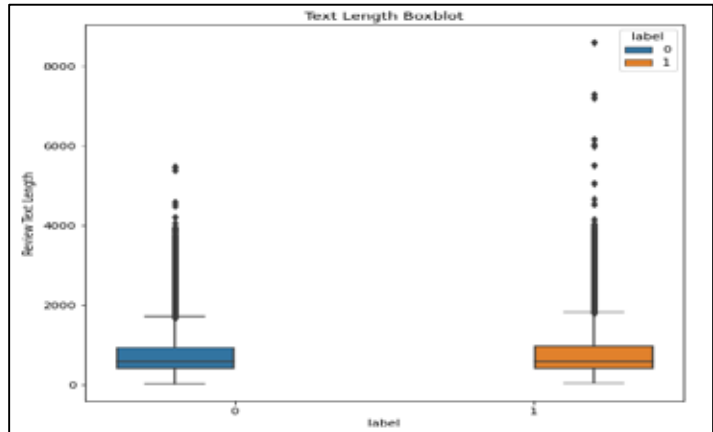
4.2. Проведення експериментів

Перед безпосередньою класифікацією потрібно розділити набір даних на навчальну та тестову вибірки, і звісно ж, натренувати кожен класифікатор з певними гіперпараметрами.

Задля того щоб зробити порівняння класифікаторів, найбільш об'єктивним для їх навчання буде використаний однаковий розмір вибірок, а саме 70% даних на тренування, а 30% на проведення тестів. А також до всіх класифікаторів будуть застосовані гіпер-параметри, які були встановлені



a)

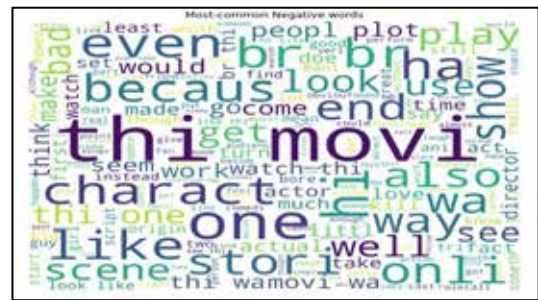


b)

Рис. 3. а) розподіл цільової змінної; б) коробчаста діаграма довжин відгуків



a)



b)

Рис. 4. Хмара найбільш вживаних слів: а) у позитивних відгуках; б) у негативних відгуках

за замовчуванням у бібліотеці sklearn [10]. Визначено буде лише глибину дерева рішень задля уникнення перенавчання.

Загальний алгоритм виконання класифікації виглядатиме таким чином (рис. 5):

Результати класифікації методом найвісного Баеса представлені на рис. 6а, 6б.

З рис. 6а, 6б видно, що точність класифікації за допомогою метода найвісного Баеса становила 84,8%, а F1-score рівний 84,5%. Також на рис. 6а, 6б зображені ROC-криві для обох класів, з яких можна побачити, що площа під кривою дорівнює 0,92, що є досить хорошим показником.

Результати класифікації методом логістичної регресії представлені на рис. 7а, 7б.

З рис. 7а, 7б видно, що точність класифікації за допомогою метода логістичної регресії дорівнює 88,4%, а F1-score рівний 88,6%. З ROC-кривих можна побачити, що площа під кривою дорівнює 0,95.

Результати класифікації методом дерева рішень представлені на рис. 8а, 8б.

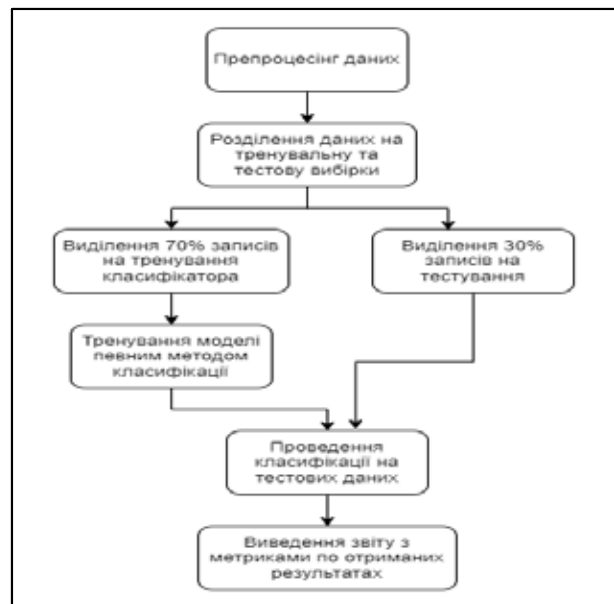
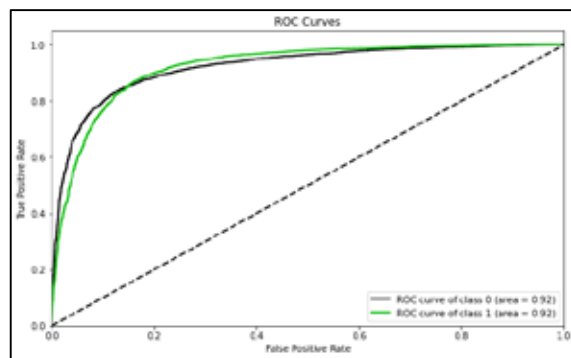


Рис. 5. Алгоритм проведення класифікації

Accuracy = 84.8%				
F1 Score = 84.5%				
Classification Report:				
	precision	recall	f1-score	support
0	0.83	0.87	0.85	5934
1	0.86	0.83	0.85	5983
accuracy			0.85	11917
macro avg	0.85	0.85	0.85	11917
weighted avg	0.85	0.85	0.85	11917

a)

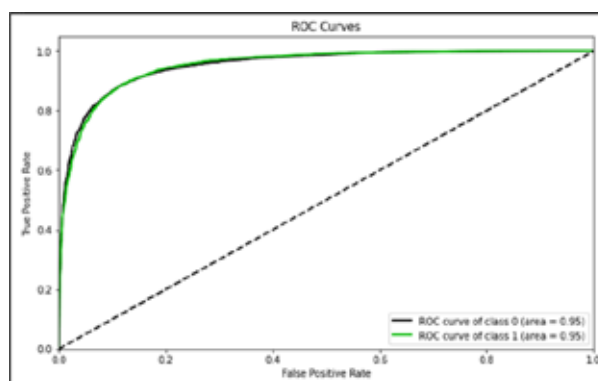


b)

Рис. 6. Результати класифікації: а) звіт по класифікації наївним Басом; б) ROC-криві для класифікації наївним Басом

Accuracy = 88.4%				
F1 Score = 88.6%				
Classification Report:				
	precision	recall	f1-score	support
0	0.89	0.87	0.88	5934
1	0.87	0.90	0.89	5983
accuracy			0.88	11917
macro avg	0.88	0.88	0.88	11917
weighted avg	0.88	0.88	0.88	11917

a)

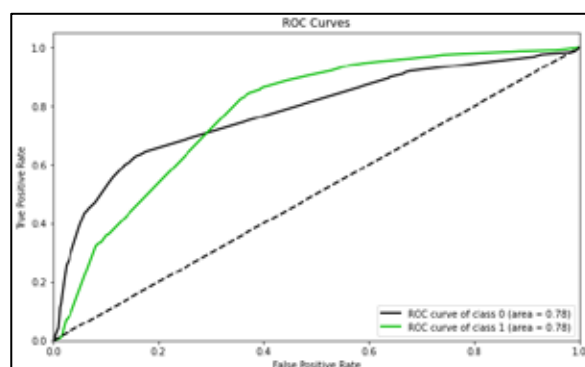


b)

Рис. 7. Результати класифікації: а) звіт по класифікації методом логістичної регресії; б) ROC-криві для класифікації методом логістичної регресії

Accuracy = 73.6%				
F1 Score = 76.1%				
Classification Report:				
	precision	recall	f1-score	support
0	0.80	0.63	0.70	5934
1	0.70	0.84	0.76	5983
accuracy			0.74	11917
macro avg	0.75	0.74	0.73	11917
weighted avg	0.75	0.74	0.73	11917

a)



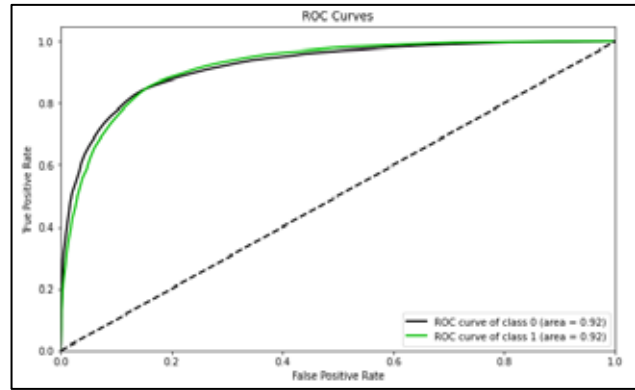
b)

Рис. 8. Результати класифікації: а) звіт по класифікації деревом рішень; б) ROC-криві для класифікації деревом рішень

Accuracy = 84.8%
F1 Score = 84.89999999999999%

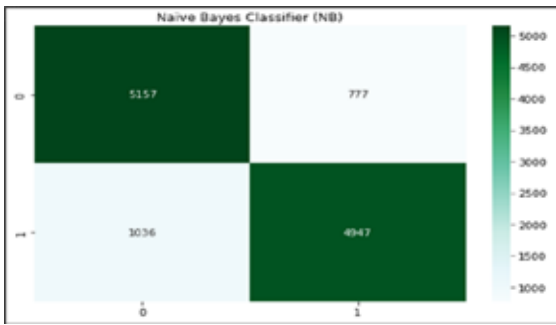
Classification Report:				
	precision	recall	f1-score	support
0	0.85	0.84	0.85	5934
1	0.85	0.85	0.85	5983
accuracy			0.85	11917
macro avg	0.85	0.85	0.85	11917
weighted avg	0.85	0.85	0.85	11917

a)

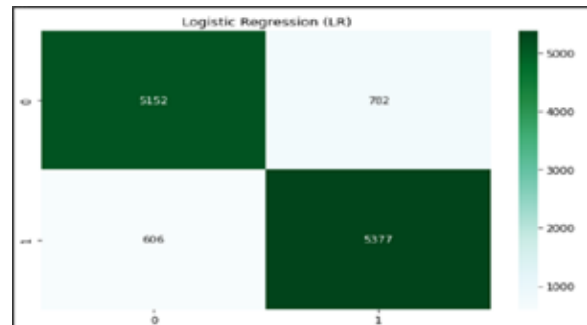


b)

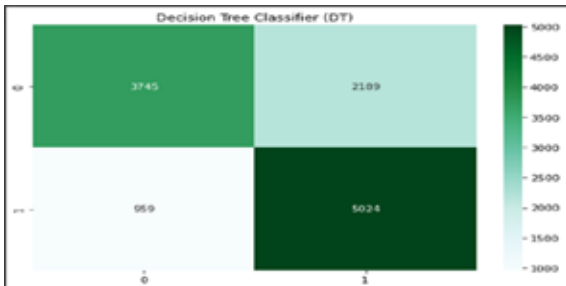
Рис. 9. Результати класифікації: а) звіт по класифікації випадковим лісом; б) ROC-криві для класифікації випадковим лісом



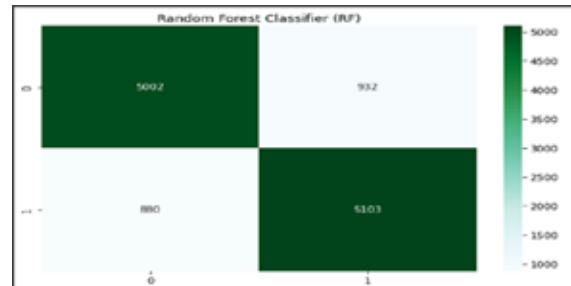
a)



b)



c)



d)

Рис. 10. Матриця невідповідностей: а) для найвнього Басса; б) для логістичної регресії; с) для дерева рішень; д) для випадкового лісу

З рис. 8а, 8б видно, що точність класифікації за допомогою дерева рішень становить 73,6%, а F1-score рівний 76,1%. З ROC-кривих можна побачити, що площа під кривою дорівнює 0,78.

Результати класифікації методом випадкового лісу представлені на рис. 9а, 9б.

З рис. 9а, 9б видно, що точність класифікації за допомогою випадкового лісу дорівнює 84,8%,

а F1-score рівний 84,9%. З ROC-кривих можна побачити, що площа під кривою дорівнює 0,92.

4.3. Обговорення результатів дослідження

Для детальнішого аналізу побудуємо також матриці невідповідностей для кожного з результатів класифікації (рис. 10а, 10б, 10с, 10д):

А також виведемо загальний графік для вказаних метрик усіх класифікаторів (рис. 11):

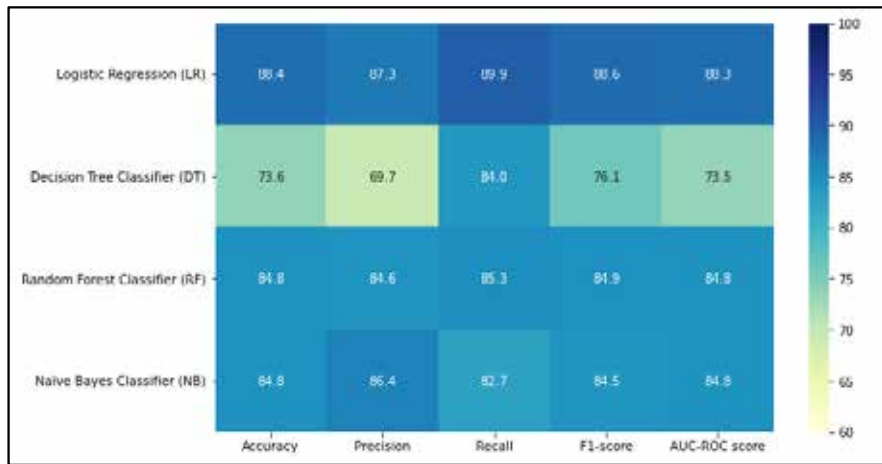


Рис. 11 Представлення результатів для описаних метрик усіх класифікаторів

Як видно з попередніх рис. 6–9, найкращий результат дав класифікатор, побудований на логістичній регресії з результуючою точністю 88,4% і 88,6% f1-score, що є дійсно дуже хорошим результатом порівняно зі всіма іншими і навіть з томиностями, які згадувались для такої задачі в опублікованій літературі.

Далі по рейтингу майже на одному рівні перебувають класифікатори наївного Баєса та випадкового лісу з точністю 84,8%. З огляду на те, що час тренування та виконання класифікації випадковим лісом є в рази більшим, ніж наївним Баєсом, роблю висновок, що наївний Байес є оптимальнішим. З огляду на це саме він і посяде друге місце в рейтингу, а третє – класифікатор випадковим лісом.

Останнє місце по точності займає одиночне дерево рішень, маючи точність 73,6%. Решта метрик цього класифікатора відрізняється від решти в околі на 15% менше. Особливо гіршу статистику цей класифікатор показав на визначенні негативних відгуків, оскільки він класифікував 2189 негативних відгуків як позитивні, що є міні-

мум на 1000 більше від усіх інших відхилень. Саме цей відгук зіпсував методу загальну статистику.

Висновки

У цій роботі було визначено класифікатор, який серед вибраних є найефективнішим, – це метод логістичної регресії.

Під час виконання цієї роботи були проведені аналізи актуальності задачі та наукових джерел, серед яких було досліджено точність класифікаторів наївного Баєса, логістичної регресії, дерев рішень та випадкового лісу.

Також був виконаний детальний аналіз та підготовка даних для задачі бінарної класифікації. Паралельно виконувалось безпосереднє тренування класифікаторів та проведення експериментів з кожним.

Було обговорено результати дослідження за допомогою повної статистики усіх метрик та всіх вибраних класифікаторів.

Для покращення точності класифікаторів необхідно підбирати відповідні гіперпараметри на кожен з них. Можливе проведення такого дослідження у подальших наукових роботах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Мироненко С.С., Онищенко Є.А. Порівняльний аналіз методів для вирішення задачі сентимент аналізу тексту. *Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво»*, 2020. URL: <https://cit-journal.com.ua/index.php/cit/article/view/170/243> (дата звернення: 30.05.2022).
2. Мороз Б., Кабак Л., Ширін А., Овчаренко С. Використання Data Mining в інформаційних бібліотечних системах. *Computer-integrated technologies: education, science, production*, 42, 2021, с. 177–184. URL: <http://dx.doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2021-42-26>.
3. Qiang Ye., Ziqiong Z., Law R. Sentiment classification of online reviews to travel destinations by supervised machine learning approaches. *Expert Systems with Applications*, Vol. 36. Issue 3. Part 2, 2009, pp. 6527–6535. 2009. URL: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.07.035>.
4. Shi H.-X., Li X.-J. A Sentiment Analysis Model for Hotel Reviews Based on Supervised Learning. *Machine Learning and Cybernetics (ICMLC)*, 2011. DOI: 10.1109/ICMLC.2011.6016866.
5. Zhang Z., Ye Q., Zhang Z., Li, Y. Sentiment Classification of Internet Restaurant Reviews Written in Cantonese. *Expert Systems with Applications*, 2011. URL: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.12.147>.

6. Литвинов М.Г. Дослідження моделей оцінювання тонального забарвлення тексту, 2018. URL: https://openarchive.nure.ua/bitstream/document/20018/1/2018_Vesnyana_shkola_42-49_PI.pdf (дата звернення: 30.05.2022).
7. Naive Bayes classifier. Wikipedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Naive_Bayes_classifier (дата звернення: 01.02.2023).
8. What is logistic regression? IBM. URL: <https://www.ibm.com/topics/logistic-regression>. Дата звернення: 01.02.2023.
9. Kavita Ganesan. What are Stop Words? 2020. URL: <https://kavita-ganesan.com/what-are-stop-words/#.YpxIp6hByUk> (дата звернення: 15.12.2022).
10. Scikit-learn documentation. Scikit-learn. URL: <https://scikit-learn.org/stable/> (дата звернення: 02.06.2022).

REFERENCES

1. Myronenko, S.S., Onyshchenko, Ye.A. (2020). Porivnialnyi analiz metodiv dlia vyrishennia zadachi sentyment analizu tekstu. Naukovyi zhurnal «Kompiuterno-intehrovani tekhnolohii: osvita, nauka, vyrobnytstvo», 2020. Retrieved from: <https://cit-journal.com.ua/index.php/cit/article/view/170/243> [in Ukrainian].
2. Moroz, B., Kabak, L., Shyrin, A., Ovcharenko, S. (2021). Vykorystannia Data Mining v informatsiinykh biblioteknykh systemakh. Computer-integrated technologies: education, science, production, 42, s. 177–184. Retrieved from: <http://dx.doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2021-42-26> [in Ukrainian].
3. Qiang Ye., Ziqiong Z., Law R. (2009). Sentiment classification of online reviews to travel destinations by supervised machine learning approaches. Expert Systems with Applications, Vol. 36. Issue 3. Part 2, s. 6527–6535. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.07.035> [in English].
4. Shi, H.-X., Li, X.-J. (2011). A Sentiment Analysis Model for Hotel Reviews Based on Supervised Learning. Machine Learning and Cybernetics (ICMLC). DOI: 10.1109/ICMLC.2011.6016866 [in English].
5. Zhang, Z., Ye, Q., Zhang, Z., Li, Y. (2011). Sentiment Classification of Internet Restaurant Reviews Written in Cantonese. Expert Systems with Applications. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.12.147> [in English].
6. Lytvynov, M.H. (2018). Doslidzhennia modelei otsiniuvannia tonalnoho zabarvlennia tekstu. Retrieved from: https://openarchive.nure.ua/bitstream/document/20018/1/2018_Vesnyana_shkola_42-49_PI.pdf [in Ukrainian].
7. Naive Bayes classifier. Wikipedia. Retrieved from: https://en.wikipedia.org/wiki/Naive_Bayes_classifier [in English].
8. What is logistic regression? IBM. Retrieved from: <https://www.ibm.com/topics/logistic-regression> [in English].
9. Kavita Ganesan. What are Stop Words? 2020. Retrieved from: <https://kavita-ganesan.com/what-are-stop-words/#.YpxIp6hByUk> [in English].
10. Scikit-learn documentation. Scikit-learn. Retrieved from: <https://scikit-learn.org/stable/> [in English].

UDC 004.662.99-519.6
DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-1-06>

THERMAL MANAGEMENT OF A SET OF THERMOELECTRIC COOLERS CONNECTED IN PARALLEL IN AN UNEVEN TEMPERATURE FIELD

Zaikov V. P.

*Ph.D., Senior Research Fellow
STORM Research Institute
Tereshkova str., 27, Odesa, Ukraine
orcid.org/0000-0002-4078-3519
gradan@i.ua*

Mescheryakov V. I.

*Dr. Sci., Professor,
Professor at the Department of Automated Environmental
Monitoring Systems
and Informatics
State Environmental University
Lvivska str., 15, Odesa, Ukraine
orcid.org/0000-0003-0499-827X
meshcheryakovvi48@gmail.com*

Zhuravlov Yu. I.

*Ph.D., Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Technology of Materials and Ship Repair
National University "Odesa Maritime Academy"
Didrikhson str., 8, Odesa, Ukraine
orcid.org/0000-0001-7342-1031
ivanovichIzh@gmail.com*

Ustenko A. S.

*Postgraduate Student at the Department of Automated
Environmental Monitoring Systems and Informatics
Odesa State Environmental University
Lvovskaya str., 15, Odesa, Ukraine
orcid.org/0000-0002-0546-7019
uas059877@gmail.com*

Key words: *communication models, operating current, reliability performance, dynamic performance.*

A method of increasing the efficiency of thermoelectric system for providing thermal modes of distributed heat-loaded elements of an on-board information system is considered. It is shown that thermoelectric coolers are most susceptible to thermal effects. In accordance with the reliability model, they are connected in series with heat loaded elements and to a great extent determine their operability. The inclusion of thermoelectric coolers in the feedback loop of a thermal management system places increased demands on the dynamic performance of the coolers. However, dynamics and reliability performance are at odds with each other, requiring compromise approaches to cooler design and control. Studies have been carried out for an uneven temperature field, a typical dissipation power range, and a fixed geometry of thermocouple

branches. Analytical relations for determining the relative operating current depending on the relative temperature difference at a given supply voltage, geometry of thermocouple branches and heat load value have been obtained. The range of actual values of the relative operating current in the area of relative temperature differences is determined. An analysis of relation between relative operating current and refrigerating factor, amount of consumed energy, heat dissipation capacity of a radiator, time of reaching steady-state mode and probability of no-failure operation has been carried out. The dependence of the relative failure rate, energy input, heat dissipation capacity of the heat sink and the number of thermocouples on the supply voltage has been investigated. This made it possible to determine the controlling features and to reveal the efficiency of controlling actions when the coolers are connected in parallel in an uneven temperature field. The possibility of selecting the optimum supply voltage taking into account the limiting factors for mass-size, energy, dynamic and reliability characteristics of a set of thermoelectric coolers with parallel electric connection is shown. This makes it possible to create thermoelectric systems for providing thermal modes with increased reliability while minimizing mass and dimensional characteristics.

**УПРАВЛІННЯ ТЕПЛОВИМ РЕЖИМОМ КОМПЛЕКСУ
ПАРАЛЕЛЬНО З'ЄДНАНИХ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ОХОЛОДЖУВАЧІВ
У НЕРІВНОМІРНОМУ ТЕМПЕРАТУРНОМУ ПОЛІ**

Зайков В. П.

*кандидат технічних наук, старший науковий співробітник
Науково-дослідний інститут ШТОРМ
вул. Терешкової, 27, Одеса, Україна
orcid.org/0000-0002-4078-3519
gradan@i.ua*

Мещеряков В. І.

*доктор технічних наук, професор,
професор кафедри автоматизованих систем моніторингу
навколишнього середовища та інформатики
Одеський державний екологічний університет
вул. Львівська, 15, Одеса, Україна
orcid.org/0000-0003-0499-827X
meshcheryakovvi48@gmail.com*

Журавльов Ю. І.

*кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри технології матеріалів та судноремонту
Національний університет «Одеська морська академія»
вул. Дідріхсона, 8, Одеса, Україна
orcid.org/0000-0001-7342-1031
ivanovich1zh@gmail.com*

Устенко А. С.

*аспірант кафедри автоматизованих систем моніторингу
навколишнього середовища та інформатики
Одеський державний екологічний університет
вул. Львівська, 15, Одеса, Україна
orcid.org/0000-0002-0546-7019
uas059877@gmail.com*

Ключові слова: моделі зв'язку, робочий струм, показники надійності, динамічні характеристики.

Розглянуто спосіб підвищення ефективності термоелектричної системи забезпечення теплових режимів розподілених теплонавантажених елементів бортової інформаційної системи. Показано, що термоелектричні охолоджувачі найбільш схильні до впливу теплового впливу. Відповідно до моделі надійності вони з'єднані послідовно з теплонавантаженими елементами і значною мірою визначають їхню працездатність. Включення термоелектричних охолоджувачів у ланцюг зворотного зв'язку системи керування тепловими режимами висуває підвищені вимоги до динамічних характеристик охолоджувачів. Однак динаміка і показники надійності перебувають у протиріччі, що вимагає компромісних підходів до розроблення охолоджувачів та керування ними. Дослідження проведено для нерівномірного температурного поля, типового діапазону потужності розсіювання, фіксованої геометрії гілок термоелементів. Отримано аналітичні співвідношення для визначення відносного робочого струму залежно від відносного перепаду температур за заданої напруги живлення, геометрії гілок термоелементів і величини теплового навантаження. Визначено область дійсних значень відносного робочого струму в зоні відносних перепадів температур. Проведено аналіз зв'язку відносного робочого струму з холодильним коефіцієнтом, кількістю енергії, що витрачається, тепловідвідною здатністю радіатора, часом виходу на стаціонарний режим і ймовірністю безвідмовної роботи. Досліджено залежність відносної інтенсивності відмов, кількості енергії, що витрачається, тепловідвідної здатності радіатора і кількості термоелементів від напруги живлення. Це дало змогу визначити керівні ознаки та виявити ефективність керівних впливів у разі паралельного з'єднання охолоджувачів у нерівномірному температурному полі. Показано можливість вибору оптимальної живильної напруги з урахуванням обмежувальних чинників за масогабаритними, енергетичними, динамічними та характеристиками надійності комплексу термоелектричних охолоджувачів з паралельним електричним з'єднанням. Це дозволяє створювати термоелектричні системи забезпечення теплових режимів підвищеної надійності з мінімізацією масових і габаритних характеристик.

Introduction

Modern information systems are based on components with a high concentration of thermal emission per unit area. This is particularly significant for on-board systems where weight, size and energy consumption are critical. Heat-intensive components cannot function without thermal management systems, which are an essential component of information systems. One of the most promising ways of thermal management of electronic components is thermoelectric cooling, which is the most effective over a wide range of operating temperatures. Thermoelectric cooling devices (TEC) allow controlling the value of

heat flow by simply changing the operating current value. The main advantages of thermoelectric cooling are high reliability and small overall dimensions, easy operation and rapid response. These advantages are inherently a consequence of the solid-state nature of such coolers, with no moving parts, pumped liquids or gases. The design features of on-board equipment include the dispersed arrangement of heat loaded elements with varying dissipation capacity. Therefore, to ensure a given thermal regime of a number of dispersed thermally loaded and temperature-dependent elements, a group arrangement system of thermoelectric coolers, located on one heat sink and connected in

electrical parallel, can be used. In this case it is important to use a number of standard voltages to power the complex and determine the optimum supply voltage, taking into account the limiting factors for mass-size, power, dynamic characteristics and reliability indicators in an uneven temperature field.

Literature Overview

Thermal control systems for thermally loaded components are an essential component of modern on-board avionics [1]. Thermoelectric coolers are the most suitable for on-board systems in terms of mass-size and performance characteristics [2]. The main advantage of TEC over air and liquid cooling systems is the ease of control and high dynamic characteristics [3]. At the same time, toughening requirements to dynamics and reliability of thermally loaded equipment [4; 5], assumes their increase also for systems of providing thermal modes [6; 7]. In [8] influence of loading on reliability indices of thermoelectric coolers is investigated, however, influence of design parameters is not considered. In [9] research of influence of design parameters on reliability indicators of thermoelectric coolers is presented. In [10] a relationship between reliability indices and current operating modes of the cooler is analysed, which allowed to choose optimal operating conditions by this criterion. However, for controlling thermoelectric systems, apart from reliability indicators, dynamic characteristics are also important, the relationship between which was not considered in the cited sources [11]. It is known that dynamics unambiguously negatively affects reliability performance, which is a fundamental problem [12], in particular, linear thermal expansion of thermocouple and substrate materials leads to cracking of junction sites [13]. In [14] the relationship of dynamic performance with TEC design, in [15] with the number of thermocouples, in [16] with the current operation modes of the product, however, only for a single cascade cooler. Subsequent works [17; 18] analyzed the possibilities of optimizing thermoelectric control according to complex criteria, including both reliability and dynamics indicators. A relevant development in this direction is the control of thermoelectric coolers when they are connected in parallel in an uneven field. This is aimed at solving the problem of coordinating the reliability and dynamics indicators of operation, as applied to the management of critical systems for providing thermal modes of radio electronic equipment.

Purpose and objectives of the study

The aim of the work is to develop a thermal management model for thermoelectric coolers connected in parallel and operating in an uneven temperature field.

In order to achieve this aim it is necessary to solve tasks:

1 To develop a mathematical model of thermoelectric cooler which connects energy, dynamic, reliability and structural parameters.

2 To analyses the developed model to identify optimal modes of thermoelectric cooler operation.

Development of a thermoelectric cooler model

We will use the relations from [19] to calculate the basic parameters, reliability indicators and dynamic characteristics of the TEC.

The voltage drop on the TEC can be determined from the relation:

$$U = 2nI_{\max} R \left(B + \frac{\Delta T_{\max}}{T_0} \Theta \right), \quad (1)$$

where n – number of thermocouples, pcs;

$I_{\max} = \frac{eT_0}{R}$ – maximum operating current, A;

e – is the average value of the thermoelectric coefficient of the thermocouple branch, V/K;

T_0 – temperature of the absorbing junction, K;

$R = \frac{l}{\sigma S}$ – electrical resistance of the thermocouple branch, Ohm;

l and S – respectively, height l and cross-sectional area S of the thermocouple branch;

σ – is the average conductivity value of the thermocouple branch, Sm/cm;

$B = \frac{I}{I_{\max}}$ – the relative operating current;

I – is the operating current, A;

$\Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T_{\max}}$ – the relative temperature difference;

T – is the temperature of the fuel junction, K;

$\Delta T_{\max} = 0,5 Z T_0^2$ – maximum temperature difference, K;

Z – is the average efficiency value of the thermoelectric materials in the module, 1/K.

The value of the operating current can be determined from the expression:

$$I = BI_{\max}. \quad (2)$$

The number of thermocouples n of a single stage TEC can be determined from the ratio:

$$n = \frac{Q_0}{I_{\max}^2 R (2B - B^2 - \Theta)}, \quad (3)$$

where Q_0 – is the heat load value, W.

The refrigerating factor E can be calculated using the formula:

$$E = \frac{Q_0}{W}. \quad (4)$$

The relative magnitude of the failure rate λ/λ_0 can be determined from the expression [20]:

$$\lambda/\lambda_0 = nB^2(\Theta + C) \frac{(B + \frac{\Delta T_{\max}}{T_0} \Theta)^2}{(1 + \frac{\Delta T_{\max}}{T_0} \Theta)^2} K_T, \quad (5)$$

where $C = \frac{Q_0}{nI_{\max}^2 R}$ – the relative heat load;

K_T – the coefficient of reduced temperatures.

The probability of no-failure operation P of the TEC can be determined from the expression:

$$P = \exp[-\lambda t]; \quad (6)$$

where $t=10^4$ hour – is the assigned resource.

The expression for the steady-state operation time τ can be represented as [20]:

$$\tau = \frac{m_0 C_0 + \sum_i m_i C_i}{K \left(1 + 2B_K \frac{\Delta T_{\max}}{T_0}\right)} \ln \frac{\gamma B_H (2 - B_H)}{2B_K - B_K^2 - \Theta}, \quad (7)$$

where $\gamma = \frac{I_{\max H}^2 R_H}{I_{\max K}^2 R_K}$;

$m_0 C_0$ – is the product of the mass and heat capacity of the cooling object. In our case $m_0 C_0 \rightarrow 0$ (no object);

$\sum_i m_i C_i$ – is the total value of the product of the heat capacity and mass of the constituent structural and technological elements at the heat absorbing junction of the module at a given l/s ;

index H denotes the starting point in time;

index K is the finite point in time;

R_H – is the electrical resistance of the thermocouple branch at the start of the cooling process, Ohm.

Relative operating current at the start of the cooling process at $\tau=0$:

$$B_H = \frac{I}{I_{\max H}}. \quad (8)$$

The expression for the relative operating current B can be obtained by substituting (1) into (3), followed by conversion:

$$B = \frac{2A-1}{2A} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\Theta A(A + \frac{\Delta T_{\max}}{T_0})}{(2A-1)^2}} \right], \quad (9)$$

where $A = \frac{UI_{\max}}{2Q_0}$ – is a relative value depending

on the voltage drop U , the heat load value Q_0 , the cooling level temperature T_0 and the geometry of the thermocouple branches (l/s ratio).

For a cooling system consisting of M independent elements (TEC), the probability of failure of the i -th element is $P_i(t)$, then the total probability of system failure is [19]:

$$P_{\Sigma}(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \dots P_M(t) = \prod_{i=1}^M P_i(t). \quad (10)$$

Calculations of basic parameters, reliability indices and dynamic characteristics of the complex TEU with parallel electric connection in an uneven temperature field have been carried out. Results have been received for temperatures from $T_0 = 295K$ to $T_0 = 250K$ at various thermal loading from $Q_0 = 0.5$ W to $Q_0 = 15$ W, standard values of a supply voltage from $U = 6.0$ V to $U = 24$ V, the set geometry of branches of thermoelements l/s , $T=300K$ and are presented in the form of graphic dependences.

Model analysis

As the supply voltage U of the TEC complex increases with total heat load $Q_{0\Sigma} = 35$ W in an irregular temperature field:

– the value $A = \frac{UI_{\max}}{2Q_0}$ (Fig. 1) for different ther-

mocouple branch geometry l/s increases.

As the l/s ratio increases, the value A decreases for a given supply voltage U :

– the number of thermocouples n increases (Fig. 2 p. 1);

– the total operating current I_{Σ} decreases (Fig. 2 item 2);

– the refrigerating factor E decreases (Fig. 2 item 3);

– the amount of consumed energy N increases (Fig. 3 item 1);

– the required heat dissipation capacity of the heat sink increases αF (fig. 3 item 2);

– the ramp-up time τ increases (Fig. 3 item 3);

– the relative failure rate λ/λ_0 increases (Fig. 4 item 1);

– the probability of no-failure operation P decreases (Fig. 4 item 2).

The analysis of results of investigation of basic parameters of the complex TEC at application of standard voltages U has shown the necessity of application of current operation modes close to the mode $Q_0=0$ ($b<0$). This leads to an increase in the number of thermocouples n , dimensions and mass of the TEC complex even when using the geometry of thermocouple branches (ratio $l/s = 4.5$). Therefore, in the following we will consider the possibility of applying the characteristic current modes of operation of the TEC complex for different geometry of thermocouple branches (ratio $l/s = 4.5, 10, 20$) for the values of supply voltage obtained by calculation.

Calculations of basic parameters, dynamic characteristics and reliability indicators of TEC complex, consisting of 6 elements of radio-electronic equipment were performed. Used power dissipation power from $Q_0=0.5W$ to $Q_0=15W$, different level of tem-

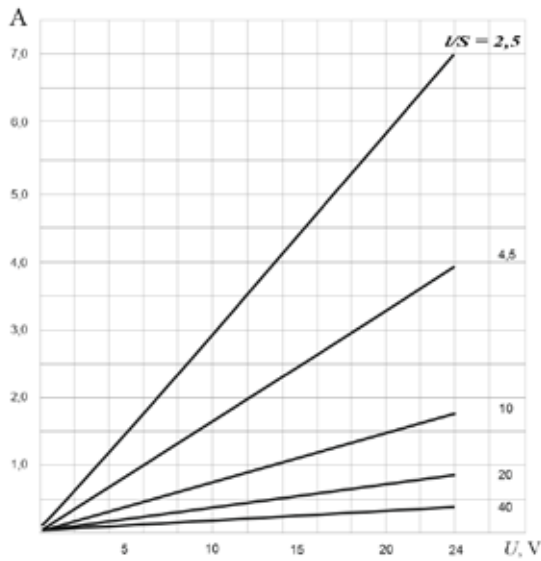


Fig. 1. Dependence of averaged value $A = \frac{UI_{\max}}{2Q_0}$ of TEC complex on supply voltage U for different geometry of thermocouple branches (l/s ratio) for $T=300$ K, $Q_0=34,5$ W

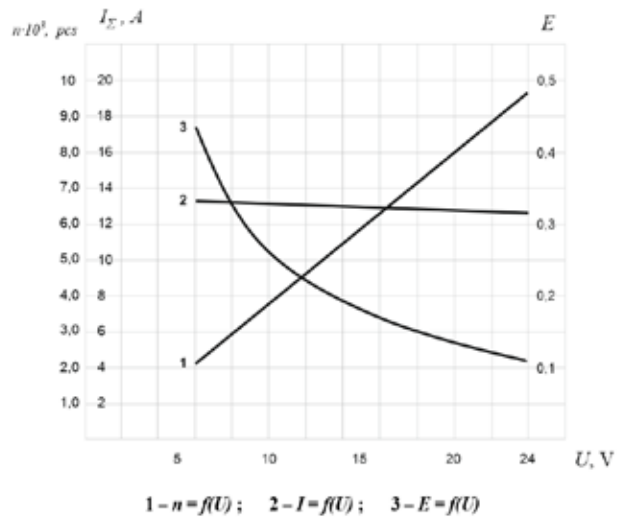


Fig. 2. Dependence of the number of thermocouples n , the total value of the operating current I_{Σ} , the refrigerating factor E of the TEC complex with parallel electric connection in the uneven electric field on the supply voltage U at $T=300$ K, $l/s=4.5$

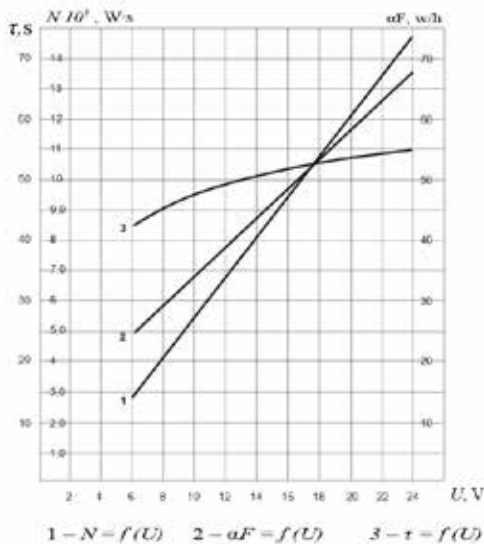


Fig. 3. Dependence of steady-state operation τ , amount of energy expended N , heat dissipation capacity αF of the heat sink of the TEC complex with parallel electric connection in an uneven temperature field on the supply voltage U at $T=300$ K $l/s = 4.5$

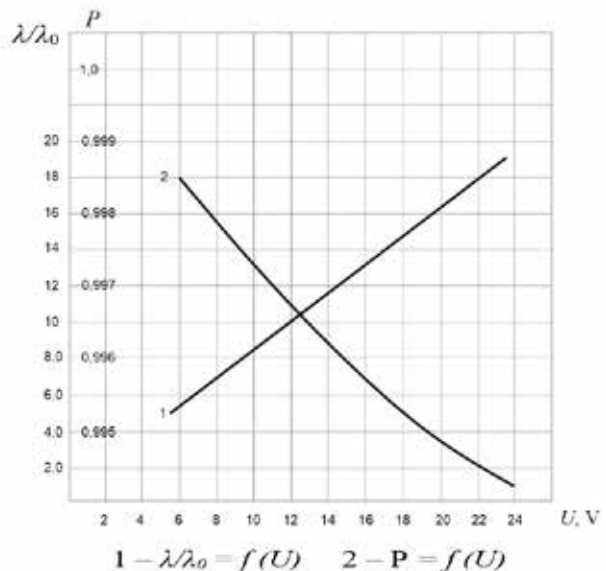


Fig. 4. Dependence of the relative failure rate λ/λ_0 of the probability of failure-free operation P of a complex of TECs with parallel electric connection in an uneven temperature field on the supply voltage U at $T=300$ K $l/s = 4.5$

perature cooling from $T_0=295\text{K}$ to $T_0=250\text{K}$, different characteristic current operation modes, different geometry of thermoelement branches (ratio $l/s=4,5, 10, 20$). Graphical dependencies were plotted and the analysis was carried out.

As the average operating current B of the TEC complex increases for different thermocouple branch geometries (l/s ratio) and characteristic current operating modes:

- the value of the operating current I increases (Fig. 5). As the l/s ratio increases, the operating current I decreases with a fixed relative operating current B (for the different characteristic current operating modes);
- the number of thermocouples n decreases (Fig. 6). As the l/s ratio increases, the number of thermocouples n increases with a fixed relative operating current B ;
- the functional dependence of voltage drop $U=f(B)$ on the relative operating current B has a minimum at $B = 0.52$ (mode $(nI)_{\min}$ for different geometry of thermocouple branches (l/s ratio) (Fig. 7). As the l/s ratio increases, the voltage drop U increases at a fixed relative operating current B ;
- the functional dependence of the refrigerant $E=f(B)$ on the relative operating current B has a maximum at $B = 0.32$ for the current mode $(nI/\lambda_0\tau)_{\min}$ and is independent of the geometry of the thermocouple branches (l/s ratio) (Fig. 8);

– the functional dependence of the heat dissipation capacity of the heat sink $\alpha F = (B)$ on the relative operating current B has a minimum at $B = 0.32$ in the mode $(nI/\lambda_0\tau)_{\min}$ and is independent of the geometry of the thermocouple branches (l/s ratio) (Fig. 9);

– the steady-state time τ decreases (Fig. 10). As the l/s ratio increases, the steady-state time τ decreases at a fixed relative operating current B . The minimum steady-state time τ_{\min} is achieved at $Q_{0\max}$;

– the functional dependence of the amount of spent energy $N=f(B)$ on the relative operating current B has a minimum at $B = 0.52$ in $(nI)_{\min}$ mode (Fig. 11). As the l/s ratio increases, the amount of energy expended N decreases at a fixed relative operating current B ;

– the relative failure rate λ/λ_0 increases (Fig. 12). As the l/s ratio increases, the relative failure rate λ/λ_0 at a fixed relative operating current B ;

– the probability of failure-free operation P decreases (Fig. 13). As the ratio l/s increases, the probability of failure P decreases for a fixed relative operating current B .

Discussion of the results of the analysis

For clarity and ease of comparative analysis, all calculated data are shown in Table 1.

When selecting nominal supply voltage for the complex with parallel electric connection of TEC it is necessary to take into account the limiting requirements: for operating current I , number of thermoe-

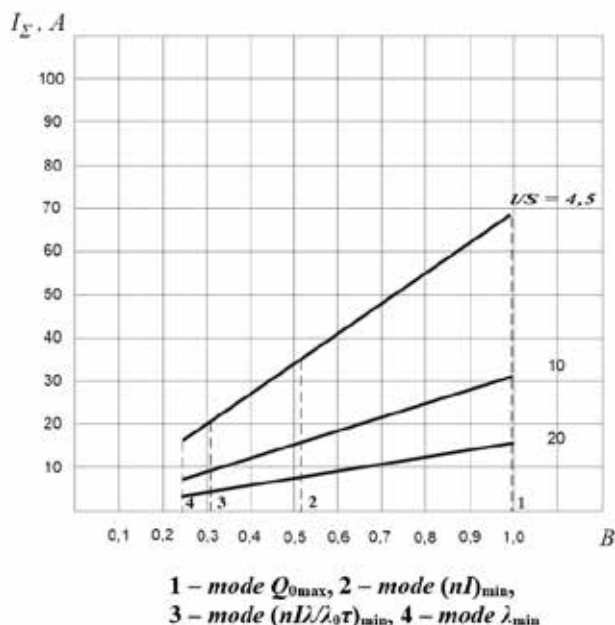


Fig. 5. Dependence of total operating current I_{Σ} on the averaged relative operating current B for different geometry of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300\text{ K}$, $Q_0 = 34.5\text{ W}$

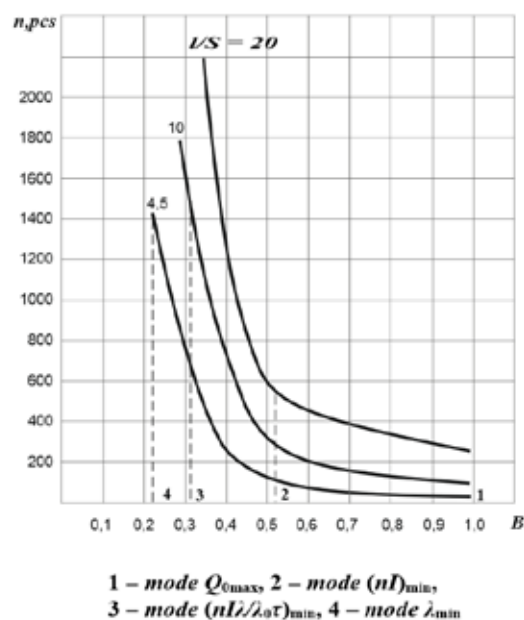


Fig. 6. Dependence of the number of thermocouples n in the TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometry of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300\text{ K}$, $Q_0 = 34.5\text{ W}$

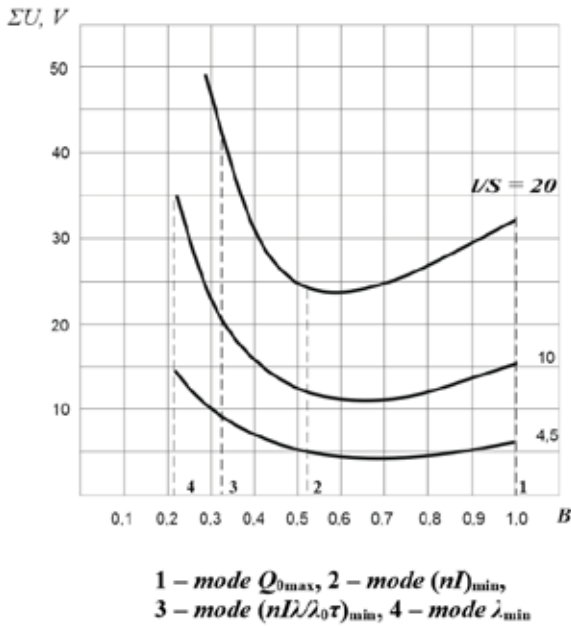


Fig. 7. Dependence of the total voltage drop U_{Σ} of the TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometry of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300 K, Q_0 = 34.5 W$

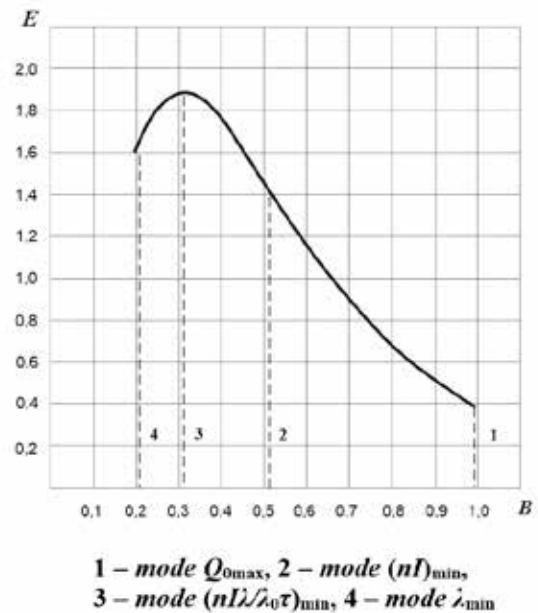


Fig. 8. Cooling coefficient E of the TEC complex from the averaged relative operating current B for different geometry of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300 K, Q_0 = 34.5 W$

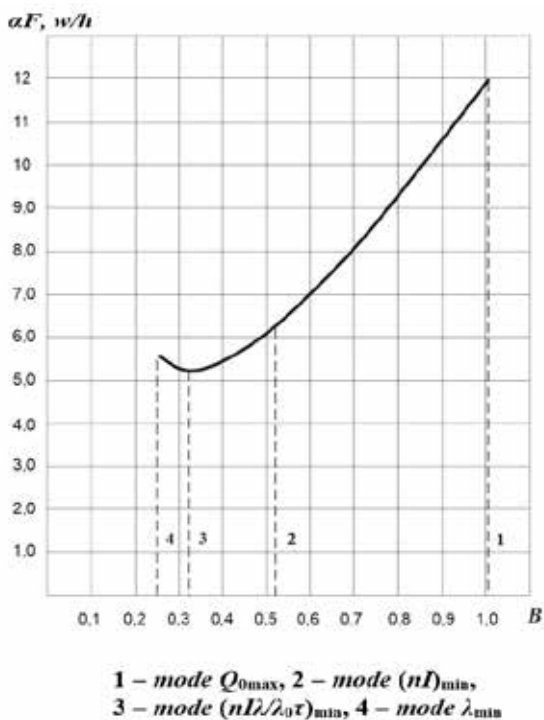


Fig. 9. Dependence of heat dissipation capacity αF of the TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometries of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300 K, Q_0 = 34.5 W, T - T_c = 10 K$

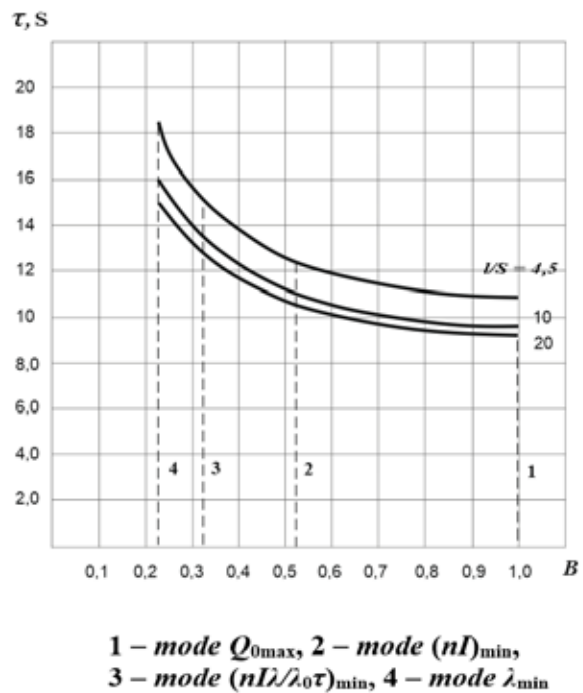


Fig. 10. Dependence of time to steady-state operation τ of TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometries of thermocouple branches l/s and current operation modes at $T = 300 K, Q_0 = 34.5 W$

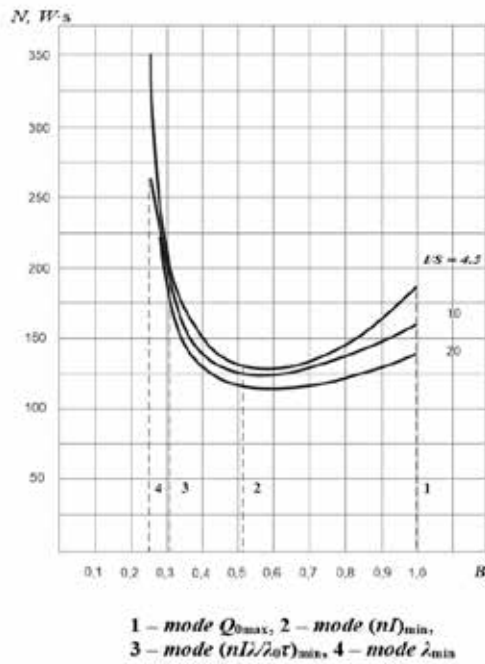


Fig. 11. Dependence of amount of consumed energy N of TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometries of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300$ K, $Q_0 = 34.5$ W

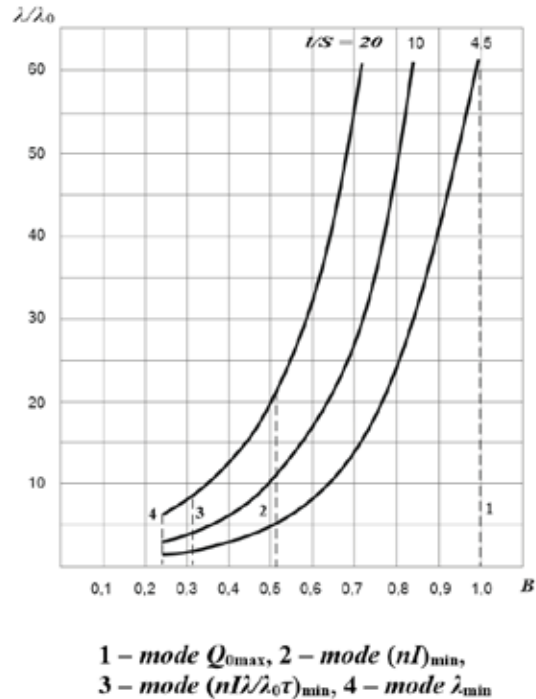


Fig. 12. Dependence of relative failure rate λ/λ_0 of TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometries of thermocouple branches l/s and current operating modes at $T = 300$ K, $Q_0 = 34.5$ W, $\lambda_0 = 3 \cdot 10^{-8}$ 1/h

lements n , cooling factor E , power consumption W , and, therefore, dimensions and weight of heat sink aF , failure rate λ/λ_0 and dynamics of operation τ .

At the same time, it is necessary to estimate the weighting of each of the limiting factors and choose an acceptable variant of the complex design. The proposed approach allows a rational design of the TEC complex with selection of the most acceptable variants.

Conclusions

A model of thermal mode support system based on a set of thermoelectric coolers with parallel electric connection has been developed to control the thermal mode of a number of temperature-dependent elements of radio electronic equipment. The model is designed to operate with different power dissipation in an uneven temperature field for different supply voltages and thermocouple vertex geometries.

Comparative analysis of basic parameters, reliability indices and dynamic characteristics of thermoelectric cooler complex for different supply voltages has been carried out.

Analysis of the results has shown the possibility of selecting the supply voltage rating taking into account the limitations on mass-size, energy, dynamic and reliability characteristics for different geometries of thermocouple vertebrae.

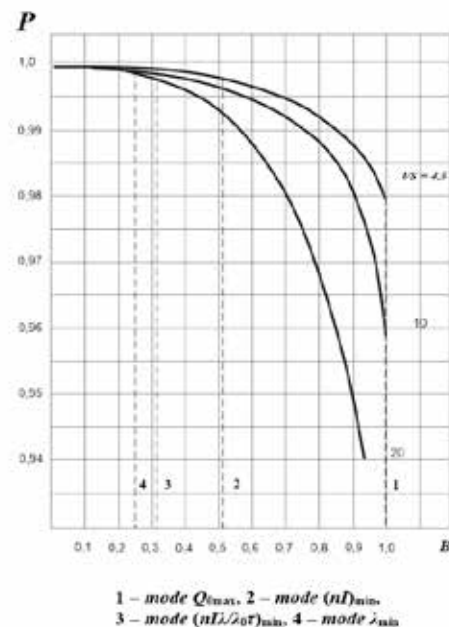


Fig. 13. The dependence of probability of no-failure operation P of TEC complex on the averaged relative operating current B for different geometries of thermoelement branches l/s and current operation modes at $T = 300$ K, $Q_0 = 34.5$ W, $\lambda_0 = 3 \cdot 10^{-8}$ 1/h, $t = 10^4$ h.

Comparative analysis of basic parameters and indicators at $Q_{0\Sigma}=34.5\text{W}$, $T - T_0=10\text{K}$

Mode	l/s	U, V	n, pcs	I, A	W, W	E	$\alpha F \text{ W/K}$	τ, s	$N, \text{W}\cdot\text{s}$	$\frac{\lambda}{\lambda_0}$	$\lambda 10^8, h^{-1}$	P
Q_{0max}	10	16.0	137	31.0	87.0	0.40	12.2	10	190	138	413	0.9595
$(nI)_{min}$	4.5	5.1	126	35.0	25.4	1.40	6.1	12	133	4.8	14.5	0.9986
	10	12.0	283	16.0	26.0	1.30	6.0	11	126	11.1	33.3	0.9967
	20	24.0	563	8.0	26.0	1.35	6.0	11	120	21.5	64.5	0.9936
$\left(nI \frac{\lambda}{\lambda_0} \tau\right)_{min}$	4.5	9.4	690	21.0	18.2	1.9	5.3	15	200	1.8	5.3	0.99947

REFERENCES

- Gordon N. Ellison. Thermal Computations for Electronics. CRC Press. Boca Raton. 2020. 404 p. ISBN 9781003029328. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781003029328>.
- Sulaiman A.C., Amin N.A.M., Basha M.H., Majid M.S.A., Nasir N.F. b. M., and Zaman I. Cooling Performance of Thermoelectric Cooling (TEC) and Applications: A Review. *MATEC Web Conf.* 225, 03021. 2018. DOI: 10.1051/mateconf/201822503021.
- Venkatesan K., Venkataramanan M. Experimental and Simulation Studies on Thermoelectric Cooler: A Performance Study Approach. *International Journal of Thermophysics*, 41. Epub ahead of print 2020. DOI: 10.1007/s10765-020-2613-2.
- Li Qiang Wang, Li Zhou, Hai Tao Fan. Design of Cooling System for Infrared CCD Camera Used to Monitor Burden Surface of Blast Furnace Based on Thermoelectric Coolers. *Applied Mechanics and Materials*. Vol. 419. 2013. 778–783. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.419.778>.
- Jia Yu, Qingshan Zhu, Li Kong, Haoqing Wang and Hongji Zhu. Modeling of an Integrated Thermoelectric Generation–Cooling System for Thermoelectric Cooler Waste Heat Recovery. College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. *Energies*. 13(18), 2020, 691. URL: <https://doi.org/10.3390/en13184691>.
- Manikandan S., Kaushik S.C., Ronggui Yang. Modified pulse operation of thermoelectric coolers for building cooling applications. *Energy Conversion and Management* 140:145–156. DOI: 10.1016/j.enconman.2017.03.003.
- Xin Dong & Xiaomin Liu. Multi-objective optimal design of microchannel cooling heat sink using topology optimization method. Pages 90–104. Received 25 Jun 2019, Accepted 15 Oct 2019, Published online: 05 Nov 2019. URL: <https://doi.org/10.1080/10407782.2019.1682872>.
- Ebale L.O., Pierre Gomat L.J., Nzonzolo L., Mavoungou M.R., and Kibongani F. Optimization of a Thermoelectric Cooling System with Peltier Effect. *Am. J. Energ. Eng.* 7 (3), 2019. 55–63. DOI: 10.11648/j.sjee.20190703.12.
- Ugur Erturun, Karla Mossi. A Feasibility. Investigation on Improving Structural Integrity of Thermoelectric Modules with Varying Geometry. 2012. DOI: 10.1115/SMASIS2012-8247.
- Cai Y., Wang Y., Liu D., and Zhao F.-Y. Thermoelectric Cooling Technology Applied in the Field of Electronic Devices: Updated Review on the Parametric Investigations and Model Developments. *Appl. Therm. Eng.* 148, 238–255. DOI: 10.1016/j.applthermaleng. 2018. 11.014.
- Kashif Irshad & Abdulmohsen Almalawi & Asif Irshad Khan & Md Mottahir Alam & Md. Hasan Zahir & Amjad Ali. “An IoT-Based Thermoelectric Air Management Framework for Smart Building Applications: A Case Study for Tropical Climate”, Sustainability, MDPI, *Open Access Journal*, Vol. 12(4), 2020. pages 1–18, February. Handle: *RePEc:gam:jsusta.v:12.y:2020:i:4:p:1564-d:322657*.
- Ngo T.-T., Wang C.-C., Chen Y.-T., and Than V.-T. Developing a Thermoelectric Cooling Module for Control Temperature and thermal Displacement of Small Built-In Spindle. *Therm. Sci. Eng. Prog.* 25, 100958. 2021. DOI: 10.1016/j.tsep.2021.100958.
- Hyoung-Seuk Choi, Won-Seon Seo, Duck-Kyun Choi. Prediction of Reliability on Thermoelectric Module through Accelerated Life Test and Physics of Failure. 2011. URL: https://www.researchgate.net/journal/1738-8090_Electronic_Materials_Letters. DOI: 10.1007/s13391-011-0917-x.

14. Haopeng Song, Kun Song, Cunfa Gao. “Temperature and thermal stress around an elliptic functional defect in a thermoelectric material”. *Mechanics of Materials*. Vol. 130. 2019. Pp. 58–64. DOI: 10.1016/j.mechmat.2019.01.008.
15. Changki Mo. Structural Reliability Evaluation of Thermoelectric Generator Modules: Influence of End Conditions, Leg Geometry, Metallization, and Processing Temperatures, *Journal of Electronic Materials*. Volume 47, Issue 10, 2018. Pp. 6101–6120. DOI: 10.1007/s11664-018-6505-1.
16. Hee Seok Kim, Tianbao Wang, Weishu Liu, Zhifeng Ren. “Engineering Thermal Conductivity for Balancing Between Reliability and Performance of Bulk Thermoelectric Generators”. *Advanced Functional Materials*. Vol. 26. 2016. Pp. 3678–3686. URL: <https://doi.org/10.1002/adfm.201600128>.
17. Zaykov V., Mescheryakov V., Zhuravlov Yu. Studying the influence of the thermoelectric materials parameters on the dynamics of singlecascade cooling devices. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2020. № 8 (103), p. 6–18. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.195730>.
18. Zaykov V., Mescheryakov V., Zhuravlov Yu. Designing a singlecascade thermoelectric cooler with the predefined time to enter a stationary mode of operation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019. № 8 (102), p. 38–46. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.184400>.
19. Zaykov V.P., Kinshova L.A., Moiseev V.F. Prediction of reliability indicators, thermoelectric cooling devices. Book 1. One-stage devices. Odessa: Polytehperiodika. 2009. 120.
20. Zaykov V., Mescheryakov V., Zhuravlov Yu. Prediction of reliability indicators, thermoelectric cooling devices. Book 4. Dynamics of functioning of single-stage TED. *Polytehperiodika*. 2019. 290.

ЗАСТОСУВАННЯ РІЗНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТОПОЛОГІЙ НА СКІНЧЕННИХ МНОЖИНАХ

Скрябіна А. В.

*Аспірантка математичного факультету
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0001-5391-2001
anna_29_95@ukr.net*

Стеганцева П. Г.

*Кандидат фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри загальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0001-8871-139X
stepol@gmail.com*

Ключові слова: вага топології, вектор топології, мінімальний окіл елемента, T_0 -топології, узгоджені топології.

Дослідження топологічної структура на скінченній множині передбачає розв'язання задач підрахунку та перерахування топологій. Для цього топології моделюють графами, матрицями, булевими функціями, впорядкованими наборами невід'ємних цілих чисел – векторами топологій. Результати досліджень топологій на скінченній множині тісно пов'язані з цифровою обробкою зображень на основі скінченних наборів спостережень, тобто намаганням зрозуміти зміст зображення на основі поняття близькості точок. В цій роботі наведено стислий огляд методів дослідження топологій на n -елементній множині. При розв'язанні задач перерахування та підрахунку топологій виключну роль відіграють T_0 -топології. Зручно говорити, що коли топологія має m відкритих множин, то вона належить до m -класу (або має вагу m).

Використання вектору топології дозволило дослідити всі T_0 -топології з вагою $m > 2^{n-1}$ (близькі до дискретної топології), описати всі T_0 -топології на n -елементній множині з вагою $2^{n-1} < m \leq 2^n$, які є узгодженими з близькими до дискретної топологіями на $(n-1)$ -елементній множині. Порівняння отриманих результатів з результатами з робіт Stanley R.P. 1971, Kollı M. 2007 та 2014 років допомогло перерахувати класи топологій, в яких всі топології є узгодженими з близькими до дискретної топологіями, а також показати існування класів топологій з вагою $m \in [5 \cdot 2^{n-4}, 13 \cdot 2^{n-5})$, які не вичерпуються T_0 -топологіями, узгодженими з близькими до дискретних на $(n-1)$ -елементній множині та двоїстими до них.

При моделюванні топологій булевими функціями кожній T_0 -топології ставиться у відповідність єдина кон'юнктивна нормальна форма певного вигляду (максимальна 2-КНФ). Використання 2-КНФ булевих функцій дозволило розробити методику розпізнавання взаємно двоїстих та самодвоїстих T_0 -топологій та підрахунку кількості T_0 -топологій із заданою вагою.

В цій статті досліджуються T_0 -топології на n -елементній множині з вагою $2^{n-1} < m \leq 2^n$, які не є узгодженими з близькими до дискретної топології на $(n-1)$ -елементній множині. Для дослідження у якості моделі T_0 -топології використовується вектор топології.

APPLICATION OF DIFFERENT MODELS FOR RESEARCH TOPOLOGY ON FINITE SETS

Skryabina A. V.

*PhD Student of the Faculty of Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0001-5391-2001
anna_29_95@ukr.net*

Stegantseva P. G.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Professor at the Department of General Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0001-8871-139X
stepol@gmail.com*

Key words: *topology weight,
topology vector, minimum
element neighborhood,
 T_0 -topologies, consistent
topologies.*

The study of topological structure on a finite set includes solving problems of counting and enumerating topologies. For this purpose, topologies are modeled by graphs, matrices, Boolean functions, ordered sets of non-negative integers – topology vectors. The results of studies of topologies on a finite set are closely related to digital image processing based on finite sets of observations, that is, an attempt to understand the content of an image based on the concept of proximity of points.

This paper provides a brief overview of methods for studying topologies on an n -element set. T_0 -topologies play an exceptional role in solving the problems of enumerating and calculating the number of all topologies. It is convenient to say that when a topology has m open sets, it belongs to the m -class (or has weight m).

The use of topology vector made it possible to investigate all T_0 -topologies with weight $m > 2^{n-1}$ (close to discrete topology), to describe all T_0 -topologies on the n -element set with weight $2^{n-1} < m \leq 2^n$, which are compatible with topologies close to discrete topology on an $(n-1)$ -element set. Comparison of the obtained results with the results of the works Stanley R.P. 1971, Kolli M. 2007 2014 helped to list the classes of topologies in which all topologies are compatible with topologies close to discrete topology on an $(n-1)$ -element set, as well as to show that there are the classes of topologies with the weight $m \in [5 \cdot 2^{n-4}, 13 \cdot 2^{n-5})$, which are not exhausted by T_0 -topologies compatible with topologies close to discrete topology on an $(n-1)$ -element set or dual to them.

When modeling topologies using Boolean functions for each T_0 -topology there is a single conjunctive normal form of a certain type (maximal 2-CNF). The use of 2-CNF of Boolean functions made it possible to develop a technique for recognizing mutually dual and self-dual T_0 -topologies and counting the number of T_0 -topologies with a given weight.

This article studies T_0 -topologies on the n -element set with weight $2^{n-1} < m \leq 2^n$, which are not compatible with topologies close to discrete topology on an $(n-1)$ -element set. Topology vector as a model is used to study of these T_0 -topologies.

Вступ. На сучасному етапі розвитку математики топологія є надзвичайно універсальним інструментом для досліджень, топологічна структура часто є базою, на якій будуються інші математичні структури. Топологічні простори та їх неперервні відображення з'являються в багатьох розділах математики.

При дослідженні топологій на скінченній множині дуже важливу роль відіграють T_0 -топології. Це пояснюється тим фактом, що T_1 - та T_2 -топології на скінченній множині можуть бути лише дискретними, а серед T_0 -топологій є цікаві нетривіальні приклади. Крім цього, для розв'язання задачі підрахунку всіх можливих топологій на скінченній множині достатньо знайти число всіх T_0 -топологій на цій множині. Зі статті J.W. Evans., F. Harary, M.S. Lynn [1] відома формула про зв'язок числа $T(n)$ усіх топологій на n -елементній множині та числа $\tilde{T}(m)$ усіх T_0 -топологій на її m -елементних підмножинах:

$$T(n) = \sum_{m=1}^n S(n, m) \cdot \tilde{T}(m),$$

де $S(n, m)$ – числа Стірлінга другого роду.

Для вивчення топологій на скінченній множині їх моделювали, використовуючи різні математичні об'єкти (графи, відношення, булеві функції та інші). Топологічні простори на скінченній множині точок можуть бути описані та досліджені комбінаторними методами завдяки їх тісному зв'язку зі скінченними частковими порядками. Ця взаємодія комбінаторної та топологічної структур на скінченній множині робить скінченні топології важливими математичними об'єктами.

Топології на скінченній множині відіграють ключову роль в теорії розпізнавання образів [2;3], теорії молекулярних структур [4;5], геометріях на скінченних множинах [6].

Огляд методів дослідження топологій на скінченній множині

Топологічна структура на n -елементній множині є дискретною. Тому при її дослідженні на перший план висуваються задачі підрахунку та перерахування топологій, тобто задачі дискретної математики.

Задача підрахунку топологій на скінченній множині на даний момент залишається нерозв'язаною, тому інтерес до неї зберігається, з'являються публікації дослідників з різних країн з новими результатами. Цей інтерес підсилюється тим, що при дослідженні топологій на скінченних множинах використовуються різні математичні структури. Топології моделюються за допомогою графів, матриць, булевих функцій, упорядкованих наборів цілих чисел. Широко застосовуються методи алгебраїчної топології, комбінаторного аналізу, теорії груп.

а) Між множиною топологій на скінченній множині і множиною всіх передпорядків на цій множині (тобто рефлексивних та транзитивних відношень) існує взаємнооднозначна відповідність. Її існування зводить задачі підрахунку або перерахування елементів однієї з цих множин до аналогічних задач для іншої множини.

Для застосувань топологій на скінченних множинах важливу роль відіграє задача перерахування гомотопічних типів скінченних множин, а також використання інших понять алгебраїчної топології.

Відношення передпорядку ρ на скінченній множині X з топологією τ можна ввести різними способами. Наприклад, в роботі [7] $(x, y) \in \rho$ тоді і тільки тоді, коли кожна відкрита множина, що містить x , містить також і y , тобто $x \in \{y\}$, де $\{y\}$ є замиканням множини $\{y\}$ відносно топології τ . Обернено, для передпорядку ρ на скінченній множині X сукупність $\tau = \{U \subseteq X \mid (\forall x \in U) \rho(x) \subseteq U\}$, де $\rho(x) = \{y \mid (x, y) \in \rho\}$, є топологією на X . Такі передпорядок та топологію називають відповідними. В роботі [8] зазначається, що для класифікації скінченних топологічних просторів з точністю до гомотопічної еквівалентності достатньо класифікувати T_0 -простори з точністю до гомотопічної еквівалентності.

Отже, розглянемо T_0 -топологію на скінченній множині X . Позначимо символом M_x мінімальний окіл точки x з множини X . Сукупність мінімальних околів всіх елементів множини X утворює мінімальну базу T_0 -топології. Наведемо ще одне означення порядку на скінченній множині з топологією τ , з використанням поняття мінімальних околів:

для будь яких $x, y \in X$ $x \leq y$ якщо $M_x \subseteq M_y$.

При цьому топологія $\tau \in T_0$ -топологією на X якщо з $x \leq y$ і $y \leq x$ випливає $x = y$. Це означає, що відношення $x \leq y$ на X є рефлексивним, транзитивним та антисиметричним, тобто є відношенням часткового порядку.

Означення зв'язності скінченного топологічного простору таке саме як і для будь-якого топологічного простору. Наприклад, мінімальний окіл M_x будь-якої точки $x \in X$ зв'язним.

Властивості неперервних відображень топологічних просторів та їх гомеоморфізмів також можна сформулювати в термінах частково впорядкованих множин. Наприклад, має місце твердження:

Якщо X, Y -скінченні, то функція $f: X \rightarrow Y$ є неперервною тоді і тільки тоді, коли вона зберігає порядок, тобто з $x \leq y$ в X випливає $f(x) \leq f(y)$ в Y .

Означення гомотопії, гомотопічно еквівалентних просторів, стягуваних топологічних просторів,

рів переноситься з алгебраїчної топології без змін. В роботі [8] було показано, що будь-який скінченний симпліціальний комплекс слабко гомотопічно еквівалентний скінченному топологічному простору

Отже, задача перерахування гомотопічних типів скінченних топологічних просторів настільки ж важлива, як і задача перерахування гомотопічних типів скінченних симпліціальних комплексів. Вказаний факт гомотопічної еквівалентності перетворює скінченні топологічні простори в інструмент для багатьох сучасних застосувань. Зокрема, вказані задачі тісно пов'язані з цифровою обробкою зображень на основі скінченних наборів спостережень, тобто намаганням зрозуміти зміст зображення на основі поняття близькості точок.

б) Моделювання топологій на скінченних множинах за допомогою булевих функцій виявилось достатньо зручним для їх описання та дослідження, оскільки кожному таку топологію можна задати кон'юнктивною нормальною формою спеціального виду і використовувати результати досліджень нормальних форм булевих функцій. В роботі [9] описано T_0 -топології саме за допомогою 2-КНФ булевих функцій. Використовуючи цю модель, досліджено взаємно двоїсті та самодвоїсті T_0 -топології, а також підраховано кількості T_0 -топологій з вагою $25 \cdot 2^{n-6}$.

в) Для досліджень топологій у роботі [10] було введено поняття вектора топології – впорядкованого набору цілих невід'ємних чисел, що визначають мінімальні околи елементів заданої скінченної множини. За допомогою цієї моделі вдалось повністю розв'язати задачі дослідження структури топологій з більшим за 2^{n-1} числом елементів, які часто називають близькими до дискретної топологіями. Вектор топології було використано також в роботі [11] для дослідження топологій з не більшим за 2^{n-1} числом елементів.

В цій роботі ми продовжимо дослідження топологій на скінченній множині, описуючи їх вектором топології.

Основна частина

Найпоширенішою класифікацією топологій на n -елементній множині, яка застосовується в більшості досліджень, є розбиття топологій на класи по кількості елементів в них. Іншими словами, говорять, що топологія на довільній n -елементній множині X відноситься до m -класу топологій (або має вагу m), якщо вона складається з m елементів ($m = 2, 3, \dots, 2^n$). Топологія з вагою $m = 2^n$ є дискретною. Аналіз наявних на даний момент публікацій свідчить про те, що повністю досліджено топології, які належать до класів $m > 2^{n-1}$. Зазначимо, що в проміжку $2^{n-1} < m \leq 2^n$ є такі натуральні числа m , що не існує жодної топології

з вагою m . Цілком природною є постановка задачі дослідження топологій з вагою $2^{n-2} < m \leq 2^{n-1}$.

У 1971 р. R. Stanley [12] опублікував результат про число T_0 -топологій на n -елементній множині з вагою $k \geq 7 \cdot 2^{n-4}$, в роботі M. Kolli [13] 2007 року знайдено число всіх топологій з вагою $k \geq 3 \cdot 2^{n-3}$, а в його роботі [14] 2014 року знайдено кількості всіх T_0 -топологій з вагою $k \geq 5 \cdot 2^{n-4}$.

Для формулювання задач цієї статті нагадаємо необхідні поняття.

Нехай X – скінченна множина і τ_X – топологія на ній. Множина $A \subset \tau_X$ називається *максимальною* в τ_X , якщо A не міститься ні в якій іншій множині з τ_X , окрім самої множини X . Множина X у цьому випадку називається *охопною*.

Нехай задано множини $A, X, A \subset X$ і топологію τ_A . Будемо відновлювати всі такі топології на множині X , в яких множина A є максимальною і які індукують на множині A топологію τ_A (в цьому випадку топологію τ_A і відповідні топології на X будемо називати *узгодженими*) [10].

В роботі [11] було доведено теореми про вигляд векторів, які задають топології на n -елементній множині, узгоджені з близькими до дискретної топологіями на $(n-1)$ -елементній множині, та знайдено вагу таких топологій. Виявилось, що у класах топологій з вагою $|\tau| \in [13 \cdot 2^{n-5}, 2^{n-1}]$, за виключенням T_0 -топологій, узгоджених з близькими до дискретних та двоїстими до них, інших топологій немає. Було знайдено класи топологій з вагою $|\tau| \in [5 \cdot 2^{n-4}, 13 \cdot 2^{n-5})$, які не вичерпуються T_0 -топологіями, узгодженими з близькими до дискретних на $(n-1)$ -елементній множині та двоїстими до них. Існують класи топологій з вагою $|\tau| \in (2^{n-2}, 5 \cdot 2^{n-4})$, в яких немає топологій з векторами $(0, \dots, 0, \alpha_{n-1}, \alpha_n)$ і $(0, \dots, 0, 1, 1, \alpha_n)$ при умові $M_{n-2} \cap M_{n-1} = \emptyset$, тобто жодна топологія в класі не є узгодженою ні з якою близькою до дискретної топологією на $(n-1)$ -елементній множині.

Природно поставити задачу дослідження топологій з вагою $k \in (2^{n-2}, 2^{n-1}]$, які не є узгодженими з близькими до дискретної топологіями.

а) Розглянемо T_0 -топології з вектором $(0, \dots, 0, 1, 3, 3)$, для $n \geq 5$. Зручно аналізувати такі топології, знаходити їх вагу, розглядаючи мінімальні околи елементів. Для цього достатньо розглядати лише мінімальні околи елементів, індекс яких у векторі топології не дорівнює нулю. В даному випадку це M_{n-2} , M_{n-1} і M_n , причому M_{n-2} є двоелементною множиною, а M_{n-1} і M_n – чотирьохелементними множинами. Вага топології залежатиме від попарних перетинів вказаних мінімальних околів. Всі можливі випадки ми розбили на три класи, описавши потужності попарних перетинів мінімальних околів. При

підрахунку ваги топології використано формули з роботи [11] і поняття глибини відкритої множини, яке введено в роботі [10]. Наприклад, розглянемо один із випадків, коли $M_{n-2} = \{x_1, x_{n-2}\}$, $M_{n-1} = \{x_1, x_{n-2}, x_j, x_{n-1}\}$ і $M_n = \{x_1, x_{n-2}, x_j, x_n\}$. В цьому випадку вага такої топології дорівнює $|\tau| = 14 \cdot 2^{n-6} + g(\{x_1, x_{n-2}, x_j\})$. Перший доданок дорівнює вазі топології на $(n-1)$ -елементній множині з вектором $(0, \dots, 0, 1, 3)$ [17], яка є узгодженою з близькою до дискретної топологією на $(n-2)$ -елементній множині [11]. Другий доданок $g(\{x_1, x_{n-2}, x_j\})$ дає глибину вказанної множини і дорівнює $2 \cdot 2^{n-5}$, тому $|\tau| = 9 \cdot 2^{n-5} > 2^{n-2}$.

Отримано наступні результати:

1) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 2$ і потужність хоча б одного з двох інших перетинів дорівнює нулю, то вага топології є меншою або дорівнює 2^{n-2} , тобто не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$;

2) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 1$ і хоча б один з двох інших перетинів є порожньою множиною, то вага топології не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$;

3) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 0$, то вага топології не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$.

б) T_0 -топології з вектором $(0, \dots, 0, 1, 2, \alpha_n)$, де $2 \leq \alpha_n \leq n-1$ також не є узгодженими з близькими до дискретної. Аналогічний аналіз перетинів мінімальних околів M_{n-2} , M_{n-1} і M_n дозволив виділити такі випадки:

1) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 2$ або $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 1$, то вага топології належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$ незалежно від інших перетинів;

2) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 0$, то вага топології не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$.

Зазначимо, що нами також проведено дослідження T_0 -топологій з векторами $(0, \dots, 0, 1, 1, 1, 2, 2)$; $(0, \dots, 0, 1, 1, 1, 2, 3)$; $(0, \dots, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2)$; $(0, \dots, 0, 1, 2, 2, 2, 2)$; $(0, \dots, 0, 2, \dots, 2)$ і знайдено умови на мінімальні околі елементів, які забезпечують належність ваги топології проміжку $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$.

Висновки Задача підрахунку всіх топологій на довільній скінченній множині залишається нерозв'язаною. Однією з причин можна вважати відсутність такої моделі топології, яка б дозволила створити ефективний алгоритм для підрахунку, або отримати розрахункову формулу від n – кількості елементів в множині.

Кожна з розглянутих моделей топології має як переваги так і недоліки. Один і той самий вектор можуть мати негомеоморфні топології – це суттєвий недолік, але, в той же час, використання цієї моделі дало можливість отримати вагомі результати. Зокрема, ми вже маємо повний список векторів T_0 -топологій, вага яких належить проміжку $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$ і які є узгодженими з близькими до дискретної топології. В цій роботі представлено результати дослідження T_0 -топологій, вага яких належить $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$ і які не є узгодженими з близькими до дискретної. Це дослідження продовжується.

ЛІТЕРАТУРА

1. Evans J.W., Harary F., Lynn M.S. On the computer enumeration of finite topologies. *Communications of the ACM*. 1967. Vol.10, № 5. P. 295–297.
2. Kovalevsky V.A. Finite topology as applied to image analysis. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*. 1989. Vol. 46. P. 141–161.
3. Kovalevsky V.A. Finite topology and image analysis. *Advances in electronics and electron physics*. 1992. Vol. 84. P. 197–259.
4. Merrifield R., Simmons H. The structures of molecular topological spaces. *Theoretica Chimica Acta*. 1980. Vol. 55. P. 55–75.
5. Merrifield R., Simmons H. Topological methods in chemistry / R. Merrifield and H. Simmons. Wiley, New York, 1989. 230 p.
6. Rosenfeld A., Kong T., Wu A., Graphical Models and Image Processing. *Digital surfaces*. 1991. Vol. 53. P. 305-312.
7. Dongseok Kim, Young Soo Kwon, Jaeeun Lee. Enumerations of finite topologies associated with a finite graph. *Kyungpook Mathematical Journal*. 2014. Vol. 54. P. 655–665.
8. McCord M. C. Singular homology groups and homotopy groups of finite topological spaces. *Duke Mathematical Journal*. 1966. Vol. 33, Issue 3. P. 465-474.
9. Skryabina Anna, Stegantseva Polina, Bashova Nadia. The properties of 2-CNF of the mutually dual and self-dual T_0 -topologies on the finite set and the calculation of T_0 -topologies of a certain weight. *Proceedings of the International Geometry Center*. 2022. Vol. 15, no. 1. P. 75–85.
10. Velichko I.G., Stegantseva P.G., Bashova N.P. Enumeration of topologies close to discrete on finite sets. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Ser. Mat.* 2015. No.11. P. 23–31.

11. Stegantseva P.G., Skryabina A.V. Topologies on the n -element set consistent with topologies close to the discrete on an $(n-1)$ -element set. *Ukrainian Mathematical Journal*. 2021. No. 2. Vol.73. P. 276-288.
12. Stanley R.P. On the number of open sets of finite topologies. *Journal of combinatorial theory*. 1971. Vol. 10. P. 74–79.
13. Kolli M. Direct and elementary approach to enumerate topologies on a finite set. *Journal of Integer Sequences*. 2007. Vol. 10. Article 07.3.1. P. 1–11.
14. Kolli M. On the Cardinality of the T_0 -Topologies on a Finite Set. *International Journal of Combinatorics*. 2014. Article ID 798074, P. 1–7.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У ЖУРНАЛІ «COMPUTER SCIENCE AND APPLIED MATHEMATICS»

Вимоги до оформлення статей:

До друку приймаються статті, що мають наукову і практичну цінність. Автор має право представити тільки одну наукову статтю в один номер, яка раніше не публікувалася. Автор несе відповідальність за оригінальність тексту статті, точність наведених фактів, цитат, статистичних даних, власних назв, географічних назв та інших відомостей, а також за те, що в матеріалах не містяться дані, що не підлягають відкритій публікації. Редакція не несе відповідальності за викладену в статті інформацію. Остаточне рішення про публікацію ухвалюється редакцією, яка також залишає за собою право на додаткове рецензування, редагування і відхилення статей.

Технічні вимоги:

- до друку приймаються статті українською, російською та англійською мовами;
- електронний варіант статті у форматі *.doc, *.docx або *.rtf, підготовлений у текстовому редакторі Microsoft Word;
- формат А4 через 1,5 інтервал;
- шрифт Times New Roman, розмір 14;
- поля: ліве – 3 см, праве – 1,5 см, верхнє, нижнє – 2 см.

Структура статті:

- рядок 1** – УДК (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 2** – назва тематичного розділу (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 3** – назва статті (вирівнювання по центру, напівжирний шрифт, великі літери);
- рядок 4** – прізвище та ініціали автора статті; науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри (вирівнювання по центру);
- рядок 5** – місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора (вирівнювання по центру).

Якщо автор не має orcid-коду, його можна отримати за посиланням <https://orcid.org/>

абзац 1 – розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані мовою, як і уся стаття;

абзац 2 – назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, **розширена** анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані **англійською мовою**. Переклад англійською мовою повинен бути достовірним (не машинним).

У випадку, якщо стаття не українською мовою, обов'язково подаються назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані українською мовою.

Основний текст статті повинен відповідати структурі IMRAD (Introduction, Methods, Results, and Discussion) + Literature Review:

Вступ – короткий вступ (1-2 сторінки), який повинен дати відповіді на запитання «чому проведено дослідження?», «які об'єкт, мета й основні гіпотези дослідження?»; Огляд літератури - розділ, що містить аналіз останніх публікацій за темою дослідження (переважна більшість публікацій повинна бути за останні 5 років, самоцитування не більше 30% від кількості літературних джерел), з огляду літератури читачі повинні мати змогу оцінити стан проблеми у світі, аналіз літературних джерел повинен мати критичний характер;

Методи – розділ, який може включати 2-3 рівнозначних за обсягом параграфи, що висвітлюють основні методи, підходи, алгоритми дослідження;

Результати – розділ, який містить аналіз основних результатів дослідження (графіки, таблиці з чисельними даними, загалом, результати обчислювальних експериментів); Дискусія – розділ (до 1 сторінки), який також можна назвати Висновок або Висновки, що містить порівняння отриманих результатів з результатами інших досліджень (як власних так інших авторів), а також дає відповідь на запитання «які перспективи дослідження?», формулює наукову новизну результатів.

Література розміщується після статті у порядку згадування; друкується через 1,5 інтервал, 14 розміром, шрифтом Times New Roman і оформляється у відповідності вимог міждержавного стандарту ДСТУ 8302:2015.

Посилання на літературу в тексті слід давати в квадратних дужках, наприклад, [2, с. 25; 5, с. 33], в яких перша цифра вказує порядковий номер джерела в списку літератури, а друга – відповідну сторінку в цьому джерелі; одне джерело (без сторінок) відокремлюється від іншого крапкою з комою [3; 4; 6; 8; 12; 15].

Наприкінці статті розміщується транслітерована і перекладена англійською версія літератури (References), оформлена згідно з вимогами APA (American Psychological Association).

Порядок подання матеріалів:

Для публікації статті у фаховому науковому виданні необхідно надіслати на електронну адресу редакції editor@physmath.journalsofznu.zp.ua наступні матеріали:

добре вчитану наукову статтю, обов'язково оформлену відповідно до вказаних вимог;
інформаційну довідку про автора;
відскановане **підтвердження сплати коштів** (реквізити для сплати надаються автору після вдалого проходження рецензування).

Зразок оформлення назви електронних файлів: Іваненко_І.І._стаття, Іваненко_І.І._оплата.

Адреса та контактні дані:

Редакція журналу «Computer Science and Applied Mathematics»
вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216, м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон: +38 (066) 53 57 687

Електронна пошта: editor@physmath.journalsofznu.zp.ua

Офіційний сайт: www.journalsofznu.zp.ua/index.php/comp-science

Науковий журнал

Computer Science and Applied Mathematics

№ 1, 2023

Комп'ютерна верстка – Н.С. Кузнєцова
Коректура – В.І. Вишнякова

Підписано до друку: 31.05.2023.
Формат 60x84/8. Гарнітура Times New Roman.
Папір офсет. Цифровий друк. Ум. друк. арк. 7,67.
Замов. № 0523/300. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефони: +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 7623 від 22.06.2022 р.