

ISSN 2786-6254 (Print)
ISSN 2786-6262 (Online)

Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації
Серія КВ № 24766-14706Р від 25 березня 2021 р.

Computer Science and Applied Mathematics

Адреса редакції:

вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216,
м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон

для довідок:
+38 066 53 57 687

№ 2, 2023



Видавничий дім
«Гельветика»
2023

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Internet вченою радою ЗНУ (протокол засідання № 5 від 19.12.2023 р.)

На підставі Наказу Міністерства освіти і науки України № 886 від 02.07.2020 р. (додаток 4) журнал включено до Переліку наукових фахових видань України категорії «Б» у галузях знань 11 Математика та статистика і 12 Інформаційні технології (113 – Прикладна математика, 121 – Інженерія програмного забезпечення, 122 – Комп'ютерні науки).

До 25 березня 2021 р. журнал виходив під назвою «Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки».

У зв'язку зі зміною назви журналу було внесено відповідні зміни до Переліку наукових фахових видань України на підставі Наказу Міністерства освіти та науки України № 735 від 29.06.2021 р. (додаток 3).

Журнал індексується в міжнародній наукометричній базі даних Index Copernicus

Статті у виданні перевірені на наявність плагіату за допомогою програмного забезпечення StrikePlagiarism.com від польської компанії Plagiat.pl.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Гоменюк С. І.	–	доктор технічних наук, професор, головний редактор (Україна)
Гребенюк С. М.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Гришак В. З.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Єрмолаєв В. А.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Кеберле Н. Г.	–	кандидат технічних наук, доцент (Україна)
Клименко М. І.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Козін І. В.	–	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Кудін О. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Панасенко Є. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Стеганцев Є. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Чопоров С. В.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Шило Г. М.	–	доктор технічних наук, доцент (Україна)
Breslavsky I.	–	PhD in Mechanics, Docent (Канада)
Djakon R.	–	Doctor of Science in Engineering, Professor, Academician (Латвія)
Gerasimov T.	–	PhD in Mathematics, Docent (Німеччина)
Kolakowski Z.	–	Doctor of Science in Engineering, Professor (Польща)
Нарзуллаєв У. Х.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Узбекистан)
Швидка С. П.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Словаччина)

ЗМІСТ

РОЗДІЛ I. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

Анікін П. С., Шило Г. М., Бастос Ф.

*ТРИРІВНЕВА ІЄРАРХІЧНА МОДЕЛЬ АДИТИВНОГО ВИРОБНИЦТВА
З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ ЕЛЕКТРОДУГОВОГО ЗВАРЮВАННЯ..... 5*

Duvanov S. S., Baranova I. V.

ALGORITHMS FOR CONVERTING VOXEL 3D MODELS INTO POLYGONAL ONES.....14

РОЗДІЛ II. ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Melnychenko A. V., Zdor K. A.

*INCORPORATING ATTENTION SCORE TO IMPROVE FORESIGHT PRUNING
ON TRANSFORMER MODELS.....22*

РОЗДІЛ III. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Бажан С. М.

*ЗАСТОСУВАННЯ МНОЖИНИ КАНТОРА У МОДИФІКОВАНОМУ
ГЕНЕТИЧНОМУ АЛГОРИТМІ.....28*

Гребенюк С. М., Морозова І. Ю.

*ЕФЕКТИВНІ ПРУЖНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО
МАТЕРІАЛУ В УМОВАХ ПОПЕРЕДНЬОГО ПОПЕРЕЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ.....38*

Dzundza N. S., Zinovieiev I. V.

*SOLUTION OF THE FIRST BASIC BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE PLANE
ELASTICITY THEORY FOR A MULTILAYER BASE WITH ORTHOTROPIC LAYERS.....45*

Олійник Л. О.

ОПЕРАТОРНИЙ ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ І НАВЧАННЯ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ.....52

Опорієнко О. Д., Govorukha V. B., Kagadiy T. S., Shporta A. H.

FRACTURE ANALYSIS AND SHIELDING EFFECTS IN ADVANCED MATERIALS59

Сімоненко А. В.

*БАГАТОРІВНЕВИЙ АЛГОРИТМ ПОКРОКОВОГО ПОШУКУ РІШЕННЯ
ДЛЯ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ЗАНЯТЬ У НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ.....66*

Shtanko H. I., Grebenyuk S. M.

*FEATURES OF THE CONSTRUCTION OF THE STIFFNESS MATRIX OF THE SPATIAL
HEXAGONAL FINITE ELEMENT FOR COMPOSITE MATERIAL WITH DISCRETE
INCLUSIONS BASED ON THE MOMENT SCHEME.....75*

CONTENTS

SECTION I. COMPUTER SCIENCES

Anikin P. S., Shilo G. M., Bastos F.

*WIRE ARC ADDITIVE MANUFACTURING THREE LEVEL
HIERARCHICAL MODEL*.....6

Duvanov S. S., Baranova I. V.

ALGORITHMS FOR CONVERTING VOXEL 3D MODELS INTO POLYGONAL ONES.....14

SECTION II. SOFTWARE ENGINEERING

Melnychenko A. V., Zdor K. A.

*INCORPORATING ATTENTION SCORE TO IMPROVE FORESIGHT PRUNING
ON TRANSFORMER MODELS*.....22

SECTION III. APPLIED MATHEMATICS

Bazhan S. M.

APPLICATION OF THE CANTOR SET IN THE MODIFIED GENETIC ALGORITHM29

Grebenyuk S. M., Morozova I. Yu.

*EFFECTIVE ELASTIC CHARACTERISTICS OF FIBER COMPOSITE MATERIAL UNDER
PREVIOUS TRANSVERSE DEFORMATION*.....39

Dzundza N. S., Zinovieiev I. V.

*SOLUTION OF THE FIRST BASIC BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE PLANE
ELASTICITY THEORY FOR A MULTILAYER BASE WITH ORTHOTROPIC LAYERS*.....45

Oliinyk L. O.

OPERATOR GENETIC ALGORITHM AND TRAINING OF NEURAL NETWORK.....53

Onopriienko O. D., Govorukha V. B., Kagadiy T. S., Shporta A. H.

FRACTURE ANALYSIS AND SHIELDING EFFECTS IN ADVANCED MATERIALS59

Simonenko A. V.

*A MULTI-LEVEL ALGORITHM FOR STEP-BY-STEP SEARCH FOR A SOLUTION FOR
DRAWING UP A SCHEDULE OF CLASSES IN EDUCATIONAL INSTITUTIONS*.....67

Shtanko H. I., Grebenyuk S. M.

*FEATURES OF THE CONSTRUCTION OF THE STIFFNESS MATRIX OF THE SPATIAL
HEXAGONAL FINITE ELEMENT FOR COMPOSITE MATERIAL WITH DISCRETE
INCLUSIONS BASED ON THE MOMENT SCHEME*.....75

РОЗДІЛ I. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

УДК 004.4'236:004.9

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-2-01>

ТРИРІВНЕВА ІЄРАРХІЧНА МОДЕЛЬ АДИТИВНОГО ВИРОБНИЦТВА З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ ЕЛЕКТРОДУГОВОГО ЗВАРЮВАННЯ

Анікін П. С.

аспірант

Національний університет «Запорізька політехніка»

вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, Україна

orcid.org/0000-0001-6767-784X

anikinps@zntu.edu.ua

Шило Г. М.

доктор технічних наук

Запорізький національний університет

вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна

orcid.org/0000-0002-5020-6707

shilo.gn@gmail.com

Бастос Ф.

кандидат технічних наук

Федеральний університет Жуїз де Фора

вул. Жоузе Лоуренсо Келмер, Жуїз де Фора, Бразилія

orcid.org/0000-0001-9573-8996

flavia.bastos@ufff.br

Ключові слова: *електродугове зварювання; CAE системи; робототехніка; 3D моделювання, Abaqus.*

У наведеній статті висвітлено інноваційний підхід до проблеми адитивного виробництва, оснований на розробці та використанні тривимірної ієрархічної моделі, яка використовує технологію електродугового зварювання. Основною метою дослідження є створення оптимального процесу адитивного виробництва, при якому досягаються високі показники якості та технологічності виготовлених деталей. Проведено симуляцію процесу адитивного виробництва з вимогами до технологічності та якості отриманої деталі у вигляді її геометричних розмірів, залишкових напружень та збереження оптимальної швидкості виробництва. На основі вимог аналізу технологічності розроблено алгоритм процесу симуляції. Створено та проведено аналіз тривимірної ієрархічної системи автоматизованого керування робототехнічною платформою адитивного виробництва у якій застосовується зворотній зв'язок з використанням телекомунікаційних пристроїв у вигляді камери та лазерних датчиків для контролю за температурним розподілом під час процесу виробництва. Розглянуто окремо рівні ієрархічної моделі: створення валику, створення шару та створення стінки у процесі 3D-друку деталі. Визначено вхідні дані матеріалу для роботи з системою автоматизованого керування робототехнічною платформою з використанням технології електродугового зварювання та процесу симуляції цього виробництва. Отримано дані для можливості генерації автоматизованої програми для керування роботом під час процесу

адитивного виробництва. Також було проведено аналіз можливостей симуляції тривимірного друку з використанням технології електродугового зварювання в системах САЕ (Computer-Aided Engineering). Це дозволило визначити вплив температурних параметрів, механічних навантажень та зміни траєкторії руху під час створення деталі. На підставі отриманих даних встановлено значення залишкових напружень та виявлені дефекти, що допомагає покращити якість та надійність вироблених деталей в адитивному виробництві. Отримані результати досліджень надають актуальну та корисну інформацію для інженерної спільноти, що працює в галузі адитивного виробництва та робототехніки.

WIRE ARC ADDITIVE MANUFACTURING THREE LEVEL HIERARCHICAL MODEL

Anikin P. S.

Postgraduate Student

National University "Zaporizhzhya Polytechnic"

Zhukovskoho str., 64, Zaporizhzhia, Ukraine

orcid.org/0000-0001-6767-784X

anikinps@zntu.edu.ua

Shilo G. M.

Doctor of Technical Sciences

Zaporizhzhia National University

Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine

orcid.org/0000-0002-5020-6707

shilo.gn@gmail.com

Bastos F.

Doctor of Philosophy

Juiz de Fora Federal

Jose Lourenco Kelmer str., Juiz de Fora, Brazil

orcid.org/0000-0001-9573-8996

flavia.bastos@ufjf.br

Key words: *WAAM, CAE systems, Robotics, 3D modeling, Abaqus.*

The article presents an innovative approach to the issue of additive manufacturing, based on the development and utilization of a three-tier hierarchical model that employs arc welding technology. The primary objective of this research is to create an optimal process for additive manufacturing, ensuring high standards of quality and technological efficiency in the produced components. The study involves a comprehensive simulation of the additive manufacturing process, with a particular focus on meeting requirements for the geometric dimensions, residual stresses, and the preservation of an optimal production speed for the manufactured components. To achieve this goal, an algorithm for the simulation process has been developed based on the analysis of technological requirements. The article also introduces and analyzes a three-dimensional hierarchical system for the automated control of a robotic platform in additive manufacturing. This system incorporates feedback mechanisms using telecommunications devices such as cameras and laser sensors to monitor temperature distribution during the production process. This significantly enhances the quality and reliability of the manufacturing process. The hierarchical model is dissected into specific levels: the creation of a roll, the generation of a layer, and the development of a wall during the 3D printing of the component. Furthermore, input data regarding the material is determined for the operation of the automated control system of the robotic platform using arc welding technology and the simulation process. Data have been obtained that enable the generation of automated programs for robot control during the additive manufacturing process. Additionally, an analysis

of the capabilities of three-dimensional printing simulation using arc welding technology in CAE (Computer-Aided Engineering) systems was conducted. This analysis helps identify the impact of temperature parameters, mechanical loads, and changes in the movement trajectory during component creation. Based on the data collected, the values of residual stresses and defects are established, contributing to the enhancement of the quality and reliability of the manufactured components in additive manufacturing. The findings of this research provide relevant and valuable insights for the engineering community working in the fields of additive manufacturing and robotics.

Вступ. Процес адитивного виробництва з кожним днем стає більш використовуваним як серед гігантів технологічного промислу так і серед індивідуальних виробників. Процес друку з допомогою металу відкриває перед людством нові можливості більш швидкого, точного та досконалого створення необхідних компонентів деталей виробів. Автоматизація процесу та його поліпшення – одні з сучасних над-завдань, що мають бути розглянуті та розв’язані наукою нашого часу. Теоретичні знання та практичні експерименти щодня наближають нас до створення нових висот сучасних конвенцій. Використання лазерних теплових датчиків та теплокамер для контролю процесу розповсюдження тепла, а також – різних автоматизованих систем охолодження прискорює процес доповнення створення загальної автоматизованої системи з використанням технології телекомунікацій для контролю за процесом виробництва 3Д друку з використанням технології електродугового зварювання. Симуляція виробництва з використанням подібних систем допомагає пришвидшенню та перевірці можливості їх створення, а також зменшення вартості виробу та самої системи.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій. З попередніх досліджень було виявлено [1–3], що можливості існуючих адитивних технологій тривимірного друку металевих виробів потребують значних покращень у плані автоматизації систем. Встановлення та використання теплових камер а також лазерних датчиків для контролю системи охолодження й досі не мають широкого застосування та детального розгляду [4]. Поєднанні з новітніми системами охолодження для адитивного виробництва [5] за допомогою засобів телекомунікації вони дозволяють прискорити процес друку та автоматизувати його. Також для більш якісного виробництва вже проводяться експерименти щодо інкорпорації таких мульти-сенсорних систем, що можуть здобувати дані напруги, сили струму, звуку, інтенсивності світла, радіо частот та температурних даних [6].

Однією з проблем процесу адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання є процес перекриття валиків [7]. Геометричні розміри самого валику визначається через напругу, силу струму, швидкість подачі матеріалу, та швидкість руху сопла [8].



Рис. 1. Процес адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання на ТОВ «Тріада ЛТД Ко»

Для попереднього розрахункового етапу процесу друку використовуються програми симуляцій [9]. За допомогою цих програм можна проводити температурний аналіз розповсюдження тепла, а також структурний аналіз для виявлення залишкових напруг. Для визначення теплового розповсюдження на поверхні під час виробництва та симуляції процесу зварювання використовується рівняння розповсюдження тепла або модель джерела тепла Голдаку [10].

$$q_{f/r} = \frac{6\sqrt{3}f_{f/r}Q}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-\frac{3x^2}{a^2}} e^{-\frac{3y^2}{b^2}} e^{-\frac{3z^2}{c^2}}$$

де $Q=nVI$ це розповсюдження енергії, що залежить від току, напруги та коефіцієнту ефективності. Величини abc визначаються розміром розповсюдження тепла у еліпсоїдній формі. А f – часткові фактори кількості тепла, що вводиться на передній та задній квадрати моделі. Та $f_r+f_f=2$.

Мета роботи. Метою роботи є розробка трирівневої ієрархічної моделі адитивного виробництва з використанням технології електродугового зварювання, проведення симуляції можливості її функціонування та прорахунок необхідної апаратури для проведення реального експерименту. Перевірка можливості існування та роботи даної системи. Інкorporація телекомунікаційних лазерних датчиків тепла та теплокамери до роботизованої системи. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

– створити моделі валиків на основі заданих параметрів;

- встановити можливість використання необхідних телекомунікаційних пристроїв пов'язаних з тепловими датчиками;

- провести симуляцію трирівневої ієрархічної моделі адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання;

- встановити можливість проведення подальшого практичного експерименту виходячи з отриманих даних;

- на основі отриманих даних встановити можливість початку процесу створення автоматизованої програми для процесу адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання.

Ієрархічна модель включає в себе три рівні – валик, шар та стінка. На кожному з рівнів необхідно розглянути геометричні та фізичні властивості, що змінюються відповідно до ієрархічної площини. Так наприклад на другому рівні додаються проблеми топології та перекриття валиків. На третьому – перегрівання всієї конструкції, складні геометричні форми, кривизна вертикальних поверхонь, відповідність нанесення шарів та їх топологія.

Викладення основного матеріалу і аналіз отриманих результатів. Для вдосконалення процесу виробництва за допомогою 3D-друку з використанням технології електродугового зварювання, його автоматизації та зменшення часу підготовки та поліпшення алгоритму вироблення необхідної деталі запропоновано трирівневу ієрархічну модель [11]. Кожен з рівнів моделі буде розглянуто окремо згідно з наданими даними, проведено симуляцію та відповідно до отриманих результатів створено наступний рівень. Після проведення симуляції останнього рівня буде визначено доцільність використання обраних показників для подальшого виробництва на основі вже проведеної симуляції.

Безпосередньо перед початком процесу, необхідно отримати проект бажаної деталі. Для експерименту було запропоновано простий варіант виробу прямокутної форми з розмірами: ширина 10мм, висота 5 мм. Матеріал виробу – алюміній. На підставі отриманих даних було обрано провести симуляцію з використанням двох геометрично відмінних валиків. Перший проект симуляції буде названо «малий» через менший розмір зварювального валику. Відповідно, другий проект – «великий».

Для початку процесу проведення симуляції першого рівня трирівневої ієрархічної моделі з використанням електродугового зварювання вводяться геометричні дані «базис» на якій безпосередньо буде відбуватися процес колокації зварювальних валиків, тобто процес адитивного виробництва. З огляду на заданий розмір фінального виробу було обрано два варіанти розміру валиків з шириною 4 мм, та 6 мм рис. 3.

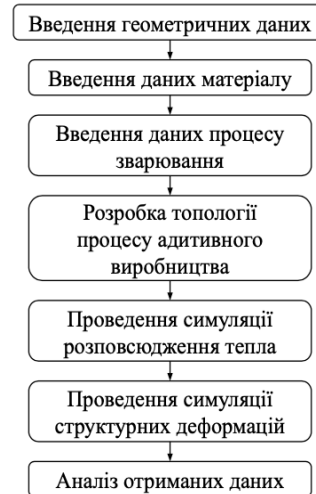


Рис. 2. Алгоритм проведення симуляції одного з рівнів трирівневої ієрархічної моделі адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання

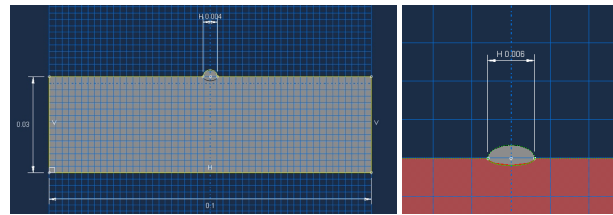


Рис. 3. Геометричні властивості бази та валику «малого» та «великого» типів

Відповідно до вже існуючих досліджень [12–15] щодо впливу фізичних показників для контролю висоти та ширини валику було встановлено відповідні показники. Розмір бази відповідно до розмірів валиків становить 30 мм висоти і 100 мм ширини, рис. 3. Для процесу можна використовувати на вибір різні типи матеріалів як залізо, алюміній або його сплав, що може бути використано для порівняльних характеристик міцності вже виробленої деталі, а також для аналізу розповсюдження тепла у процесі виробництва. Для нашого виробу матеріал вже задано заздалегідь – алюміній. Властивості матеріалу бази та валику вводяться окремо, так як показники міцності та залишкових напружень бази після виробництва для нас не мають великого значення і безпосередній процес дислокації валиків на поверхню бази викликає відмінні фізичні реакції в обох відповідно.

Для поліпшення процесу виробництва та контролю температурного розповсюдження, як у процесі симуляції так і у процесі виробництва використовуються датчики виміру тепла [16] з телекомунікаційними функціями. Теплова

камера та лазерні датчики спрямовані безпосередньо на валик, що створюється, рис. 4. В нашому випадку встановлено, що після дислокації валику необхідно дочекатися падіння температури на 70 градусів [17] перед дислокацією наступного. Це превентивна міра для недопущення кумулятивного ефекту та перегріву всього процесу виробництва.

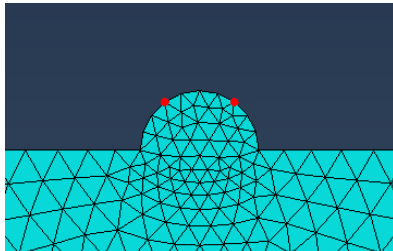


Рис. 4. Розташування лазерних датчиків для перевірки температури під час процесу адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання

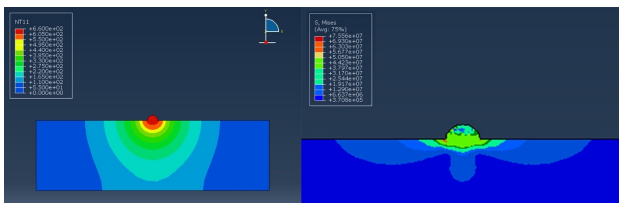


Рис. 5. Результати теплового аналізу та розповсюдження тепла і результати структурного аналізу та розповсюдження залишкових напруг «малого» валику першого рівня ієрархічної тривимірної моделі

Безпосередній процес симуляції першого рівня тривірневої ієрархічної моделі адитивного виробництва з використанням технології електродугового зварювання показує розповсюдження тепла під час колокації валику, рис. 5, рис. 6, та на основі отриманих даних теплового аналізу встановлюються регіони залишкових напружень які найбільше можуть піддаватися деформаціям, рис. 5, рис. 6.

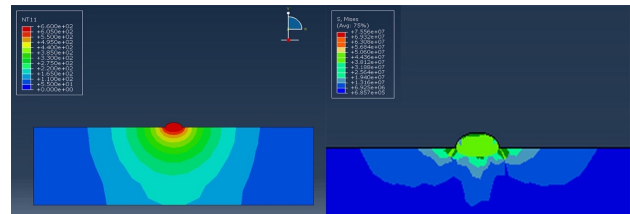


Рис. 6. Результати теплового аналізу та розповсюдження тепла і результати структурного аналізу та розповсюдження залишкових напруг «великого» валику першого рівня ієрархічної тривимірної моделі

Було виявлено, що з огляду на різні показники валиків тепло розповсюджується по різному, що в свою чергу, по різному впливає на залишкові напруження в кожному з представлених випадків.

Після огляду результатів першого рівня до розгляду береться другий рівень тривірневої ієрархічної моделі адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання. Другий рівень, це – шар. На цьому рівні розглядаються геометричні властивості вже шару та проблеми розповсюдження тепла.

Таблиця 1

Властивості матеріалу для адитивного виробництва алюмінію

Теплопровідність		Густина ρ , kg/m ³	Пружність			Коефіцієнт теплового розширення		Питома теплоємність c , °
T, °	q, W/mC		T, °	σ , N/m ²	ν	T, °	ϵ , °	
300	164	2750	25	72.4e9	0.3	300	27e-006	900
500	194		500	63.5e9		500	27.4e-006	
700	210		700	56.1e9		700	27.7e-006	
770	220		770	50e9		770	28.3e-006	

Таблиця 2

Додаткові властивості матеріалу для адитивного виробництва алюмінію

Теплопровідність	Густина	Пружність		Коефіцієнт теплового розширення
q, W/m [°]	ρ	σ , N/m ²	ν	ϵ , °
204	2750	69e9	0.33	2.3e-005

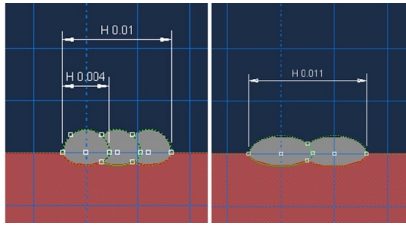


Рис. 7. Геометричні властивості «малого» та «великого» шарів.

Проблеми теплопровідності, якщо такі наявні, вирішуються за допомогою топології дислокації валиків, швидкості їх створення, а також моментом очікування визначеної температури охолодження задля проведення наступного кроку. В нашому випадку, було встановлено що оптимальна температура охолодження сягає 70 градусів цельсія, та під час процесу визначається за допомогою теплових лазерних датчиків та теплокамери, що з'єднана з системою безпроводною системою телекомунікації, та подає відповідні автоматичні сигнали до програми, яка контролює процес адитивного виробництва. Задля заданих розмірів необхідної деталі було обрано: у першому випадку виростити 3 валики, у другому випадку – 2, рис. 7.

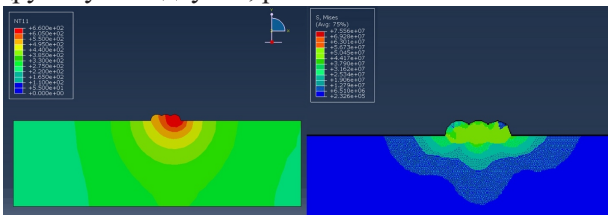


Рис. 8. Результати теплового аналізу розповсюдження тепла і результати структурного аналізу та розповсюдження залишкових напруг «малого» шару другого рівня ієрархічної тривимірної системи

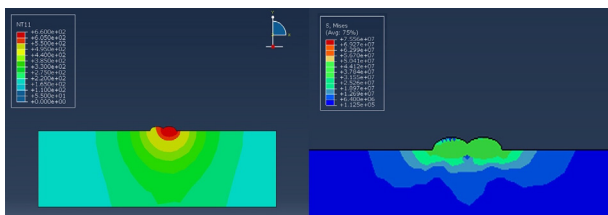


Рис. 9. Результати теплового аналізу розповсюдження тепла і результати структурного аналізу та розповсюдження залишкових напруг «великого» шару другого рівня ієрархічної тривимірної системи

Під час проведення теплового аналізу було виявлено, рис. 8, рис. 9, що під час дислокації трьох валиків за короткий термін температури

бази піднімається доволі швидко, проте у нормі допустимих величин. Однією з проблем під час виробництва може бути розповсюдження тепла на сусідні вже дислоковані валики, та їх деформація.

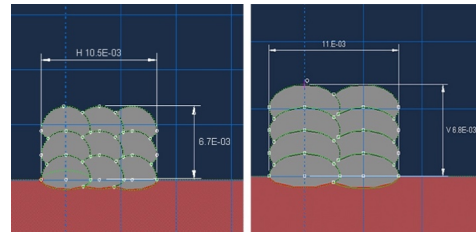


Рис. 10. Геометричні властивості «малої» та «великої» стінок

Проблема вирішується за допомогою контролю температури швидкістю виробництва, топологією, системою охолодження. Також з результатів структурного аналізу, рис. 8, рис. 9, видно, що розповсюдження залишкових напруг розподіляється поміж валиками на їх рівнях перекриттів. Більша кількість валиків – більша кількість перекриттів.

Структурною характеристикою третього рівню ієрархічної тривірневої моделі адитивного виробництва з використанням електродугового зварювання є стінка. На цьому етапі попередньо розглянуті параметри валику та шару застосовуються для поєднання і створення необхідної геометрії фінального виробу. Розглянувши необхідні геометричні параметри було визначено, що так як висота шарів типів малих та великих валиків відрізняється, тож і кількість нанесення шарів для отримання необхідної висоти теж буде відрізнятися. Для 5мм висоти необхідно 3 шари малих валиків та 4 шари великих валиків, рис. 10.

Процес розповсюдження тепла стає більш складним оскільки концентрація тепла з кожним кроком зростає та наближується до критичної. Для поліпшення процесу як і в попередніх рівнях використовуються лазерні датчики та теплова камера для контролю за температурою. Шлях топології було обрано односторонній для кожного шару, тобто після створення одного шару, робот повертається на початкові координати з відмінною висотою та починає наносити наступний шар, завдяки цьому тепло розповсюджується більш рівномірно. З симуляції теплового розповсюдження ми можемо побачити, що температура на останніх рівнях досягає майже критичної та при необхідності створення деталі більшої висоти наявна необхідність зупинки системи для більшого охолодження та уповільнення процесу адитивного виробництва, рис. 11.

Під час більше детального температурного огляду та заміру температурних даних у конкретній точці, що була обрана. В нашому випадку це

точка з'єднання бази та друкованої деталі. Було виявлено, що під час процесу адитивного виробництва температури в обох варіантах обраних валиків коливається у межах визначених величин, рис. 12. Однак під час друку варіанту з великими валиками мінімальна температура залишається меншою ніж у варіанту з малими.

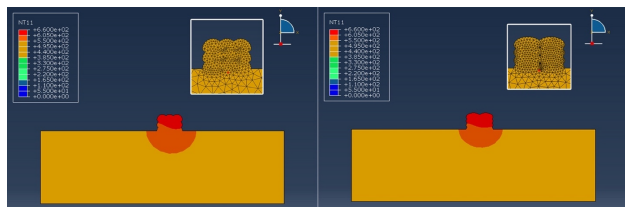


Рис. 11. Результати теплового аналізу розповсюдження тепла і точки заміру температури для графіків «малой» та «великой» стінок

Результати структурного аналізу дають можливість зрозуміти розташування залишкових напруг вже надрукованої деталі, рис. 13. Під час огляду стає зрозуміло, що за меншої кількості валиків мікроструктура деталі стає більш передбачуваною оскільки зменшується кількість сполучень поміж структурними елементами, тобто – валиками.

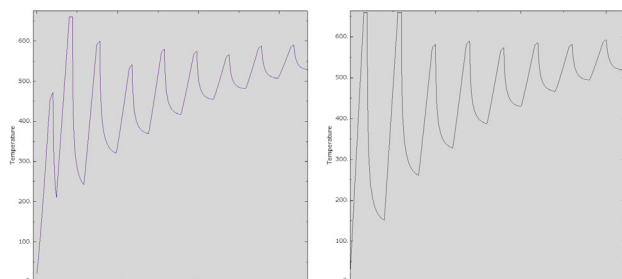


Рис. 12. Температурний аналіз надрукованої деталі «малым» і «великим» типами валиків

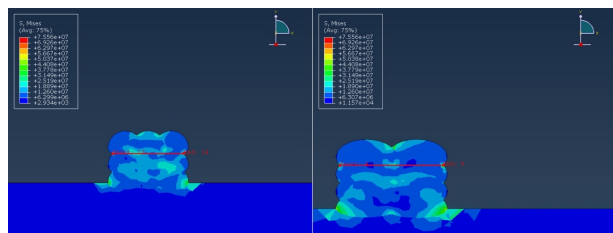


Рис. 13. Результати структурного аналізу та розповсюдження залишкових напруг у визначеному шляху для графіків «малой» та «великой» стінок

Для більш детального вивчення та аналізу залишкових напруг було обрано специфічні ділянки для отримання даних їх розповсюдження у деталі.

За результатами аналізу, рис. 14, з'ясовано, що при дислокації шару складаємого з трьох валиків, напруги розповсюджуються більш рівномірно в той час як при дислокації шару, що складається лише з двох валиків найбільша кількість залишкових напруг зосереджена в одному місці.

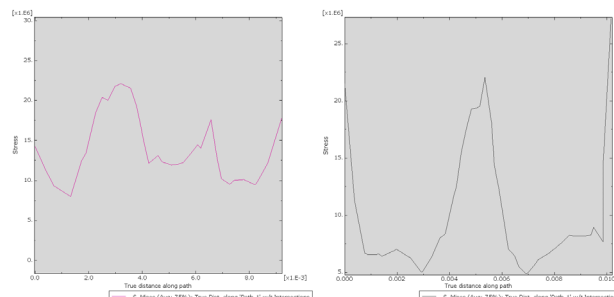


Рис. 14. Аналіз залишкових напруг у визначеному шляху надрукованої деталі «малым» та «великим» типами валиків

З отриманих даних під час симуляції стає зрозуміло, що обидві моделі обраних валиків підходять для процесу адитивного виробництва, зважаючи на потреби користувача, у вигляді часу виготовлення, сили струму, напруги, розповсюдження залишкових напруг, можна обрати, який саме тип остаточної деталі буде вироблено.

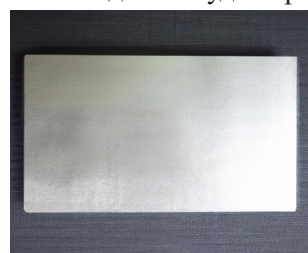


Рис. 15. Отримана деталь після фрезерної обробки

У нашому випадку було обрано другий тип, тобто тип з використанням «великих» валиків. Отримана деталь розміру 5 мм на 10 мм та товщиною 2мм після процесу адитивного виробництва та фрезерної обробки зображена на, рис. 15. Процес друку було проведено з використанням лазерних датчиків та теплокамери з'єднаних телекомунікаційною системою зворотнього зв'язку.

Висновки. В результаті проведених досліджень було створено та успішно проведено огляд можливості використання трирівневої ієрархічної моделі з використанням електродугового зварювання. Створено дві моделі валиків на основі заданих параметрів – «велику» і «малу» моделі. Успішно встановлено можливість використання телекомунікаційно пов'язаних з системою друку теплових лазерних датчиків та теплокамери, що

безпосередньо беруть участь у процесі адитивного виробництва. Після проведення симуляції було встановлено можливість подальшого практичного експерименту на основі отриманих даних та надруковано необхідну задану деталь.

Дискусія. На основі всіх отриманих даних з дослідження встановлено можливість початку процесу створення автоматизованої програми з використанням теплових телекомунікаційних датчиків для процесу адитивного виробництва з використан-

ням електродугового зварювання. У програмі автоматизації може бути використана розглянута нами тривимірна система, що має за мету спрощення вибору користувачем необхідних матеріалів, типів перекриття, топології, температурних режимів, геометрії різних ієрархічних рівнів в залежності від обраних параметрів. У подальших дослідженнях необхідно провести симуляцію більш складних геометричних структур, а також обрати необхідні типи теплових лазерних датчиків та теплокамер.

ЛІТЕРАТУРА

1. Harshita P. Applications of wire arc additive manufacturing (WAAM) for aerospace component manufacturing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2023. № 127. URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11623-7>
2. Gardner L. Metal additive manufacturing in structural engineering – review, advances, opportunities and outlook. *Structures*. 2023. № 47. URL: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.12.039>
3. Anikin P., Shila G., Kulykovskiy R., Molochkov D. Wire+arc additive manufacturing automation control system architecture. *Measuring and computing technology in technological processes*. 2020.
4. Kozamiernik N. WAAM system with interpass temperature control and forced cooling for near-net-shape printing of small metal components. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2020. № 110. URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05958-8>
5. Dash A., Squiers L., Avila J., Bandyopadhyay A. Influence of active cooling on microstructure and mechanical properties of wire arc additively manufactured mild steel. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2023. № 9. URL: <https://doi.org/10.3389/fmech.2023.1130407>
6. Pringle A. Open source arc analyzer: Multi-sensor monitoring of wire arc additive manufacturing. *HardwareX*. 2021. № 8. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ohx.2020.e00137>
7. Zhang J. The gap-filling overlapping model for wire and arc additive manufacturing of multi-bead components. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2022. № 123. URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-022-10132-3>
8. Yildiz A. Wire arc additive manufacturing of high-strength low alloy steels: study of process parameters and their influence on the bead geometry and mechanical characteristics. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2020. № 108. URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05482-9>
9. Ling Y. A Heat Transfer Finite Element Model for Wire-Arc-Additive-Manufacturing Process. *Proceedings of the 8th International Conference on Fracture, Fatigue and Wear*. 2021.
10. Hwang. S. Numerical Simulation of Welding Residual Stress Distribution on T-joint Fillet Structure. *International Journal of Ocean System Engineering*. 2012. № 2. URL: <https://doi.org/10.5574/IJOSE.2011.2.2.082>
11. Anikin P., Shilo G., Kulykovskiy R., Molochkov. D. Automation control system of 3d printing robotic platform with implemented wire + arc welding technology. *Electrical Engineering and Power Engineering*. 2021. № 4. URL: <https://doi.org/10.15588/1607-6761-2020-4-4>
12. Dong H. Weld bead size prediction for arc additive manufacturing based on ACS-DBN. *Journal of System Simulation*. 2021. № 12. URL: <https://doi.org/10.16182/j.issn1004731x.joss.21-FZ0723>
13. Le V. Optimization of Weld Parameters in Wire and Arc-Based Directed Energy Deposition of High Strength Low Alloy Steels. *Advances in Technology Innovation*. 2023. № 8. URL: <https://doi.org/10.46604/aiti.2023.10658>
14. Muller J. WAAM of structural components-building strategies for varying wall thicknesses. *Welding in the World, Le Soudage Dans Le Monde*. 2023. № 67. URL: <https://doi.org/10.1007/s40194-023-01481-y>
15. Mao N. Forming optimization for WAAM with weaving deposition on curved surfaces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2023. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108366>
16. Jorge V. Pyrometrical Interlayer Temperature Measurement in WAAM of Thin Wall: Strategies, Limitations and Functionality. *Metals – Open Access Metallurgy Journal*. 2022. № 12 URL: <https://doi.org/10.3390/met12050765>
17. Derekar K. Influence of interpass temperature on wire arc additive manufacturing (WAAM) of aluminium. *The 71st IIW Annual Assembly and International conference*. 2018.

REFERENCES

1. Harshita P. (2023). *Applications of wire arc additive manufacturing (WAAM) for aerospace component manufacturing*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2023. № 127. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11623-7>
2. Gardner L. (2023). *Metal additive manufacturing in structural engineering – review, advances, opportunities and outlook*. Structures. 2023. № 47. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.12.039>
3. Anikin P., Shila G., Kulykovskiy R., Molochkov D. (2020). *Wire+arc additive manufacturing automation control system architecture*. Measuring and computing technology in technological processes. 2020.
4. Kozamiernik N. (2020). *WAAM system with interpass temperature control and forced cooling for near-net-shape printing of small metal components*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2020. № 110. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05958-8>
5. Dash A., Squiers L., Avila J., Bandyopadhyay A. (2023). *Influence of active cooling on microstructure and mechanical properties of wire arc additively manufactured mild steel*. Frontiers in Mechanical Engineering. 2023. № 9. Retrieved from: <https://doi.org/10.3389/fmech.2023.1130407>
6. Pringle A. (2021). *Open source arc analyzer: Multi-sensor monitoring of wire arc additive manufacturing*. HardwareX. 2021. № 8. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.ohx.2020.e00137>
7. Zhang J. (2022). *The gap-filling overlapping model for wire and arc additive manufacturing of multi-bead components*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2022. № 123. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s00170-022-10132-3>
8. Yildiz A. (2020). *Wire arc additive manufacturing of high-strength low alloy steels: study of process parameters and their influence on the bead geometry and mechanical characteristics*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2020. № 108. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05482-9>
9. Ling Y. (2021). *A Heat Transfer Finite Element Model for Wire-Arc-Additive-Manufacturing Process*. Proceedings of the 8th International Conference on Fracture, Fatigue and Wear. 2021.
10. Hwang. S. (2012). *Numerical Simulation of Welding Residual Stress Distribution on T-joint Fillet Structure*. International Journal of Ocean System Engineering. 2012. № 2. Retrieved from: <https://doi.org/10.5574/IJOSE.2011.2.2.082>
11. Anikin P., Shilo G., Kulykovskiy R., Molochkov. D. (2021). *Automation control system of 3d printing robotic platform with implemented wire + arc welding technology*. Electrical Engineering and Power Engineering. 2021. № 4. Retrieved from: <https://doi.org/10.15588/1607-6761-2020-4-4>
12. Dong H. (2021). *Weld bead size prediction for arc additive manufacturing based on ACS-DBN*. Journal of System Simulation. 2021. № 12. Retrieved from: <https://doi.org/10.16182/j.issn1004731x.joss.21-FZ0723>
13. Le V. (2023). *Optimization of Weld Parameters in Wire and Arc-Based Directed Energy Deposition of High Strength Low Alloy Steels*. Advances in Technology Innovation, 2023. №8. Retrieved from: <https://doi.org/10.46604/aiti.2023.10658>
14. Muller J. (2023). *WAAM of structural components-building strategies for varying wall thicknesses*. Welding in the World, Le Soudage Dans Le Monde. 2023. № 67. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s40194-023-01481-y>
15. Mao N. (2023). *Forming optimization for WAAM with weaving deposition on curved surfaces*. International Journal of Mechanical Sciences. 2023. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.108366>
16. Jorge V. (2022). *Pyrometrical Interlayer Temperature Measurement in WAAM of Thin Wall: Strategies, Limitations and Functionality*. Metals – Open Access Metallurgy Journal. 2022. № 12 Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/met12050765>
17. Derekar K. (2018). *Influence of interpass temperature on wire arc additive manufacturing (WAAM) of aluminium*. The 71st IAW Annual Assembly and International conference. 2018.

ALGORITHMS FOR CONVERTING VOXEL 3D MODELS INTO POLYGONAL ONES

Duvanov S. S.

*Postgraduate Student at the Department of Information Technologies
Sumy State University
M. Sumtsova str., 2, Sumy, Ukraine
orcid.org/0000-0001-7766-6837
samduvanov@gmail.com*

Baranova I. V.

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Information Technologies
Sumy State University
M. Sumtsova str., 2, Sumy, Ukraine
orcid.org/0000-0002-3767-8099
i.baranova@cs.sumdu.edu.ua*

Key words: *3d model, voxel, algorithm, converting, polygonal mesh.*

This document explores the using of voxels today in such areas as medicine, 3D scanning, game industry and why do we need to convert them to polygonal mesh. It also describes and analyses the currently existing algorithms for converting voxel 3D models into polygonal ones. Aim of converting algorithms is extracting the surface information from the voxel grid and generate a polygonal mesh composed of triangles that approximate the original shape. The research identified about 10 existing algorithms: Marching Cubes, Dual Contouring, Surface Nets, Voxel Carving, Sparse Voxel Octree, Surface Extraction from Volume Data (SEV), Cubical Marching Squares, Adaptive Grid Subdivision, Occupancy Networks, Deep Implicit Fields. Their features, pros and cons were described. It was chosen among the converting algorithms, taking into account the simplicity, efficiency and availability of implementation, one algorithm, which can become the basis of the program for converting voxel 3d models into polygonal mesh. The choice of algorithm depends on various factors, including the desired surface quality, computational efficiency, handling of sharp features, and implementation complexity, but there were several main criteria selected. The chosen algorithm is Marching Cubes, because it is widely used, has available implementations, has good performance. Future research will focus on creating a converter program since there are currently no freely available converters that would produce a high-quality editable polygonal mesh. All existing voxel editors and online converters export the voxel 3d model into polygonal mesh without any approximation, so the export result is a cube set, poorly united into one surface with surface breaks. Export polygonal mesh models also have a problem with a large number of triangles, which makes the model hard to edit. To create a converter that solves those problems, first, we must choose an algorithm that will become the basis of the future converter. Target algorithm will be customized in future to improve the quality of output polygonal mesh comparing to the existing converters.

АЛГОРИТМИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВОКСЕЛЬНИХ 3D МОДЕЛЕЙ В ПОЛІГОНАЛЬНІ

Дуванов С. С.

*аспірант кафедри інформаційних технологій
Сумський державний університет
вул. М. Сумцова, 2, Суми, Україна
orcid.org/0000-0001-7766-6837
samdivanov@gmail.com*

Баранова І. В.

*кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри інформаційних технологій
Сумський державний університет
вул. М. Сумцова, 2, Суми, Україна
orcid.org/0000-0002-3767-8099
i.baranova@cs.sumdu.edu.ua*

Ключові слова: 3d модель,
воксель, алгоритм,
конвертація, полігональна
сітка.

У даній статті досліджується використання вокселів на сьогоднішній день в таких галузях, як медицина, 3D-сканування, ігрова індустрія і чому нам потрібно перетворювати їх в полігональну сітку. Також описуються і аналізуються наявні алгоритми для перетворення воксельних 3D-моделей в полігональні. Метою алгоритмів конвертування є видобування інформації про поверхню з воксельної сітки та генерація полігональної сітки, складеної з трикутників, які наближають оригінальну форму. У дослідженні ідентифіковано близько 10 існуючих алгоритмів: Marching Cubes, Dual Contouring, Surface Nets, Voxel Carving, Sparse Voxel Octree, Surface Extraction from Volume Data (SEV), Cubical Marching Squares, Adaptive Grid Subdivision, Occupancy Networks, Deep Implicit Fields. Були описані їх характеристики, переваги і недоліки. Серед алгоритмів конвертування було обрано один алгоритм, враховуючи простоту, ефективність та доступність реалізації, який може стати основою програми для перетворення воксельних 3D-моделей в полігональну сітку. Вибір алгоритму залежить від різних факторів, включаючи бажану якість поверхні, обчислювальну ефективність, обробку гострих деталей та складність імплементації, але було вибрано кілька основних критеріїв. Обраним алгоритмом є Marching Cubes, оскільки він широко використовується, має доступні реалізації та високу продуктивність. Майбутні дослідження будуть спрямовані на створення програми-конвертора, оскільки на сьогоднішній день не існує вільно доступних конверторів, які б створювали високоякісну редаговану полігональну сітку. Усі існуючі редактори воксельних моделей та онлайн-конвертори експортують воксельну 3D-модель в полігональну сітку без будь-якої апроксимації, тому результат експорту – це набір кубів, погано об'єднаних в одну поверхню, що має розриви. Моделі полігональної сітки також мають проблему з великою кількістю трикутників, що ускладнює редагування моделі. Для створення конвертора, який вирішує ці проблеми, спочатку ми повинні вибрати алгоритм, який стане основою майбутнього конвертора. Цільовий алгоритм буде дороблено в майбутньому для покращення якості вихідної полігональної сітки порівняно з існуючими конверторами.

Introduction

The representation of three-dimensional objects is a fundamental aspect of computer graphics and computer-aided design. Voxel-based models, which divide space into small volumetric elements called voxels, provide a straightforward and intuitive way to represent 3D shapes.

However, in many applications, it is desirable to convert voxel models into polygonal representations composed of triangles, as polygons are widely supported by rendering engines and 3D graphics software.

The choice of conversion algorithm depends on various factors, including the desired surface quality, computational efficiency, handling of sharp features, and implementation complexity. Each algorithm has its own set of pros and cons, and selecting the most appropriate one requires careful consideration of the specific requirements and constraints of the application.

In this paper, we will explore and compare several algorithms for converting voxel 3D models into polygonal representations. These algorithms aim to extract the surface information from the voxel grid and generate a mesh composed of triangles that approximate the original shape.

We will discuss their underlying principles, advantages, disadvantages, and trade-offs. By understanding the strengths and limitations of these algorithms, we can make informed decisions when choosing the most suitable approach for a given task, balancing simplicity, computational efficiency, and the quality of the resulting polygonal meshes.

Future research will focus on creating a converter program since there are currently no freely available converters that would produce a high-quality editable polygonal mesh. All existing voxel editors and online converters export the voxel model into polygonal mesh without any approximation, so the export result is a cube set, poorly united into one surface with surface breaks. Export mesh models also have a problem with a large number of triangles, which makes the model hard to edit. To create a converter that solves those problems, first, we must choose an algorithm that will become the basis of the future converter. The choice of such an algorithm is the goal of this research.

Literature Review

The problem of converting voxels to polygons is not new and takes roots from visualizing computed tomography results [1; 2]. Voxels are widely employed in various fields, including medicine [3; 4; 5; 6] and 3D scanning [7; 8], due to their versatility and ability to represent complex three-dimensional structures with precision and detail. Voxel-based 3D scanning finds applications in various industries, including manufacturing, architecture, and entertainment. It is used for tasks such as reverse engineering, quality control, and digital preservation of cultural

artifacts. Additionally, it plays a crucial role in computer graphics and gaming, where voxels are used to generate realistic and interactive 3D environments.

Algorithms for converting voxel 3D models into polygonal ones are important in this conversion process. Various algorithms have been developed over the years, each with its own strengths and limitations, offering different trade-offs between simplicity, computational efficiency, and the quality of the resulting mesh.

There are several algorithms and techniques used for converting voxel-based 3D models into polygonal representations. Let's take a closer look at the most well-known conversion algorithms, which are mentioned in literary sources.

1. **Marching Cubes:** The Marching Cubes algorithm is one of the most popular methods for converting voxel data into polygonal meshes. It works by evaluating the voxel grid and creating surface polygons based on the density values of neighboring voxels. The algorithm determines the configuration of the surface within each voxel and generates triangles to approximate the surface [9]. It can handle arbitrary resolutions of voxel grids, provides good performance and efficiency, produces smooth surfaces for most cases. It has the following disadvantages: can create non-manifold and self-intersecting surfaces, may produce topological inconsistencies for certain configurations, requires special handling for sharp features and thin structures, triangle quality can vary, resulting in uneven surface representation.

2. **Dual Contouring:** Dual Contouring is another popular technique for voxel-to-polygon conversion. It focuses on generating higher-quality meshes compared to Marching Cubes by using the actual intersection points between voxel edges and the surface to create vertices. It allows for more accurate representation of complex shapes and smooth surfaces [10]. It handles sharp features and thin structures effectively, can generate watertight and manifold meshes, provides better control over mesh topology. It has the following disadvantages: more computationally expensive than Marching Cubes, requires additional steps to handle irregular voxel grids, can generate more triangles compared to other algorithms, sensitive to noisy voxel data, leading to surface artifacts.

3. **Surface Nets:** The Surface Nets algorithm is a variation of Marching Cubes that aims to generate watertight and manifold meshes. It constructs the surface by placing polygons on the edges where the surface crosses the voxel grid. Surface Nets can provide more consistent triangle sizes and better preserve sharp and thin features [11]. It also can handle irregularly sampled voxel grids. It has the following disadvantages: less widely used compared to Marching Cubes, can produce lower-quality surfaces for complex shapes, may have difficulty representing complex topologies, more computationally expensive compared to Marching Cubes.

4. **Voxel Carving:** Voxel Carving is a technique that starts with a large voxel grid encompassing the entire object and progressively carves away voxels to refine the shape. By iteratively removing voxels based on their consistency with the observed data, a polygonal representation of the object can be obtained [12; 13]. It can handle complex and irregularly shaped objects, does not require explicit surface extraction algorithms, can produce detailed and accurate representations. It has the following disadvantages: requires careful parameter tuning for optimal results, may generate noisy or incomplete surfaces if not properly configured, can be computationally expensive, especially for large voxel grids, requires careful handling of occlusion and self-intersection.

5. **Sparse Voxel Octree:** Sparse Voxel Octree (SVO) is a data structure that represents a voxel model as an octree, where each node in the tree either contains subnodes or represents a voxel. By traversing the octree and determining the surface at different levels of resolution, polygonal meshes can be extracted [14; 15]. It efficiently represents complex structures with varying resolution, allows for adaptive level-of-detail representation, can handle large-scale voxel data efficiently, supports accurate surface extraction. It has the following disadvantages: more complex to implement compared to other algorithms, requires additional memory overhead for storing the octree, can introduce artifacts near octree boundaries, may produce lower-quality surfaces for certain configurations.

6. **Surface Extraction from Volume Data (SEV):** SEV is an algorithm that generates polygonal meshes by directly extracting surface information from volume data. It operates by analyzing the voxel connectivity and marching along the surface to create polygons. SEV can handle irregularly sampled voxel grids and can generate high-quality meshes [16; 17]. It provides good surface quality and accuracy, allows for efficient extraction of the surface information, can handle complex topologies and sharp features effectively. It has the following disadvantages: requires additional steps for post-processing and mesh refinement, may have difficulty preserving fine details, can be computationally expensive for large voxel grids, sensitivity to noise in the voxel data can result in surface artifacts.

7. **Cubical Marching Squares:** Cubical Marching Squares operates on a 3D voxel grid, generating polygons based on the voxel densities. It can produce watertight meshes and handle sharp features and thin structures effectively [18]. It provides good control over triangle quality and surface topology. It has the following disadvantages: less widely used compared to Marching Cubes, requires additional steps for handling irregular voxel grids, can generate more triangles compared to other algorithms, sensitivity to noisy voxel data can lead to surface artifacts.

8. **Adaptive Grid Subdivision:** This technique subdivides the voxel grid into smaller cells, allowing for more accurate surface representation. By recursively subdividing cells based on the presence of surface intersections, adaptive grid subdivision methods can produce detailed and smooth polygonal meshes [19]. It handles complex shapes and varying levels of detail effectively, provides control over the level of refinement, can generate high-quality meshes with consistent triangle sizes. It has the following disadvantages: more computationally expensive compared to other algorithms, requires additional steps for adaptive subdivision and refinement, higher memory requirements for storing the subdivided grid, may produce higher triangle counts for highly detailed meshes.

9. **Occupancy Networks:** Occupancy Networks are deep learning-based methods that learn to predict the occupancy of each voxel in the 3D space. By training a neural network on voxel data, the network can generate a polygonal mesh by predicting the surface based on the learned occupancy probabilities [20]. It can handle complex shapes and topologies, provides continuous and smooth surface representations, can generate high-quality meshes with accurate surface details. It has the following disadvantages: requires training a deep learning model on a large dataset, computationally intensive during training and inference, difficulties in handling fine details and sharp features, limited control over the mesh topology and triangle count.

10. **Deep Implicit Fields:** Deep Implicit Fields are another deep learning approach for voxel-to-polygon conversion. Instead of predicting occupancy, these methods learn to directly model the implicit surface representation. By training a neural network to encode the implicit surface function, polygonal meshes can be extracted from the learned model [21; 22]. It can handle complex shapes and topologies, provides continuous and smooth surface representations, allows for high-quality mesh generation. It has the following disadvantages: requires training a deep learning model on a large dataset, computationally intensive during training and inference, difficulties in handling fine details and sharp features, limited control over the mesh topology and triangle count.

These algorithms provide a range of approaches for converting voxel-based 3D models into polygonal representations. Depending on the specific requirements, application constraints, and desired output quality, one or a combination of these algorithms can be employed to achieve the desired results.

Methods

In the research process, an analytical method was used for systematic comparison and analysis of existing voxel conversion algorithms. This made it possible to examine in detail the characteristics of each algorithm, to determine their advantages and disadvantages, and to identify trends in their use.

During the use of the analytical method, parameters and stages of work of each algorithm were carefully considered, which contributed to an objective comparison of their efficiency and suitability for specific tasks. The analysis included a logical understanding of the operation of each algorithm, taking into account its capabilities and limitations.

The application of the analytical method also made it possible to identify key factors when choosing the optimal algorithm: Surface Quality, Topological Consistency, Performance, Handling Complex Shapes, Sharp Features and Thin Structures, Availability and Implementation. This approach turned out to be extremely useful for determining the optimal voxel conversion algorithm that takes into account the specific application requirements in the research area and the desired output quality.

Results

The priority of applying the considered algorithms was analyzed taking into account the above key factors.

1. **Surface Quality:** If achieving high-quality surface representation with accurate details is a priority, algorithms like Dual Contouring, Surface Nets, or Occupancy Networks may be suitable choices.

2. **Topological Consistency:** If preserving topological consistency is crucial, algorithms like Surface Nets or Cubical Marching Squares offer better control over mesh topology and can generate watertight and manifold meshes.

3. **Performance:** If computational efficiency is a primary concern, algorithms like Marching Cubes or Voxel Carving may be more suitable, as they are generally faster and have been widely optimized and implemented.

4. **Handling Complex Shapes:** If your voxel models contain complex shapes, algorithms like Dual Contouring, Occupancy Networks, or Deep Implicit Fields can handle intricate topologies more effectively.

5. **Sharp Features and Thin Structures:** If your voxel models include sharp features or thin structures that need to be accurately represented, algorithms like Dual Contouring or Cubical Marching Squares provide better preservation of such details.

6. **Availability and Implementation:** Consider the availability of existing implementations, libraries, or frameworks that provide the algorithm you choose. This factor can affect the ease of implementation and integration into your existing workflow.

The obtained comparison results are illustrated in Table 1.

The simplicity of implementation and mesh quality are the key considerations of the research, so here are two algorithms that strike a good balance:

1. **Marching Cubes:** Marching Cubes is a widely used algorithm for converting voxel data into polygonal meshes. It offers a good balance between simplicity and mesh quality. The algorithm is well-established and has numerous implementations available, making it easier to find code examples and resources for implementation. While Marching Cubes may not generate the highest-quality meshes in all cases, it typically produces smooth surfaces and can handle a variety of voxel grids efficiently. It is a popular choice due to its simplicity and versatility.

2. **Cubical Marching Squares:** Cubical Marching Squares is an extension of the traditional Marching Squares algorithm to 3D voxel grids. It offers a good compromise between simplicity and mesh quality. Like Marching Cubes, it is relatively straightforward to implement and provides good control over the resulting mesh topology. Cubical Marching Squares is particularly effective at preserving sharp features and thin structures in the generated meshes. While it may not be as widely used as Marching Cubes, it is still a viable option that offers simplicity and good mesh quality.

Both algorithms strike a balance between simplicity and mesh quality, making them accessible choices

Table 1

Algorithms comparison results

	Is widely used	Has available implementations	Good performance	High-surface quality
Marching Cubes	Yes	Yes	Yes	No
Dual Contouring	Yes	Yes	No	Yes
Surface Nets	Yes	Yes	No	Yes
Voxel Carving	No	Yes	Yes	No
Sparse Voxel Octree	Yes	Yes	No	No
Surface Extraction from Volume Data (SEV)	No	No	No	No
Cubical Marching Squares	No	Yes	No	No
Adaptive Grid Subdivision	No	No	No	No
Occupancy Networks	No	No	No	Yes
Deep Implicit Fields	No	No	No	Yes

for many applications. Marching Cubes is more commonly used and offers broader support, while Cubical Marching Squares provides better preservation of sharp features and thin structures. You can choose the algorithm based on your specific needs and priorities, keeping in mind the trade-offs between simplicity, mesh quality, and the desired characteristics of your resulting meshes.

So, focusing on the balance of simplicity and efficiency, we can say that the most suitable algorithm for the converter can be Marching Cubes.

Discussion

The conversion of voxel-based 3D models into polygonal representations is a fundamental task in computer graphics and computer-aided design. A review of available sources showed that there are currently no effective converters for creating editable polygon meshes and no criteria for choosing effective conversion algorithms, so this research is relevant.

This paper has explored several algorithms for this purpose, examining their underlying principles, advantages, disadvantages, and trade-offs.

The analysis of the most common conversion algorithms made it possible to identify the key factors for choosing the optimal algorithm depending on the application requirements and the desired output quality. The comparative characteristics of the algorithms according to these factors, given in Table 1, made it possible to single out two algorithms that have a good balance of simplicity and efficiency. As a result of the comparison of the algorithms, it was concluded that the Marching Cubes algorithm is the most suitable for implementation in the future converter. This choice is justified by considering various factors such as simplicity, efficiency, and the availability of implementations.

This initiative defines the practical relevance of the research and its significance for practical applications in industrial and technical fields. This makes the article a resource for future research, that will focus on refining existing converting Marching Cubes algorithm, developing new techniques to address the limitations of current approaches and solving issues, related to exporting voxel models to polygon meshes, with better approximation.

BIBLIOGRAPHY

1. Frieder G., Gordon D., Reynolds R. Back-to-Front Display of Voxel Based Objects. *IEEE Computer Graphics and Applications*. 1985. Vol. 5, № 1. P. 52–60. URL: <https://doi.org/10.1109/mcg.1985.276273>.
2. Copula, a new approach for optimum design of Voxel-based GNSS tropospheric tomography based on the atmospheric dynamics / R. Mousavian et al. *GPS Solutions*. 2022. Vol. 26, № 4. URL: <https://doi.org/10.1007/s10291-022-01340-1>.
3. Dotremont K. From medical images to 3D model: processing and segmentation. *Handbook of Surgical Planning and 3D Printing*. 2023. P. 65–91. URL: <https://doi.org/10.1016/b978-0-323-90850-4.00009-0>.
4. 3D Reconstruction of Human Body Biometry / G. Trujillo-Hernández et al. *Optoelectronic Devices in Robotic Systems*. Cham, 2022. P. 195–225. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-031-09791-1_8.
5. Whole-Body Voxel-Based Personalized Dosimetry: The Multiple Voxel S-Value Approach for Heterogeneous Media with Nonuniform Activity Distributions / M. S. Lee et al. *Journal of Nuclear Medicine*. 2017. Vol. 59, № 7. P. 1133–1139. URL: <https://doi.org/10.2967/jnumed.117.201095>.
6. SimCVD: Simple Contrastive Voxel-Wise Representation Distillation for Semi-Supervised Medical Image Segmentation / C. You et al. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 2022. P. 1. URL: <https://doi.org/10.1109/tmi.2022.3161829>.
7. Li Huanmei. 3D Indoor Scene Reconstruction and Layout Based on Virtual Reality Technology and Few-Shot Learning. *Computational Intelligence and Neuroscience*. 2022. Vol. 2022. P. 1–9. URL: <https://doi.org/10.1155/2022/4134086>.
8. The Polygonal 3D Layout Reconstruction of an Indoor Environment via Voxel-Based Room Segmentation and Space Partition / F. Yang et al. *ISPRS International Journal of Geo-Information*. 2022. Vol. 11, № 10. P. 530. URL: <https://doi.org/10.3390/ijgi11100530>.
9. History of the Marching Cubes Algorithm / W. E. Lorensen et al. *IEEE Computer Graphics and Applications*. 2020. Vol. 40, № 2. P. 8–15. URL: <https://doi.org/10.1109/mcg.2020.2971284>.
10. Dual contouring of hermite data / T. Ju et al. *ACM Transactions on Graphics*. 2002. Vol. 21, № 3. P. 339–346. URL: <https://doi.org/10.1145/566654.566586>.
11. Gibson S. F. F. Constrained elastic surface nets: Generating smooth surfaces from binary segmented data. *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI'98*. Berlin, Heidelberg, 1998. P. 888–898. URL: <https://doi.org/10.1007/bfb0056277>.
12. Voxel carving-based 3D reconstruction of sorghum identifies genetic determinants of light interception efficiency / M. Gaillard et al. *Plant Direct*. 2020. Vol. 4, № 10. URL: <https://doi.org/10.1002/pld3.255>.
13. Persistent Homology for 3D Reconstruction Evaluation / A. Gutierrez et al. *Computational Topology in Image Context*. Berlin, Heidelberg, 2012. P. 139–147. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-30238-1_15.
14. Laine S., Karras T. Efficient sparse voxel octrees. *The 2010 ACM SIGGRAPH symposium*, Washington, D.C., 19–21 February 2010. New York, New York, USA, 2010. URL: <https://doi.org/10.1145/1730804.1730814>.

15. McGraw T. High-quality real-time raycasting and raytracing of streamtubes with sparse voxel octrees. *2020 IEEE Visualization Conference (VIS)*, Salt Lake City, UT, USA, 25–30 October 2020. URL: <https://doi.org/10.1109/vis47514.2020.00011>.
16. Feature sensitive surface extraction from volume data / L. P. Kobbelt et al. *The 28th annual conference*, Not Known. New York, New York, USA, 2001. URL: <https://doi.org/10.1145/383259.383265>.
17. Uribe Lobello R., Denis F., Dupont F. Adaptive surface extraction from anisotropic volumetric data: contouring on generalized octrees. *Annals of telecommunications*. 2013. Vol. 69, № 5–6. P. 331–343. URL: <https://doi.org/10.1007/s12243-013-0369-4>.
18. Cubical Marching Squares: Adaptive Feature Preserving Surface Extraction from Volume Data / C. C. Ho et al. *Computer Graphics Forum*. 2005. Vol. 24, № 3. P. 537–545. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2005.00879.x>.
19. Real-time 3D reconstruction at scale using voxel hashing / M. Nießner et al. *ACM Transactions on Graphics*. 2013. Vol. 32, no. 6. P. 1–11. URL: <https://doi.org/10.1145/2508363.2508374>.
20. Occupancy Networks: Learning 3D Reconstruction in Function Space / L. Mescheder et al. *2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Long Beach, CA, USA, 15–20 June 2019. URL: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2019.00459>.
21. DeepSDF: Learning Continuous Signed Distance Functions for Shape Representation / J. J. Park et al. *2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Long Beach, CA, USA, 15–20 June 2019. URL: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2019.00025>.
22. XU, Qiangeng, et al. DISN: Deep implicit surface network for high-quality single-view 3d reconstruction. *Advances in neural information processing systems*, 2019, 32.

REFERENCES

1. Frieder G., Gordon D. (1985). Back-to-Front Display of Voxel Based Objects. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 5(1), 52–60. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/mcg.1985.276273>.
2. Mousavian R., Hossainali M. M., Lorenz C., Kunstmann H. (2022). Copula, a new approach for optimum design of Voxel-based GNSS tropospheric tomography based on the atmospheric dynamics. *GPS Solutions*, 26(4). Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s10291-022-01340-1>.
3. Dotremont K. (2023). Chapter 3 – From medical images to 3D model: processing and segmentation. *Handbook of Surgical Planning and 3D Printing*, 65–91. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/b978-0-323-90850-4.00009-0>.
4. Trujillo-Hernández G., Flores-Fuentes W., Rodríguez-Quiñonez J.C., Hernández-Balbuena D., Real-Moreno O., Miranda-Vega J.E., Bhateja V. (2022). 3D Reconstruction of Human Body Biometry. *Optoelectronic Devices in Robotic Systems*, 195–225. Retrieved from: https://doi.org/10.1007/978-3-031-09791-1_8.
5. Lee M.S., Kim J.H., Paeng J.C., Kang K.W., Jeong J.M., Lee D.S., Sung J. (2018). Whole-Body Voxel-Based Personalized Dosimetry: The Multiple Voxel S-Value Approach for Heterogeneous Media with Nonuniform Activity Distributions. *Journal of Nuclear Medicine*, 59(7), 1133–1139. Retrieved from: <https://doi.org/10.2967/jnumed.117.201095>.
6. You C., Zhou Y., Zhao R., Staib L., Duncan J.S. (2022). SimCVD: Simple Contrastive Voxel-Wise Representation Distillation for Semi-Supervised Medical Image Segmentation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 41(9), 2228–2237. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/tmi.2022.3161829>.
7. Huanmei L. (2022). 3D Indoor Scene Reconstruction and Layout Based on Virtual Reality Technology and Few-Shot Learning. *Computational Intelligence and Neuroscience*. Retrieved from: <https://doi.org/10.1155/2022/4134086>.
8. Yang F., Li Y., Che M., Wang S., Wang Y., Zhang J., Cao X., Zhang C. (2022). The Polygonal 3D Layout Reconstruction of an Indoor Environment via Voxel-Based Room Segmentation and Space Partition. *ISPRS Int. J. Geo-Inf.*, 11(10), 530. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/ijgi11100530>.
9. Lorensen W.E. (2020). History of the Marching Cubes Algorithm. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 40(2), 8–15. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/mcg.2020.2971284>.
10. Ju T., Losasso F. (2002). Dual contouring of hermite data. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 21(3), 339–346. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/566654.566586>.
11. Frisken S. (1999). Constrained Elastic SurfaceNets: Generating Smooth Models from Binary Segmented Data. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/bfb0056277>.
12. Gaillard M., Miao C., Schnable J.C., Benes B. (2020). Voxel carving-based 3D reconstruction of sorghum identifies genetic determinants of light interception efficiency. *Plant Direct*, 4(10). Retrieved from: <https://doi.org/10.1002/pld3.255>.

13. Gutierrez A., Monaghan D., Jimenez M. J., O'Connor N.E. (2012). Persistent Homology for 3D Reconstruction Evaluation. Proceedings of the 4th international conference on Computational Topology in Image Context. Retrieved from: https://doi.org/10.1007/978-3-642-30238-1_15.
14. Laine S., Karras T. (2010). Efficient sparse voxel octrees. ACM SIGGRAPH symposium on Interactive 3D Graphics and Games, 55–63. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/1730804.1730814>.
15. McGraw T. (2020). High-quality real-time raycasting and raytracing of streamtubes with sparse voxel octrees. IEEE Visualization Conference (VIS). Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/vis47514.2020.00011>.
16. Kobbelt L.P., Botsch M., Schwanecke U., Seidel H.P. (2001). Feature Sensitive Surface Extraction from Volume Data. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/383259.383265>.
17. Lobello R.U., Denis F., Dupont F. (2014). Adaptive surface extraction from anisotropic volumetric data: contouring on generalized octrees. Annals of Telecommunications, 69 (5-6), 331–343. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s12243-013-0369-4>.
18. Ho C.C., Wu F.C., Chen B.Y., Chuang Y.Y., Ouhyoung M. (2005). Cubical Marching Squares: Adaptive Feature Preserving Surface Extraction from Volume Data. Computer Graphics Forum, 24(3), 537–545. Retrieved from: <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2005.00879.x>.
19. Niessner M., Nießner M. (2013). Real-time 3D reconstruction at scale using voxel hashing. ACM Transactions on Graphics (TOG), 32(6), 169. Retrieved from: <https://doi.org/10.1145/2508363.2508374>.
20. Mescheder L., Oechsle M., Niessner M. (2019). Occupancy networks: Learning 3D reconstruction in function space. In Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 4460–4470. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2019.00459>.
21. Park J., Florence P., Straub J., Newcombe R., Lovegrove S., Fox D. (2019). DeepSDF: Learning continuous signed distance functions for shape representation. In Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 165–174. Retrieved from: <https://doi.org/10.1109/cvpr.2019.00025>.
22. Xu, Q., Wang, W., Ceylan, D., Mech, R., & Neumann, U. (2019). DISN: Deep implicit surface network for high-quality single-view 3d reconstruction. Advances in neural information processing systems, 32.

РОЗДІЛ II. ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

UDC 004.93

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-2-03>

INCORPORATING ATTENTION SCORE TO IMPROVE FORESIGHT PRUNING ON TRANSFORMER MODELS

Melnychenko A. V.

*Postgraduate Student at the Department of Software Engineering
for Power Industry*

*National Technical University of Ukraine
“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”
Beresteyskyi Ave., 37, Kyiv, Ukraine
orcid.org/0009-0000-3588-4772
artemxl@gmail.com*

Zdor K. A.

*Postgraduate Student at the Department of Software Engineering
for Power Industry*

*National Technical University of Ukraine
“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”
Beresteyskyi Ave., 37, Kyiv, Ukraine
orcid.org/0009-0008-7640-1499
kostya9919moonlight@gmail.com*

Key words: *transformers, neural networks, pruning, efficiency, optimization.*

With rapid development of technologies and growing number of application of neural networks, the problem of optimization arises. Among other methods to optimize training and inference time, neural network pruning has attracted attention in recent years. The main goal of pruning is to reduce the computational complexity of neural network models while retaining performance metrics on desired level. Among the various approaches to pruning, Single-shot Network Pruning (SNIP) method was designed as a straightforward and effective approach to optimize number of parameters before training. However, as neural network architectures have evolved, particularly with the growing popularity of transformers, a need to reevaluate traditional pruning methods arises. This paper aims to revisit SNIP pruning method, evaluate its performance on transformer model, and introduce an enhanced version of SNIP, specifically designed for transformer architectures. The paper outlines the mathematical framework of SNIP algorithm, and proposes a modification, based on specifics of transformers models. Transformer models achieved impressive results because of their attention mechanisms for a multitude of tasks such as language modeling, translation, computer vision tasks and many others. The proposed modification takes into account this unique feature and combines this information with traditional loss gradients. Traditional method calculates importance score for weights of the network using only gradients from loss function, in the case of enhanced algorithm. In the enhanced version, the importance score is a composite metric that incorporates not only the gradient from the loss function but also from the attention activations. To evaluate the efficiency of proposed modifications, a series of experiments were conducted on image classification task, using Linformer variation of transformer architectures. The results of experiments demonstrate the efficiency of incorporating attention scores in pruning. Conducted experiments show that model pruned by modified algorithm outperforms model pruned by original SNIP by 34% in validation accuracy, confirming the validity of the improvements introduced.

ПОКРАЩЕННЯ ПРУНІНГУ ПЕРЕД НАВЧАННЯМ ШЛЯХОМ ВРАХУВАННЯ ПОКАЗНИКА УВАГИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ АРХІТЕКТУРИ TRANSFORMER

Мельниченко А. В.

*аспірант кафедри інженерії програмного забезпечення в енергетиці
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
просп. Берестейський, 37, Київ, Україна
orcid.org/0009-0000-3588-4772
artemxl@gmail.com*

Здор К. А.

*аспірант кафедри інженерії програмного забезпечення в енергетиці
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
просп. Берестейський, 37, Київ, Україна
orcid.org/0009-0008-7640-1499
kostya9919moonlight@gmail.com*

Ключові слова: *transformers, нейронні мережі, прунінг, ефективність, оптимізація.*

Зі стрімким розвитком технологій і зростанням числа прикладних застосувань нейронних мереж постає проблема їх оптимізації. Серед інших методів оптимізації навчання та використання навчених моделей в останні роки багато уваги було приділено методам виключення вагів (прунінг) нейронної мережі. Основна мета прунінгу — зменшити обчислювальну складність моделей за умови збереження показників продуктивності на прийнятному рівні. Серед різноманітних підходів до прунінгу, було розроблено метод одноразового прунінгу (SNIP), що являє собою простий і ефективний підхід для оптимізації параметрів перед навчанням. Однак з появою нових архітектур нейронних мереж, особливо зі зростанням популярності архітектур типу transformer, виникає потреба переглянути підхід до методів прунінгу. Дана стаття має на меті переглянути метод SNIP, оцінити його ефективність на моделі transformer та представити покращену версію SNIP, спеціально допрацьовану для архітектур transformer.

У статті викладено математичну основу алгоритму SNIP та запропоновано його модифікацію, виходячи зі специфіки моделей transformer. Моделі архітектури transformer досягли значних результатів завдяки своєму механізму уваги для багатьох завдань, таких як розробка мовних моделей, переклад, задачі комп'ютерного зору та багато інших. Запропонована модифікація враховує цю унікальну особливість і поєднує цю інформацію при обчисленні градієнту і функції втрат. Традиційний метод розраховує оцінку важливості для ваг мережі, використовуючи лише градієнти функції втрат. У розширеній версії оцінка важливості є складеним показником, який включає не лише градієнт функції втрати, але й активацію уваги.

Для оцінки ефективності запропонованої модифікації було проведено серію експериментів на завданні класифікації зображень, використовуючи варіацію архітектури transformer – Linformer. Результати експериментів демонструють ефективність врахування показників уваги при прунінгу. Проведені експерименти показують, що модель, оптимізована за модифікованим алгоритмом, має показник точності на 34% кращий, ніж модель, оптимізована за оригінальним методом SNIP, підтверджуючи достовірність внесених вдосконалень.

Introduction

Recent developments in the field of deep learning have revolutionized the use of technologies in many fields. Among other developments, introduction of transformer models, initially designed for natural language processing (NLP) tasks, made possible achieving state-of-the-art performance in other domains. Transformers have been successfully in machine translation [1], text summarization [2], and question-answering systems [3].

Beyond NLP, the versatility of transformer models has been demonstrated in other fields. With introduction of Vision Transformer (ViT), training neural network with this architecture allowed to improve efficiency in computer vision tasks such as image classification [4]. Transformers have also been applied in bioinformatics for protein folding prediction [5] and in reinforcement learning for optimizing control systems [6].

Despite their effectiveness, transformer models come with high computational and memory requirements, even compared to more traditional architectures. The self-attention mechanism usually comes at a quadratic cost, and many transformer architectures have high-dimensional embeddings and have many stacked layers. This makes training and deploying transformers challenging, particularly in resource-constrained environments like edge devices or embedded systems. While not specifically designed for transformers, pruning techniques aim to reduce the complexity of neural network architectures in general, making them more efficient and deployable without significantly compromising performance.

Existing Pruning Methods

In the field of neural network optimization, various pruning methodologies have been developed to address computational complexity and reduce memory requirements [7; 8].

Among weight pruning methods, magnitude-based pruning operates by selecting weights for elimination based on their absolute values. While straightforward, this technique may induce performance degradation, so resulting model requires fine-tuning. In contrast, gradient-based pruning leverages the gradients of the loss function to identify importance of weights for elimination, but at a computational cost that may extend convergence time [9].

Neuronal pruning approaches, such as activation-based and objective-based methods, offer another dimension to pruning [10]. Activation-based pruning eliminates neurons that exhibit consistently low activation values across a dataset and enhances model interpretability. However, the method risks neglecting neurons that are conditionally crucial [11]. Objective-based pruning focuses on detecting neurons that contribute less than others to the overall loss function and pruning them. This approach is computationally demanding and requires careful hyperparameter tuning.

Structured pruning methods, including filter and block pruning, offer a more architectural focus [12]. Filter pruning removes entire filters in convolutional layers based on criteria like their L1-norm. Despite its effectiveness in reducing both parameter count and computational complexity, it may necessitate architectural adjustments [13]. Block pruning prunes contiguous blocks of weights or neurons, preserving the architecture but potentially removing salient features [14].

Foresight pruning methods such as SNIP and the Lottery Ticket Hypothesis introduce unique paradigms [15; 16]. SNIP calculates a saliency score for each weight based on its initial contribution to the loss function and prunes the least salient ones before training commences. However, this method may require dataset-specific adjustments. Recent work has emphasized the utility of SNIP for pre-training, marking it as a notable avenue for computational optimization in neural networks.

Purpose and objectives of the study

Despite the advancements in pruning methods, there is room for improvement, especially in the context of transformer models. This study aims to enhance the efficiency of transformer models by modifying the SNIP algorithm to incorporate attention scores into the weight scoring mechanism. Our contributions are as follows:

- A novel modification to the SNIP algorithm that integrates attention scores.
- An empirical evaluation of the modified algorithm's performance on Plant Disease Dataset.
- A comparative analysis with original pruning method to demonstrate the efficacy of our approach.

Methodology

The SNIP algorithm is designed to prune neural networks before training commences. It calculates a saliency score for each weight in the network, based on the impact of removing that weight on the loss function. Weights with lower scores are pruned, resulting in a sparse network that can be trained more efficiently.

Mathematical Framework

The goal of SNIP is to find a sparse subset of weights W_s where $W_s \subseteq W$ such that the loss $L(W_s)$ is minimized. Here, W represents the weights in the entire neural network, and $L(W)$ is the loss function that the network aims to minimize during training. Main steps of the algorithm are:

1. The neural network is initialized with a set of random weights, denoted as W .
2. A single forward and backward pass is performed on a mini-batch of the training data. This step is crucial for computing the gradients $\frac{\partial L}{\partial W}$ of the loss function with respect to each weight in W .
3. The importance s_i of each weight w_i in W is calculated using the formula:

$$s_i = |w_i \times \frac{\partial L}{\partial w_i}| \quad (1)$$

Where $\frac{\partial L}{\partial w_i}$ is the gradient of the loss function with respect to the weight w_i .

1. The calculated importance scores s_i are normalized to produce \hat{s}_i using the equation:

$$\hat{s}_i = \frac{s_i}{\sum_j s_j} \quad (2)$$

2. The normalized importance scores \hat{s}_i are sorted in ascending order. A fraction ρ of the weights with the lowest normalized importance scores are pruned from W , resulting in the pruned set W_s :

$$W_s = \{w_i \in W : \hat{s}_i \geq \rho\} \quad (3)$$

6. The pruned network, now represented by W_s , is trained using standard optimization algorithms.

Modified SNIP Algorithm with Attention Scores

Proposed modification to the SNIP algorithm involves the integration of attention scores generated by the transformer model. Its vital to focus on the attention in transformer optimization because the attention mechanism as a pivotal component of the Transformer architecture that has revolutionized the field of deep learning, particularly in natural language processing tasks. At its core, attention allows models to focus on different parts of the input data with varying degrees of emphasis, akin to how humans pay attention to specific details when comprehending information. The attention scores, which indicate the importance of different parts of the input sequence, are used to adjust the importance scores of the weights.

The proposed enhanced Single-shot Network Pruning (SNIP) algorithm incorporates a crucial modification: incorporating attention outputs into criteria evaluated for gradient calculation. The new criteria includes loss function, attention activations and output vector, and calculated using formula 3.

$$L' = L(W) + \sum_j A_j + O \quad (4)$$

In the new formula for criteria, A_j denotes sum of the outputs for j -th attention layer, and O denotes sum of the output tensor. Thus, the augmented importance score becomes:

$$s_i = |w_i \times \frac{\partial L'}{\partial w_i}| \quad (5)$$

The backward pass for the modified criteria increases gradient values depending on the sensitivity of each individual weight in the attention layers. Given the importance of attention mechanisms in transformer models, this knowledge is vital for effective pruning.

The rationale for the effectiveness of this approach lies in the specialized function of attention mechanisms in transformer architectures, which are critical for tasks such as language modeling and translation. By incorporating gradients from attention activations, the pruning strategy becomes more informed, possibly preserving essential features in the pruned model. The modified SNIP algorithm aims to offer a nuanced

pruning methodology better suited to the complexities of transformer models.

Experimental Setup

The experiments were conducted on Plant Disease Dataset – Housing tens of thousands of images, the dataset offers a panoramic view of diverse plant species (fig. 1). Labels include disease description, allowing to train a classification model to discern between healthy and diseased plants.

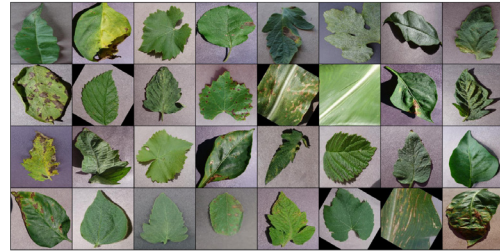


Fig. 1. Sample batch of Plant Disease Dataset

The transformer block within ViT model is replaced by a Linformer architecture to achieve computational efficiency without sacrificing performance (fig. 2).

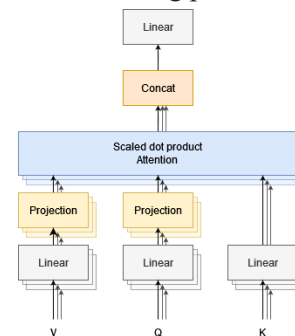


Fig. 2. Architecture diagram of Linformer model

It is engineered to efficiently handle long sequences by reducing the time complexity of the self-attention mechanism from $O(n^2)$ to $O(n)$ where n is the sequence length [17]. This is accomplished using following approaches:

- Fixed-Length Context: The self-attention mechanism in Linformer is designed to focus only on a fixed context window, thereby making the computational complexity invariant to the sequence length.

- Linear Self-Attention: Linformer approximates the full attention matrix by low-rank matrices, effectively reducing the time complexity to linear. This is particularly beneficial for tasks that involve long sequences.

- Kernelized Attention: The architecture employs kernelized attention patterns, which further optimize the computational requirements by eliminating the need for pairwise attention weight calculations.

- Shared Projections: Linformer utilizes shared projections for the key and value matrices in the

self-attention mechanism, thereby reducing the number of parameters and computational load.

In the Linformer model, the linearized attention for each head i is computed as $\overline{\text{head}}_i = \bar{P} \cdot (F_i V W_i^V)$. Here, \bar{P} is the attention probability matrix, which is derived from the softmax normalization of the scaled dot-product term $\frac{QW_i^Q(E_iKW_i^K)^T}{\sqrt{d_k}}$. The matrices QW_i^Q , $E_iKW_i^K$, and $F_iVW_i^V$ represent the projections of the queries, keys, and values, respectively, for the i -th attention head (fig. 3).

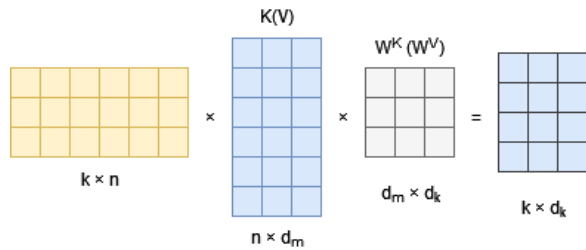


Fig. 3. Calculating projection layers of keys (K) and values (V) matrices

The learned context projection matrices E_i and F_i enable this low-rank approximation, effectively reducing the time complexity to $O(n)$ (eq. 5).

$$\begin{aligned} \overline{\text{head}}_i &= \text{Attention}(QW_i^Q, E_iKW_i^K, F_iVW_i^V) \\ &= \underbrace{\text{softmax}\left(\frac{QW_i^Q(E_iKW_i^K)^T}{\sqrt{d_k}}\right)}_{\bar{P}:n \times k} \cdot \underbrace{F_iVW_i^V}_{k \times d} \end{aligned} \quad (5)$$

The Linformer architecture in our experiment is configured with a sequence length of 50, which

includes 49 patches and one class token. The model dimension is set to 128, and it comprises 12 layers (depth) with 8 attention heads. The kernel size for the attention mechanism is set to 64.

The Linformer block is integrated into a Vision Transformer model tailored for image classification tasks. The input images are resized to 224×224 pixels and are divided into patches of size 32×32 . These patches are then linearly embedded into a 128-dimensional space, the same as the Linformer dimension. The input image channels are set to 3, corresponding to the RGB color space.

Results

The model was trained for 50 epochs and its performance was evaluated against the baseline SNIP algorithm. As shown in Table N, the modified method achieved a training accuracy of 98.9% and a validation accuracy of 94.9%, compared to the baseline's 67.9% and 57.9%, respectively. This translates to an improvement of 37% in validation accuracy. Additionally, the modified method also showed significantly lower loss values, with a training loss of 0.03 and a validation loss of 0.18, as opposed to the baseline's 1.01 and 1.22, respectively (table 1).

Table 1

Training results

Method	Train accuracy	Train loss	Val. accuracy	Val. loss
SNIP	67.9	1.01	57.9	1.22
Modified SNIP	98.9	0.03	94.9	0.18

The improvements were achieved on a very sparse model with only 275,738 trainable parameters, which constitutes just 10% of the initial parameters. The training curves, displayed in Figure 4, further substantiate the effectiveness of modified algorithm.

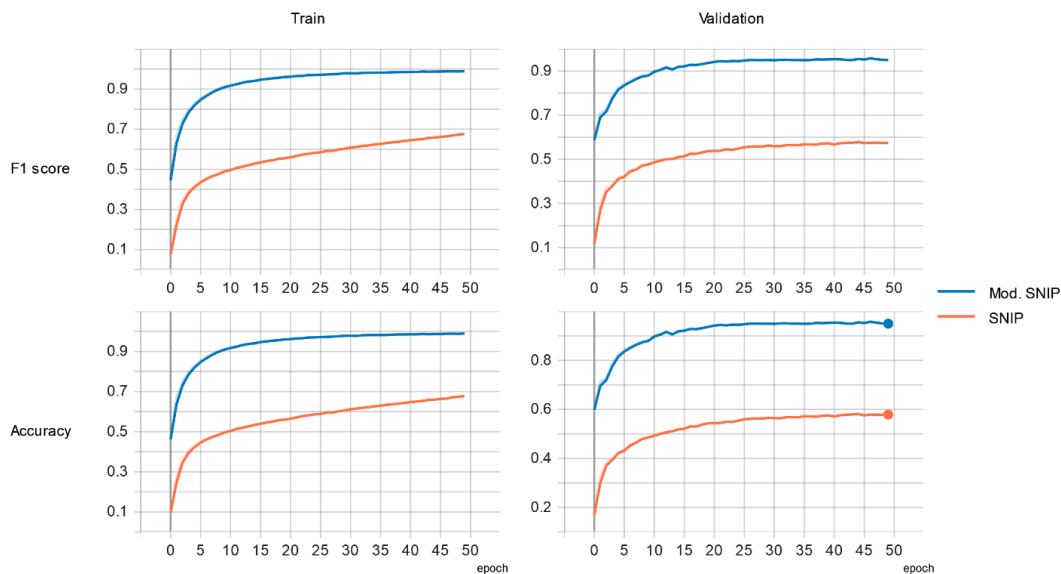


Fig. 4. Accuracy and F1 score comparison for original and modified algorithm

Conclusions

This study proposes a modification to the Sparse Networks from Scratch (SNIP) pruning algorithm by incorporating attention scores generated by the transformer model. Specifically, the hypothesis is that the by performing additional backward passes from attention activations and concatenating the gradients from original method, a more nuanced importance

score can be calculated to increase accuracy of resulting model while pruning the same amount of weights.

The results confirm that integrating attention scores into the SNIP algorithm not only improves the model's accuracy by 34% on validation subset, maintaining a sparse parameter set. This opens up new avenues for research in model pruning, particularly in the context of transformer architectures.

REFERENCES

1. Vaswani A., Shazeer N., Parmar N., Uszkoreit J., Jones L., Gomez A. N., Kaiser L., Polosukhin I. (2017). Attention Is All You Need. *Advances in Neural Information Processing Systems 30 (NIPS 2017)*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.03762>.
2. Liu Y., Lapata M. (2019). Text Summarization with Pretrained Encoders. *ArXiv preprint, arXiv:1908.08345*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1908.08345>.
3. Devlin J., Chang M-W., Lee K., Toutanova K. (2018). BERT: Pre-training of Deep Bidirectional Transformers for Language Understanding. *ArXiv preprint, arXiv:1810.04805*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1810.04805>.
4. Dosovitskiy A., Beyer L., Kolesnikov A., Weissenborn D., Zhai X., Unterthiner T., Dehghani M., Minderer M., Heigold G., Gelly S., Uszkoreit J., Houlsby N. (2021). An Image is Worth 16x16 Words: Transformers for Image Recognition at Scale. *Proceedings of the International Conference on Learning Representations (ICLR 2021)*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2010.11929>.
5. Rives A., Meier J., Sercu T., Goyal S., Lin Z., Liu J., Guo D., Ott M., Zitnick C. L., Ma J., Fergus R. (2021). Biological structure and function emerge from scaling unsupervised learning to 250 million protein sequences. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118 (15). DOI: <https://doi.org/10.1073/pnas.2016239118>.
6. Parisotto E., & Salakhutdinov R. (2017). Neural Map: Structured Memory for Deep Reinforcement Learning. *ArXiv preprint, arXiv:1702.08360*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1702.08360>.
7. Han S., Mao H., & Dally W. J. (2016). Deep Compression: Compressing Deep Neural Networks with Pruning, Trained Quantization and Huffman Coding. *ArXiv preprint, arXiv:1510.00149*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1510.00149>.
8. Molchanov P., Tyree S., Karras T., Aila T., & Kautz J. (2017). Pruning Convolutional Neural Networks for Resource Efficient Inference. *ArXiv preprint, arXiv:1611.06440*. Doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1611.06440>.
9. Zhu M., & Gupta S. (2017). To prune, or not to prune: exploring the efficacy of pruning for model compression. *ArXiv preprint, arXiv:1710.01878*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.01878>.
10. Hu H., Peng R., Tai Y-W., & Tang C-K. (2016). Network Trimming: A Data-Driven Neuron Pruning Approach towards Efficient Deep Architectures. *ArXiv preprint, arXiv:1607.03250*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1607.03250>.
11. Li H., Kadav A., Durdanovic I., Samet H., & Graf H. P. (2017). Pruning Filters for Efficient ConvNets. *Proceedings of the International Conference on Learning Representations (ICLR 2017)*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.08710>.
12. Narang S., Elsen E., Diamos G., & Sengupta S. (2017). Exploring Sparsity in Recurrent Neural Networks. *Proceedings of the International Conference on Learning Representations (ICLR 2017)*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1704.05119>.
13. He Y., Zhang X., & Sun J. (2017). Channel Pruning for Accelerating Very Deep Neural Networks. *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 1389–1397. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1707.06168>.
14. Wen W., Wu C., Wang Y., Chen Y., & Li H. (2016). Learning Structured Sparsity in Deep Neural Networks. *Neural Information Processing Systems*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.03665>.
15. Lee N., Ajanthan T., & Torr P. H. S. (2019). SNIP: Single-shot Network Pruning based on Connection Sensitivity. *Proceedings of the International Conference on Learning Representations (ICLR 2019)*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1810.02340>.
16. Frankle J., & Carbin M. (2019). The Lottery Ticket Hypothesis: Finding Sparse, Trainable Neural Networks. *Proceedings of the International Conference on Learning Representations (ICLR 2019)*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1803.03635>.
17. Wang S., Li B. Z., Khabsa M., Fang H., & Ma H. (n.d.). Linformer: Self-Attention with Linear Complexity. *ArXiv preprint, arXiv:2006.04768*. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.04768>.

РОЗДІЛ ІІІ. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 51-7:519.6

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-2-04>

ЗАСТОСУВАННЯ МНОЖИНИ КАНТОРА У МОДИФІКОВАНОМУ ГЕНЕТИЧНОМУ АЛГОРИТМІ

Бажан С. М.

*аспірант кафедри прикладної та вищої математики
Дніпровський державний технічний університет
вул. Дніпробудівська, 2, Кам'янське, Дніпропетровська область, Україна
orcid.org/0000-0003-2228-9389
stasbazhan@gmail.com*

Ключові слова: *математичне моделювання, задачі оптимізації, ітераційний процес, екстремум, еволюційні алгоритми, функція Швевеля, функція Лангермана.*

У статті досліджуються результати застосування множини Кантора під час виконання операції мутації при розв'язанні задачі знаходження глобального мінімуму функції однієї змінної модифікованим генетичним алгоритмом.

Сьогодні все більшої популярності набувають гібридні алгоритми, тобто застосування алгоритмів з різними модифікаціями або в комбінації з іншими класичними відомими алгоритмами. Модифікація генетичного алгоритму із застосуванням множини Кантора для побудови точок при операції мутації є новим підходом у дослідженні його застосувань.

Операція мутації в генетичних алгоритмах – це один з основних генетичних операторів, який вводить випадкові зміни в генетичну інформацію, створюючи нові елементи області пошуку. Її роль полягає в розширенні області пошуку оптимального розв'язку, з метою перевірки наявності хибного розв'язку в точках локального мінімуму.

В роботі розглянуто застосування модифікованого генетичного алгоритму з операцією мутації, де використовується скінчена кількість точок множини Кантора, розташованих зовні поточної області пошуку. За допомогою програмного засобу, що реалізує цей алгоритм отримано візуалізацію процедури мутації. Також отримано розв'язки задач мінімізації тестових функцій та проведено їх аналіз.

Проведено порівняльний аналіз запропонованого алгоритму з наступними підходами: алгоритмом PCLPSO, який використовує оптимізатор роїв частинок із комплексним навчанням; метаевристичним алгоритмом ВАТ, який залежить від принципу ехолокаційної поведінки кажанів, та іншими інтерпретаціями генетичного алгоритму. Запропонований підхід продемонстрував за певними критеріями кращі результати.

Дослідження показує, що поєднання множини Кантора та генетичних алгоритмів може бути корисним для оптимізації складних функцій та сприяти пошуку оптимальних розв'язків. Застосування множини Кантора в операції мутації при застосуванні модифікованого генетичного алгоритму відкриває нові можливості в розв'язанні задач мінімізації та структурує простір параметрів, полегшуючи пошук оптимальних розв'язків.

APPLICATION OF THE CANTOR SET IN THE MODIFIED GENETIC ALGORITHM

Bazhan S. M.

Postgraduate Student at the Department of Applied and Higher Mathematics

Dniprovsk State Technical University

Dniprobudivska str., 2, Kamyanske, Dnipropetrovsk region, Ukraine,

orcid.org/0000-0003-2228-9389

stasbazhan@gmail.com

Key words: *mathematical modeling, optimization problems, iterative process, extremum, evolutionary algorithms, Schwefel function, Langermann function.*

The article explores the results of applying the Cantor set during the mutation operation when solving the problem of finding the global minimum of a function of one variable by a modified genetic algorithm.

Hybrid algorithms, involving the use of algorithms with various modifications or in combination with other well-known classical algorithms, are gaining increasing popularity today. The modification of the genetic algorithm using the Cantor set for constructing points during the mutation operation represents a novel approach in the study of its applications.

The mutation operation in genetic algorithms is one of the basic genetic operators that introduces random changes in genetic information, creating new elements of the search area. Its role is to expand the search area for the optimal solution, in order to check the presence of a false solution at the points of the local minimum. The paper considers the use of a modified genetic algorithm with a mutation operation, where a finite number of points of the Cantor set located outside the current search area are used. With the help of software that implements this algorithm, a visualization of the mutation procedure was obtained. The solutions of the problems of minimization of the test functions were also obtained and their analysis was carried out.

A comparative analysis was conducted between the proposed algorithm and the following approaches: the PCLPSO algorithm, which utilizes a complex learning particle swarm optimizer; the nature-inspired BAT algorithm, based on the echolocation behavior of bats; and other interpretations of the genetic algorithm. The proposed approach demonstrated better results according to some criteria. The research demonstrates that the combination of Cantor set and genetic algorithms can be useful for optimizing complex functions and helping to find optimal solutions. The use of the Cantor set in the mutation operation when applying a modified genetic algorithm opens up new possibilities in solving minimization problems and structures the parameter space, facilitating the search for optimal solutions.

Вступ

Задачі оптимізації полягають у пошуку найкращого можливого розв'язку при заданих обмеженнях чи запропонованих умовах. Важливість та актуальність дослідження таких задач визначаються потребою в оптимальному використанні ресурсів, мінімізації витрат, підвищенні продуктивності і вирішенні складних завдань, тому постійний пошук нових підходів до їх розв'язання є надзвичайно важливим для сучасних наукових досліджень. Використання множини Кантора (множини нульової міри Лебега) при застосуванні генетичного алгоритму пошуку оптимального розв'язку має певний сенс і підвищує ефективність знаходження глобального екстремуму функції в деякій області простору.

Генетичні алгоритми (ГА) стали незамінним інструментом в багатьох галузях, оскільки вони

дозволяють знаходити оптимальні розв'язки в умовах великої кількості можливих варіантів і невизначеності. В роботі ([1]) було запропоновано застосування модифікованого генетичного алгоритму з новим підходом до побудови популяцій в просторі пошук, користуючись дією стохастичних унітарних операторів на граничні точки відрізків, що складають розбиття області пошуку. Також в роботі ([2]) були описані результати дослідження застосування процедур мутації де операторами «узагальненого кросоверу» та «узагальненої мутації» є стохастичні матриці.

Огляд наявної літератури

На теперішній час набули популярності гібридні алгоритми, а саме застосування алгоритмів з різними модифікаціями або в комбінації з іншими класичними відомими алгоритмами.

Наприклад, модифікація ГА у вигляді комбінації алгоритму рою частинок (PSO) і генетичного алгоритму, а саме запропоновано вдосконалений адаптивний оператор і реалізовано адаптивні коригування ймовірності кросинговеру та ймовірності мутації. ([3]) Реалізація модифікованого ГА за допомогою мови python, комбінація ГА з алгоритмом Монте-Карло, комбінація вейвлет-аналізу та генетичного алгоритму, а також варіанти застосування з методом диференціальної еволюції ([4–9]). Комбінація генетичного алгоритму турнірного витиснення з Гауссовою мутацією для задач мінімізації та максимізації [10].

В ([11]) Георг Кантор вперше обґрунтував можливість представлення будь-якого дійсного числа $x \in [0; 1]$ у вигляді розкладу в числовий ряд з додатними елементами. Множину Кантора можна використовувати як початкове наближення для різних оптимізаційних методів, таких як градієнтні методи, методи зовнішньої оптимізації, генетичні алгоритми, чи методи імітаційної оптимізації. Застосування ряду Кантора для генерації початкових розв'язків може бути корисним у випадках, коли обмежені відомості про простір розв'язків або коли простір розв'язків має складну структуру.

В роботі ([12]) викладені основні положення застосування множини Кантора для побудови точок при операції мутації при застосуванні модифікованого генетичного алгоритму. Даний підхід є новим способом застосування множин Кантора в теорії генетичних алгоритмів. Множина Кантора надає генетичним алгоритмам певну структуру та розподіл початкових точок в просторі пошуку, що може полегшити наближення до оптимального розв'язку.

Актуальність роботи полягає в тому, що у зв'язку з великою кількістю різноманітних еволюційних методів оптимізації, дослідники все більше звертають увагу на їх класифікацію та систематизацію. Велика різноманітність підходів і методик показує зацікавленість науковців, і потребує створення чіткої математичної структурованості. Задача класифікації методів оптимізації вже довгий час є актуальною [13; 14]. А також особливу увагу заслуговує симбіоз генетичних алгоритмів з методами машинного навчання та штучного інтелекту [15–18]. Модифікація ГА з застосуванням множини Кантора для побудови точок при операції мутації, дає можливість розглянути і дослідити новий підхід в реалізації ГА.

Постановка задачі. Застосувати модифікований операторний генетичний алгоритм з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації для розв'язання задачі пошуку глобального мінімуму для тестових функцій однієї змінної, перевірити його працездатність та ефективність.

Предмет дослідження: модифікований операторний генетичний алгоритм пошуку екстремуму функції з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації.

Мета роботи: дослідити працездатність та ефективність модифікованого операторного генетичного алгоритму з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації для знаходження мінімуму функції однієї змінної на прикладах відомих тестових функцій..

Методи дослідження: обчислювальний експеримент, статистичний аналіз, аналіз даних та візуалізація. Використання методів обробки даних та візуалізації допомагає розкрити патерни та залежності у використанні множини Кантора для побудови точок в операції мутації при застосуванні модифікованого генетичного алгоритму. Комбінування цих методів дозволяє проводити комплексні дослідження і розуміти як теоретичні, так і практичні аспекти використання генетичних алгоритмів та множин Кантора.

Модифікований генетичний алгоритм для функції однієї змінної. Нехай на множині $[a, b]$ визначена деяка функція $F(x)$. Потрібно визначити найменше значення функції на заданому відрізку. Початкова популяція утворюється з двох точок ξ, η обраних рандомно на відрізку $[a, b]$. Точки ξ, η можна виразити як координати двовимірного вектору $x = \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^2$. Вектори $x_\alpha = \begin{Bmatrix} a \\ \xi \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^2, x_\beta = \begin{Bmatrix} \eta \\ b \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^2$ входять до множини батьківських хромосом. Таким чином початкова популяція хромосом складається з трьох векторів або чотирьох точок відрізка $[a, b]$.

Процес створення нової популяції хромосом-потомків, виконується за допомогою застосування лінійних операторів до векторів, які генеруються випадковими двовимірними матрицями

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 - \alpha \\ 1 - \alpha & \alpha \end{pmatrix},$$

де α – випадкові числа з відрізка $[0, 1]$.

У просторі \mathbb{R}^2 , окрім евклідової, використовується $x = \max(|\xi|, |\eta|)$. Таким чином норма матриці A дорівнює одиниці. Кожний вектор після перетворень утворює по парі точок в кожній з трьох частин відрізка $[a, b]$.

Нова популяція складається з 8 точок з (з урахуванням ξ, η). Після обчислення значення фітнес-функції $F(x)$, на кожному з відрізків обираємо найменше. Найменшу з трьох точок позначимо ξ_1 , а η_1 – відповідає найменшому значенню $F(x)$ на інших двох відрізках. Отримана нова область пошуку $(\xi_1 - \eta_1, \xi_1 + \eta_1)$. Очевидно, що $[\xi_1 - \eta_1, \xi_1 + \eta_1] \subseteq [a, b]$. Отримана точка ξ_1 є першим наближенням розв'язку задачі. На наступному ітераційному кроці процедура рекомбінації повторюється. Продовжуючи, отримаємо послідовність вкладених відрізків, яка гарантує збіжність послідовності точок $[a, b]$ до розв'язку.

Паралельно із операторами кросовера використовуються оператори мутації, які допомагають уникнути попадання в «хибний» екстремум у випадку, коли функція має кілька екстремумів ([19]). Операція мутації в генетичних алгоритмах важлива, оскільки вона вводить випадкові зміни в генетичну інформацію, дозволяючи алгоритму виходити за межі множини поточних розв'язків та досліджувати нові можливі розв'язки, що сприяє більш широкому уникненню попадання у локальні екстремуми.

Так як побудова послідовності наближень розв'язку екстремальної задачі запропонованим алгоритмом не передбачає розбиття відрізка $[a, b]$ то для виконання операції мутації необхідно мати процедуру побудови точок зовні отриманого на певному кроці алгоритму відрізка. В даній роботі пропонується розглядати операцію мутації, де застосовується процедура «ігор хаосу» побудови множини Кантора. Множина Кантора має властивість рівномірного фрактального розподілу точок на відрізку, це розподілення може бути корисним для покращення покриття простору, що дозволяє оптимізаційним алгоритмам здійснювати пошук екстремуму в більш широкому діапазоні.

Операція мутації з використанням множини Кантора

1. Визначається відрізок $(2a - b, 2b - a)$, який містить відрізок (a, b) .

2. Обирається довільна точка $x_0 \in (2a - b, 2b - a)$ (наприклад, точка a), і застосовується процедура «ігор хаосу».

3. Отримаємо послідовність точок

$$x_n = \frac{x_{n-1} + 2X_A}{3}, \text{ де } x_1 = \frac{a + 2X_A}{3},$$

X_A точка-атрактор, яка обирається випадковим чином з множини, що містить два елементи $\{2a - b, 2b - a\}$.

В залежності від заданої кількості n точок множини Кантора, отримаємо множину точок, які використовуються для операції мутації.

Як відомо, точки множини Кантора не належать відрізку $[a, b]$. Наприклад, якщо $n = 30$, то $\{x_n\}_{n=1}^{30}$ множина, на якій виконується перевірка значень фітнес-функції за межами відрізка $[a, b]$. Даний підхід дає можливість перевірити роботу генетичного алгоритму за межами області $[a, b]$ (рис.1), таким чином заданий підхід є аналогом операції мутації.

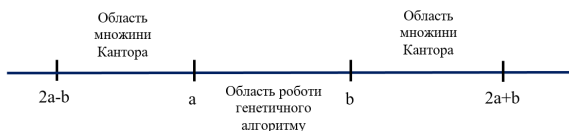


Рис. 1. Схематичне відображення множини Кантора в операції мутації

Як зазначено авторами в роботі ([19]), було розроблено програмний продукт для перевірки

працездатності запропонованого підходу. Авторами було наведено приклад перевірки операції мутації для функції Растрігіна, яка має велику кількість локальних екстремумів, де було використано множину Кантора у розмірі 20 точок, що дало позитивний результат.

В роботі [20] пропонується набір різних мультимодальних функцій, до яких і в свою чергу відноситься функція Швевеля, та наведені фіксовані результати значень екстремумів та рекомендованих параметрів при пошуку екстремуму функції.

Було проведено дослідження для наступних тестових функцій вигляду [21]:

Функція 1

$$F(x) = 5 - 24x + 17x^2 - \frac{11}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4, \quad (1)$$

Функція 2

$$F(x) = 3 \left(x^2 + \left(\frac{-5.28344387 * x + 2.9100347}{-6.779211907} - 11 \right) \right)^2 + \left(x + \left(\frac{-5.28344387 * x + 2.9100347}{-6.779211907} - 7 \right) \right)^2 \quad (2)$$

Функція 3

$$F(x) = 418.9829 - x \sin \sqrt{|x|} - \text{функція Швевеля} \quad (3)$$

Функція 4

$$F(x) = -c_1 e^{-\frac{(x-a_1)^2}{\pi}} \cos(\pi(x-a_1)^2) - c_2 e^{-\frac{(x-a_2)^2}{\pi}} \cos(\pi(x-a_2)^2) \quad (4)$$

де, $c_1 = 1, c_2 = 1, a_1 = 3, a_2 = 5$ – функція Лангермана.

Нижче наведено графіки досліджуваних функцій (рис. 2) і множини Кантора для кожної з них (рис. 3).

На Рис. 3. відображені множини Кантора для запропонованих функцій (1–4) та значення точок множини в фітнес функції. Функція 1 на відрізку $[0, 7]$ має один локальний – $(6; 5)$ та один глобальний екстремум $(1; -5, 41)$, функція 2 має два екстремуми на відрізку $[-5, 5]$. Функція 3 (Швевеля) задано на відрізку $[-500; 500]$ точка глобального екстремуму має координати $[0; 10]$, а функція 4 (Лангермана) – на відрізку $[0; 10]$, особливість функції це два глобальних екстремуми наближено в точках $(3; -1.28)$ та $(5; -1.28)$.

Для оцінки ефективності запропонованого алгоритму проведено статистичне дослідження для функцій Швевеля та Лангермана, а саме: пошук точок екстремуму виконувався по 100 разів для кожної з функцій з операцією мутації із застосуванням множини Кантора, а також по 100 разів без застосування операції мутації. Для функцій (3, 4) були отримані наступні результати представлені в таблиці 1.

Слід відмітити що для функції Лангермана (4) яка має два екстремуми. Крайні результати наближення екстремумів відображено в (таб. 1), найкраще значення без мутації було знайдено за 55 ітераційних

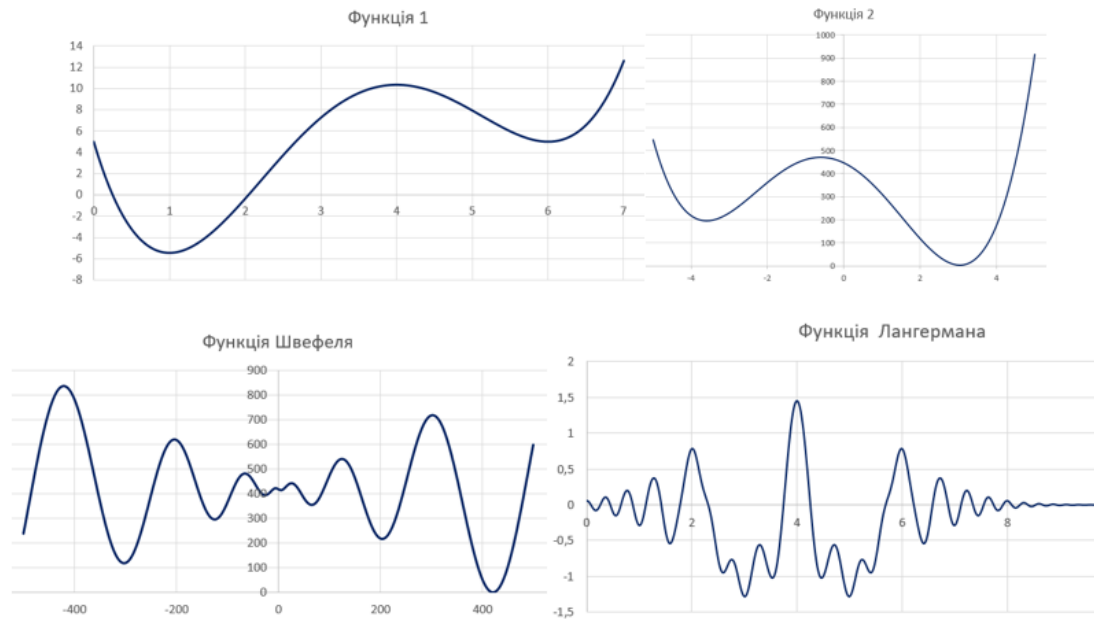


Рис. 2. Графіки тестових функцій (1–4)

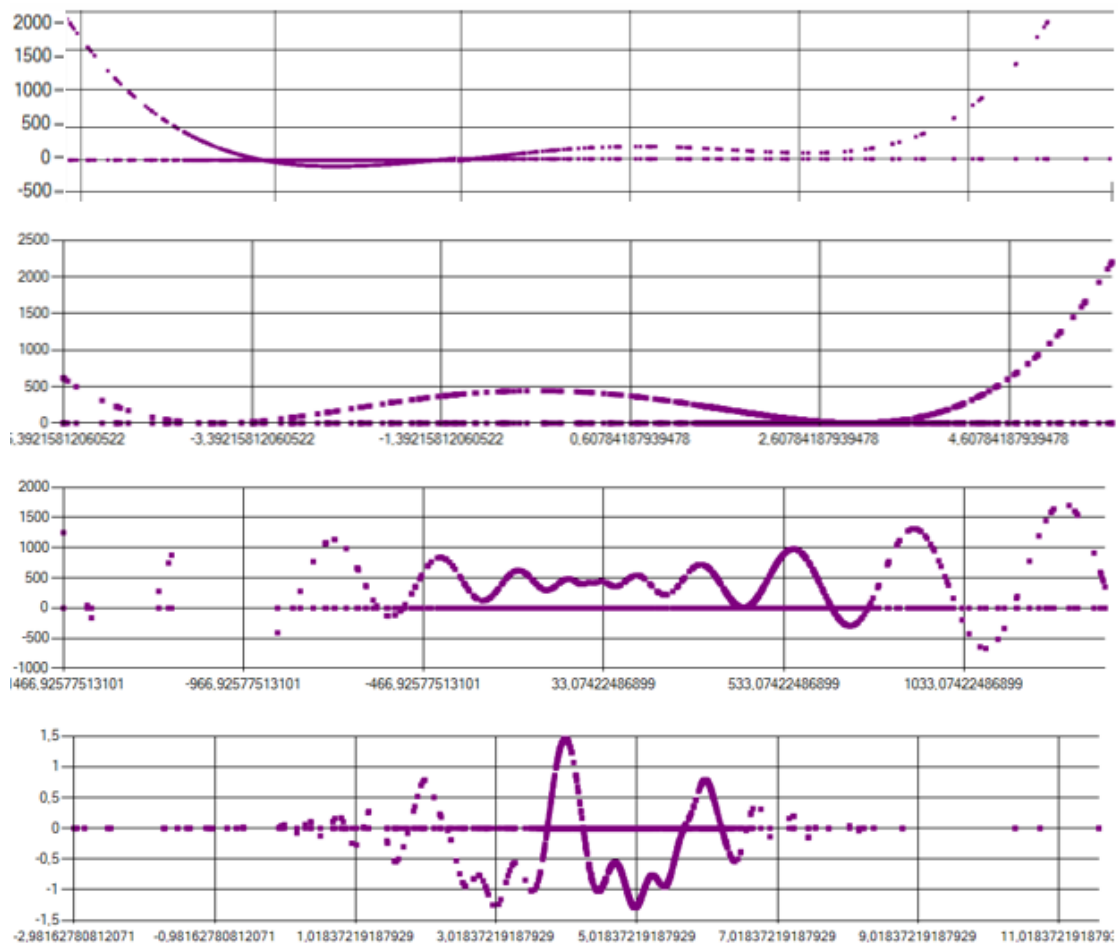


Рис. 3. Множини Кантора для тестових функцій (1–4)

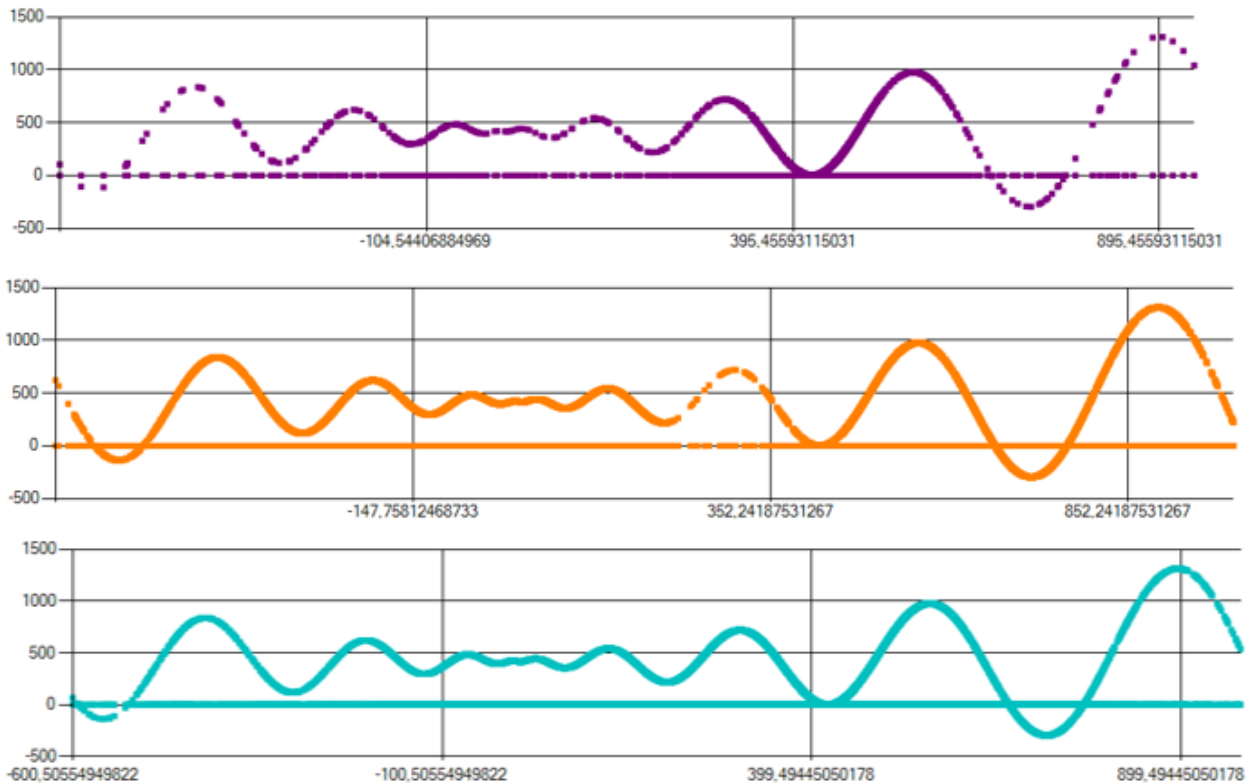


Рис. 4 Відображення множин Кантора та кількості ітераційних кроків 187, 734 та 1114 кроків

Таблиця 1

Статистичні результати тестових функцій 3 та 4

Значення	Функція 3 (Швефеля)	Функція 4 (Лангермана)	
Без операції мутації			
<i>Min</i> кількість ітерацій	83	50	
<i>Max</i> кількість ітерацій	4459	2867	
Медіана	351	194	
Середнє відхилення	828	459	
Кількість разів був знайдений екстремум	100	1-й	2-й
		56	44
Найкращий екстремум з 100 випробувань	(420,97175127268; 0,000013866942)	(4,9919319142; -1,281319656)	
З операцією мутації за допомогою множин Кантора.			
<i>Min</i> кількість ітерацій	72	36	
<i>Max</i> кількість ітерацій	2747	922	
Медіана	287	173	
Середнє відхилення	611	211	
Кількість разів був знайдений екстремум	100	1-й	2-й
		51	49
Найкращий екстремум з 100 випробувань	(420,966777805112 0,000013216553)	(3,007772437 -1,281319800)	

кроків, а з мутацією – за 36 кроків. Також відмітимо рівномірність роботи алгоритму. Кожний з двох екстремумів визначається майже однаковою кількістю разів як з застосуванням операції мутації, так і без неї і прямує до співвідношення 50:50.

Для функції Швевеля досліджувався вплив кількості ітераційних кроків на побудову множин Кантора. На Рис. 4. відображено множини Кантора та їх значення в точка фітнес функції, кількість ітерацій відповідно дорівнює 187, 734 та 1114 кроків. Наочно відображається різниця щільності множин. В усіх випадках було знайдено точку глобального екстремуму.

Також відмітимо що пошук для функції 3 відбувався на відрізку $[-500; 500]$ за межами якого є інший глобальний екстремум, яким міг би відігравати роль хибного екстремуму, якщо, $\xi_k - \eta_k$ (або $\xi_k + \eta_k$) b , то граничними точками нового відрізка обираються граничні точки початкового відрізка.

При дослідженні функції Лангермана, визначено, що алгоритм знаходить по черзі обидва глобальних екстремуми, та відповідно відбувається скупчення точок множин Кантора біля лівого та правого екстремуму (рис. 5).

За результатами чисельних експериментів для досліджуваних функцій можна прийти до висновку, що 20 точок множини Кантора на кожній ітерації є достатнім для позитивних результатів. Також можна відмітити, що таку мутацію можна використовувати не на кожному кроці, а з певним визначеним періодом. Візуальне представлення показало, що при зменшенні ітераційного відрізка щільність точок на відрізку збільшується. Як відображено на графіках, ближче до точок екстремумів відбувається ущільнення множин Кантора, що підтверджує доцільність використання не великої

кількості точок множини Кантора. При зменшенні відрізка пошуку, мутація з використанням множини Кантора пришвидшує роботу модифікованого генетичного алгоритму. Також можна застосувати множини Кантора для фінальної перевірки екстремуму, де буде доцільно використати більшу кількість точок множини.

Дискусії. Запропонований алгоритм пошуку екстремуму порівнювався з алгоритмом PCLPSO, який використовує оптимізатор роїв частинок із комплексним навчанням. Було проведено дослідження для мультимодальних тестових функцій, таких як Розенброк, Гриванк, Растрігін, Браннін, Швевель та інші [22]. Для задачі Швевеля відпрацювання алгоритму зайняло від 7,62 до 10.01 секунд. Відпрацювання представленого модифікованого генетичного алгоритму без операції мутації склало 2.60, кількість ітерацій складає 478, точка екстремуму (420,9587530;0,0000253289). З операцією мутації при застосуванні множини Кантора точка екстремуму (420,9640398;0,0000155227) кількість ітерацій 114 час 1.43 секунди. Максимальна кількість ітерацій була однаково зафіксована як в ([22]) так і запропонованому генетичному алгоритмі і становить 5000. Алгоритми були реалізовані за допомогою одного й того ж середовища розробки Visual Studio мова C#.

Модифікація природного метаевристичного алгоритму ВАТ [23], який залежить від принципу ехолокаційної поведінки кажанів, страждає від раннього застрягання в локальних оптимумах. Пропонується покращення початкової популяції шляхом генерації двох популяцій випадковим чином де потім за певними критеріями утворюється із цих двох популяцій одна початкова покращена. Розглядаються популяції кількості 100, 200, 300 та 400 особин. В свою чергу, в запропонованому модифікованому ГА з опера-

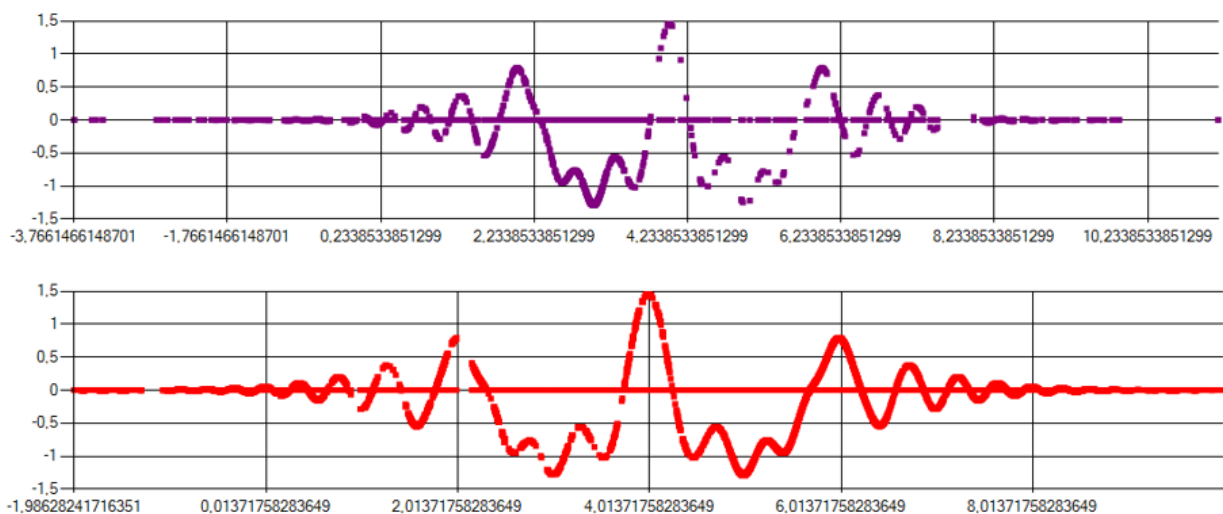


Рис. 5. Відображення скупчення точок множин Кантора біля лівого та правого екстремумів

цією мутації також застосовується особливий підхід до створення початкової популяції описаний вгорі, але використовується менша популяція від 8 до 28 особин, яка дає гарні результати наближені до фіксованих значень.

Порівняльні результати чотирьох різних алгоритмів, один з яких є ГА, надаються для таких тестових функцій як Растрігіна, Швевеля, Лангермана, Михайлевича, Розенброка та інші [24]. Розмір популяції складає 20 та 30 одиниць, максимальна кількість ітерацій не повинна була перевищувати 5000 та 20000 відповідно до кількості особин. Пошук екстремумів відбувався 100 разів. В отриманих результатах відмічається, що не завжди відбувається знаходження екстремуму

при відповідних умовах, на відміну від запропонованого модифікованого ГА який знаходить глобальний мінімум або один з них як було зазначено вгорі.

Висновки. Використання модифікованого генетичного алгоритму з використанням множини Кантора для побудови точок при операції мутації дає позитивні результати, що відображає надійність, швидкість та рівномірність роботи алгоритму. Використання множин Кантора в задачах оптимізації та пошуку глобального екстремуму є новим підходом, який може допомогти підвищити якість роботи генетичного алгоритму. Множина Кантора, може бути використана як для генерації початкових наближень та розподілу точок в просторі пошуку, так і при операції мутації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Олійник Л.О., Бажан С.М. (2019). Алгоритм пошуку екстремумів функції однієї змінної с. 44–50. Математичне моделювання: Науковий журнал. № 1(40). – 210 с.
2. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2020) About Features of Mutation Application in a Modified Operator Genetic Algorithm. International Academy Journal Web of Scholar. 8(50). doi: 10.31435/rsglobal_wos/30122020/7324
3. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology). 44. 4499–4505.
4. Nguyen, T. & Le, V. & Vu, X. & Nguyen, D.. (2022). Reliability-based Design Optimization of Steel-Concrete Composite Beams Using Genetic Algorithm and Monte Carlo Simulation. Engineering, Technology & Applied Science Research. 12. 9766–9770. 10.48084/etasr.5366.
5. S. K. Mondal and H. Tahbaldar, (2013) Automated Test Data Generation Using Fuzzy Logic-Genetic Algorithm Hybridization System for Class Testing Of Object Oriented Programming.
6. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology). 44. 4499–4505.
7. Esnaashari, Mehdi & Damia, Amirhossein. (2021). Automation of Software Test Data Generation Using Genetic Algorithm and Reinforcement Learning. Expert Systems with Applications. 183. 115446. 10.1016/j.eswa.2021.115446.
8. Губський А. М. (2011). Комбінація вейвлет-аналізу та генетичного алгоритму для мінімізації похибок глобальної навігаційної системи. Науковий вісник НЛТУ України, 21 (13), 355–362.
9. Багнюк Н. В., Марчевська О. Р. (2020). Оптимізація багатовимірної функції методом диференціальної еволюції. Сучасна наука та освіта Волині : зб. матеріалів наук.-практ. онлайн-конф. ISBN 978-966-940-327-8136.
10. Шило В.П., Глибовець М.М., Гулаєва Н.М., Нікіщихіна К.В. (2020) Генетичні алгоритми турнірного витиснення з гауссовою мутацією. Кібернетика і системний аналіз. № 56(2). С. 75–88. <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00239-4>
11. Cantor G. Ueber die einfachen Zahlensysteme // Z. Mathl. Phys. – 1869. – Bd. 14. – S. 121–128.
12. Олійник Л.О., Бажан С.М. (2021) Про використання множини Кантора в операції мутації для генетичних алгоритмів. 79–90 с., Матеріали Міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми технічної механіки – 2021» Дніпро, Кам'янське, Україна.
13. Гулаєва, Н. М., Шило, В. П., М.М. Глибовець (2021). Генетичні алгоритми як обчислювальні методи скінченновимірної оптимізації. Кібернетика та комп'ютерні технології.
14. Birattari M., Paquete L., Stützle T., Varrentrapp K. (2001) Classification of metaheuristics and design of experiments for the analysis of components: technical report. Darmstadt : Techn. Univ. Darmstadt. AIDA-01-05. 12 p.
15. Ваховська, Л. М. (2020). Використання паралельних генетичних алгоритмів для навчання штучних нейронних мереж. In Proceedings of the XII International scientific-practical conference «Internet-education-science»(IES-2020), Ukraine, Vinnytsia, 26–29 May 2020: 58–59. ВНТУ.
16. Гриб, Д. В. (2023). Ігровий штучний інтелект з використанням генетичних алгоритмів.

17. Чопорова О. В., Лісняк А. О. (2020). Використання генетичного алгоритму для оптимізації параметрів нейронної мережі при прогнозуванні напружено-деформованого стану квадратної пластинки. *Applied questions of mathematical modelling*, 3(2.1), 290–299.
18. Авербах, Д. М. (2019) Використання генетичних алгоритмів для навчання нейронних мереж. *Zbiór artykułów naukowych recenzowanych № 24.*, 83. ISBN: 978-83-66401-28-0
19. Бажан С.М. (2020) «Про ефективність застосування операторів мутації при використанні модифікованого генетичного алгоритму», 102–104 с., Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми математичного моделювання» 27-28 травня 2020, 161 с.
20. Hussain, Kashif & Salleh, Mohd & Cheng, Shi & Naseem, Rashid. (2017). Common Benchmark Functions for Metaheuristic Evaluation: A Review. *International Journal on Informatics Visualization*. 1. 218–223. 10.30630/joiv.1.4-2.65.
21. Глибовець М.М., Гулаєва Н.М. (2013) Еволюційні алгоритми : підручник. Київ : НаУКМА. 828 с.
22. Felix Martinez-Rios, Alfonso Murillo-Suarez (2018) «A new swarm algorithm for global optimization of multimodal functions over multi-threading architecture hybridized with simulating annealing» *Procedia Computer Science*, Volume 135, Pages 449–456, ISSN 1877-0509, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.08.196>.
23. Al-Asadi, Samraa & Al-Mamory, Safaa. (2023). An Improved BAT Algorithm Using Density-Based Clustering. *Inteligencia Artificial Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*. 26. 102–123. 10.4114/intartif.vol26iss72pp102-123.
24. Gravas, Ioannis. (2017). Exponential Log-Periodic Antenna Design in Computer Environment by Using Improved Particle Swarm Optimization Technique with Velocity Mutation. 10.13140/RG.2.2.35307.77608/1.

REFERENCES

1. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2019) Algorithm for finding the extrema of a function of one variable Математичне моделювання: Науковий журнал *Mathematical Modeling : Scientific Journal* 1(40). ISSN 2519-8106
2. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2020) About Features of Mutation Application in a Modified Operator Genetic Algorithm. *International Academy Journal Web of Scholar*. 8(50). DOI: 10.31435/rsglobal_wos/30122020/7324
3. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. *Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology)*. 44. 4499–4505.
4. Nguyen, T. & Le, V. & Vu, X. & Nguyen, D.. (2022). Reliability-based Design Optimization of Steel-Concrete Composite Beams Using Genetic Algorithm and Monte Carlo Simulation. *Engineering, Technology & Applied Science Research*. 12. 9766–9770. 10.48084/etasr.5366.
5. S. K. Mondal and H. Tahbaldar, (2013) Automated Test Data Generation Using Fuzzy Logic-Genetic Algorithm Hybridization System for Class Testing Of Object Oriented Programming.
6. Shi, R. & Zhu, X. & Dong, Jian & Xie, Y. & Guo, Y.. (2013). A hybrid approach based on PSO and GA for array optimization in MIMO radar. *Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology)*. 44. 4499–4505.
7. Esnaashari, Mehdi & Damia, Amirhossein. (2021). Automation of Software Test Data Generation Using Genetic Algorithm and Reinforcement Learning. *Expert Systems with Applications*. 183. 115446. 10.1016/j.eswa.2021.115446.
8. Gubskyy A.M. (2011) Combination of wavelet-analyze and genetic algorithm for minimization of global navigational errors. *Scientific bulletin of UNFU*, 21 (13), 355–362.
9. Bagniuk N. V., Marchevska O. R. (2020). Optimization of a multidimensional function by the method of differential evolution. *Modern science and education in Volyn: a collection of scientific and practical materials*. online conf. ISBN 978-966-940-327-8136.
10. Shilo V.P., Hlybovets M.M., Gulaeva N.M., Nikishchikhina K.V. (2020) Tournament crowding genetic algorithms based on Gauss mutation. *Cybernetics and system analysis* 56(2.) C. 75–88. <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00239-4>
11. Cantor G. Ueber die einfachen Zahlensysteme // *Z. Mathl. Phys.* – 1869. – Bd. 14. – S. 121–128.
12. Leonid Oliinyk, Stanislav Bazhan. (2021) About the use of the Cantor set in mutation operations for genetic algorithms. *Book of Abstracts annual international scientific conference: Mathematical Problems of Technical Mechanics-2021 Part 1*.
13. Gulaeva, N.M., Shilo, V.P., M.M. Hlybovets (2021). Genetic algorithms as computational methods of finite-dimensional optimization. *Cybernetics and computer technologies*.

14. Birattari M., Paquete L., Stützle T., Varrentrapp K. (2001) Classification of metaheuristics and design of experiments for the analysis of components: technical report. Darmstadt : Techn. Univ. Darmstadt. AIDA-01-05. 12 p.
15. Vakhovska, L. M. (2020). Using parallel genetic algorithms for learning artificial neural networks. In Proceedings of the XII International scientific-practical conference «Internet-education-science»(IES-2020), Ukraine, Vinnytsia, 26–29 May 2020: 58–59.
16. Hryb, D. V. (2023). Game artificial intelligence using genetic algorithms.
17. Choporova O. V., Lisnyak A. O. (2020). The use of a genetic algorithm to optimize the parameters of a neural network in predicting the stress-strain state of a square plate. Applied questions of mathematical modeling, 3(2.1), 290–299.
18. Averbach, D. M. (2019) Using Genetic Algorithms to Train Neural Networks. Zbiór artykułów naukowych recenzowanych № 24., 83. ISBN: 978-83-66401-28-0
19. Stanislav Bazhan (2020) «About the effectiveness of using mutation operators for a modified genetic algorithm», Book of Abstracts All-Ukrainian Scientific and Methodological Conference: Problems of Mathematical Modeling
20. Hussain, Kashif & Salleh, Mohd & Cheng, Shi & Naseem, Rashid. (2017). Common Benchmark Functions for Metaheuristic Evaluation: A Review. International Journal on Informatics Visualization. 1. 218–223. 10.30630/ijov.1.4-2.65.
21. Hlybovets M.M., Gulaeva N.M. (2013) Evolutionary algorithms. 828 p.
22. Felix Martinez-Rios, Alfonso Murillo-SuarezM (2018) A new swarm algorithm for global optimization of multimodal functions over multi-threading architecture hybridized with simulating annealing» Procedia Computer Science, V. 135, P. 449–456, ISSN 1877-0509, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.08196>.
23. Al-Asadi, Samraa & Al-Mamory, Safaa. (2023). An Improved BAT Algorithm Using Density-Based Clustering. Inteligencia Artificial Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. 26. 102–123. 10.4114/intartif.vol26iss72pp102-123.
24. Gravas, Ioannis. (2017). Exponential Log-Periodic Antenna Design in Computer Environment by Using Improved Particle Swarm Optimization Technique with Velocity Mutation. 10.13140/RG.2.2.35307.77608/1.

ЕФЕКТИВНІ ПРУЖНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ В УМОВАХ ПОПЕРЕДНЬОГО ПОПЕРЕЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Гребенюк С. М.

*доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-5247-9004
gsm1212@ukr.net*

Морозова І. Ю.

*аспірант
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0001-8200-0140
irina.oleynik.1997@gmail.com*

Ключові слова: *волокно, гомогенізація, ефективний модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, композиційний матеріал, попередня деформація, матриця.*

У статті розглядається математичне моделювання механічної поведінки волокнистого композиту для визначення його напружено-деформованого стану в умовах попередньої деформації. Знайдено аналітичні співвідношення для ефективних характеристик волокнистого композиційного матеріалу, а саме модулів пружності та коефіцієнтів Пуассона, з урахуванням зміни об'ємного вмісту компонентів у процесі деформування.

В роботі для визначення ефективних характеристик застосовується метод представницького об'ємного елемента. Розглянуто спільне деформування порожнистого та суцільного циліндрів, що моделюють, відповідно, матрицю та волокно у композиті, з урахуванням того, що осьові переміщення і волокна й матриці сталі й однакові. Вважається, що в процесі деформації і матеріал матриці, і матеріал волокна підкоряються закону Гука, але в процесі деформації їх об'ємна частка в композиті змінюється. Ця зміна буде визначатися зміною площі поперечного перерізу ділянок елементарної комірки, зайнятих матрицею і волокном, враховуючи, що висота нескінченної комірки буде однаковою для матриці і волокна. Отримано співвідношення для напружено-деформованого стану ізотропного волокна та матриці, в яких передбачається, що незважаючи на лінійний характер деформування матриці та волокна, об'ємна частка компонентів змінюється при збільшенні зовнішнього навантаження й впливає на деформований стан компонентів.

Далі розглядається аналогічна задача для однорідного трансверсально-ізотропного матеріалу, що моделює поведінку композиційного матеріалу. Умовою узгодження для цієї задачі будуть виступати рівність осьових переміщень для довільної осьової координати та рівність радіальних переміщень на зовнішній частині циліндричної поверхні. Отримано аналітичні вирази для ефективних пружних характеристик при поперечному деформуванні із врахуванням зміни деформованого стану.

Досліджено залежність ефективних характеристик від зміни об'ємного вмісту волокна в композиті в процесі деформування.

EFFECTIVE ELASTIC CHARACTERISTICS OF FIBER COMPOSITE MATERIAL UNDER PREVIOUS TRANSVERSE DEFORMATION

Grebenyuk S. M.

*Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,
Head of the Department of Fundamental and Applied Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-5247-9004
gsm1212@ukr.net*

Morozova I. Yu.

*Postgraduate Student
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0001-8200-0140
irina.oleynik.1997@gmail.com*

Key words: *fiber, homogenization, effective modulus of elasticity, Poisson's ratio, composite material, preliminary deformation, matrix.*

The article deals with mathematical modeling of the mechanical behavior of a fiber composite to determine its stress-strain state under the conditions of previous deformation. Analytical relations were found for the effective characteristics of the fibrous composite material, namely the modulus of elasticity and Poisson's ratios, taking into account the change in the volume content of the components during the deformation process.

In the work, the method of the representative volume element is used to determine the effective characteristics. The joint deformation of hollow and solid cylinders simulating, respectively, the matrix and fiber in the composite, is considered, taking into account that the axial displacements of both fibers and matrices are constant and the same. It is believed that both the matrix material and the fiber material obey Hooke's law during the deformation process, but their volume fraction in the composite changes during the deformation process. This change will be determined by the change in the cross-sectional area of the areas of the unit cell occupied by the matrix and the fiber, given that the height of the infinite cell will be the same for the matrix and the fiber. The relationship for the stress-strain state of an isotropic fiber and matrix is obtained, in which it is assumed that despite the linear nature of the deformation of the matrix and fiber, the volume fraction of the components changes when the external load increases and affects the deformed state of the components.

Next, we consider a similar problem for a homogeneous transversely isotropic material that models the behavior of a composite material. The agreement condition for this problem will be equality of axial displacements for an arbitrary axial coordinate and equality of radial displacements on the outer part of the cylindrical surface. Analytical expressions for the effective elastic characteristics during transverse deformation, taking into account the change in the deformed state, were obtained.

The dependence of the effective characteristics on the change in the volume content of the fiber in the composite during the deformation process was studied.

Вступ

Композиційні матеріали отримали широке застосування завдяки своїм особливим властивостям та відмінними експлуатаційними характеристиками.

На основі композитів розроблено велику кількість матеріалів та конструкцій, які широко застосовуються як у важкій, так і в легкій промисловості. Завдяки своїм унікальним властивостям композити забезпечують виробу та конструкції високу міцність, зносостійкість, жорсткість та в цей же час легкість та малу вагу.

Застосування композиційних матеріалів, які мають високу питому міцність і жорсткість, дозволяє у сучасних машинах та конструкціях знизити матеріаломісткість і підвищити корозійну стійкість, відкриває принципово нові можливості оптимального проектування та створення нових конструкцій.

При створенні нових конструкцій із композиційного матеріалу важливою задачею є визначення напружено-деформованого стану такої конструкції в реальних умовах експлуатації. При математичному моделюванні деформування конструкцій із композиційного матеріалу актуальним є описання механічних характеристик матеріалу. Зважаючи на те, що, як правило, частота армування волокнами є досить високою, а поперечний розмір волокна малим, створити математичну модель матеріалу, яка б враховувала кожне окреме волокно, досить проблематично. Тому неоднорідний композиційний матеріал представляється однорідним з механічними характеристиками, які називають ефективними і які залежать від механічних характеристик матриці та волокна і об'ємної частки кожного з них у композиційному матеріалі.

Теоретичні основи визначення ефективних пружних сталей трансверсально-ізотропного матеріалу, що моделює поведінку композиційного матеріалу, представлені в роботах [1–5].

У [1] отримано формулу залежності поздовжнього модуля пружності для трансропного матеріалу, що моделює композит, від пружних характеристик матриці, волокна, перехідного шару, що утворюється між матрицею та волокном, та об'ємної долі кожного з них у композиті. Також у статті проаналізовано вплив наявності перехідного шару на величину ефективного поздовжнього модуля пружності.

Розглянуто відомі методики прогнозування пружних сталей для моделі композитного матеріалу [2], що армований односпрямованими волокнами, через мікромеханічні параметри його складових. Запропоновано методику врахування отриманих ефективних характеристик для цього типу композитного матеріалу у шарах розробленого багат шарового скінченного елемента тонкої неоднорідної оболонки.

У роботі [3] пропонується методика визначення ефективних в'язкопружних характеристик односпрямованого композиційного матеріалу. Застосування запропонованої методики дозволяє отримати пружні характеристики композиту у вигляді функцій пружних характеристик його складових та відносно частоти армування композиту.

Представлено підходи до визначення ефективних механічних характеристик композиційного матеріалу, армованого суцільними та порожнистими волокнами за допомогою методу представницького об'ємного елемента [4]. В результаті отримуємо трансропні ефективні пружні сталі композиційного матеріалу, армованого системою суцільних та порожнистих волокон. За допомогою представленого підходу проведено розрахунок ефективних пружних сталей однаково спрямованого композиційного матеріалу на основі поліефірної смоли, армованого порожнистими та суцільними скловолокнами. Проведено аналіз залежностей для деяких ефективних пружних сталей від об'ємного вмісту порожнини у волокні.

Визначено співвідношення ефективних пружних характеристик волокнистого трансверсально-ізотропного матеріалу [5]. Розглянуто поперечне розтягнення та поперечне стиснення композиційної комірки, визначено напруження та переміщення матриці та волокна за умови їх спільної осесиметричної деформації. Проаналізовано залежність розрахункового співвідношення від об'ємної частки волокна в композиті.

Роботу [6] присвячено отриманню ефективних модулів пружності за допомогою методу асимптотичної гомогенізації для похилих двофазних волокнистих періодичних композитів з нерівномірними умовами неідеального контакту на межі розділу. Досліджено поведінку коефіцієнта пружності зсуву для масивів різної геометрії, пов'язану з кутом комірки.

Статтю [7] присвячено ефективним пружним властивостям композитів, армованих довгими волокнами, які мають поперечно-ізотропну поведінку матеріалу. Ефективні пружні властивості, отримані за допомогою шестикутного та квадратного розташування волокон у поєднанні з процедурою обертального середнього, порівнюються, і наявні розбіжності. Обговорюється вплив об'ємної частки та жорсткості між фазною поверхні на ефективні пружні властивості.

У роботі [8] на основі методів мікромеханічного моделювання та гомогенізації досліджено ефективні пружні та в'язкопружні властивості композитів, армованих короткими волокнами. Було запропоновано теоретичні моделі для виявлення механізмів впливу складових і мікроструктур на пружні та в'язкопружні властивості SFRC, які були чисельно підтверджені моделюванням

кінцевих елементів на основі репрезентативних моделей об'ємних елементів.

Однак, у існуючих роботах припускається, що процес деформування або лінійний, або врахування рівня деформування обмежується врахуванням окремих випадків й не може бути застосована для широкого кола композитів. Так, якщо розглянути один із видів волокнистих композитів – гумовокордні матеріали – то можна зауважити, що в процесі деформування гума може зазнавати значних деформацій, причому у межах закону Гука. У той же час при такому деформуванні гума не змінює свій об'єм (коефіцієнт Пуасона близький до 0,5), а волокна (металеві або тканинні) при деформуванні свій об'єм змінюють (коефіцієнт Пуасона варіюється від 0,25–0,35 для металевих до 0,8 для тканинних), в результаті при деформуванні змінюються об'ємні частки волокна та матриці у композиті.

Метою дослідження цієї статті є визначення залежності ефективних механічних характеристик при поперечній деформації від об'ємного вмісту корда, з урахування рівня деформування волокнистого композиційного матеріалу.

Постановка задачі. Основні співвідношення. Розглянемо волокнистий композиційний матеріал із довгими волокнами при гексагональній схемі армування. Для виконання поставленої задачі скористаємося методом представницького об'ємного елемента. Виокремимо із об'єму композиту елементарну гексагональну комірку, що містить волокно та оточуючу його матрицю. Зважаючи, що композит армований довгими волокнами, будемо вважати довжину елементарної комірки нескінченною. Гексагональний поперечний переріз комірки апроксимуємо кругом, так щоб об'ємна частка волокна у комірці не змінилася. В результаті елементарний представницький елемент композиційного матеріалу буде складатися з нескінченного суцільного циліндра, що моделює волокно, та нескінченного порожнистого циліндра, що моделює матрицю (рис. 1).

Будемо вважати, що в процесі деформування і матеріал матриці, і матеріал волокна підкорюються закону Гука, але в процесі деформування змінюється їх об'ємна частка у композиті. Ця зміна буде визначатися зміною площі поперечного перерізу областей елементарної комірки, що займає матриця та волокно, враховуючи, що висота нескінченної комірки буде однаковою і для матриці, і для волокна.

З'ясуємо, як зміниться напружено-деформований стан елементарної комірки, якщо в процесі деформування її радіус зміниться з b до $b+\Delta b$, а радіус волокна – з a до $a+\Delta a$ (рис. 1). Умовою контакту на межі розділу матеріалів в процесі деформування будемо вважати ідеальне зчеплення.

Розглянемо поперечне (у радіальному напрямку) розтягнення елементарної комірки композиційного матеріалу.

Крайові умови підібрано таким чином, щоб вони відповідали експериментальним даним, отриманим для композиційного матеріалу. В місці зчеплення волокна з матрицею відсутній стрибок за радіальним переміщенням та радіальним напруженням, осьові переміщення і волокна й матриці сталі й однакові:

$$\sigma_r^{\circ}(a + \Delta a) = \sigma_r^*(a + \Delta a), u_r^{\circ}(a + \Delta a) = u_r^*(a + \Delta a), u_z^{\circ}(h) = u_z^*(h), \quad (1)$$

Тут і далі символ \circ означає величини, що відносяться до волокна, а символом $*$ – величини, що відносяться до матриці.

Розглянемо сумісне вісесиметричне поперечне розтягнення суцільного циліндра ($0 \leq r \leq a$), який моделює волокно, та порожнистого циліндра ($a \leq r \leq b$), який моделює матрицю (рис. 1а).

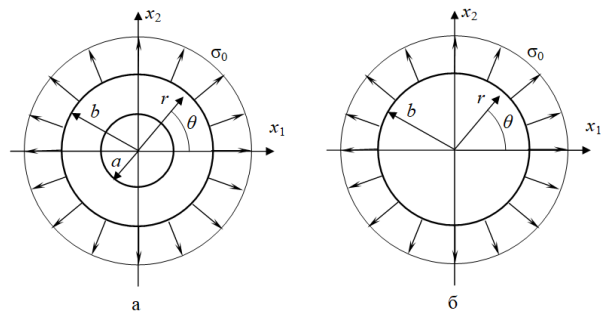


Рис. 1. Поперечне розтягнення: а – сумісне деформування матриці та волокна; б – деформування композита

Розв'язання задачі методом представницького об'ємного елемента. Напружено-деформований стан трансверсально-ізотропного волокна буде описуватися наступними співвідношеннями:

$$u_r^{\circ}(r + \Delta r) = C(r + \Delta r) \quad (2)$$

$$u_z^{\circ}(z + \Delta z) = \frac{1}{(1 - \nu^{\circ})} \left(\frac{(\sigma_0^{\circ} + \Delta \sigma_0^{\circ})(1 - \nu^{\circ} - 2(\nu^{\circ})^2) - 2C\nu^{\circ}}{E^{\circ}} \right) (z + \Delta z), \quad (3)$$

$$\sigma_{rr}^{\circ}(r + \Delta r) = \frac{E^{\circ}}{(1 - \nu^{\circ})} \left(\frac{(\sigma_0^{\circ} + \Delta \sigma_0^{\circ})\nu^{\circ}}{E^{\circ}} + C \right);$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}(r + \Delta r) = \frac{E^{\circ}}{(1 - \nu^{\circ})} \left(\frac{(\sigma_0^{\circ} + \Delta \sigma_0^{\circ})\nu^{\circ}}{E^{\circ}} + C \right), \quad (4)$$

де C – стала, що визначається з граничних умов.

Співвідношення, які описують напружено-деформований стан трансверсально-ізотропної матриці будуть мати наступний вигляд [9]:

$$u_r^*(r + \Delta r) = A(r + \Delta r) + \frac{B}{(r + \Delta r)};$$

$$u_z^*(z + \Delta z) = \frac{1}{(1 - v^*)} \left(\frac{(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*)(1 - v^* - 2(v^*)^2)}{E^*} - 2Av^* \right) (z + \Delta z), \quad (5)$$

$$\sigma_{rr}^*(r + \Delta r) = E^* \left(\frac{(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*)v^*}{E^*(1 - v^*)} + \frac{A}{1 - v^*} - \frac{B}{(r + \Delta r)^2(1 + v^*)} \right);$$

$$\sigma_{\theta\theta}^*(r + \Delta r) = E^* \left(\frac{(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*)v^*}{E^*(1 - v^*)} + \frac{A}{1 - v^*} - \frac{B}{(r + \Delta r)^2(1 + v^*)} \right). \quad (6)$$

Для того, щоб змодельовати поперечне вісесиметричне розтягнення, необхідно задати таку крайову умову:

$$\sigma_{rr}^*(b + \Delta b) = \sigma_0. \quad (7)$$

Об'ємний вміст волокон в композиті дорівнює f , то, враховуючи, що область, яку займає матриця в елементарній комірці, і область, яку займає волокно в елементарній комірці, мають однакову висоту, справедливе таке співвідношення:

$$f = \frac{a^2}{b^2}. \quad (8)$$

Відповідно, об'ємний вміст волокон в композиті після поперечного розтягнення буде мати наступний вигляд:

$$f + \Delta f = \frac{(a + \Delta a)^2}{(b + \Delta b)^2}.$$

Виходячи з крайових умов (1), (7), знайдемо сталі A , B , C та залежність між σ_0 та σ_0^* , σ_0^* – осьовими напруженнями, які діють на матеріал волокна й матриці, відповідно ($\sigma_0^* = const$, $\sigma_0 = const$, виходячи з третьої рівності (1)). З другої рівності (1) маємо:

$$C = A + \frac{B}{(a + \Delta a)^2}. \quad (9)$$

З рівності (7) отримуємо:

$$\sigma_0 = E^* \left(\frac{\sigma_0^* v^*}{E^*(1 - v^*)} + \frac{A}{1 - v^*} - \frac{B}{(b + \Delta b)^2(1 + v^*)} \right), \quad (10)$$

звідки

$$A = \frac{(\sigma_0 + \sigma_0^*)(1 - v^*)}{E^*} - \frac{(\sigma_0^* + \sigma_0^*)v^*}{E^*} + \frac{B(1 - v^*)}{(b + \Delta b)^2(1 + v^*)}, \quad (11)$$

$$C = \frac{(\sigma_0 + \Delta\sigma_0)(1 - v^*)}{E^*} - \frac{(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*)v^*}{E^*} + B \frac{f(1 - v^*) + (1 + v^*)}{(a + \Delta a)^2(1 + v^*)}. \quad (12)$$

З першої рівності (1), з урахуванням (9) та (10), маємо

$$B = \frac{(a + \Delta a)^2(1 + v^*)(E^*(1 - v^*) - (1 - v^*)E^*)}{E^*(d_2 - d_1)} (\sigma_0 + \Delta\sigma_0) - \frac{(a + \Delta a)^2(1 + v^*)v^*}{(d_2 - d_1)} (\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*) + \frac{(a + \Delta a)^2(1 + v^*)v^*E^*}{E^*(d_2 - d_1)} (\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*), \quad (13)$$

$$A = (\sigma_0 + \Delta\sigma_0) \frac{(1 - v^*)(E^*(1 + v^*) + E^*(1 - v^*))}{E^*(d_2 - d_1)} - (\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*) \frac{f v^*(1 - v^*)}{(d_2 - d_1)} + (\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*) \frac{v^*(d_1 - E^*(1 + v^*))}{E^*(d_2 - d_1)}, \quad (14)$$

$$C = (\sigma_0 + \Delta\sigma_0) \frac{2(1 - v^*)}{(d_2 - d_1)} - \frac{v^*(f(1 - v^*) + (1 + v^*))}{(d_2 - d_1)} (\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*) + \frac{v^*d_1}{E^*(d_2 - d_1)} + \frac{v^*d_1}{E^*(d_2 - d_1)} (\sigma_0^* + \sigma_0^*). \quad (15)$$

Залежність між σ_0 та σ_0^* , σ_0^* знайдемо з третьої рівності (1):

$$\left(\frac{(1 - v^* - 2(v^*)^2)(d_2 - d_1)}{E^*(1 - v^*)} + \frac{2v^*E^*(v^*(f(1 - v^*) + (1 + v^*)) - f v^*(1 - v^*))}{E^*(1 - v^*)} \right) \sigma_0^* + \left(\frac{2(v^*)^2(1 - v^*)(d_1 - E^*(1 + v^*)) - 2v^*v^*d_1(1 - v^*) - (1 - v^* - 2(v^*)^2)(d_2 - d_1)(1 - v^*)}{E^*(1 - v^*)(1 - v^*)} \right) \sigma_0 = \frac{4v^*E^* - 2v^*(E^*(1 + v^*) + E^*(1 - v^*))}{E^*} \sigma_0. \quad (16)$$

Прийнявши такі позначення

$$d_1^* = -d^* = \frac{(E^*(f(1 - v^* - 2v^*v^*) + (1 + v^*)) + E^*(1 - f)(1 - v^* - 2(v^*)^2))}{E^*}$$

$$d_1^* = d^* = \frac{(E^*(f - 1)(1 - v^* - 2v^*v^*) - E^*(f(1 - v^* - 2(v^*)^2) + (1 + v^*)))}{E^*};$$

$$d_0 = \frac{(4v^*E^* - 2v^*(E^*(1 + v^*) + E^*(1 - v^*)))}{E^*}, \quad (17)$$

маємо

$$d^* \sigma_0^* - d^* \sigma_0 = d_0 \sigma_0. \quad (18)$$

Розглянемо тепер аналогічну задачу для однорідного трансверсально-ізотропного матеріалу, що моделює поведінку композиційного матеріалу (рис. 1б). У цьому випадку поле напружень буде визначатися такими співвідношеннями:

$$\sigma_{zz} = 0, \quad \sigma_{zr} = \sigma_{\theta z} = \sigma_{r\theta} = 0, \quad (19)$$

переміщення запишуться у вигляді:

$$u_r(r + \Delta r) = C_1(r + \Delta r), \quad u_z(z + \Delta z) = -\frac{2C_1 v}{(1 + v)}(z + \Delta z). \quad (20)$$

А вирази для напружень набудуть вигляду:

$$\sigma_{rr}(r + \Delta r) = \frac{C_1 E}{1 - v} = const, \quad \sigma_{\theta\theta}(r + \Delta r) = \frac{E C_1}{1 - v} = const. \quad (21)$$

Враховуючи граничну умову

$$\sigma_{rr}(b + \Delta b) = \sigma_0, \quad (22)$$

отримуємо

$$\sigma_{rr} = \sigma_0; \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_0. \quad (23)$$

З урахуванням (19), (23) рівняння стану трансверсально-ізотропного матеріалу набудуть вигляду:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\sigma_0(1 - v)}{E}; \quad \varepsilon_{zz} = -\frac{2\sigma_0 v}{E}. \quad (24)$$

Тоді переміщення, згідно зі співвідношеннями Коші, визначатимуться формулами:

$$u_r(r + \Delta r) = \frac{\sigma_0(1 - v)}{E}(r + \Delta r) + C_1; \quad u_z(z + \Delta z) = -\frac{2\sigma_0 v}{E}(z + \Delta z) + C_2. \quad (25)$$

Сталі $C_1 = C_2 = 0$ з урахуванням, що для цієї задачі будуть виконуватися умови $u_r(0) = 0$ та $u_z(0) = 0$, тоді

$$u_r(r + \Delta r) = \frac{\sigma_0(1 - v)}{E}(r + \Delta r); \quad u_z(z + \Delta z) = -\frac{2\sigma_0 v}{E}(z + \Delta z). \quad (26)$$

Для того, щоб збігалися умови рівноваги для обох задач, необхідно, щоб виконувалася рівність:

$$\pi a^2(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*) + \pi(b^2 - a^2)(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*) = 0$$

або

$$(\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*)f + (\sigma_0^* + \Delta\sigma_0^*)(1 - f) = 0. \quad (27)$$

З урахуванням (18) отримуємо:

$$\sigma_0^* = \sigma_0 \frac{d_0 f}{d^* f + d^* (1 - f)}, \quad \sigma_0^* = \sigma_0 \frac{d_0 (f - 1)}{d^* f + d^* (1 - f)}. \quad (28)$$

З першої умови (29), з урахуванням (28), маємо такий пружний коефіцієнт:

$$\frac{1 - \nu_{23}}{E_2} = \frac{E^*(1 - \nu^*)(f + \Delta f)(1 + \nu^*) + (1 - \nu^*) + E^*(1 + \nu^*)(1 - \nu^*)(1 - (f + \Delta f))}{E^*(d_2 - d_1)} + \frac{d_0(f + \Delta f)(f + \Delta f - 1)(\nu^* E^*(1 + \nu^*) + E^*(\nu^*(1 - \nu^*) - 2\nu^*))}{E^*(d_2 - d_1)(d^* f + d^*(1 - (f + \Delta f)))} \quad (30)$$

З другої умови (29), з врахуванням (28), отримуємо співвідношення:

$$-\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{d_0(f + \Delta f)(d_2 - d_1 + 2E^*\nu^*(f + \Delta f - 1) - 2f(\nu^*)^2 E^*)}{2E^*(d_2 - d_1)(d^*(f + \Delta f) + d^*(1 - (f + \Delta f)))} - \frac{\nu^*(E^*(1 + \nu^*) + E^*(1 - \nu^*))}{E^*(d_2 - d_1)}. \quad (31)$$

Обговорення чисельних результатів розрахунку. Розглянемо гумовокордний матеріал з ізотропною матрицею та ізотропним кордом з такими пружними характеристиками: модуль пружності текстильного корда $E^o = 1,6 \cdot 10^3$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu^o = 0,8$, модуль пружності гуми $E^* = 4,5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu^* = 0,49$.

Як можна зауважити, кожна з ефективних пружних сталих композиційного матеріалу залежить від пружних сталих матриці і волокна та об'ємного вмісту матриці й волокна в композиті. На рис. 2 можна замітити, що величина $\frac{1 - \nu_{23}}{E_2}$ зменшується при зростанні об'ємної долі волокна. Це пояснюється тим, що волокна є більш жорсткими й ефективний поперечний модуль зростає при збільшенні частки волокна у композиті. В процесі

деформування об'ємна частка матриці зростає завдяки її слабкій стисливості й відповідно величина $\frac{1 - \nu_{23}}{E_2}$ зростає, причому ця залежність має нелінійний характер. Аналогічна ситуація показана на рис. 3 для співвідношення $-\frac{\nu_{12}}{E_1}$, його величина зростає завдяки слабкій стисливості гуми, об'ємна частка якої в процесі деформування зростає. Представленні на рис. 3 залежності мають лінійний характер.

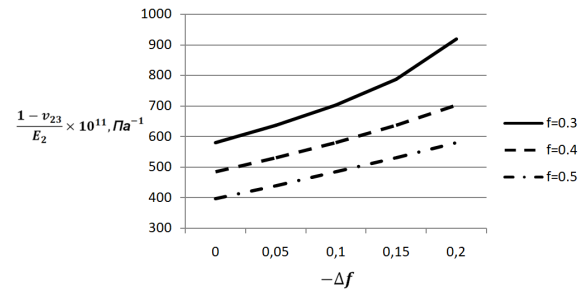


Рис. 3. Відношення ефективних механічних характеристик $-\frac{\nu_{12}}{E_1}$ в залежності від об'ємного вмісту волокна

Висновки. На основі представницького об'ємного елемента визначено напружено-деформований стан елементарної комірки для сумісного деформування матриці та волокна при поперечному розтягненні із врахуванням зміни об'ємної долі кожного із компонентів композиційного матеріалу в процесі деформування. Аналогічну задачу розв'язано для гомогенізованого транслопного матеріалу. Порівняння певних складових напружено-деформованого стану у обох задачах дозволило визначити співвідношення для ефективних механічних характеристик композиційного матеріалу.

Визначено залежність ефективних механічних характеристик при поперечній деформації від об'ємного вмісту корда в наслідок деформування волокнистого композиційного матеріалу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Столярова А.В., Гребенюк С.М., Клименко М.І. Поздовжній модуль пружності волокнистого композита з перехідним шаром. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2012. № 2. С. 130–142.
2. Соловей М.О., Кривенко О.П., Міщенко О.О. Визначення ефективних фізико-механічних характеристик односпрямованого волокнистого композитного матеріалу. *Опір матеріалів та теорія споруд*. 2014. № 92. С. 33–52.
3. Клименко М.И., Гребенюк С.Н., Богуславская А.М. Характеристики композиционного материала с трансверсально-изотропными вязкоупругими матрицей и волокном. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2015. № 3. С. 94–102.
4. Столярова А.В., Коваль Р.А., Гаценко А.В., Діоба Н.О. Визначення пружних сталих композиційного матеріалу із суцільними та порожистими однаково спрямованими волокнами. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2016. № 1. С. 57–64.
5. Grebenyuk S., Klymenko M., Smoliankova T., Koval R. Effective Characteristics of the Multi-Modular Composites under Transverse Stretching. *Materials Science Forum*. 2019. № 968. С. 511–518.

6. Lopez-Reapozo J.C., Rodriguez-Ramoz R., Guinovart-Diaz R. Effective elastic shear stiffness of a periodic fibrous composite with non-uniform imperfect contact between the matrix and the fibers. *International Journal of Solids and Structures*. 2014. № 51. С. 1253–1262.
7. Yaoling Xu, Sansan Du, Junhua Xiao, Qimxin Zhao. Evaluation of the effective elastic properties of long fiber reinforced composites with interphases. *Computational Materials Science*. 2012. № 61. С. 34–41.
8. Pingping Yang, Yang Chen, Zaoyang Guo, Ning Hu, Weifu Sun. Modeling the effective elastic and viscoelastic properties of randomly distributed short fiber reinforced composites. *Composites Communications*. 2022. № 35. С. 78–84.
9. Столярова А.В. Ефективні механічні характеристики композиційних матеріалів із транстропними порожнистими волокнами: монографія. *Видавничий дім «Гельветика»*. 2021. 104 с.

REFERENCES

1. Stolyarova A.V., Grebeniuk S.M., Klymenko M.I. (2012) Longitudinal modulus of elasticity of a fibrous composite with a transition layer. *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and mathematical sciences*, № 2, pp. 130–142.
2. Solovei M.O., Kryvenko O.P., Mishchenko O.O. (2014) Determination of effective physical and mechanical characteristics of unidirectional fibrous composite material. *Resistance of materials and theory of structures*, № 92, pp. 33–52.
3. Klymenko M.Y., Grebeniuk S.N., Boguslavskaya A.M. (2015) Characteristics of composite material with transversely isotropic viscoelastic matrix and fiber. *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and mathematical science*, № 3, pp. 94–102.
4. Stolyarova A.V., Koval R.A., Gatsenko A.V., Dioba N.O. (2016) Determination of elastic constants of a composite material with continuous and hollow fibers of the same direction. *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and mathematical sciences*, № 1, pp. 57–64.
5. Grebenyuk S., Klymenko M., Smoliankova T., Koval R. (2019) Effective Characteristics of the Multi-Modular Composites under Transverse Stretching. *Materials Science Forum*, № 968, pp. 511–518.
6. Lopez-Reapozo J.C., Rodriguez-Ramoz R., Guinovart-Diaz R. (2014) Effective elastic shear stiffness of a periodic fibrous composite with non-uniform imperfect contact between the matrix and the fibers. *International Journal of Solids and Structures*, № 5, pp. 1253–1262.
7. Yaoling Xu, Sansan Du, Junhua Xiao, Qimxin Zhao (2012) Evaluation of the effective elastic properties of long fiber reinforced composites with interphases. *Computational Materials Science*, № 61, pp. 34–41.
8. Pingping Yang, Yang Chen, Zaoyang Guo, Ning Hu, Weifu Sun (2022) Modeling the effective elastic and viscoelastic properties of randomly distributed short fiber reinforced composites. *Composites Communications*, № 35, pp. 78–84.
9. Stolyarova A.V. (2021) Effective mechanical characteristics of composite materials with transropical hollow fibers: monograph. *Helvetica Publishing House* (in Ukrainian.)

UDC 539.3

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-2-06>

**SOLUTION OF THE FIRST BASIC BOUNDARY VALUE PROBLEM
OF THE PLANE ELASTICITY THEORY FOR A MULTILAYER BASE
WITH ORTHOTROPIC LAYERS**

Dzundza N. S.

*Postgraduate Student at the Department of General Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0003-4075-474X
natalii.dzundza@gmail.com*

Zinovieiev I. V.

*Philosophy Doctor of Mathematical Sciences, Associate Professor,
Professor at the Department of General Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-7392-2327
zinoveyev@gmail.com*

Key words: *stress-strain state, multilayer base, orthotropic half-space, plane deformation, integral Fourier transform.*

The paper deals with the problem of determining stresses and displacements at the points of a multilayer base consisting of orthotropic layers and coupled to a half-space. The external loads on the top layer are known, such that the deformation of the body becomes flat. At infinity, the stresses are zero.

This paper presents a brief review of scientific studies that highlight methods and approaches to solving problems related to the theory of elasticity for studying the stress-strain state of multilayer bodies, plates, plates, and strips.

The article formulates an algorithm for analytically solving the problem for a multilayer base, in which all the basic equations of the problem and boundary conditions are subjected to a direct Fourier transform. The stress function is found as a solution of the analog of a biharmonic differential equation in the space of transformants in the case of an orthotropic material.

The relationships between the stress function transformant and the stress and displacement transformants are established. For each layer, four auxiliary functions are introduced that are associated with the stress and displacement transformants of points on the surface of the layers. From the conditions on the common boundaries between the layers, recurrent relations are constructed that express the auxiliary functions of the lower layer through the functions of the previous layer. By expressing the four auxiliary functions for the first layer, we can find similar functions for any layer using recurrent formulas.

After substituting the found expressions into the stress and displacement transforms and applying the inverse Fourier integral transform, we obtain the true values of stresses and displacements at the points of the multilayer orthotropic base.

The proposed algorithm takes into account the peculiarities of the properties of the orthotropic material and allows us to obtain analytical solutions of the stress-strain state in each layer of the base.

РОЗВ'ЯЗОК ПЕРШОЇ ОСНОВНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПЛОСКОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ БАГАТОШАРОВОЇ ОСНОВИ З ОРТОТРОПНИМИ ШАРАМИ

Дзундза Н. С.

*аспірантка кафедри загальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0003-4075-474X
natalii.dzundza@gmail.com*

Зіновєєв І. В.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
завідувач кафедри загальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-7392-2327
zinoveyev@gmail.com*

Ключові слова: *напружено-деформований стан, багатошарова основа, ортотропний шар, плоска деформація, інтегральне перетворення Фур'є.*

У статті розглядається задача про визначення напружень і переміщень в точках багатошарової основи, що складається з ортотропних шарів яка зчеплена з півпростором. Відомі зовнішні навантаження на верхньому шарі, такі що деформація тіла стає плоскою. На нескінченності напруження дорівнюють нулю.

В роботі наведено короткий огляд наукових досліджень, які висвітлюють методи та підходи до вирішення завдань, пов'язаних з теорією пружності для дослідження напружено-деформованого стану багатошарових тіл, плит, пластин і смуг.

В статті сформульовано алгоритм аналітичного розв'язання поставленої задачі для багатошарової основи, в якому всі основні рівняння задачі та граничні умови піддаються прямому перетворенню Фур'є. Функція напружень знаходиться як розв'язок аналогу бігармонічного диференціального рівняння в просторі трансформант на випадок ортотропного матеріалу.

Встановлюються взаємозв'язки між трансформантою функції напружень та трансформантами напружень і переміщень. Для кожного шару введено чотири допоміжні функції, які пов'язані з трансформантами напружень і переміщень точок на поверхні шарів. З умов на спільних межах між шарами побудовано рекурентні співвідношення, що виражають допоміжні функції нижнього шару через функції попереднього шару. Виражаючи четвірку допоміжних функцій для першого шару, можемо знайти аналогічні функції для довільного шару за рекурентними формулами.

Після підстановки знайдених виразів в трансформанти напружень та переміщень і застосування оберненого інтегрального перетворення Фур'є ми отримуємо істинні значення напружень і переміщень в точках багатошарової ортотропної основи.

Запропонований алгоритм враховує особливості властивостей ортотропного матеріалу і дозволяє отримувати аналітичні рішення напружено-деформованого стану в кожному шарі основи.

Introduction. The problem of determining the stress-strain state in complex multilayer systems is relevant and important for many fields of science and technology. For example, in industrial and civil engineering, similar problems arise in the calculation of structures, road pave-

ments, and foundations when structures are considered as multilayer bodies or arrays, multilayer plates and bases, in particular, those lying on an elastic or rigid half-space.

To date, many different methods have been developed for the calculation of layered structures. For

example, in [1], a new approach (the macroelement method) was developed to calculate the stress-strain state of orthotropic slabs resting on an elastic Winkler base. The authors showed that this approach provides a more accurate solution compared to the finite element method.

The modeling of an elastic base by the Pasternak equation, which gives a more realistic view of the deformation of the base, is discussed in [2]. It is devoted to the development of an analytical and numerical method for solving the problem of modeling the stress-strain state of layered orthotropic plates on an elastic Pasternak base.

An assessment of mixed and classical theories on the global and local responses of multilayer orthotropic plates is given in [3]. In this paper, the authors conclude that the application of Reissner's mixed variational theorem to mixed problems of elasticity theory gives an advantage in the accuracy of calculations over the classical principle of possible displacements.

Paper [4] provides a general overview of the theories, as well as an analysis of the accuracy and efficiency of various theories for studying the deformed state of laminated plates and the corresponding finite element models. The authors have shown that global-local theories are more effective in predicting transverse shear stresses compared to other theories (zigzag theory, Reddy theory).

Paper [5] presents a solution to the problem of axisymmetric torsion of a multilayer plate with elastic connections between the layers using the method of compliance functions and the Hankel integral transform.

The application of the Fourier integral transform and the method of compliance functions is described in [6; 7]. In [6], this method was applied to solve the problem of plane deformation of an isotropic multilayer plate with elastic connections between the layers, and in [7], to determine the contact zone and contact stresses between an isotropic strip and an elastic half-plane.

The solution of the basic boundary value problems of the plane theory of elasticity for a transversally isotropic multilayer base by the method of the integral Fourier transform with the construction of compliance functions is given in [8].

This literature review confirms the relevance of modeling and analyzing the stress-strain state of layered structures. It demonstrates the effectiveness of the method of compliance functions in solving problems of elasticity theory with isotropic and transversally isotropic layers, but it has not been applied to structures made of orthotropic materials.

Therefore, the purpose of this paper is to extend the method of compliance functions using the integral Fourier transform to solve the first basic boundary value problem of plane elasticity for a multilayer base with orthotropic layers.

Statement of the problem. Let's consider a package of n layers that is connected to a half-space. We call this structure a multilayer base. Each layer is assumed to be homogeneous, weightless, orthotropic, and characterized by a thickness h and elastic constants – Poisson's ratios ν and Young's modulus's E . The deformation of the multilayer base is plane. It is necessary to determine the stresses and displacements in the layers of the base if the loads on the surface are known.

The layers in the base are numbered from top to bottom, starting with one, with the layer that lies on the half-space having the number n , and the half-space being numbered $n + 1$. The layer with the number 1 will be called the top layer, and the layer with the number n will be called the bottom layer (Fig. 1a). All values related to the layers of the bases will be denoted by the upper or lower index $k = \overline{1, n}$ (usually lower). For example, the thickness of the layer with the number k is denoted by h_k .

The materials of the layers and the half-space are characterized by elastic constants – Poisson's ratios ν_{ij}^k and Young's modulus's E_i^k , where $\text{де } i, j = \overline{1, 2}$, $k = \overline{1, n + 1}$.

For each layer and half-space, we introduce coordinated local rectangular Cartesian coordinate systems $O_k X_k Y_k Z_k$ (k is the layer number), as shown in Figure 1a. All the origin of the local coordinate systems are located on a single line perpendicular to the surface of the bases. The directions of all $O_k X_k$ axes are parallel to each other, as well as the directions of the $O_k Z_k$ axes. The local coordinate planes $O_k X_k Z_k$ coincide with the upper planes of the corresponding layer. For half-space, the local system is introduced in the same way.

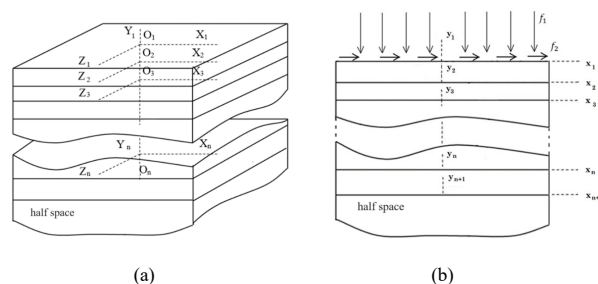


Fig. 1. Multilayer orthotropic base

The external load $f_1(x_1), f_2(x_1)$ is such that the deformation of the base and half-space is flat, so we proceed to a two-dimensional formulation of the problem (Fig. 1b). We will assume that the movements of the body points occur parallel to the $O_1 X_1 Y_1$ plane.

Geometric areas that occupy layers and half-space:

$$G_k(x_k, y_k): \{-\infty < x_k < +\infty, -h_k \leq y_k \leq 0\},$$

$$G_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}): \{-\infty < x_{n+1} < +\infty, -\infty < y_{n+1} \leq 0\}.$$

For a layer with number k , the upper bound $y_k = 0$ is described by $-\infty < x_k < +\infty$, the lower bound $y_k = -h_k$, $-\infty < x_k < +\infty$.

Boundary conditions:

1) boundary $y_1 = 0$:

$$\sigma_y^1(x_1, 0) = f_1(x_1), \tau_{xy}^1(x_1, 0) = f_2(x_1); \quad (1)$$

2) common boundaries between the layers $k = \overline{1, n-1}$:

$$\sigma_y^k(x_k, -h_k) = \sigma_y^{k+1}(x_{k+1}, 0), \tau_{xy}^k(x_k, -h_k) = \tau_{xy}^{k+1}(x_{k+1}, 0),$$

$$u_x^k(x_k, -h_k) = u_x^{k+1}(x_{k+1}, 0), u_y^k(x_k, -h_k) = u_y^{k+1}(x_{k+1}, 0); \quad (2)$$

3) common boundary of the lower layer and the absolutely rigid half-plane:

$$u_x^n(x_n, -h_n) = u_x^{n+1}(x_{n+1}, 0) = 0, u_y^n(x_n, -h_n) = u_y^{n+1}(x_{n+1}, 0) = 0; \quad (3)$$

4) at infinity, $k = \overline{1, n+1}$:

$$\lim_{x_k^2 + y_k^2 \rightarrow \infty} \sigma_x^k(x_k, y_k) = 0, \lim_{x_k^2 + y_k^2 \rightarrow \infty} \sigma_y^k(x_k, y_k) = 0, \lim_{x_k^2 + y_k^2 \rightarrow \infty} \tau_{xy}^k(x_k, y_k) = 0. \quad (4)$$

Methods. To determine the stress-strain state of bodies, we will apply the method of one-dimensional integral Fourier transform to the obtained stress function $\varphi(x, y)$ (the algorithm is described in [9]). This method, in combination with the method of compliance functions for isotropic materials, was proposed and developed in [10; 11]. The extension of this method to the case of an orthotropic half-plane is discussed in [12].

To determine the stress-strain state of bodies, we will apply the method of the one-dimensional integral Fourier transform [13] to the stress function $\varphi(x, y)$ with variable x and transformation parameter ξ :

$$\overline{\varphi}(\xi, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, y) \cdot e^{i\xi x} dx, \quad \varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\varphi}(\xi, y) \cdot e^{-i\xi x} d\xi. \quad (5)$$

The first formula defines the direct one-dimensional integral Fourier transform for the function $\varphi(x, y)$, and the second defines the inverse. The function $\overline{\varphi}(\xi, y)$ is called the Fourier transform of the function $\varphi(x, y)$, for which the property [10] is true:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^k \varphi(x, y)}{\partial x^k} \cdot e^{i\xi x} dx = (-i\xi)^k \cdot \overline{\varphi}(\xi, y). \quad (6)$$

The solution to the boundary value problem is sought in the space of transformants of the one-dimensional integral transform. In this case, all the basic equations of the problem and boundary conditions are directly transformed by the one-dimensional Fourier integral transform.

Find the solution of the analog of the biharmonic differential equation of a plane problem for an orthotropic material [14], to which we apply the Fourier integral transform:

$$A_1 \cdot \frac{d^4 \overline{\varphi}}{dy^4} - 2A_3 \xi^2 \cdot \frac{d^2 \overline{\varphi}}{dy^2} + A_2 \xi^4 \cdot \overline{\varphi} = 0,$$

where

$$A_1 = c_{11}, A_2 = c_{22}, A_3 = \frac{c_{33} - c_{12}}{2}, c_{11} = \frac{1 - \nu_{xz} \cdot \nu_{zx}}{E_x}, c_{22} = \frac{1 - \nu_{yz} \cdot \nu_{zy}}{E_y}, c_{33} = \frac{1}{G_{xy}},$$

$$c_{12} = c_{21} = \frac{\nu_{xy} + \nu_{xz} \cdot \nu_{zy}}{E_y} = \frac{\nu_{yx} + \nu_{zx} \cdot \nu_{yz}}{E_x}, G_{xy} = \frac{\sqrt{E_x \cdot E_y}}{2 \cdot (1 + \sqrt{\nu_{xy} \cdot \nu_{yx}})}$$

elasticity constants in Hooke's law, $\overline{\varphi} = \overline{\varphi}(\xi, y)$ – Fourier transform on the variable x from $\varphi(x, y)$

Let's write the transformant of the stress function $\overline{\varphi}_{2k}(\xi, y)$, $k = \overline{1, n+1}$.

$$\overline{\varphi}_{2k}(\xi, y) = A_{2k}(\xi) sh(ry\sqrt{a_k}) + B_{2k}(\xi)\sqrt{a_k}y sh(ry\sqrt{a_k}) + C_{2k}(\xi) ch(ry\sqrt{a_k}) + D_{2k}(\xi)\sqrt{a_k}y ch(ry\sqrt{a_k}), \quad (7)$$

where $r = |\xi|, \sqrt{a_k} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}}, k = \overline{1, n+1}$.

The stress function $\varphi_{2k}(x, y)$ is chosen to satisfy the conditions exactly:

$$\sigma_x^k(x, y) = \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial y^2}, \quad \sigma_y^k(x, y) = \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}^k(x, y) = -\frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial x \partial y}. \quad (8)$$

Applying property (6) to formulas (8), we obtain:

$$\overline{\sigma_x^k}(\xi, y) = \frac{\partial^2 \overline{\varphi}_{2k}}{\partial y^2}, \quad \overline{\sigma_y^k}(\xi, y) = -\xi^2 \overline{\varphi}_{2k}, \quad \overline{\tau_{xy}^k}(\xi, y) = i\xi \cdot \frac{\partial \overline{\varphi}_{2k}}{\partial y}. \quad (9)$$

Applying the Fourier transform property to the formulas $\gamma_{xy} = c_{33} \tau_{xy}$, $\varepsilon_x = c_{11} \sigma_x - c_{12} \sigma_y$ we obtain the displacement transformants $\overline{u_x^k}(\xi, y), \overline{u_y^k}(\xi, y)$:

$$\overline{u_x^k} = \frac{i}{\xi} (c_{11} \overline{\sigma_x^k}(\xi, y) - c_{12} \overline{\sigma_y^k}(\xi, y)), \quad \overline{u_y^k} = \frac{i}{\xi} (c_{33} \overline{\tau_{xy}^k}(\xi, y) - \frac{d\overline{u_x^k}}{dy}). \quad (10)$$

The boundary conditions in the transformant space take the form:

1) boundary $y_1 = 0$:

$$\overline{\sigma_y^1}(\xi, 0) = \overline{f_1}(\xi), \quad \overline{\tau_{xy}^1}(\xi, 0) = \overline{f_2}(\xi); \quad (1')$$

2) common boundaries between the layers $k = \overline{1, n-1}$:

$$\overline{\sigma_y^k}(\xi, -h_k) = \overline{\sigma_y^{k+1}}(\xi, 0), \quad \overline{\tau_{xy}^k}(\xi, -h_k) = \overline{\tau_{xy}^{k+1}}(\xi, 0), \quad (2')$$

$$\overline{u_x^k}(\xi, -h_k) = \overline{u_x^{k+1}}(\xi, 0), \quad \overline{u_y^k}(\xi, -h_k) = \overline{u_y^{k+1}}(\xi, 0);$$

3) common boundary of the lower layer and the absolutely rigid half-plane:

$$\overline{\sigma_y^n}(\xi, -h_n) = \overline{\sigma_y^{n+1}}(\xi, 0), \quad \overline{\tau_{xy}^n}(\xi, -h_n) = \overline{\tau_{xy}^{n+1}}(\xi, 0) = 0, \quad (3')$$

$$\overline{u_x^n}(\xi, -h_n) = \overline{u_x^{n+1}}(\xi, 0) = 0, \quad \overline{u_y^n}(\xi, -h_n) = \overline{u_y^{n+1}}(\xi, 0) = 0;$$

4) at infinity, $k = \overline{1, n+1}$:

$$\lim_{x_k^2 + y_k^2 \rightarrow \infty} \overline{\sigma_x^k}(\xi, y_k) = 0, \lim_{x_k^2 + y_k^2 \rightarrow \infty} \overline{\sigma_y^k}(\xi, y_k) = 0, \lim_{x_k^2 + y_k^2 \rightarrow \infty} \overline{\tau_{xy}^k}(\xi, y_k) = 0. \quad (4')$$

Substituting (7) into the boundary condition formulas (2'), we obtain:

$$\overline{\sigma_y^k}(\xi, -h_k) = \xi^2 ch(rh_k\sqrt{a_k}) \cdot (D_{2k}\sqrt{a_k}h_k - C_{2k}) - \xi^2 sh(rh_k\sqrt{a_k}) \cdot (B_{2k}\sqrt{a_k}h_k - A_{2k}),$$

$$\overline{\sigma_y^{k+1}}(\xi, 0) = -\xi^2 C_{2k}, \quad \overline{\tau_{xy}^{k+1}}(\xi, 0) = i\xi\sqrt{a_k}(rA_{2k} + D_{2k}),$$

$$\overline{\tau_{xy}^k}(\xi, -h_k) = i\xi ch(rh_k\sqrt{a_k}) \cdot ((rA_{2k} + D_{2k})\sqrt{a_k} - rB_{2k}a_k h_k)$$

$$\begin{aligned}
 & -i\xi sh(rh_k\sqrt{a_k}) \cdot (rC_{2k} + B_{2k})\sqrt{a_k} - rD_{2k}a_k h_k, \\
 \overline{u}_x^k(\xi, -h_k) &= (r^2 C_{2k} c_{k12} + r a_k c_{k11} (rC_{2k} + 2B_{2k}) - r^2 D_{2k} a_k \sqrt{a_k} h_k c_{k11} \\
 & - r^2 D_{2k} \sqrt{a_k} h_k c_{k12}) \cdot \frac{ich(rh_k\sqrt{a_k})}{\xi} + \frac{ish(rh_k\sqrt{a_k})}{\xi} \\
 & \cdot (r^2 B_{2k} \sqrt{a_k} h_k c_{k12} + r^2 B_{2k} a_k \sqrt{a_k} h_k c_{k11} - r^2 A_{2k} c_{k12} \\
 & - r a_k c_{k11} (rA_{2k} + 2D_{2k})), \\
 \overline{u}_x^{k+1}(\xi, 0) &= \frac{i}{\xi} \cdot (r^2 C_{2k} c_{k12} + r^2 C_{2k} a_k c_{k11} + 2rB_{2k} a_k c_{k11}), \\
 \overline{u}_y^k(\xi, -h_k) &= (a_k \sqrt{a_k} c_{k11} (rA_{2k} + 3D_{2k}) - \sqrt{a_k} (c_{k33} - c_{k12}) (rA_{2k} + D_{2k}) \\
 & - rB_{2k} a_k h_k (a_k c_{k11} + c_{k12} - c_{k33})) \cdot ch(rh_k\sqrt{a_k}) \\
 & + (\sqrt{a_k} (c_{k33} - c_{k12}) (rC_{2k} + B_{2k}) - a_k \sqrt{a_k} c_{k11} (rC_{2k} + 3B_{2k}) \\
 & + rD_{2k} a_k h_k (a_k c_{k11} + c_{k12} - c_{k33})) \cdot sh(rh_k\sqrt{a_k}),
 \end{aligned}$$

As in the case of an isotropic material described in [10, 11], we introduce auxiliary functions $\alpha_k(\xi), \delta_k(\xi), \beta_k(\xi), \gamma_k(\xi), k = \overline{1, n-1}$, for each layer, which are associated with conditions on the boundary $y_k = 0, k = \overline{1, n-1}$.

$$\begin{aligned}
 \alpha_k(\xi) &= \overline{\sigma}_y^k|_{y=0}, & \delta_k(\xi) &= -\frac{i\xi}{r\sqrt{a_k}} \cdot \overline{\tau}_{xy}^k|_{y=0}, \\
 \beta_k(\xi) &= \frac{r}{\sqrt{a_k}} \cdot \overline{u}_y^k|_{y=0}, & \gamma_k(\xi) &= -i\xi \cdot \overline{u}_x^k|_{y=0}.
 \end{aligned}$$

Considering formulas (9)–(10), we have:

$$\begin{aligned}
 \delta_k(\xi) &= r(rA_{2k} + D_{2k}), \beta_k(\xi) = 2rD_{2k}a_k c_{k11} + (a_k c_{k11} + c_{k12} - c_{k33})\delta_k(\xi), \\
 \alpha_k(\xi) &= -\xi^2 C_{2k}, \quad \gamma_k(\xi) = (a_k c_{k11} + c_{k12}) \cdot \alpha_k(\xi) + 2rB_{2k} a_k c_{k11}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Let us express β_k and γ_k and substitute them into the stress and displacement transformants (9)–(10):

$$\begin{aligned}
 A_{2k} &= \frac{\delta_k(3a_k c_{k11} + c_{k12} - c_{k33}) - \beta_k}{2r^2 a_k c_{k11}}, & B_{2k} &= \frac{\gamma_k - \alpha_k(a_k c_{k11} + c_{k12})}{2r a_k c_{k11}}, \\
 C_{2k} &= -\frac{\alpha_k}{r^2}, & D_{2k} &= \frac{\beta_k - \delta_k(a_k c_{k11} + c_{k12} - c_{k33})}{2r a_k c_{k11}}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

From the conditions on the common boundary of the lower layer n and the half-plane $n+1(3')$, we obtain recurrence relations that express all half-plane functions $\alpha_{n+1}(\xi), \delta_{n+1}(\xi), \beta_{n+1}(\xi), \gamma_{n+1}(\xi)$ through the lower layer functions $\alpha_n(\xi), \delta_n(\xi), \beta_n(\xi), \gamma_n(\xi)$. Let us express $\alpha_n, \delta_n, \beta_n, \gamma_n$ by $\alpha_k, \delta_k, \beta_k, \gamma_k, k < n$ using a system of two linear homogeneous equations:

$$\begin{aligned}
 a_{11}(p)\alpha_k(\xi) + a_{12}(p)\beta_k(\xi) + a_{13}(p)\gamma_k(\xi) + a_{14}(p)\delta_k(\xi) &= 0, \\
 a_{21}(p)\alpha_k(\xi) + a_{22}(p)\beta_k(\xi) + a_{23}(p)\gamma_k(\xi) + a_{24}(p)\delta_k(\xi) &= 0, \quad (14)
 \end{aligned}$$

where $a_{ij}(p) = a_{ij}^k(p), i = 1, 2, j = \overline{1, 4}$ are the corresponding coefficients in $\overline{u}_x^k(\xi, -h_k), \overline{u}_y^k(\xi, -h_k)$ at $\alpha_k(\xi), \delta_k(\xi), \beta_k(\xi), \gamma_k(\xi)$.

By solving system (14) with respect to $\beta_k(\xi), \gamma_k(\xi)$, we obtain:

$$\begin{aligned}
 \beta_k(\xi) &= A_k(p)\alpha_k + A_{-k}(p)\delta_k, \quad \gamma_k(\xi) = B_k(p)\alpha_k + B_{-k}(p)\delta_k, \quad (15)
 \end{aligned}$$

where $A_k(p), A_{-k}(p), B_k(p), B_{-k}(p)$ – are the compliance functions,

$$\begin{aligned}
 A_k(p) &= \frac{a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}}{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}}, & A_{-k}(p) &= \frac{a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}}{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_k(p) &= \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}}, & B_{-k}(p) &= \frac{a_{14}a_{22} - a_{12}a_{24}}{a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}}.
 \end{aligned}$$

From the conditions of the problem, we know the external loads on the upper layer $\sigma_y^1(\xi, 0) = \overline{f}_1(\xi), \tau_{xy}^1(\xi, 0) = \overline{f}_2(\xi)$, and therefore the two functions $\alpha_1(\xi)$ and $\delta_1(\xi)$ are known. Substituting them into the formulas described above, we obtain $\beta_1(\xi), \gamma_1(\xi)$. Substitute the found four into the recurrent formulas and find $\alpha_k, \delta_k, \beta_k, \gamma_k$. The resulting expressions of the unknown functions are substituted into the stress and displacement transformants and then subjected to the inverse Fourier integral transform to obtain their true values.

Algorithm for solving the problem.

- 1) Find the transformant of the stress function (7) and express the transformants of stresses (9) and displacements (10) using the formulas.
- 2) Express the unknown functions $A_{2k}(\xi), B_{2k}(\xi), C_{2k}(\xi), D_{2k}(\xi)$ in the stress and displacement transformants through the four auxiliary functions $\alpha_k(\xi), \delta_k(\xi), \beta_k(\xi), \gamma_k(\xi)$, which are associated with the conditions at the boundary $y_k = 0$ (12).
- 3) Find the recurrence relations (13) from the conditions on the joint boundaries between the layers (2') and express $\beta_k(\xi), \gamma_k(\xi)$ (15) from the conditions on the joint boundary of the lower layer n and the half-plane $n+1(3')$.

4) Calculate the functions $\alpha_1(\xi), \delta_1(\xi)$ according to the boundary conditions (1') and express the functions $\beta_1(\xi), \gamma_1(\xi)$ using the formulas (14).

5) Using the recurrent relations (13), find $\alpha_k(\xi), \delta_k(\xi), \beta_k(\xi)$ and $\gamma_k(\xi)$ of the desired k layer and express the stress and displacement transformants using formulas (12).

6) The inverse integral Fourier transform (5) is applied to the obtained stress and displacement transforms of the layers.

Discussion. Let us make some comments on the formulated algorithm and its individual stages. Note that the knowledge of the compliance functions significantly reduces the amount of calculations, in particular, formula (15) allows us to halve the number of functions that determine the stress-strain state of each layer of the base. The basic functions for the first basic boundary value problem are $\alpha_k(\xi), \delta_k(\xi)$. Note that the compliance functions $A_k(p), A_{-k}(p), B_k(p), B_{-k}(p)$ can be determined for each layer at the first stage of the practical implementation of the algorithm.

The functions $\alpha_1(\xi), \delta_1(\xi)$ are calculated exactly in some cases only when given an analytical solution. In general, the calculation of these functions is assumed to be performed using approximate numerical integration formulas.

Given the known compliance functions of a multilayer base, it is sufficient to know two functions $\alpha_k(\xi), \delta_k(\xi)$ to determine the stress-strain

state of the k layer of the base, since $\beta_k(\xi), \gamma_k(\xi)$ are determined using (15).

The key point in the implementation of the algorithm is the calculation of integrals when applying the inverse Fourier integral transform (5) to the stress and displacement transforms. These integrals are supposed to be calculated using quadrature formulas of the highest degree of accuracy.

It is worth noting that the formulated algorithm with the necessary changes can be applied to

solving the second main boundary value problem for multilayer foundations with orthotropic layers.

Conclusions. The paper proposes an algorithm for analytical solution of the first basic boundary value problem of the plane elasticity theory for a multilayer base with orthotropic layers, which takes into account the material features. The considered approach can be used for numerical analysis of the stress-strain state in each layer of the base.

BIBLIOGRAPHY

1. Делявський М. В., Здолбіцька Н. В., Онишко Л. Й., Здолбіцький А. П. Визначення напружено-деформованого стану в тонких ортотропних плитах на пружній основі Вінклера. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. 2014. № 50 (6). С. 15–22.
2. Угрімов С. В., Тормосов Ю. М., Куценко В. А., Лебединець І. В. Моделювання напружено-деформованого стану шаруватих ортотропних пластин на пружній основі. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2014. № 5 (7). С. 4–9. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.27632>.
3. Carrera E. An assessment of mixed and classical theories on global and local response of multilayered orthotropic plates. *Composite Structures*. 2000. Vol. 50, №2. P. 183–198. URL: [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(00\)00099-4](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(00)00099-4).
4. Wanji C., Zhen W. A Selective Review on Recent Development of Displacement-Based Laminated Plate Theories. *Recent Patents on Mechanical Engineering*. 2008. Vol. 1, № 1. P. 29–44. DOI: 10.2174/2212797610801010029.
5. Антоненко Н. М. Задача про осесиметричне кручення багатошарової плити з пружними зв'язками між шарами. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2016. № 59 (2). С. 109–115.
6. Антоненко Н. М. Плоска деформація багатошарової плити з пружними зв'язками між шарами. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2013. № 23 (1089). С. 15–21.
7. Величко І. Г., Антоненко Н. М. Плоска деформація смуги, яка лежить на пружній півплощині при наявності пружних зв'язків на їх спільній межі. *Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна. Серія: Математика, прикладна математика і механіка*. 2011. № 967. С. 51–62.
8. Величко І. Г. Розв'язок основних крайових задач плоскої теорії пружності для багатошарових основ з трансверсально-ізотропними шарами. *Вісник ЗДУ. Серія: Фізико-математичні науки. Біологічні науки*. 1999. № 2. С. 21–28.
9. Дзундза Н. С., Зіновєєв І. В. Алгоритм знаходження напружено-деформованого стану пружного ортотропного шару. *Scientific discussion*. 2022. № 1 (64). С. 16–20.
10. Приварников А. К. Двовимірні граничні завдання теорії пружності для багатошарових основ. Запоріжжя : ЗНУ, 1990. 84 с.
11. Зіновєєв І. В. Плоска деформація багатошарових основ з тріщинами в шарах. *Вісник ЗДУ*. 2001. № 2. С. 54–60.
12. Дзундза Н. С., Зіновєєв І. В. Дослідження напружено-деформованого стану ортотропної півплощини в умовах плоскої деформації. *Computer Science and Applied Mathematics*. 2022. № 1. С. 23–30. URL: <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2022-1-03>.
13. Лопушанська Г. П., Лопушанський А. О., М'яус О. Перетворення Фур'є, Лапласа: узагальнення та застосування. Львів : Видавництво ЛНУ, 2014. 152 с.
14. Timoshenko S. P., Goodier J. N. *Theory of Elasticity* (Third Ed.). McGraw-Hill, New York. 1970. 506 p.

REFERENCES

1. Deliaivskyi, M. V., Zdolbitska, N. V., Onyshko, L. Y., Zdolbitskyi, A. P. (2014). Vyznachennia napruzhenodeformovanoho stanu v tonkykh ortotropnykh plytakh na pruzhnii osnovi Vinklera. [Determination of the stress-strain state in thin orthotropic plates resting on the elastic Vinkler's foundation]. *Physical Chemistry Mechanics of Materials*, 50(6), 15–22 [in Ukrainian].
2. Uhrimov, S. V., Tormosov, Yu. M., Kutsenko, V. A., & Lebedynets, I. V. (2014). Modeliuvannia napruzhenodeformovanoho stanu sharuvatykh ortotropnykh plastyn na pruzhnii osnovi. [Modeling of Stress-Strain State of Layered Orthotropic Plates on Elastic Foundation]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(7), 4–9. Retrieved from: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2014.27632> [in Ukrainian].

3. Carrera, E. (2000). An assessment of mixed and classical theories on global and local response of multilayered orthotropic plates. *Composite Structures*, 50(2), 183–198. Retrieved from: [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(00\)00099-4](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(00)00099-4).
4. Wanji, C., & Zhen, W. (2008). A Selective Review on Recent Development of Displacement-Based Laminated Plate Theories. *Recent Patents on Mechanical Engineering*, 1(1), 29–44. doi:10.2174/2212797610801010029.
5. Antonenko, N. M. (2016). Zadacha pro osesymetrychne kruchennia bahatosharovoi plyty z pruzhnymy zviazkamy mizh sharamy. [Problem of axisymmetric torsion of a multilayer plate with elastic bonds between layers]. *Mathematical Methods and Physical Fields*, 59(2), 109–115 [in Ukrainian].
6. Antonenko, N. M. (2013). Ploska deformatsiia bahatosharovoi plyty z pruzhnymy zviazkamy mizh sharamy. [Plane deformation of a multilayer plate with elastic interlayers]. *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematical Modeling. Information Technology, Automated Control Systems»*, 23(1089), 15–21 [in Ukrainian].
7. Velychko, I. H., & Antonenko, N. M. (2011). Ploska deformatsiia smuhy, yaka lezhyt na pruzhnii pivploshchyni pry naiavnosti pruzhnykh zviazkiv na yikh spilnii mezhi. [Plane deformation of a strip resting on an elastic half-plane with elastic connections on their common boundary]. *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University. Series «Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics»*, 967, 51–62 [in Ukrainian].
8. Velychko, I. H. (1999). Rozviazok osnovnykh kraiovykh zadach ploskoi teorii pruzhnosti dlia bahatosharovykh osnov z transversalno-izotropnymy sharamy. [Solution of the Basic Boundary Value Problems of Plane Elasticity Theory for Multilayer Foundations with Transversely Isotropic Layers]. *Bulletin of ZDU. Physical and Mathematical Sciences. Biological Sciences*, 2, 21–28 [in Ukrainian].
9. Dzungza, N., & Zinovieiev, I. (2022). Alhorytm znakhodzhennia napruzhenno-deformovanoho stanu pruzhnoho ortotropnoho sharu. [Algorithm of finding the stress-strain state deforming of the elastic orthotropic layer]. *Scientific discussion*. 1(64), 16–20. [in Ukrainian].
10. Pryvarnykov, A. K. (1990). *Dvovymirni hranychni zavdannia teorii pruzhnosti dlia bahatosharovykh osnov*. [Two-Dimensional Boundary Problems of Elasticity Theory for Multilayered Foundations]. Zaporizhzhia: ZNU [in Ukrainian].
11. Zinovieiev, I. V. (2001). Ploska deformatsiia bahatosharovykh osnov z trishchynamy v sharakh. [Plane Deformation of Layered Foundations with Cracks in Layers]. *Bulletin of ZDU*, (2), 54–60 [in Ukrainian].
12. Dzungza, N., & Zinovieiev, I. (2022). Doslidzhennia napruzhenno-deformovanoho stanu ortotropnoi pivploshchyny v umovakh ploskoi deformatsii. [Research of the stress-strain state of the orthotropic half-plane under the plane deformation conditions]. *Computer Science and Applied Mathematics*, (1), 23–30. Retrieved from: <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2022-1-03> [in Ukrainian].
13. Lopushanska, H. P., Lopushanskyi, A. O., & Miaus, O. (2014). *Peretvorennia Furie, Laplasya: uzahalnennia ta zastosuvannia*. [Fourier and Laplace Transforms: Generalization and Application]. Lviv: LNU [in Ukrainian].
14. Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity*. New York : McGraw-Hill, Third Ed.

ОПЕРАТОРНИЙ ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ І НАВЧАННЯ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ

Олійник Л. О.

*кандидат фізико-математичних наук,
доктор філософії, доцент, директор
ВСП «Технологічний фаховий коледж*

*Дніпровського державного технічного університету»
просп. Конституції, 2А, Кам'янське, Дніпропетровська область, Україна
orcid.org/0000-0002-4392-0048
l.olejnik57@gmail.com*

Ключові слова: *інволютивний оператор, стохастичний оператор, кросовер, мутація, фітнес-функція, n-вимірний гіперкуб, бінарний код, код Грея.*

Робота присвячена дослідженню ефективності застосування операторного генетичного алгоритму до навчання нейронних мереж.

Як відомо генетичні алгоритми, різні їхні інтерпретації, є досить ефективним інструментом пошуку розв'язків задач оптимізації. Дія генетичного алгоритму базується на випадковому процесі формування популяції можливих розв'язків, серед яких відбирають найкращі в певному сенсі.

У статті представлено розроблену автором *операторну модель* генетичного алгоритму (далі – *операторний генетичний алгоритм*), яка застосовується до навчання нейронної мережі. Операторний генетичний алгоритм базується на застосуванні інволютивних операторів, що діють у декартовому добутку двох екземплярів n-вимірного евклідового простору і здійснюють операції кросоверу та мутації. Крім того головним інструментом формування популяцій векторів-хромосом є стохастичні оператори, що діють у тому ж декартовому добутку. Результат дії цих операторів можна інтерпретувати як узагальнені кросовер і мутація. Дана операторна модель дозволяє на кожному ітераційному кроці алгоритму формувати в області пошуку популяції векторів-хромосом невеликі за потужністю. Операторна модель генетичного алгоритму передбачає двійкове кодування інволютивних операторів, які перетворюють вершини гіперкубу, що являється областю пошуку, але точки області пошуку представляються у десятковому форматі.

В роботі досліджується ефективність операторного генетичного алгоритму для навчання відомої нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR. Сенс розгляду цього прикладу полягає у тому, що він є частинним випадком задачі класифікації точок одиничного гіперкуба довільної вимірності. В результаті застосування операторного генетичного алгоритму до навчання нейронної мережі XOR отримано множину операторів, які ефективно (з невеликою кількістю ітераційних кроків) навчають мережу не тільки для функції XOR, а й для усіх булевих функцій двох змінних.

OPERATOR GENETIC ALGORITHM AND TRAINING OF NEURAL NETWORK

Oliinyk L. O.

Cand. Sc. (Phys.-Math.), PhD,

Associate Professor, Director

Separate Structural Unit Technological Professional College

of Dniprovsky State Technical University

Konstytutsii Ave., 2A, Kamianske, Dnipropetrovsk region, Ukraine

orcid.org/0000-0002-4392-0048

l.olejnik57@gmail.com

Key words: *involutive operator, stochastic operator, crossover, mutation, fitness function, n-dimensional hypercube, binary code, Gray code.*

This work is dedicated to the study of the effectiveness of the application of the operator genetic algorithm for the training of neural networks.

As is known, genetic algorithms, their various interpretations, are quite effective tools for finding solutions to optimization problems. The action of the genetic algorithm is based on the random process of forming a population of possible solutions, among which the best in a certain sense are selected.

The article presents the operator model of the genetic algorithm (then – the operator genetic algorithm) developed by the author, which is used for neural network training. The operator genetic algorithm is based on the application of involutive operators acting in the Cartesian product of two instances of n -dimensional Euclidean space and carrying out crossover and mutation operations. In addition, stochastic operators operating in the same Cartesian product are the main tool for forming populations of chromosome vectors. The result of these operators can be interpreted as generalized crossover and mutation. This operator model makes it possible to form populations of chromosome vectors of small power in the search area at each iterative step of the algorithm. The operator model of the genetic algorithm involves binary coding of involutive operators that transform the vertices of the hypercube, which is the search area, but the points of the search area are represented in decimal format.

The research article examines the effectiveness of the operator algorithm for training a known neural network that implements the Boolean XOR function. The point of consideration of this example is that it is a partial case of the problem of classification of points of a unit hypercube of arbitrary dimension. As a result of the application of the operator genetic algorithm to the training of the XOR neural network, a set of operators is obtained, which effectively (with a small number of iteration steps) trains the network not only for the XOR function, but also for all Boolean functions of two variables.

Вступ

Генетичні алгоритми, як різновид еволюційних алгоритмів, сьогодні мають досить велику популярність при застосуванні до прикладних оптимізаційних задач. Тому розробка алгоритмів, які б удосконалювали або узагальнювали теоретичні основи генетичного алгоритму є актуальною проблемою в теорії еволюційних алгоритмів.

В цій роботі наведено теоретичні засади операторної моделі генетичного алгоритму, яка є новим підходом до розв'язання задач оптимізації, що базується на застосуванні лінійних інволютивних і стохастичних операторів, що діють у декартовому добутку двох екземплярів n -вимірного евклідового простору. Інволютивні оператори виконують

перетворення вершин гіперкубу, який є областю пошуку розв'язків. Стохастичні оператори виконують перетворення області пошуку і формують популяції векторів-хромосом на кожному кроці роботи алгоритму, що дозволяє розглядати популяції векторів-хромосом невеликої потужності. Дія цих операторів в частинних випадках є еквівалентною класичному кросоверу і мутації, а в загальному випадку дія операторів є узагальненням кросоверу та мутації. Тому автор вважає можливим користуватись назвою «операторний генетичний алгоритм».

Принциповою відмінністю даного алгоритму від класичного генетичного алгоритму є те, що операторний алгоритм не потребує дискретизації

області пошуку (тобто покриття рівномірною сіткою). Початкова популяція формується з множини вершин n -вимірного гіперкубу і на кожному ітераційному кроці послідовність наближень розв'язку визначається вершинами новоутворених областей пошуку («вкладених» гіперкубів). Крім того необхідно зауважити, що точки області пошуку представляються у десятковому форматі, а інволютивним операторам, які виконують перетворення вершин гіперкубу, ставляться у відповідність бінарні коди.

Збіжність послідовності наближень розв'язку задачі оптимізації зумовлюється тим, що лінійні оператори, які використовуються, є унітарними або стискаючими. Операторний генетичний алгоритм апробовано на задачах пошуку глобального мінімуму у заданій області ([1; 2; 3]).

В цій роботі операторний генетичний алгоритм застосовано до навчання відомої нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR. Цей приклад є важливим, тому що представляє частинний випадок задачі класифікації точок одиничного гіперкуба довільної вимірності. Результати роботи операторного алгоритму порівняно з результатами застосування класичного генетичного алгоритму наведеними в роботі ([5]).

Актуальність даного дослідження полягає у розробці математично обґрунтованого алгоритму, що на теперішній час є важливим аспектом розробки теоретичних основ еволюційних алгоритмів. В роботі ([4]), відмічається, що: «Особливо проблемним є напрям розробки метаевристичних алгоритмів, де в гонитві за науковою новизною автори створюють все нові алгоритми, не даючи їхнього математичного обґрунтування або більш-менш вичерпного експериментального аналізу і порівняння з вже існуючими алгоритмами».

Огляд наявної літератури. З тематики присвяченої генетичному алгоритму і його застосуванням існує велика кількість робіт, серед яких виділимо підручник Глибовця М. М. і Гулаєвої Н. М. «Еволюційні алгоритми» ([6]), у якому на високому науковому рівні викладено теорію генетичного алгоритму і його застосувань. Крім того підручник містить великий обсяг літературних джерел. Що стосується теорії нейронних мереж, то це – робота Саймона Хайкіна «Neural Networks A Comprehensive Foundation» ([7]), де зібрано і викладено максимальний обсяг теоретичного і практичного матеріалу з цієї тематики.

Постановка задачі: розробка, теоретичне обґрунтування і опис операторного генетичного алгоритму, апробація його на відомих прикладних задачах.

Мета роботи: дослідити можливості операторного генетичного алгоритму при застосуванні його до розв'язання задачі навчання нейронних

мереж, зокрема нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR, а також ефективність такого застосування.

Операторний генетичний алгоритм.

Розглянемо задачу пошуку мінімального значення деякої функції $F(x)$ визначеної в замкненій області $\Omega \in R^n$, що визначається наступним чином:

$$\Omega = \{(\xi_1, \dots, \xi_n) : a_m \leq \xi_m \leq b_m, m = \overline{1, n}\},$$

1. Формування початкової множини (популяції) розв'язків.

Область Ω є деякий гіперкуб у просторі R^n з «кубічною» нормою $\|x\| = \max\{|\xi_j|\}$. Вершинам даного гіперкуба $\Omega \in R^n$ однозначно привласнюються бінарні коди Грея, таким чином, що вершина з мінімальними значеннями координат $A = (a_1, \dots, a_n)$ має нульовий код, а вершина з максимальними значеннями координат $B = (b_1, \dots, b_n)$ має одиничний код. Гіперкуб $\Omega \in R^n$ має 2^n вершин, які складають 2^{n-1} пар «протилежних» вершин, що знаходяться на максимальній відстані Хеммінга.

Нехай $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ двійковий вектор (код Грея), позначимо відповідну йому вершину гіперкубу $A_\sigma = (w(\sigma_1), \dots, w(\sigma_n))$, $w(\sigma_i) = \begin{cases} a_i, & \sigma_i = 0 \\ b_i, & \sigma_i = 1 \end{cases}$, тоді «протилежна» вершина має вигляд $A_{\bar{\sigma}} = (w(\bar{\sigma}_1), \dots, w(\bar{\sigma}_n))$, де $\bar{\sigma} = (\bar{\sigma}_1, \dots, \bar{\sigma}_n)$. Зрозуміло, що відстань Хеммінга між бінарними векторами $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ і $\bar{\sigma} = (\bar{\sigma}_1, \dots, \bar{\sigma}_n)$ є максимальною і дорівнює $\chi(\sigma, \bar{\sigma}) = n$.

Для визначення координат усіх вершин гіперкуба, достатньо мати координати двох вершин $A = (a_1, \dots, a_n)$ та $B = (b_1, \dots, b_n)$. Для операторної матриці

$$\hat{P}_j^k = \begin{pmatrix} P_j^k & I - P_j^k \\ I - P_j^k & P_j^k \end{pmatrix},$$

де $P_j^k x = P_j^k \left(\sum_{i=1}^n \xi_i e_i \right) = \sum_{i=j}^k \xi_i e_i$,

де $\forall x = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in R^n$ і $\{e_1, \dots, e_n\} \subset R^n$ ортонормований базис, прийемо позначення $\hat{P}(\sigma)$, де σ – двійковий код, що визначає оператор переставлення координат вершин гіперкубу (оператор кросоверу). Застосовуючи оператори $\hat{P}(\sigma)$ до вектора, складеного з вершин $A = (a_1, \dots, a_n)$ та $B = (b_1, \dots, b_n)$, отримуємо усі максимально віддалені пари вершин.

Кількість операторів $\hat{P}(\sigma)$ залежить від вимірності простору R^n , а саме, дорівнює $2^{n-1} - 1$.

Саме вершини гіперкуба, тобто граничні точки області Ω , утворюють початкову множину наближень розв'язку задачі (початкову популяцію векторів-хромосом). Зрозуміло, що при великих значеннях n ця процедура потребує великих обсягів обчислення. Тому можна обмежуватись випадковим вибором певної невеликої кількості операторів $\hat{P}(\sigma)$ та, відповідно, відбирати деяку множину вершин гіперкубу.

1. Побудова нової області пошуку (першої популяції)

Для пошуку мінімального значення функції $F(x)$ обираємо 2^{n-1} пар вершин гіперкубу, відстань Хеммінга між кодами Грея яких є максимальною $\chi(\sigma, \bar{\sigma}) = n$. Отже, це пари вершин гіперкубу:

$$A_{\sigma_j} = W(\sigma_j) = (w(\sigma_{j1}), \dots, w(\sigma_{jn}))$$

$$A_{\bar{\sigma}_j} = W(\bar{\sigma}_j) = (w(\bar{\sigma}_{j1}), \dots, w(\bar{\sigma}_{jn})), \quad j = 0, \dots, 2^{n-1}.$$

Розглянемо вектори

$$\hat{X}_j = \begin{pmatrix} W(\sigma_j) \\ W(\bar{\sigma}_j) \end{pmatrix} = P(\sigma) \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \in R^n \times R^n, \quad j = 0, \dots, 2^{n-1}.$$

Діючи на ці вектори операторами

$$\begin{aligned} \hat{P}(\alpha), \hat{Q}(\beta) &\in L(R^n \times R^n; R^n \times R^n) \\ \hat{P}(\alpha) &= \begin{pmatrix} P(\alpha) & I - P(\alpha) \\ I - P(\alpha) & P(\alpha) \end{pmatrix}, \quad \hat{Q}(\beta) = \begin{pmatrix} I - Q(\beta) & Q(\beta) \\ Q(\beta) & I - Q(\beta) \end{pmatrix}, \\ \hat{P}(\alpha) \hat{X}_j &= \hat{P}(\alpha) P(\sigma) \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{Z}_j = \begin{pmatrix} z_{j1} \\ z_{j2} \end{pmatrix}, \\ \hat{Q}(\beta) \hat{X}_j &= \hat{Q}(\beta) P(\sigma) \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{V}_j = \begin{pmatrix} v_{j1} \\ v_{j2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

де $P(\alpha), Q(\beta) \in L(R^n; R^n)$ які діють наступним чином: $\forall x = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in R^n$

$$P(\alpha)x = P(\alpha) \left(\sum_{i=1}^n \xi_i e_i \right) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \xi_i e_i,$$

$$Q(\beta)x = Q(\beta) \left(\sum_{i=1}^n \xi_i e_i \right) = \sum_{i=1}^n \beta_i \xi_{n-i+1} e_i,$$

де $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n), \beta = (\beta_1, \dots, \beta_n) \in R^n, \{e_1, \dots, e_n\} \subset R^n$ базис, отримаємо:

$$\begin{aligned} \hat{P}(\alpha) &= \begin{pmatrix} P(\alpha) & I - P(\alpha) \\ I - P(\alpha) & P(\alpha) \end{pmatrix}, \quad \hat{Q}(\beta) =, \\ &= \begin{pmatrix} I - Q(\beta) & Q(\beta) \\ Q(\beta) & I - Q(\beta) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

де $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n), \beta = (\beta_1, \dots, \beta_n), 0 \leq \alpha_i < 1, 0 \leq \beta_i < 1$, стохастичні вектори.

В результаті отримаємо вектори, компоненти яких є точками області пошуку, для яких обчислюються значення функції $F(x)$.

$$F(z_{jk}), \quad F(v_{jk}), \quad k = 1, 2, \quad j = 1, \dots, 2^n.$$

Позначимо z^0 точку області пошуку, для якої функція має найменше з отриманих значень, тобто:

$$F(z^0) = \min_{j,k} \{F(z_{jk}), F(v_{jk})\}, \quad k = 1, 2, \quad j = 1, \dots, 2^n$$

Точка z^0 розбиває гіперкуб Ω на 2^n гіперкубів, для яких вона буде однією з вершин. Протилежними до неї вершинами будуть вершини $A_{\sigma_j} = W(\sigma_j) = (w(\sigma_{j1}), \dots, w(\sigma_{jn}))$ початкового гіперкубу Ω .

Нехай A_j – деяка фіксована вершина початкового гіперкубу. Розглянемо гіперкуб, де A_j та z^0 пара максимально віддалених вершин. Позначимо цей гіперкуб наступним чином: $\Omega(A_j)$. Якщо $\sigma_j = (\sigma_{j1}, \dots, \sigma_{jn})$ двійковий код вершини A_j , то бінарний код вершини z^0 має вигляд

$$\bar{\sigma}_j = (\bar{\sigma}_{j1}, \dots, \bar{\sigma}_{jn}).$$

$$\text{Розглянемо вектор } \hat{X}_j = \begin{pmatrix} W(\sigma_j) \\ z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_j \\ z^0 \end{pmatrix}.$$

Застосовуючи оператори $P(\sigma_j)$ до вектора \hat{X}_j , отримаємо усі вершини гіперкубу $\Omega(A_j)$. До кожного вектору множини пар максимально віддалених вершин гіперкубу $\Omega(A_j)$ застосуємо оператори $\hat{P}(\alpha), \hat{Q}(\beta)$. В результаті отримаємо точки (вектори) всередині гіперкубу $\Omega(A_j)$, для яких обчислюються значення функції $F(x)$.

Позначимо z_j^0 точку гіперкубу $\Omega(A_j)$, для якої функція має найменше з отриманих значень, тобто:

$$F(z_j^0) = \min_{j,k} \{F(z_{jk}), F(v_{jk})\}, \quad k = 1, 2, \quad j = 1, \dots, 2^n$$

Переглянувши послідовно усі вершини початкового гіперкубу A_j , гіперкуби $\Omega(A_j)$, отримаємо сукупність точок $z_j^0, j = 1, \dots, 2^n$, для яких функція має найменше значення у відповідних гіперкубах $\Omega(A_j)$. Позначимо точку z^1 таку, що $F(z^1) = \min \{F(z_j^0)\}$.

Розглянемо пару точок z^0 та z^1 . Будуємо вектор $\begin{pmatrix} z^0 \\ z^1 \end{pmatrix}$. Застосовуючи до нього оператор $\hat{P}(\alpha)$ при $\alpha = (2, \dots, 2)$, отримаємо

$$\hat{P}(\alpha) \begin{pmatrix} z^0 \\ z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2z^0 - z^1 \\ 2z^1 - z^0 \end{pmatrix}.$$

Якщо $F(z^0) < F(z^1)$, то розглянемо пару точок $A_1 = 2z^0 - z^1$ і $B_1 = z^1$. Для цієї пари точок має місце рівність $\|A_1 - z^0\| = \|B_1 - z^0\|$. Якщо $F(z^0) > F(z^1)$, то розглянемо пару точок $A_1 = 2z^1 - z^0$ і $B_1 = z^0$. Для цієї пари точок має місце рівність $\|A_1 - z^1\| = \|B_1 - z^1\|$.

Отримані точки A_1, B_1 є максимально віддаленими вершинами нового гіперкубу Ω_1 з центром в точці z_1 , яка дорівнює z^0 або z^1 в залежності від виконання умов $F(z^0) < F(z^1)$ або $F(z^0) > F(z^1)$. Центром гіперкубу є точка z_1 з найкращим на даному кроці екстремальним значенням функції $F(z_1)$. z_1 – є першим наближенням розв'язку задачі.

Вершини гіперкубу Ω_1 отримаємо за відомою вже процедурою $P(\sigma) \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$, де σ перебігає множину кодів операторів перестановок координат. Отримані таким чином вершини гіперкубу Ω_1 утворюють нову множину область пошуку або першу популяцію векторів-потомків.

Наступний ітераційний крок пошуку наближеного розв'язку полягає у повторенні описаної вище процедури застосованої до гіперкубу Ω_1 .

В результаті отримуємо новий гіперкуб Ω_2 з центром в точці z_2 . Якщо виконується нерівність $F(z_1) > F(z_2)$, то переходимо до наступного ітераційного кроку.

Так, за умови постійного спадання значень функції у кожному новому наближенні розв'язку, продовжуємо ітераційний процес і отримуємо на деякому кроці послідовність гіперкубів Ω_m і наближень z_1, z_2, \dots, z_m таку, що $F(z_1) > F(z_2) > \dots > F(z_m)$. Послідовність z_1, z_2, \dots, z_m прямує до розв'язку задачі із зростанням номеру m .

Критерій зупинки алгоритму визначається точністю обчислень або величиною похибки ϵ . Якщо відоме мінімальне значення функції, то розглядається виконання нерівності $|F(z_m) - F(z_{\min})| < \epsilon$. Якщо ж мінімальне значення функції невідоме, то розглядається різниця між двома послідовними наближеннями розв'язку $\|z_{m-1} - z_m\| < \epsilon$.

2. Мутація

У зв'язку з тим, що ітераційний процес має стохастичний характер, монотонність послідовності значень функції $F(z_1) > F(z_2) > \dots > F(z_m)$ може порушуватись. На деякому ітераційному кроці можуть виникнути наступні ситуації:

1. $F(z_{k-1}) \leq F(z_k)$.

2. Гіперкуб Ω_k вироджується у многовид меншої вимірності (гіперплощина, точка, відрізок), тобто не буде опуклою множиною). В цьому випадку необхідно в такий ітераційний крок вводити додаткову дію аналогічну операції мутації для класичного генетичного алгоритму.

а) Узагальнена мутація.

Якщо виникає ситуація 1 і при цьому гіперкуб Ω_k є опуклою областю в R^n , то необхідно дослідити функцію в околі гіперкубу Ω_k , тобто обчислити значення функції в точках деякої множини, яка містить в собі Ω_k . Для цього пропонується процедура аналогічна процесу «ігор хаосу». А саме, застосовуючи оператор $\hat{P}(\alpha)$ при $\alpha = (2, \dots, 2)$ до вектора $\begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix}$ розтягнемо вектор в три рази, а потім, (як це показано вище) після дії операторів отримуємо вершини $\hat{P}(\sigma)\hat{P}(\alpha)\begin{pmatrix} A_k \\ B_k \end{pmatrix}$ розтягнутого гіперкубу $\tilde{\Omega}_k \supset \Omega_k$. Вершини гіперкубу $\tilde{\Omega}_k$ є атракторами. Вибравши точку z_k і випадковим чином обираємо один з атракторів, який позначимо \tilde{A}_k . Розглянемо вектор $\begin{pmatrix} z_k \\ \tilde{A}_k \end{pmatrix}$. Подіємо на цей вектор оператором $\hat{P}(\alpha)$, де $\alpha = (\frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{3})$, отримуємо точку M_1 , яка не належить гіперкубу Ω_k :

$$\hat{P}(\alpha)\begin{pmatrix} z_k \\ \tilde{A}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}z_k + \frac{2}{3}\tilde{A}_k \\ \tilde{A}_k \end{pmatrix} = M_1.$$

Аналогічно, обираючи випадковим чином атрактор \tilde{A}_k , отримуємо точку

$$M_2 = \hat{P}(\alpha)\begin{pmatrix} M_1 \\ \tilde{A}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}M_1 + \frac{2}{3}\tilde{A}_k \\ \tilde{A}_k \end{pmatrix}.$$

Продовжуючи цей випадковий процес, отримуємо певну кількість точок, що не належать гіперкубу Ω_k . Кількість таких точок m визначається в залежності від вимірності простору, в якому розв'язується задача, і складності функції $F(x)$.

Цей процес можна запускати кілька разів, доки не з'явиться точка M^* така, що $F(z_{k-1}) > F(M^*)$. Після чого ітераційний пошук розв'язку продовжується згідно п.2.

б) Якщо виникає ситуація 2, то необхідно повернутись до попереднього ітераційного кроку і застосувати процедуру узагальненої мутації.

Працездатність та ефективність представленого алгоритму розглянуто на прикладі застосування до навчання нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR (або логічне додавання $x \oplus y$). Результат роботи алгоритму порівнюється з наведеними даними в роботі ([5]).

Навчання нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR.

Як відомо ([5],[7]), функцію XOR реалізує двошарова нейронна мережа вигляду (рис. 1), де x_{1j}, x_{2j} вхідні сигнали (образи, дані).

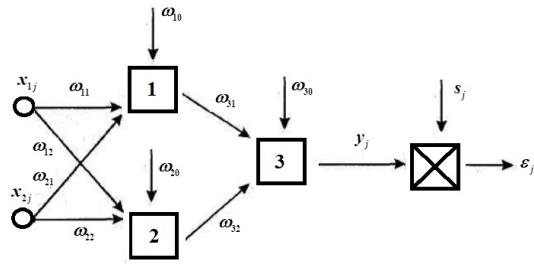


Рис. 1.

Навчання нейронної мережі полягає у мінімізації функції похибки, яка має вигляд ([5]):

$$\epsilon = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \epsilon_j^2 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 (s_j - y_j)^2 \rightarrow \min$$

$$y_j = \frac{\omega_{00}}{1 + \exp\left(\frac{-\omega_{31}}{1 + \exp(-\omega_{11}x_{1j} - \omega_{12}x_{2j} - \omega_{10})} + \frac{-\omega_{32}}{1 + \exp(-\omega_{21}x_{1j} - \omega_{22}x_{2j} - \omega_{20})} - \omega_{30}\right)}$$

$-100 \leq \omega_{kj} \leq 100, \quad k = 1, 2, 3, \quad j = 0, 1, 2, \quad \omega_{00} = 1 \quad (1)$

$x_{kj}, \quad k = 1, 2, \quad j = 1, 2, 3, 4$ — значення вхідних сигналів (образів, даних)

Функція ϵ похибки, є функцією десятих змінних, отже маємо задачу пошуку мінімального значення функції

$$\epsilon(\omega_{10}, \omega_{20}, \omega_{30}, \omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{31}, \omega_{32}, \omega_{00})$$

визначеної в замкненій області $\Omega \in R^{10}$, що визначається нерівностями (1).

Так як $n=10$, то область пошуку обмежено десятивимірним гіперкубом, який має 1024 вершин (512 пар протилежних максимально віддалених вершин). Процедура перебору усіх пар вершин потребує великих обсягів обчислення. Тому обмежимося випадковим вибором 25 (2,44%) операторів перебору пар вершин $\hat{P}(\sigma)$ які відбиратимуть деяку множину, що складається з 50 (4,88%) вершин гіперкубу.

Для навчання даної мережі визначено 25 операторів $\hat{P}(\sigma)$ з десятковими кодами (табл. 1).

Вектори α і β визначаються випадковим чином. Множина операторів також визначається випадково (в цьому експерименті 25 операторів, що надали позитивний результат, визначились за 4 спроби). При цих даних навчання нейронної мережі дає позитивний результат для усіх булевих функцій двох змінних.

У таблиці 2 наведено результати навчання нейронної мережі для відомих булевих функцій (F) двох змінних, а саме, значення параметрів нейронної мережі. k – кількість ітераційних кроків операторного генетичного алгоритму.

У таблиці 3 наведено результати роботи нейронної мережі у порівнянні із значеннями відомих булевих функцій.

В роботі ([5]), показано, що класичний алгоритм при навчанні нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR, на 75 поколіннях досяг значення похибки $7 \cdot 10^{-5}$. Розмірність популяції дорівнює 77, довжина хромосом 99 бітів. Область пошуку параметрів $[-10; 10]$. В наведеному прикладі класичний алгоритм застосовувався з використанням програмного засобу FlexTool.

Як видно з таблиць 2, 3 результати операторного алгоритму значно кращі, для похибки $4,78 \cdot 10^{-8}$, при цьому виконується всього 10 ітераційних кроків, тобто 10 поколінь. На кожному кроці роботи алгоритму використовуються 25 інволютивних операторів, які формують множину векторів-хромосом, що складається з 50 вершин гіперкубів. При цьому область пошуку параметрів $[-100; 100]$ значно більша за обсягом. Нарешті, визначена множина інволютивних операторів (таблиця 1) і стохастичних операторів з великим ступенем точності для похибки, визначає параметри нейронної мережі для усіх булевих функцій від двох змінних (таблиці 1, 2).

У таблиці 4 наведено результати навчання нейронної мережі для відомих булевих функцій (F) двох змінних для стохастичних операторів $\hat{P}(\alpha), \hat{Q}(\beta)$, що визначені вище і 50-ти інволютивних операторів, на відміну 25 операторів наведених у таблиці 1.

Як видно з таблиць 2 і 4, результати роботи алгоритму суттєво не відрізняються, тому можна стверджувати, що кількість вершин гіперкубу можуть прискорювати роботу алгоритму, але величина

Таблиця 1

Коди інволютивних операторів

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Код	451	951	992	994	794	79	269	902	569	289	5	878	
№	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Код	708	613	181	993	645	535	857	236	157	643	816	38	729

Таблиця 2

Параметри нейронної мережі і значення функції похибки

k	F	ω_{11}	ω_{12}	ω_{21}	ω_{22}	ω_{31}	ω_{32}	ω_{10}	ω_{20}	ω_{30}	ϵ
6	\wedge	8,865	12,811	16,867	19,120	17,913	19,493	-18,418	-20,89	-16,367	5,11E-13
10	\oplus	-12,137	23,050	14,505	-19,590	18,793	17,155	-20,955	-8,957	-8,548	4,78E-08
3	\vee	-17,519	34,120	-43,053	-43,529	-30,196	-36,279	30,273	7,740	43,498	2,09E-12
5	\leftrightarrow	-8,153	-31,161	20,560	13,863	37,061	20,806	1,260	-33,302	-5,858	4,21E-06
6	\rightarrow	-12,825	2,019	-31,838	34,554	8,191	31,465	20,472	3,469	-23,514	3,32E-14

Таблиця 3

Порівняння результатів роботи нейронної мережі із значеннями відомих булевих функцій

Вхідні сигнали		Значення булевих функцій				
x1	x2	\wedge	\oplus	\vee	\leftrightarrow	\rightarrow
0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1
Результати роботи нейронної мережі		7,8E-08	0,000194	1,07E-10	1	1
		1,42E-06	0,999722	0,999998	0,002848	1
		1,1E-07	0,999805	0,999998	0,002956	2,21E-07
		1	0,000194	0,999998	0,999946	1

Параметри нейронної мережі і значення функції похибки

k	F	ω_{11}	ω_{12}	ω_{21}	ω_{22}	ω_{31}	ω_{32}	ω_{10}	ω_{20}	ω_{30}	ε
4	\wedge	7,880	34,764	-43,360	-30,741	36,354	30,834	-37,489	-30,59	-14,986	2,15E-12
6	\oplus	-16,410	40,794	30,600	-38,770	36,380	27,471	-36,827	-26,25	-6,130	2,35E-06
22	\vee	9,341	9,129	-10,521	-10,005	10,185	-10,776	-6,596	6,569	1,729	3,83E-09
5	\leftrightarrow	16,410	46,100	-35,75	-38,77	36,380	31,465	-53,11	16,477	-23,15	1,5E-08
4	\rightarrow	13,183	43,815	-32,82	32,751	7,657	23,053	12,173	15,865	-15,68	2,6E-08

похибки при цьому відрізняється незначно. Отже, для розв'язання задачі навчання мережі можна обмежитись меншою кількістю інволютивних операторів, що зменшує кількість обчислень.

Висновки

Застосування операторного генетичного алгоритму до задачі навчання нейронної мережі, що реалізує булеву функцію XOR, показало працездатність представленого алгоритму і ефективність його роботи. В результаті застосування операторного генетичного алгоритму отримано множину операторів, які ефективно (з невеликою кількістю ітераційних кроків) визначають параме-

три нейронної мережі, тобто навчають її не тільки для булевої функції XOR, а й для усіх можливих булевих функцій двох змінних.

Операторний генетичний алгоритм представляє досить ефективний швидкодіючий інструмент розв'язання задач оптимізації. Важливими питаннями, які потребують подальших досліджень є:

- визначення області застосування даного алгоритму;
- визначення працездатності для просторів великої вимірності;
- визначення можливості управління добром операторів, що задіяні в роботі алгоритму і формують область пошуку розв'язків.

ЛІТЕРАТУРА

1. Л.О. Олійник Операторна модель рекомбінації в генетичних алгоритмах. Математичне моделювання. 2019. Вип. 1(40). Кам'янське. ДДТУ. С. 14–21.
2. Л.О. Олійник, Д.Л. Олійник Про ефективність операторної модифікації генетичного алгоритму в задачах двовимірної оптимізації. МНЖ «Грааль науки» № 11 (грудень 2021). С. 221–229.
3. Л.О. Олійник, О.О. Довженко Демонстраційний програмний засіб тривимірної операторної моделі генетичного алгоритму. «Математичні проблеми технічної механіки – 2023», Міжнародна наукова конференція, том 2, тези доповіді, Київ, Дніпро, Кам'янське. С. 5–7.
4. Н.М. Гулаєва, В.П. Шило, М.М. Глибовець Генетичні алгоритми як обчислювальні методи скінченновимірної оптимізації. Cybernetics and Computer Technologies. 2021, № 3, С. 5–14.
5. Кононюк А.Ю. Нейронні мережі і генетичні алгоритми – К.: «Корнійчук», 2008. 446 с.
6. М.М. Глибовець. Н.М. Гулаєва Еволюційні алгоритми: підручник. – К.: НаУКМА, 2013. 828 с.
7. Simon Haykin Neural Networks A Comprehensive Foundation, Second edition. – Prentice Hall, New Jersey. 2016. 1104 p.

REFERENCES

1. L. Oliinyk (2019) Operatorna model recombinaції v genetichnishi algoritmach (Operator model of recombination in genetic algorithms). Mathematical modeling. – Issue 1(40). Kamianske. DDTU (in Ukrainian). P. 14–21.
2. L. Oliinyk, D. Oliinyk (2021) Pro efektyvnist operatornoi modifiacii genetichnogo algoritmu v zadachash dvovimirnoi optimizacii (On the effectiveness of operator modification of the genetic algorithm in two-dimensional optimization problems). – “Grail of Science” magazine № 11. (in Ukrainian). P. 221–229.
3. L. Oliinyk, O. Dovzhenko (2023) Demonstraciyni programni zasib tryvymirnoi operatornoi modeli genetichnogo algoritmu (Demonstration software of the three-dimensional operator model of the genetic algorithm). “Mathematical problems of technical mechanics – 2023”, International scientific conference, volume 2, theses of the report, Kyiv, Dnipro, Kamianske. (in Ukrainian). P. 5–7.
4. N. Gulaeva, V. Shilo, M. Hlybovets. Genetichni alorytmi yak obchysluvalni metody skinchenovymirnoi optymizacii. (Genetic Algorithms as Computational Methods for Finite-Dimensional Optimization). Cybernetics and Computer Technologies. 2021, № 3, c. 5–14.
5. Kononiuk A. Nejrinni meregi I genetichni alorytmi (Neural networks and genetic algorithms). K.: “Korniichuk”, 2008. 446 p.
6. M. Hlybovets. N. Gulaeva (2013) Evolyuciyni alorytmi (Evolutionary algorithms): textbook.-K.: NaUKMA, (in Ukrainian). 828 p.
7. Simon Haykin Neural Networks A Comprehensive Foundation, Second edition. – Prentice Hall, New Jersey. 2016. 1104 p.

UDC 539.3

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2023-2-08>**FRACTURE ANALYSIS AND SHIELDING EFFECTS IN ADVANCED MATERIALS****Onopriienko O. D.***PhD,**Associate Professor at the Department of Higher Mathematics, Physics
and General Engineering Disciplines**Dnipro State Agrarian and Economic University**Serhii Efremov str., 25, Dnipro, Ukraine**orcid.org/0000-0002-3127-4616**onopriienko.oleg@gmail.com***Govorukha V. B.***Doctor of Physics and Mathematics, Professor,**Professor at the Department of Higher Mathematics, Physics
and General Engineering Disciplines**Dnipro State Agrarian and Economic University**Serhiy Efremov str., 25, Dnipro, Ukraine**orcid.org/0000-0002-0936-9272**govorukhavb@yahoo.com***Kagadiy T. S.***Doctor of Physics and Mathematics, Professor,**Professor at the Department of Applied Mathematics**Dnipro University of Technology**Dmytra Yavornytskoho Ave., 19, Dnipro, Ukraine**orcid.org/0000-0001-6116-4971**kagadiy@i.ua***Shporta A. H.***Candidate of Physical and Mathematical Sciences,**Associate Professor at the Department of Applied Mathematics**Dnipro University of Technology**Dmytra Yavornytskoho Ave., 19, Dnipro, Ukraine**orcid.org/0000-0002-1260-7358**shporta.a.h@nmu.one*

Key words: *intelligent materials, fracture mechanics, calculation models, shielding effect, electroelasticity*

Due to their ability to interconnect electrical and mechanical domains, piezoelectric materials are increasingly finding applications in advanced electromechanical systems. Notably, magneto-electric composites like BaTiO₃-CoFe₂O₄ have emerged as vital materials for the next generation of devices. Exploring this realm is a complex and significant endeavor, demanding the attention of the scientific community and further research. Over recent decades, the scope of formulating and executing computational models for continuous media has substantially broadened, encompassing a diverse array of material properties and fields in computational models.

This article centers on the utilization of asymptotic analysis as a mathematical tool for constructing approximate equations and assessing the relevance of various hypotheses. It delves into the utilization of the perturbation method,

pioneered by Kagadiy T. S. and others, to tackle two-dimensional contact problems in electropelasticity, particularly in the context of materials with linear anisotropy. The extensive applicability of this asymptotic approach underscores its efficacy in simplifying intricate problems by breaking them down into a sequence of boundary problem resolutions grounded in the theory of potentials.

The collaborative effort of the authors in this research underscores that employing the mentioned method opens up avenues for formulating pertinent boundary problems for the fundamental equations. This, in turn, allows for the representation of the initial electropelasticity problem as a superposition of more manageable boundary problems. While mechanical and electrical components can be treated separately, they still interact via boundary conditions.

To conduct a numerical analysis, the article examines scenarios where one crack surface slides parallel to the crack front against another and selects relevant materials with known characteristics. Calculations reveal that, even in the absence of mechanical load, crack surfaces undergo relative sliding due to non-zero electrical or magnetic fields. The study of the shielding effect, which mitigates crack motion by altering magnetic field distribution, holds particular significance. This effect reduces the overall stress intensity factor and impedes crack propagation.

Conducting such a comprehensive analysis is pivotal for comprehending and foretelling the strength and reliability of structural components composed of piezoelectric and piezomagnetic materials. It is imperative to conduct a thorough examination of the mechanisms governing their failure.

АНАЛІЗ ТРІЩИН ТА ЕФЕКТИ ЕКРАНУВАННЯ В СУЧАСНИХ МАТЕРІАЛАХ

Онопрієнко О. Д.

доктор філософії,

доцент кафедри вищої математики, фізики

та загальноінженерних дисциплін

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

вул. Сергія Єфремова, 25, Дніпро, Україна

orcid.org/0000-0002-3127-4616

onopriienko.oleg@gmail.com

Говоруха В. Б.

доктор фізико-математичних наук, професор,

професор кафедри вищої математики, фізики

та загальноінженерних дисциплін

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

вул. Сергія Єфремова, 25, Дніпро, Україна

orcid.org/0000-0002-0936-9272

govorukhavb@yahoo.com

Кагадій Т. С.

доктор фізико-математичних наук, професор,

професор кафедри прикладної математики

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

просп. Дмитра Яворницького, 19, Дніпро, Україна

orcid.org/0000-0001-6116-4971

tkagadiy@gmail.com

Шпорта А. Г.

кандидат фізико-математичних наук,

доцент кафедри прикладної математики

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

просп. Дмитра Яворницького, 19, Дніпро, Україна

orcid.org/0000-0002-1260-7358

shporta.a.h@ntmu.one

Ключові слова:

*інтелектуальні матеріали,
механіка руйнування,
розрахункові моделі,
ефект екранування,
електропружність.*

П'єзоелектричні матеріали, завдяки їхньому зв'язку між електричними та механічними полями, знаходять все більше використання в інтелектуальних електромеханічних системах. Магнітоелектричні композити, такі як $\text{BaTiO}_3\text{-CoFe}_2\text{O}_4$, стали важливими матеріалами нового покоління пристроїв.

Пошуки у даному напрямку досить складні і важливі, вони вимагають уваги наукової спільноти та подальших досліджень. Протягом останніх кількох десятиліть можливості для формулювання і реалізації обчислювальних моделей для неперервних середовищ значно розширилися за рахунок охоплення великого спектра фізичних властивостей речовин та полів в обчислювальних моделях.

У цій статті головну роль відіграє асимптотичний аналіз як математичний інструмент для створення наближених рівнянь та оцінки значущості різних гіпотез. Розглядається застосування методу збурення, розробленого Кагадій Т. С. та іншими, для вирішення двовимірних контактних задач електропружності, зокрема для матеріалів із прямолінійною анізотропією. Широкий спектр застосувань даного асимптотичного підходу демонструє його ефективність для спрощення складних задач, зводячи їх до послідовного розв'язання крайових задач, заснованих на теорії потенціалу. Колективом авторів даного дослідження показано, що завдяки застосуванню вказаного методу відкривається можливість формулювання відповідних крайових задач для основних рівнянь і у подальшому представити початкову задачу електропружності у вигляді суперпозиції більш простих крайових задач. При цьому механічні та електричні складові можуть бути відокремлені, але зберігають взаємодію через крайові умови.

Для проведення чисельного аналізу авторами статті було розглянуто випадок з ковзанням однієї поверхні тріщини по іншій паралельно фронту тріщини та обрані актуальні матеріали з відомими характеристиками. З результатів розрахунків видно, що навіть за нульового механічного навантаження грані тріщини ковзають одна відносно одної за рахунок ненульових електричних або магнітних полів. Вельми цікавим для вивчення є ефект екранування, який пом'якшує рух тріщини шляхом зміни розподілу магнітного поля. Це зменшує загальний фактор інтенсивності напружень і запобігає поширенню тріщини.

Проведення подібного комплексного аналізу є вкрай важливим для розуміння та передбачення міцності та надійності структурних компонентів, виготовлених із п'єзоелектричних / п'єзомагнітних матеріалів, важливо провести комплексний аналіз механізмів їх руйнування.

Introducton. Over the past few decades, there has been a continuous and substantial expansion in the realm of computational models focusing on continuous media. These models have been consistently evolving to encompass an increasingly comprehensive array of physical attributes exhibited by substances and fields within them. A pivotal aspect of this expansion involves the development of techniques for the computation and design of intelligent materials with the capacity to autonomously adapt and optimize their properties. Notably, piezoelectric materials, which exhibit a fundamental connection between electric and mechanical fields, have found growing utility in intelligent electromechanical systems, serving as sensors, transducers, and actuators.

In the realm of advanced materials, magnetoelectric composites have gained significant prominence by combining piezoelectric and piezomagnetic components, like

$\text{BaTiO}_3\text{-CoFe}_2\text{O}_4$, through ceramic or nanotechnological methods. These composites exhibit the magnetoelectric effect resulting from the interaction between these phases, offering lightweight, strong, reliable, and environmentally resistant structural elements for next-generation intelligent devices. However, imperfections or deviations in their production or operation can lead to meso- and macroscopic defects, often resulting in composite failure. Anticipating the strength and dependability of structural components made from piezoelectric/piezomagnetic materials necessitates a thorough examination and analysis of their deterioration mechanisms, considering diverse crack models and conditions.

Recent research has focused on fractures initiating in piezomagnetic materials near the crack tip, particularly emphasizing the investigation of the shielding effect. This effect, reducing the overall stress intensity factor and inhibiting crack propagation, is driven by the magnetic

field distribution around the crack tip [1]. The numerical integration considering this shielding effect encompasses the interplay between magnetic and mechanical fields, factoring in piezomagnetic material characteristics, crack geometry, and applied loads. Additionally, in addressing the limited relevance of electroelasticity to isotropic materials, there's a natural shift towards anisotropic materials, especially active ones like piezoelectric and piezoelectric electromagnetic materials [2]. These materials play vital roles in electronic devices, given their ability to change shape under electric or magnetic fields, despite their small dimensions and exposure to significant mechanical, electric, and magnetic forces. Furthermore, the advancement in nanotechnologies, crucial for the development of intricate magnetoelectric composites, has propelled the exploration of magnetoelectric elastic materials. The incorporation of the crack tip shielding effect amplifies the significance of this research, presenting a complex challenge that demands extensive further exploration [3].

In this study, the effectiveness of asymptotic analysis as a mathematical tool takes center stage, enabling researchers to construct approximation equations and assess the relevance of various hypotheses. Building upon the pioneering perturbation method developed by Shporta A. H. *et al.* [4], the research proposes its application to tackle two-dimensional contact problems of electroelasticity. Specifically, the study focuses on electroelastic materials characterized by rectilinear anisotropy. The broad applicability of this asymptotic approach showcases its potential to streamline complex problems, demonstrating the reduction of such challenges to a sequential solution of boundary value problems rooted in potential theory.

Statement of the problem. Let two mutually perpendicular planes of elastic symmetry pass through each point of a homogeneous anisotropic plate. Assuming that these planes are perpendicular to the Cartesian coordinate axes, x, y we obtain the following equations of equilibrium, electrostatics, electroelastic state, and Cauchy relations:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \mathcal{D}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{D}_y}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$e_x = s_{11}^D \sigma_x + s_{12}^D \sigma_y + g_{11}^{\sigma_0} D_x;$$

$$e_y = s_{21}^D \sigma_x + s_{22}^D \sigma_y + g_{12}^{\sigma_0} D_x;$$

$$\gamma_{xy} = s_{66}^D \tau_{xy} + g_{26}^{\sigma_0} D_y;$$

$$E_x = -g_{11}^{\sigma_0} \sigma_x - g_{12}^{\sigma_0} \sigma_y + \beta_{11}^{\sigma_0} D_x; \quad E_y = -g_{26}^{\sigma_0} \tau_{xy} + \beta_{22}^{\sigma_0} D_y; \quad (3)$$

$$e_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad e_y = \frac{\partial V}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}. \quad (4)$$

Here, $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – normal (tangential) stresses; U, V – components of the plate displacement vector; D_x, D_y and $\mathcal{D}_x, \mathcal{D}_y$ – components of the induction vector and electric field intensity; $g_{kj}^{\sigma_0}$ – piezoelectric

modulus of deformation and tension, measured at constant induction voltages; $\beta_{kl}^{\sigma_0}$ – coefficients of dielectric susceptibility measured at constant stresses; s_{ij}^D – coefficients of deformation of the material of the body, measured at constant induction of the electric field.

It follows from the first equation of system (2) that there is some scalar function $\phi = \phi(x, y)$ such that

$$D_1 = D_x = \frac{\partial \phi}{\partial y};$$

$$D_2 = D_y = -\frac{\partial \phi}{\partial x}.$$

The solution of one or another boundary value problem can be reduced to the integration of a system of equations under appropriate boundary conditions.

$$\begin{aligned} U_{xx} + \varepsilon U_{yy} + \varepsilon m V_{xy} - (a_{11} - \varepsilon a_{26}) \phi_{xy} &= 0; \\ \varepsilon V_{xx} + q V_{yy} + \varepsilon m U_{xy} + \varepsilon a_{26} \phi_{xx} - q a_{12} \phi_{yy} &= 0; \\ -(a_{11} - \varepsilon a_{26}) U_{xy} + \varepsilon a_{26} V_{xx} - q a_{12} V_{yy} + \\ &+ \varepsilon b_{22} \phi_{xx} + b_{11} \phi_{yy} = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{G}{B_1}; \quad q = \frac{B_2}{B_1}; \quad m = 1 + \frac{\nu_2 B_1}{G} = 1 + \frac{\nu_1 B_2}{G};$$

$$a_{11} = g_{11}^{\sigma_0, D} + \nu_2 g_{12}^{\sigma_0, D};$$

$$a_{12} = g_{12}^{\sigma_0, D} + \nu_1 g_{11}^{\sigma_0, D}; \quad a_{12} = g_{12}^{\sigma_0, D} + \nu_1 g_{11}^{\sigma_0, D};$$

$$b_{22} = a_{26}^2 + \beta_{22}^{\sigma_0} \frac{\sigma}{G};$$

$$b_{11} = g_{11}^{\sigma_0, D} a_{11} + g_{12}^{\sigma_0, D} a_{12} \frac{B_2}{B_1} + \beta_{11}^{\sigma_0} \frac{\sigma}{B_1},$$

The components of the stress tensor and the stress vector in this case are written as follows:

$$\sigma_1 = B_1 (U_x + \nu_2 V_y - a_{11} \phi_y);$$

$$\sigma_2 = B_2 (\nu_1 U_x + V_y - a_{12} \phi_y);$$

$$\tau = G (U_y + V_x + a_{26} \phi_x);$$

$$E_1 = -B_1 a_{11} U_x - B_2 a_{12} V_y + B_1 b_{11} \phi_y; \quad (6)$$

$$E_2 = -G a_{26} U_y - G a_{26} V_x + G b_{22} \phi_x.$$

Here $\sigma_1 = \delta \sigma_x, \sigma_2 = \delta \sigma_y, \mathcal{D}_1 = \delta \mathcal{D}_x, \mathcal{D}_2 = \delta \mathcal{D}_y, B_1 = \frac{E_1 \delta}{1 - \nu_1 \nu_2}, B_2 = \frac{E_2 \delta}{1 - \nu_1 \nu_2}, G = G_0 \delta, \delta$ – is the thickness of the plate. The indices in equations (5) and ratios (6) denote differentiation by coordinates; E_1, E_2 – modulus of elasticity along the main directions x, y ; G_x – shear modulus; ν_1, ν_2 – Poisson's ratios.

The method of solving the given problem. In real orthotropic materials, the value is $\varepsilon = \frac{G}{B_1}$ always much smaller than unity. The value $q = \frac{B_2}{B_1}$ can be considered as a small parameter during the asymptotic integration of the system (5). This assumption can be made because the ratio $q = \frac{B_2}{B_1}$ can be different ($q \leq 1$ or $q \geq 1$), but always remains greater than ε .

Therefore, the value q will be considered as of the order of one.

To take into account all possible differences between the values of the sought functions and their rates of change along the coordinates in elastic materials, x , y affine transformations of coordinates and sought functions are introduced

$$\xi_1 = \alpha \varepsilon^{1/2} x; \eta_1 = y; U = U^{(1)}; \\ V = \varepsilon^{3/2} V^{(1)}; \phi = \varepsilon^{3/2} \phi^{(1)}; \quad (7)$$

$$\xi_2 = x; \eta_2 = \beta \varepsilon^{1/2} y; U = \varepsilon^{3/2} U^{(2)}; \\ V = V^{(2)}; \phi = \varepsilon^2 \phi^{(2)}. \quad (8)$$

By observing transformations (7) and (8), it becomes apparent that the solutions of the system of equations derived from (5) and modified using these transformations (either 7 or 8) exhibit a relatively gradual change along the respective coordinate, in contrast to similar solutions obtained by employing different transformations.

The overall tangential stress is the combination of both components. It is this stress that facilitates the connection between these two types of stress states. Depending on the applied load, one of them exhibits characteristics resembling a boundary layer.

Therefore, when subjecting piezomaterials to mechanical loads and specifying boundary conditions in terms of stresses, displacements, or their combinations, the solutions to the respective boundary value problems will manifest as a combination of solutions for these two stress-strain states:

$$U = U^{(1)} + U^{(2)}; V = V^{(1)} + V^{(2)}; \phi = \phi^{(1)} + \phi^{(2)}.$$

It is necessary to select appropriate asymptotic sequences to look for functions, in the form of a power series of the parameter. The type of asymptotic sequence is determined by the structure of equations (5) and the order of the error ε in the boundary conditions that occurs after solving the problem in the zero approximation ($\varepsilon \rightarrow 0$). To take into account all possible cases, we will define these functions in the form of series by parameter $\varepsilon^{1/2}$ (from transformations (7), (8) it is clear that series by lower powers of the parameter α cannot occur)

We will also present the coefficients α and β in the form of rows by parameter $\varepsilon^{1/2}$. After splitting the obtained system by the $\varepsilon^{1/2}$ parameter we arrive at an infinite system of equations concerning the basic functions $U^{1,j}, V^{1,j}, \phi^{1,j}$ ($j = 0, 1, \dots$). The auxiliary functions $V^{2,j}, U^{2,j}, \phi^{1,j}, \phi^{2,j}$ through the main ones are expressed by simple integration. At the same time, we will assume that $\alpha_{11} \sim \varepsilon \beta_{11}$, $b_{22} \sim \varepsilon^2 b_{11}$, $a_{12} \sim a_{26} \sim \varepsilon^3 b_{11}$. We present these equations for the first three approximations ($j = 0, 1, 2$).

When $j = 0$:

$$U_{\xi\xi}^{1,0} + U_{\eta\eta}^{1,0} = 0; qV_{\eta\eta}^{1,0} + mU_{\xi\eta}^{1,0} = 0; \\ -a_{11}U_{\xi\eta}^{1,0} + \varepsilon b_{11}\phi_{\eta\eta}^{1,0} = 0;$$

When $j = 1$:

$$U_{\xi\xi}^{1,1} + U_{\eta\eta}^{1,1} = 0; qV_{\eta\eta}^{1,1} + mU_{\xi\eta}^{1,1} = 0; \\ -a_{11}U_{\xi\eta}^{1,1} + \varepsilon b_{11}\phi_{\eta\eta}^{1,1} = 0; \quad (9)$$

When $j = 2$:

$$U_{\xi\xi}^{1,2} + U_{\eta\eta}^{1,2} - a_{11}\phi_{\xi\eta}^{1,0} = 0; qV_{\eta\eta}^{1,2} + mU_{\xi\eta}^{1,2} = 0; \\ -a_{11}U_{\xi\eta}^{1,2} + \varepsilon b_{11}\phi_{\eta\eta}^{1,2} = 0.$$

Here and further it is assumed that differentiations (indices ξ, η) are performed according to those coordinates ξ_n, η_n ($n = 1, 2$), whose indices coincide with the first superscripts of the functions.

After substituting transformations (8) into system (5) using the appropriate expansions and splitting by the $\varepsilon^{1/2}$ parameter we obtain an infinite system of equations concerning the functions $V^{2,j}, U^{2,j}, \phi^{2,j}$ ($j = 0, 1, \dots$), which determine the solutions of the second type.

It follows from system (9) that in the first two approximations ($j = 0, 1$) the main functions $U^{1,j}$ ($V^{2,j}$ for the second stress state) are determined from Laplace's equations (with $q = 1$ or obvious replacement of one of the variables), and the auxiliary functions are expressed by simple integration over the main ones.

In the third approximation ($j = 2$) and further, for the stressed state of the first type, the functions $U^{1,j}$ are found from the Poisson equation with the known right-hand side, which contains only the ϕ function found in the previous approximations. A similar situation occurs in the tense state of the second type for the $V^{2,j}$ function but starting from the fourth approximation $U^{2,j}$ and beyond.

It can be seen from relations (9), that the stress-strain states of the first and second types are connected only through boundary conditions. Since the main functions $U^{2,j}, V^{2,j}$ are determined from the Laplace (Poisson) equations, the effectiveness of the method depends on whether it is possible to formulate appropriate boundary value problems for finding these functions.

In cases where only electrical interaction is at play, the displacement vector components will be notably lesser compared to those in mechanical loading scenarios.

However, in instances of concurrent mechanical and electrical (or magnetic) loading, linearity permits the separate consideration of these two problems (comprising three distinct stress states). The comprehensive solution can then be expressed as an aggregate of solutions to individual problems. The generalization of the asymptotic method to two-dimensional

problems of electro elasticity is verified for *individual model problems*.

1. Let $x \geq 0$ a normal concentrated force act on the boundary of the half-plane $|y| < \infty$ at the origin of the coordinates, $(0;0)$ there are no tangential stresses $x = 0$, and at infinity, the derivatives of the components of the displacement vector turn to zero, i.e. the boundary conditions have the form:

$$\sigma_1 = -P_0 \delta(y), \quad (x = 0), \quad (10)$$

at infinity, all terms are zero. Here $\delta(y)$ - is the Dirac delta function.

In the first approximation, we come to the integration of equations (5) with the following boundary conditions:

$$U_{0x} = -(P_0 / B_1) \delta(y) \text{ at } x = 0,$$

the derivatives converge to zero at infinity, and the equations for the components of the induction $D_{1,0}$ vector, $D_{2,0}$ and the electric field intensity $E_{1,0}$ vector, $E_{2,0}$ with the boundary conditions:

$$V_{0x} = -U_{0y} \text{ at } x = 0,$$

the derivatives at infinity converge to zero.

By sequentially solving the indicated boundary value problems, we obtain

$$\frac{\partial U_0}{\partial x} = -\frac{P_0}{B_1} \frac{\omega_1 x}{\pi(\omega_1^2 x^2 + y^2)}, \quad \frac{\partial U_0}{\partial y} = -\frac{P_0}{B_1} \frac{\omega_1 y}{\pi(\omega_1^2 x^2 + y^2)},$$

$$\frac{\partial V_0}{\partial x} = \frac{P_0}{B_1} \frac{\omega_1 y}{\pi(\omega_2^2 x^2 + y^2)}, \quad \frac{\partial V_0}{\partial y} = -\frac{P_0}{B_1} \frac{\omega_1 x}{\pi(\omega_2^2 x^2 + y^2)},$$

where $\omega_1^2 = B_1/G$, $\omega_2^2 = B_2/G$.

Since $\tau = G(U_{0y} + V_{0x})$, and $\lim_{\omega_1^2 x^2 + y^2 \rightarrow 0} \frac{\omega_1 x}{\pi(\omega_1^2 x^2 + y^2)} = \delta(y)$, the boundary conditions (10) are fully satisfied.

In subsequent approximations when resolving analogous problems, errors stemming from auxiliary functions exhibit a higher degree of insignificance and are consequently rectified.

If on the boundary of the half-plane $x \geq 0$, $|y| < \infty$ the induction vector of the electric field at the origin of the coordinates is given in the following form

$$D_1 = \varphi_y^E = d_1^0 \delta(y), \quad D_2 = -\varphi_x^E = d_2^0 \delta(y), \quad (x = 0),$$

then the solution of equation (2) under the specified boundary conditions has the form

$$D_1 = \frac{1}{\pi k} \frac{d_1^0 k^2 x - d_2^0 y}{k^2 x + y^2}, \quad D_2 = \frac{k}{\pi} \frac{d_1^0 y + d_2^0 x}{k^2 x + y^2}, \quad k^2 = \frac{B_1 b_{11}}{G b_{22}}.$$

In the case of the function φ^E on the boundary of the half-plane as $\varphi^E = \varphi_0 \delta(y)$, $(x = 0)$ one gets

$$\varphi^E(x, y) = \frac{\varphi_0 k x}{\pi(k^2 x^2 + y^2)},$$

$$D_1 = -\frac{\varphi_0 2k}{\pi} \frac{xy}{(k^2 x^2 + y^2)^2}, \quad D_2 = \frac{\varphi_0 k}{\pi} \frac{k^2 x^2 - y^2}{(k^2 x^2 + y^2)^2}.$$

Other unknowns are searched for according to the appropriate formulas.

Numerical analysis. For the numerical analysis the materials with the following characteristics were chosen

$$c_{44}^{(1)} = 43.7 \cdot 10^9 \text{ Pa}, \quad e_{15}^{(1)} = 17 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \quad \alpha_{11}^{(1)} = 15.1 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}},$$

$$d_{11}^{(1)} = 0, \quad h_{15}^{(1)} = 165 \frac{\text{N}}{\text{a m}}, \quad \gamma_{11}^{(1)} = 180.5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{C}^2},$$

$$c_{44}^{(2)} = 42.47 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$e_{15}^{(2)} = -0.48 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}, \quad \alpha_{11}^{(2)} = 0.0757 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{m}}, \quad d_{11}^{(2)} = 0,$$

$$h_{15}^{(2)} = 385 \frac{\text{N}}{\text{a m}}, \quad \gamma_{11}^{(2)} = 414.5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{C}^2}$$

The crack sliding for the electric field at the infinity $E^\infty = 9 \cdot 10^3 \text{ V/m}$, the magnetic field at the infinity $H^\infty = 0$ and $E^\infty = 0$, $H^\infty = 1.7 \cdot 10^4 \text{ A/m}$ and different values of the mechanical loading at the infinity σ^∞ [Pa] are presented in Figures 5.2a and 5.2b, respectively. It can be seen from these Figures that even for zero mechanical loading σ^∞ the crack faces slide with respect to each other due to nonzero electric (Fig. 5.2a) or magnetic (Fig. 5.2b) fields.

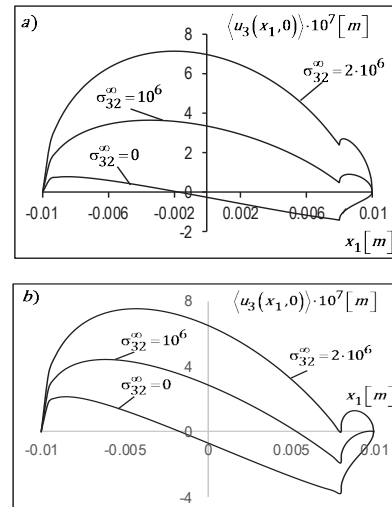


Fig. 5.2. The displacement jump at the segment

[c, b] for $E_1^\infty = 9 \cdot 10^3 [V/m]$, $H_1^\infty = 0$ (a)

and $E_1^\infty = 0$, $H_1^\infty = 1.7 \cdot 10^4 [A/m]$ (b)

Variations of the normalized stress intensity factor (SIF) K_3 is shown in Tables 5.1 for $\sigma_{23}^{(1)} = 10^6 \text{ Pa}$, $E_1^\infty = 0$ and different values of the relative length of the contact zone λ and magnetic field H_1^∞ . It can be seen from this Table that for each λ the decreasing of magnetic field H_1^∞ (growing it on modules) leads to decreasing of the SIF K_3 and even to turning it into zero for $\lambda = 0.1$ and $H_1^\infty = -18742 \text{ A/m}$. It means

Table 5.1

Variations of the normalized stress intensity factor (SIF) K_3 with respect to λ and H_1^∞

$\lambda \backslash H^\infty$	0	-5000 A/m	-10000 A/m	-15000 A/m	-18742.6 A/m
0.1	177676.0	130277.0	82877.8	35478.5	0.0
0.2	181031.0	150716.0	120401.0	90086.0	67394.7
0.3	181731.0	160997.0	140263.0	119529.0	104009.0

that electric and magnetic fields can be used for governing of the SIF and decreasing the probability of fracture.

Conclusions and prospects for further development in this direction. The presented method, employing a generalized perturbation approach for solving electroelasticity problems, demonstrates the feasibility of formulating boundary value problems for key functions. This allows the original electroelasticity problem to be expressed as a superposition of simpler boundary value problems, where mechanical and electrical components can be separated, yet they interact through boundary conditions. This method broadens the scope for investigating new and highly relevant electroelasticity problems, extending the small parameter method to two-dimensional electroelasticity problems. Consequently, the approach enables preliminary assessments of stress-strain states in structures or components under different contact conditions, offering analytical solutions to various practical

problems. Additionally, by employing segmented analytical functions to represent field components along piezoelectric material interfaces, the problem is simplified into a boundary value problem, enabling accurate analytical solutions. These solutions form the basis for deriving analytical expressions for stress tensor components, electric and magnetic field induction vectors, displacement discontinuities, and electric and magnetic field potentials at specific segments of the material interface. The outcomes are compared across different crack models, identifying critical parameters influencing failure under diverse loading scenarios. Furthermore, the study explores shielding phenomena at the interfacial crack tip within piezoelectric materials, highlighting how the influence of electric and magnetic fields on key field characteristics surrounding the crack apex varies with the magnitude of the external load. Numerical implementation for the antiplane scenario is presented in current paper for the very first time.

BIBLIOGRAPHY

1. An Interface Crack with Mixed Electro-Magnetic Conditions at it Faces in a Piezoelectric / Piezomagnetic Bimaterial under Anti-Plane Mechanical and In-Plane Electric Loadings / O. Onopriienko et al. *Acta Mechanica et Automatica*. 2018. Vol. 12, № 4. P. 301–310. URL: <https://doi.org/10.2478/ama-2018-0046>
2. Shporta A., Kagadiy T., Onopriienko O. Asymptotic method in two-dimensional problems of electroelasticity. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2020. № 1. P. 130–134. URL: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2020-1/130>
3. Wan Y., Yue Y., Zhong Z. Multilayered piezomagnetic/piezoelectric composite with periodic interface cracks under magnetic or electric field. *Engineering Fracture Mechanics*. 2012. Vol. 84. P. 132–145. URL: <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.02.002>
4. Zhou Z.-G., Zhang P.-W., Wu L.-Z. Solutions to a limited-permeable crack or two limited-permeable collinear cracks in piezoelectric/piezomagnetic materials. *Archive of Applied Mechanics*. 2007. Vol. 77, № 12. P. 861–882. URL: <https://doi.org/10.1007/s00419-007-0135-z>

REFERENCES

1. Wan, Y., Yue, Y., & Zhong, Z. (2012). Multilayered piezomagnetic/piezoelectric composite with periodic interface cracks under magnetic or electric field. *Engineering Fracture Mechanics*, 84, 132–145. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.02.002>
2. Zhou, Z.-G., Zhang, P.-W., & Wu, L.-Z. (2007). Solutions to a limited-permeable crack or two limited-permeable collinear cracks in piezoelectric/piezomagnetic materials. *Archive of Applied Mechanics*, 77(12), 861–882. <https://doi.org/10.1007/s00419-007-0135-z>
3. Onopriienko, O., Loboda, V., Sheveleva, A., & Lapusta, Y. (2018). An Interface Crack with Mixed Electro-Magnetic Conditions at it Faces in a Piezoelectric / Piezomagnetic Bimaterial under Anti-Plane Mechanical and In-Plane Electric Loadings. *Acta Mechanica et Automatica*, 12(4), 301–310. <https://doi.org/10.2478/ama-2018-0046>
4. Shporta, A., Kagadiy, T., & Onopriienko, O. (2020). Asymptotic method in two-dimensional problems of electroelasticity. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (1), 130–134.

БАГАТОРІВНЕВИЙ АЛГОРИТМ ПОКРОКОВОГО ПОШУКУ РІШЕННЯ ДЛЯ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ЗАНЯТЬ У НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

Сімоненко А. В.

старший викладач кафедри обчислювальної техніки

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

просп. Берестейський, 37, Київ, Україна

orcid.org/0000-0003-4056-1753

svp@comsys.kpi.ua

Ключові слова: *складання розкладу, NP-складна задача, алгоритм покрокового конструювання, важко вирішувальні задачі.*

У статті запропоновано алгоритм вирішення задачі складання розкладу занять у навчальному закладі. Складання розкладу відноситься до важко вирішуваних завдань (NP-складних). Показано чому обраний метод спрямованого пошуку є перспективний. У статті виконано аналіз відомих підходів до вирішення задачі. Запропонований алгоритм відрізняється від відомих використанням попередньої обробки вихідної інформації, яка дозволяє виділити обов'язкові (безумовні) призначення та заблокувати призначення, які призводять до невиконання обов'язкових вимог, до складання самого розкладу. Тобто пошук рішення виконується в зонах оптимальних, субоптимальних та прийнятних рішень. Крім того, у запропонованому алгоритмі використана ідея фіксації надійного стану системи призначення. Надійний стан запропоновано Дейкстрою в алгоритмі розподілу задач по ресурсам. Запропоновано локальний та глобальний надійні стани. Локальний стан застосовується при складанні розкладу поточної групи, а глобальний стан застосовується для підвищення вірогідності успішного складання розкладу наступних груп. Такий підхід дозволяє при обмежених ресурсах навчального закладу скласти розклад більшості навчальних груп. Поєднання принципу оптимальності Белмана з min-max вибором дозволяє на кожному кроці рішення задачі виділяти критичну дисципліну і для неї визначити найкраще місце призначення в часі та просторі. При обчисленні коефіцієнту претендування враховується ваговий коефіцієнт кожної вимоги. Це дозволяє налаштувати алгоритм складання розкладу на особливості того навчального закладу, для якого він складається. Це відповідає закону Парето. Крім того, запропонований алгоритм дозволяє за кінцеву кількість кроків, рівну числу занять, запропонувати субоптимальний або прийнятний варіант розкладу. При цьому враховуються організаційні, методичні та психофізіологічні вимоги до розкладу.

A MULTI-LEVEL ALGORITHM FOR STEP-BY-STEP SEARCH FOR A SOLUTION FOR DRAWING UP A SCHEDULE OF CLASSES IN EDUCATIONAL INSTITUTIONS

Simonenko A. V.

*Senior Lecturer at the Department of Computer Engineering
National Technical University of Ukraine
“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”
Beresteyskyi Ave., 37, Kyiv, Ukraine
orcid.org/0000-0003-4056-1753
svp@comsys.kpi.ua*

Key words: *Scheduling, NP-complex problem, step-by-step construction algorithm, hard-to-solve tasks.*

The article proposes an algorithm for solving the task of drawing up a schedule of classes in an educational institution. Scheduling is a hard-to-solve task (NP-hard). It is shown why the chosen method of directed search is promising. The article analyzes known approaches to solving the problem. The proposed algorithm differs from the known ones in the use of pre-processing of the initial information, which allows to select mandatory (unconditional) assignments and block assignments that lead to non-fulfillment of the mandatory requirements, before drawing up the schedule itself. That is, the search for a solution is performed in the zones of optimal, suboptimal and acceptable solutions. In addition, the proposed algorithm uses the idea of fixing the reliable state of the system of assignments. The reliable state was proposed by Dijkstra in the algorithm for distributing tasks among resources. Local and global reliable states are proposed. Local state is used when scheduling the current group, and global state is used to increase the probability of successful scheduling of subsequent groups. This approach makes it possible to make the schedule of most educational groups with limited resources of the educational institution. The combination of Bellman's optimality principle with the min-max choice allows at each step of the problem solution to select a critical discipline and determine the best assignment for it in time and space. When calculating the claim factor, the weight factor of each claim is taken into account. This allows to adjust the algorithm for making the schedule to the specifics of the educational institution for which it is made. This corresponds to the Pareto's law. In addition, the proposed algorithm allows for a finite number of steps, equal to the number of classes, to propose a suboptimal or acceptable version of the schedule. At the same time, organizational, methodological and psychophysiological requirements for the schedule are taken into account.

Вступ

Одним із основних документів, що визначають функціонування будь-якого навчального закладу, є розклад занять. Якість складеного розкладу впливає на якість підготовки фахівців і ефективність використання матеріальних ресурсів навчального закладу. Процес складання розкладу занять характеризується безліччю вимог, складністю формалізації методів прийняття рішення та кількісною оцінкою якості отриманого варіанта розкладу. Проблеми впровадження автоматизованої системи складання розкладу пов'язані з наявністю інформаційних зв'язків з іншими підсистемами автоматизованого управління навчальним закладом: контингент учнів, кадровий складом викладачів, аудиторним та лабораторним фондом, оперативним управлінням, матеріально-технічним поста-

ванням. [2]. Задача складання розкладу є окремим випадком задачі призначення. Тоді для системи з N ресурсів (часовий інтервал розкладу) є M робіт (заняття для розподілу). Всі можливі призначення зведені Булеву матрицю $MC[i,j]$, $i=1\dots N$, $j=1\dots M$ ($M \leq N$). Необхідно визначити відношення робота ресурс: $A=\{(i,j)\}$, $i \in I=\{1,2\dots N\}$, $J \in J=\{1,2\dots M\}$ так, щоб $\forall i \in I, j \in J, i \in A, MC[i,j]=1$. Це означає, що: кожен ресурс може обслуговувати тільки одну заявку, процес обслуговування не може бути перерваний, кожна робота маючи індивідуальні характеристики може претендувати на захоплення тільки деяких системних ресурсів, немає черг до ресурсів, одна робота може бути обслугована тільки одним ресурсом. «1» в матриці зв'язності MC відповідає парі Робота (i) і Ресурс (j) і відповідає виконанню всіх обов'яз-

кових вимог, що пред'являються до призначення відповідної заявки на цьому ресурсі. «0» свідчить про неможливість обслуговування. Розв'язання задачі можна поділити на два етапи: на першому етапі виконується попередній аналіз вхідної інформації. Виділяються обов'язкові і конфліктні призначення. Під обов'язковими призначеннями розуміються призначення, яке потрібно виконати безумовно. Під конфліктними призначеннями маються на увазі призначення, які не потрібно виконувати в жодному разі. Другий етап – власне призначення робіт на ресурси.

Вхідна інформація для складання розкладу у будь-якому навчальному закладі:

1. Перелік навчальних груп, викладачів, аудиторій, лабораторій.
2. Навчальні, учбові плани для кожної групи.
3. Індивідуальні показники кожного типу заняття, групи, аудиторії, лабораторії, викладача.
4. Перелік обов'язкових вимог до розкладу у цьому навчальному закладі та їх характеристик.
5. Інформація о резервування (блокування) певних часових інтервалів у викладачів, аудиторій, лабораторій (профілактика).
6. Перелік методичних вимог до розкладу в навчальному закладі.

Перелік обов'язкових вимог які забезпечують важливу організаційну можливість проведення занять.

1. Відсутність вікон у студентів.
2. Відсутність накладок у аудиторіях, лабораторіях, груп, викладачів.

Перелік оптимізуючих вимог:

1. Побажання викладачів.
2. Попереднє резервування аудиторій.
3. Рівномірне завантаження днів тижня.
4. Рівномірний розподіл різних видів занять на тиждень. (лекції, семінари, лабораторні, практичні).
5. Рівномірний розподіл занять із однієї дисципліни на тиждень.
6. Рівномірний розподіл занять з урахуванням складності предметів.

7. Зменшення «вікон» у викладачів.

Метою запропонованого методу та алгоритму є:

1. Повне розміщення уроків в просторі навчального тижня.
2. Повне виконання всіх обов'язкових вимог.
3. Максимальне виконання оптимізуючих вимог.
4. Максимальне забезпечення складання розкладу для всіх груп навчального закладу при обмежених ресурсах аудиторного та лабораторного фонду.
5. Складання розкладу для чергової групи з урахуванням впливу кожного призначення на можливість складання кінцевого розкладу наступних груп.

Аналіз останніх досліджень і публікацій та вибір алгоритму рішення. У теоретичному плані ця задача є одним із різновидів задачі призначення

і відноситься до класу NP-складних [3]. У роботі [11] автор виконав класифікацію видів розкладів у різних навчальних закладах. У більшості іноземних навчальних закладах застосовуються розклади з нестандартним навчальним тижнем [10; 12; 14; 15; 16]. В Україні прийнято розклад зі стандартним тижнем [4; 5; 6; 8; 9]. Тільки у військових навчальних закладах використовується розклад із нестандартним тижнем.

у відомих алгоритмах складання розкладу використовуються методи теорії графів, планування мереж, дослідження операцій, еволюційних методів. Усі алгоритми можна умовно розбити на чотири групи.

1. Складання розкладу методистом вручну з використанням зручного інтерфейсу з інформаційною системою навчального закладу [10; 14; 15; 16; 17].

2. Повний або частковий перебір варіантів, їх якісний аналіз та вибір найкращого варіанту [4; 8; 12].

3. Застосування евристичного підходу чи формалізація дій диспетчера, який складає розклад [1; 6; 10; 13].

4. Застосування еволюційних алгоритмів [5; 6; 8; 9].

5. Спрямований пошук або покрокове конструювання (step by step) розкладу виходячи з обраних критеріїв оптимізації [7].

Алгоритми першого виду використовуються для навчальних закладів із малим числом груп. Зазвичай розклад складається послідовно по групах. Основним недоліком більшості алгоритмів заснованих на такому підході є необхідність зміни вже зроблених призначень і повторення деяких кроків у разі непридатності розкладу для нової групи. Методист не може визначити вплив виконаних призначень на розклад наступних груп. При складанні розкладу кожної нової групи потрібно враховувати зменшення зайнятих ресурсів попередніми групами. Це особливість розв'язання задач із передуманням. Алгоритми другого типу можна використовувати лише у навчальних закладах із малим числом груп. Тільки там можлива генерація варіантів розкладу та вибір кращого.

Алгоритми третього виду відносяться до класу евристичних. Вони мають істотний недолік, що полягає у неможливості оцінити ступінь небезпеки призначення заняття на можливість виконання наступних призначень. Підхід з застосуванням генетичних алгоритмів (четвертий тип) дозволяє знайти найкращий варіант розкладу для поточної групи. Однак найкращий варіант для поточної групи, як і в попередньому підході, може привести до неспроможності взагалі скласти розклад в наступній. Тоді буде потрібна корекція чи повна зміна раніше складених розкладів, що пов'язано з зміною бази даних. У разі відсутності варіанта повного розміщення заявок по ресурсах може знадобитися повний перебір всіх варіантів, що при великій розмірності рівносильне заціклованню алгоритму, і робить їх неприйнятними

через великі часові витрати. Найбільш привабливими є алгоритми п'ятого типу. У запропонованій статті описується один із варіантів реалізації такого алгоритму. Запропонований алгоритм відрізняється від відомих застосуванням дворівневої обробки вихідної інформації та покрокового ухвалення рішення про призначення заняття у часовий інтервал, що дозволяє враховувати умову передування. Крім цього введено поняття «надійний стан системи». Це дозволяє утримувати систему від виконання небезпечних призначень уроку у часовому інтервалі, яке може привести до неспроможності виконати наступні призначення. Такий підхід дозволяє враховувати при кожному призначенні заняття в часовий інтервал його вплив на можливість виконання наступних призначень у наступних групах.

Метод досліджень та обґрунтування етапу попереднього аналізу

Теоретичне обґрунтування виділення обов'язкових призначень

Аналіз властивостей неваженого дводольного графа під час вирішення завдання пошуку максимального паросполучення, також аналіз відомих алгоритмів дозволяють сформулювати наступну теорему.

Теорема 1:

Якщо у матриці $MC[i,j]$, $i=1..N$, $j=1..N$ графа $G=(VR,VJ,E)$, де $VR=\{1,2,..N\}$, $VJ=\{1,2,..N\}$, існує рішення потужністю $n=N$ і існують такі вершини (p,q) що

$$\begin{aligned} MC[p,q] &= 1, \\ MC[p,j] &= 0 \quad \forall j \in \{1,..N\} \setminus q \text{ та/або} \\ MC[i,q] &= 0 \quad \forall i \in \{1,..N\} \setminus p. \end{aligned}$$

Тоді ця пара (p,q) завжди бере участь у рішенні A , $(p,q) \in A$.

Визначення 1: призначення (p,q) за теоремою 1 називаються «обов'язковими».

Слідство 1.

Якщо існує рішення A^0 , то задача призначення можна розділити на дві частини: у першій частині беруть участь тільки обов'язкові призначення (p,q) , у другій частині – призначення, що залишилися, з нової матриці зв'язності C_{RJ} , яку отримують після видалення рядків і стовпців відповідних обов'язковим призначенням, визначеним за теоремою 1. Причому, зважаючи на редукцію графа

та відповідну корекцію MC , це слідство може застосовуватися рекурентно.

Теорема 2.

Якщо в матриці $MC[i,j]$, $i=1..N$, $j=1..N$, $\exists FA$ (присутнє віяло):

$$\begin{aligned} - FA &= \{(R^1,q), (R^2,q), \dots, (R^f,q)\}, R^k \in \{1,..N\}, \\ 2 \leq f \leq N, \text{ где } MC[R^k,q] &= 1 \text{ для } \forall k=1..f \text{ і } MC[Rk,Jk]=0, \\ \forall Rk \in \{1,..N\} \setminus p \text{ або} \\ - FA &= \{(p,J^1), (p,J^2), \dots, (p,J^f)\}, J^k \in \{1,..N\}, \\ 2 \leq f \leq N, \text{ где } MC[p,J^k] &= 1 \text{ для } \forall k=1..f \text{ і} \\ MC[Rk,Jk] &= 0, \forall Jk \in \{1,..N\} \setminus q \end{aligned}$$

тоді будь-яка з вершин FA входить до одного з варіантів максимального паросполучення, завдання призначення не має повного рішення і потужність максимального паросполучення визначається з виразу $M < N-f+1$.

Слідство 2

Розмірність розв'язання задачі пошуку максимального паросполучення може бути зменшена на кількість пар вершин, визначених за Теоремами 1 і 2 та пошук паросполучення має вестись з нового суграфа.

Слідство 2* Розмірність розв'язання задачі пошуку максимального паросполучення має бути зменшена на кількість вершин, що входять у віяло, а пошук паросполучення має вестись з нового суграфа.

Слідство 3

Сумезні ребра, інцидентні вершинам, визначеним за Теоремою 1, повинні бути видалені з подальшого розгляду, а вихідний граф редукований і перетворений на новий суграф.

Слідство 4

Сумезні ребра, інцидентні вершинам, визначеним за Теоремою 2, повинні бути видалені з подальшого розгляду, а вихідний граф редукований і перетворений на новий суграф.

Теоретичні обґрунтування виділення конфліктних призначень.

Теорема 3.

Якщо у матриці $MC[i,j]$, $i=1..N$, $j=1..N$ можна виділити підматрицю $MM[k,l]$, $k=1..T$, $l=(N-S+1)..N$, де $S+T > N$ і $MM=\theta$ (θ – нульова матриця), тоді задача призначення немає повного рішення і потужність паросполучення дорівнює $Za=S+T-N$. Рис. 1.

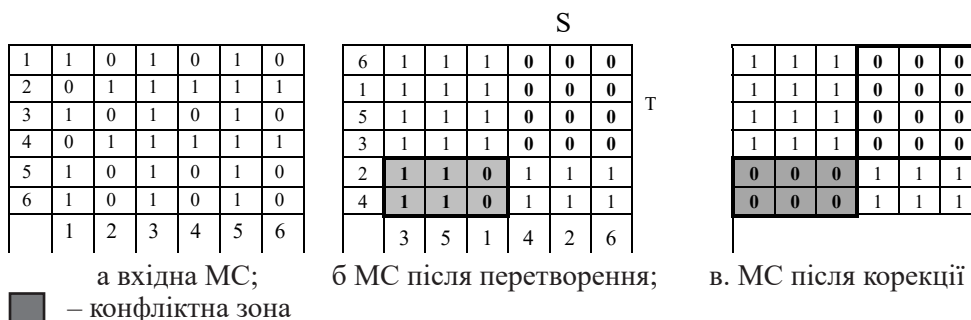


Рис. 1.

Теорема 4. Якщо у матриці $MC[i,j]$, $i=1..N$, $j=1..N$, можна виділити підматрицю $MN[k,l]$, $k=1..T$, $l=(N-S+1) ..N$, де $S+T=N$ і $MN=0$, тоді для $Ri \in \{1, \dots, (N-S)\}$, $Jj \in \{(T+1), \dots, N\}$: $\forall (Ri, Jj) \notin A$. Усі $(Ri, Jj) \notin A$ повинні бути обнулені та виключені з розгляду при пошуку повного рішення (рис. 2).

Теорема 5

Якщо в матриці $MC[i,j]$, $i=1..N$, $j=1..N$, можна виділити кілька підматриць, що задовольняють Теоремі 5, то всі відповідні симетричні їм відносно головної діагоналі, підматриці є «конфліктними» і повинні бути обнулені.

Опис алгоритму покровкового пошуку

Мета застосування такого підходу – виключити або зменшити перебір варіантів та забезпечити прийнятну якість складеного розкладу з урахуванням умови передування.

Для цього в запропонованому алгоритмі використовуються такі принципи :

- Принцип оптимальності Белмана використовується для задач, вирішення яких можна подати у вигляді зв'язаного ланцюжка призначень для досягнення кінцевої мети.
- Принцип MIN – MAX-ного вибору для пошуку призначення кожного уроку.
- Використання принципу «надійного» стану системи.

Відмінність запропонованого алгоритму від відомих полягає в тому, що при складанні розкладу поточної групи будь-яке призначення уроку у часі та просторі не повинно призвести до неможливості призначень на наступних кроках алгоритму Принцип

надійного стану системи використовується в «алгоритмі банкіра» Дейкстра. Під надійним станом системи розуміється стан, у якому виконання чергового кроку розміщення не повинно призвести до конфлікту у наступних. Надійний стан враховується при виборі інтервалу призначення заняття. При цьому враховується кількість дисциплін які претендують на цей часовий інтервал. Це локальний надійний стан. При цьому забезпечується складання розкладу в поточної групи. Крім того система повинна при виборі часу призначення забезпечити рівномірне завантаження загальних ресурсів які розділяються (аудиторій, лабораторій, викладачів). При цьому забезпечується складання розкладу у наступних групах. Це глобальний надійний стан. До вимог, по яким визначається глобальний надійний стан системи відносяться:

1. Рівномірне завантаження викладача по дням тижня.
2. Рівномірне завантаження аудиторій кожного типу по дням тижня і урокам.
3. Рівномірне завантаження лабораторій по дням тижня.

Ні в одному відомому алгоритмі ні враховується як складання розкладу в поточної групі впливає на складання розкладу в наступних групах. Тобто оптимальний розклад в поточної групі при обмежених, ресурсах які розділяються (викладачах, аудиторіях, лабораторіях) може привести до неспроможності складання розкладу у наступної групи або складання розкладу низької якості.

Складність розв'язання задачі складання розкладу визначається сукупністю та взаємозв'яз-



Рис. 2.



Рис. 3.

ком дисциплін, що входять до навчального плану, структурою навчального тижня, переліком вимог до системи планування.

Вихідною інформацією для вирішення задачі пропонується алгоритмом є сукупність заявок та їх індивідуальні характеристики, що дозволяють визначити ступінь переваги призначення кожної заявки (у діапазоні від 0 до 1) на кожний часовий інтервал дня та тижня. Визначаються – назва предмета, тип заняття, кількість годин на тиждень, викладач(и) та необхідна аудиторія або лабораторія (рис. 4).

Процес складання розкладу поділено на два етапу. Перший етап це розподіл занять у часі (дня та уроку) без призначення аудиторій загального користування але з урахуванням кількості та місткості аудиторій. На наступному виконується призначення аудиторій з урахуванням тривалості переходів учнів з одної аудиторії до іншої. При виконанні першого етапу враховуються можливості аудиторного фонду навчального закладу. Загальна кількість призначених занять у будь-який часовий інтервал не повинна перевищувати кількості аудиторій певної місткості та типу.

Алгоритм призначення занять у часових координатах тижня містить такі кроки.

1. Формування спеціальної матриці вибору (МВ).
2. Аналіз МВ, діагностика конфліктних ситуацій та вироблення рекомендацій щодо корекції вихідної інформації.
3. Виконання обов'язкових призначень.
4. Вибір предмета для розміщення.
5. Вибір дня тижня та часу проведення уроку в ньому для заняття.
6. Корекція МВ та перехід до п. 2 до розміщення всіх занять.

На першому кроці використовується табличний метод управління та формується двомірний

булева МВ. У ній відображається можливість розміщення кожного запланованого заняття у кожному часовому інтервалі (дні та уроку). При цьому враховується поточне завантаження груп, викладачів, аудиторій чи лабораторій. Структура МВ та її формування та використання принципово виключають появу накладок або конфліктних ситуацій у кінцевому розкладі. Алгоритм формування МВ на основі табличного метода управління забезпечує виконання обов'язкових вимог до розкладу.

Розглянемо формування рядка МВ на прикладі (рис. 5). Для визначення місця можливого розміщення лекційного заняття L необхідно врахувати поточне завантаження викладача P , аудиторії A та групи G . Позначимо «1» фізичну можливість проведення заняття та «0» – неможливість. Тоді після аналізу вихідної інформації будуть сформовані такі вектори P, A, G .

В результаті виконання логічного множення векторів P, A, G отримуємо результуючий вектор L , де і відображаються ті часові інтервали (дні та пари), в які практично можливе розміщення дисципліни L . Описана операція виконується для всіх дисциплін навчального плану групи, для якої складається розклад. В результаті одержуємо МВ, показану на.

На наступному кроці виконується аналіз МВ. У разі неможливості розміщення якогось запланованого заняття у сітці тижня проводиться детальний аналіз конфлікту, визначається його причина та в автоматичному чи інтерактивному режимі здійснюється корекція вихідної інформації. Запропонована форма МВ дозволяє виділити призначення, які є обов'язковими, тобто. мають єдине місце розміщення. Воно фіксується і МВ корегується. Тобто с МВ забираються розміщене заняття і зайнятий часовий інтервал. При цьому розмірність розв'язання задачі зменшується, а МВ корегується. На наступному кроці вибирається

НАВЧАЛЬНИЙ ПЛАН КЛАСУ						
Предмет	Від заняття	Кількість годин у тиждень	Викладач перший	Кабінет перший	Викладач другий	Кабінет другий
Математика	Лекція	4	Болотов	23		
Математика	Семінар	4	Болотов	23		
Фізика	Лекція	1	Голіков	32		
Фізика	Семінар	2	Голіков	32	Голіков	33
Фізика	Лаб.	2	Гудзь	32	Голіков	33
Обчислювальна техніка	Семінар	2	Федорів	47	Гедзь	48
Креслення	Лекція	1	Тропін	50		
Хімія	Лекція	2	Чернецька	41		
Українська мова	Лекція	5	Соколов	26		
Англійська мова	Семінар	3	Власов	34	Сідоров	33
Фізкультура	Семінар	3	Жидов	Спорт зал	Сіміна	Спорт зал

Рис. 4. Навчальний план однієї групи середньої школи

дисципліна та час для розміщення. Для цього використовується принцип MIN – MAX ного вибору. Тобто спочатку вибирається дисципліна, що знаходиться у гіршому становищі стосовно інших. Для цього для кожної дисципліни підраховується кількість можливих місць розміщення. Для кожної дисципліни обчислюється коефіцієнт вибору K_{vi} та вибирається дисципліна, що має мінімальне значення K_{vi} . Для цього визначається сума одиниць чи можливих місць розміщення вибраної дисципліни і у сітці тижня. Тут використовується сформована та скоригована на попередніх кроках МВ'. Ця стратегія зменшує можливість переходу системи у локальний ненадійний стан (рис. 7). Наступний крок призначений для визначення часового інтервалу розміщення обраної на попередньому кроці дисципліни. Для кожного можливого місця розміщення в сітці тижня (дня і уроку t) дисципліни обчислюється коефіцієнт претендування $K_{p,t}$ який є комплексним коефіцієнтом, що враховує виконання оптимізуючи вимоги, для кожного можливого місця розміщення обраної дисципліни. При обчисленні $K_{p,t}$ враховується стан системи планування, тобто.

розташування вже призначених занять та вагові коефіцієнти кожної вимоги.

Використання вагових коефіцієнтів дозволяє адаптувати, налаштувати систему до навчального закладу. $K_{p,t}$ обчислюється з виразу

$$K_{p,t} = K_{k,t} \times \prod_{x=1}^n R_{x,t} \times \sum_{y=1}^N (K_y \times R_{y,t}), t \dots 1,$$

де: $K_{k,t}$ – Коефіцієнт безпеки призначення обраного заняття L в часовий інтервал t (при його обчисленні враховується ступінь претендування інших дисциплін на розміщення в аналізованому інтервалі t);

$R_{x,t}$ ступінь виконання обов'язкової вимоги x у часовий інтервал t (може набувати значення 0 або 1); $R_{y,t}$ ступінь виконання оптимізуючи вимоги у в часовий інтервал t (може приймати значення від 0 до 1);

K_y – ваговий коефіцієнт R_y вимоги (значення визначаються методом експертних оцінок або підбираються експериментальним шляхом під час експлуатації системи).

В результаті обчислення коефіцієнтів $K_{p,t}$ у часовому інтервалі t з максимальним значен-

Навчальний тиждень																													
	Понеділок				Вівторок				Середа				Четвер				П'ятниця				Субота								
	Урок				Урок				Урок				Урок				Урок				Урок								
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
P	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	a	
A	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	b	
G	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	v	
L	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1		

Рис. 5. Формування рядка МВ

Навчальний тиждень																													
	Понеділок				Вівторок				Середа				Четвер				П'ятниця				Субота				Дисципліна				
	Урок				Урок				Урок				Урок				Урок				Урок								
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	Фізика
0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Біологія	
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	Фізкультура	
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	Математика

Рис. 6. Вибір дисципліни для розміщення

Навчальний тиждень																													
Дисципліна	Пон				Вівторок				Середа				Четвер				П'ятниця				Субота				K_{vi}				
	Урок				Урок				Урок				Урок				Урок				Урок								
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
Фізика	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	6
Біологія	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	5	
Фізкультура	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	6	
Математика	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	5		
Хімія	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	5		
Географія	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	3		
Іноземна мова	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5		

Рис. 7. Приклад вибору часу проведення занять

РОЗКЛАД ДЛЯ КЛАСУ 9А						
	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця	Субота
1 урок 8.30-9.15	Українська мова Лекція.	Фізкультура Семинар	Біологія Лекція	Українська мова Лекція.	Фізика Семинар	Креслення Лекція
2 урок 9.20-10.05	Українська мова Лекція.	Хімія Лекція	Фізика Лекція	Українська мова Лекція.	Хімія Лекція	Історія Лекція
3 урок 10.15-11.00	Іноземна мова Семинар.	Креслення Лекція	Історія Лекція	Фізкультура Семинар	Географія Лекція	Фізика Лаб.
4 урок 11.15-12.00	Обчислювальна Техніка Лекція	Математика Лекція.	Географія Лекція	Іноземна мова Семинар.	Обчислювальна Техніка Лекція	Математика Лекція.

Рис. 8. Приклад готового розкладу

ням коефіцієнта K_r , t виконується призначення заняття L у цей часовий інтервал. При цьому необхідно скоригувати завантаження викладачів, аудиторій чи лабораторій та записати відповідну інформацію до розкладу групи. З іншого боку виконується корекція MV , тобто. «занулюється» рядок розподіленої дисципліни та стовпець, що відповідає часовому інтервалу, на який ця дисципліна розподілена і виконується перехід до п. 2 алгоритму. Описані вище кроки повторюються до складання розкладу. Рис. 8.

ВИСНОВКИ

НАУКОВА НОВИЗНА.

1. Вперше застосовано попередню обробку вихідної інформації

Виконання попереднього аналізу вихідної інформації та визначення стратегії і її реалізації дозволяють:

- визначити важливу можливість отримання рішення;
- локалізувати причину конфлікту;
- визначити обов'язкові призначення;
- визначити призначення, що призводять до конфлікту;

2. Вперше використовується поєднання принципу оптимальності Белмана з фіксацією надійного стану системи.

Концепції надійного стану системи планування та обчислення коефіцієнтів K_{vi} , $K_{k,t}$ дозволяє:

- виключити конфліктні призначення;
- практично уникнути повторення вже виконаних кроків.

3. Застосування описаного алгоритму на основі методу спрямованого пошуку (покрокового конструювання) дозволило детермінувати кількість кроків формування розкладу. Число кроків за цим алгоритмом дорівнює кількості занять за навчальним планом.

У всіх відомих системах складання розкладу якість розкладу оцінюється методом експертних оцінок і немає алгоритму кількісної оцінки якості складеного розкладу тому порівнювати їх складно.

Якість розкладу у запропонованому алгоритмі оцінюється сумою коефіцієнтів призначення всіх занять у часові інтервали з формули

$$K_{p,t} = K_{k,t} \times \prod_{x=1}^n R_{x,t} \times \sum_{y=1}^N |K_y \times R_{y,t}|, t \dots 1,$$

Приблизний час складання розкладу для однієї навчальної групи вимагає до 0,05 секунди машинного часу в залежності від використовуваного комп'ютера. Якість розкладу складеним запропонованим алгоритмом при тестуванні була не меншою за 60%.

ЛІТЕРАТУРА

- Берегових Н.О., Алгоритм складання розкладу занять/ Н.О. Берегових, Б.А. Васильєв, М.О. Володін. Государственный университет информатики и искусственного интеллекта, Рг. Донецк, Украина: Ж. «Искусственный интеллект». № 2. Б2. 2009. 50–56 с.
- Бульонков М.А. К стандартизации данных для составления расписания в учебных заведениях/ М.А. Бульонков, П.Г. Емельянов, Е.В. Пак. Открытое образование. 2010. № 3. 45–57 с.
- M. Garey, и D. Johnson Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness M. Garey, D. Johnson – Bell laboratory Murray Hill, New Jersey, 1982. 416 с.
- Гайтан О.М. Автоматизація генерації розкладу навчального процесу університету. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки. К. : Гельветика, 2020. Т. 31 (70). Ч. 1, № 2. 58–66 с.
- Дімова Г.О. Розробка моделі складання розкладу занять методом еволюційного пошуку/ Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2022. Вип. 2. 66 с.
- Кисіль В.В., Драч І.В., Кисіль Т.М. Модель задачі складання та оптимізації розкладу занять за умови задоволення об'єктивних та суб'єктивних вимог навчального закладу/ В. В. Кисіль І.В. Драч, Т. М. Кисіль. Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки. 2019. Том 30 (69) Ч. 1. № 6. 65–70 с.
- Симоненко В.Метод пошагового конструювання для складання расписания занятий учебных

- заведеннях/ В. Симоненко, С. Симоненко. Ж. System Research & Information Technologies, 2008, № 4. 76-85 с.
8. Томашевський В.М. Складання розкладів занять у дистанційних системах навчання / В.М. Томашевський, Ю.Л. Новіков, П.А. Камінська. Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. 2010. Вип. 52. 118–130 с. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkpi_iuot_2010_52_20
 9. Zanevych O. Про розв'язування задачі складання розкладу занять, використовуючи генетичний алгоритм / O. Zanevych, V. Kukharskyu. Вісник Львівського університету. 2019. № 27. 136–143 с.
 10. Jonathan Snyder. System for scheduling 9 and managing educational [Електронний ресурс]. Режим доступу <https://www.asctimetables.com/?gclid=9r43XgQMVMhoGA B1ogBnfE AAY ASAAEgIG9fD> Patent Application Publication (10) Pub. No.: US 2008/0057482 A1, Snyder et al. (43) Pub. Date: Mar. 6, 2008, (Дата звернення 6.09.2023).
 11. Cheyenne Lemmon, Scheduling Overview, Models & Examples (2023) [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://study.com/learn/lesson/school-scheduling-overview-models-examples.html>, (Дата звернення 6.09.2023).
 12. Perfect scheduling - School scheduling by aSc - Create timetable [Електронний ресурс]. Режим доступу: https://www.asctimetables.com/?gclid=EAIaIQob ChMI68-9r43XgQMVMhoGAB1ogBnfE AAYASAAEgIG9fD_BwE. (Дата звернення 6.09.2023).
 13. R.I Khabipov, of the Creation of the Schedule at the University, Utopía y Praxis Latinoamericana, Universidad del Zulia25, № Esp. 7, pp. 251–256, 2020.
 14. Oakley Montgomery, Advice on Scheduling College Classes Effectively (2023). [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://collegesofdistinction.com/advice/top-advice-on-scheduling-college-classes-effectively/> (Дата звернення 6.09.2023).
 15. Best Academic Scheduling Software in 2023, Електронний ресурс], Режим доступу: <https://www.g2.com/categories/academic-scheduling> Дата звернення (6.09.2023).
 16. Konstantina Ferentinou, Class Scheduling Software for educational institutions.(2022) [Електронний ресурс]. Режим доступу <https://www.dreamclass.io/2022/class-scheduling-software-for-educational-institutions/> (Дата звернення 6.09.2023).
 17. University Scheduling Policy (2015) [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://www.du.edu/registrar/faculty-staff-resources/course-scheduling-guide/university-scheduling> (Дата звернення 6.09.2023)

REFERENCES

1. Beregovykh N.O. (2009) Algorithm for drawing up a class schedule / N.O. Beregovykh, B.A. Vasiliev, M.O. Volodin. State University of Informatics and Artificial Intelligence, Pg. Donetsk, Ukraine: J. "Iskusstvennyj intellekt" № 2. B2. Pp. 50–56.
2. Bulyonkov M.A. (2010) To the standardization of data for the compilation of timetables in educational institutions / M.A. Bulyonkov, P.G. Emelyanov, E.V. Pak. Open education. № 3. Pp. 45–57.
3. M. Garey, и D. Johnson (1982) Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness M. Garey, D. Johnson. Bell laboratory Murray Hill, New Jersey, 416 с.
4. Haytan O.M. (2020) Automation of the generation of the schedule of the educational process of the university. Scientific notes of TNU named after V.I. Vernadskyi. Series: Technical sciences. K.: Helvetica, Vol. 31 (70). Part 1, № 2. 58–66 p.
5. Dimova G.O. (2022) Development of a model for drawing up a class schedule by the evolutionary search method/ Tavriysk scientific bulletin. Series: Technical sciences. Kherson: "Helvetika" Publishing House, Issue 2. 66 p.
6. Kysil V.V., Drach I.V., Kysil T.M. (2019) Model of the task of drawing up and optimizing the class schedule under the condition of meeting the objective and subjective requirements of the educational institution / V. V. Kysil I. V. Drach, T. M. Kysil. Scholarly notes of TNU named after V.I. Vernadskyi. Series: technical sciences. Volume 30 (69) Part 1. № 6. 65–70 p.
7. Symonenko V. (2008) Method of step-by-step construction for drawing up a schedule of occupations in educational institutions / V. Symonenko, S. Symonenko. Zh. System Research & Information Technologies, № 4. 76–85 p.
8. Tomashevskiy V.M. (2010) Drawing up class schedules in distance learning systems / V.M. Tomashevskiy, Yu.L. Novikov, P.A. Kaminska. Bulletin of the National Technical University of Ukraine "KPI". Informatics, management and computer technology. Issue 52. 118-130 p. Access mode: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vkpi_iuot_2010_52_20
9. Zanevych O. (2019) About solving the task of drawing up a class schedule using a genetic algorithm / O. Zanevych, V. Kukharskyu. Bulletin of Lviv University. № 27. 136–143 p.
10. Jonathan Snyder (2008) System for scheduling 9 and managing educational [Electronic resource]. Access mode <https://www.asctimetables.com/?gclid=9r43XgQMVMhoGA B1ogBnfE AAY ASAAEgIG9fD> Patent Application Publication (10) Pub. No.: US 2008/0057482 A1, Snyder et al. (43) Pub. Date: Mar. 6, 2008 (Date of access 09.6.2023)

UDC 539.3
DOI

FEATURES OF THE CONSTRUCTION OF THE STIFFNESS MATRIX OF THE SPATIAL HEXAGONAL FINITE ELEMENT FOR COMPOSITE MATERIAL WITH DISCRETE INCLUSIONS BASED ON THE MOMENT SCHEME

Shtanko H. I.

*Postgraduate Student
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-8457-8269
sirouh177@gmail.com*

Grebenyuk S. M.

*Doctor of Technical Sciences, Professor,
Head of the Department of Fundamental and Applied Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-5247-9004
gsm1212@ukr.net*

Key words: *composite material, spherical and ellipsoidal inclusions, efficient elastic constants, finite element method, application package.*

An approach to numerical modeling of the stress-strain state of composite structures with discrete inclusions is presented in the paper. The finite element method is used as the main method, namely its modification – the moment finite-element scheme. The moment scheme, in contrast to the classic scheme of finite elements, allows to avoid such negative properties as not taking in consideration the rigid rotation of the finite element and “false” shear. If both the material of the matrix and the material of the reinforcing inclusions are weakly compressible, then problems arise due to the fact that some elastic constants approach very large values. The Taylor series expansion of the components of the displacement vector, the components of the strain tensor, and the volume change function is used in order to eliminate the mentioned shortcomings, after that, according to the moment scheme, certain sums are removed from these expansions.

Homogenization of the material with lamellar inclusions, a small proportion of spherical inclusions, and a large proportion of spherical inclusions is used for modeling the elastic properties of the composite. The chaotic nature of the location of inclusions after homogenization makes it possible to present a non-homogeneous composite material as a homogeneous quasi-isotropic one. The described approaches are used in the construction of the stiffness matrix of the spatial hexagonal finite element. The obtained expressions for the stiffness matrix are done in the software package for calculating structures from composite materials. The calculation of a thick-walled pipe under the action of internal pressure from a composite material with lamellar inclusions, a small proportion of spherical inclusions, and a large proportion of spherical inclusions was carried out using the software package. For different volume fractions of discrete inclusions, the numerical convergence of the results with different finite element meshes has been investigated, which shows great congruence with analytical solutions.

ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ МАТРИЦІ ЖОРСТКОСТІ ПРОСТОРОВОГО ШЕСТИГРАННОГО СКІНЧЕННОГО ЕЛЕМЕНТА ДЛЯ КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ З ДИСКРЕТНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ НА ОСНОВІ МОМЕНТНОЇ СХЕМИ

Штанько Г. І.

аспірант

*Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-8457-8269
sirouh177@gmail.com*

Гребенюк С. М.

*доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-5247-9004
gsm1212@ukr.net*

Ключові слова: *композиційний матеріал, сферичні та еліпсоїдні включення, ефективні пружні сталі, метод скінчених елементів, пакет прикладних програм.*

У роботі представлено підхід до чисельного моделювання напружено-деформованого стану конструкцій із композиційних матеріалів із дискретними включеннями. Як основний метод використано метод скінчених елементів, а саме його модифікацію – моментну схему скінченного елемента. Моментна схема, на відміну від класичної схеми скінчених елементів, дозволяє уникнути таких негативних властивостей, як неврахування жорсткого повороту скінченного елемента та «хибного» зсуву. У разі, якщо й матеріал матриці, й матеріал армуючих включень є слабкостисливими, то виникають проблеми, пов'язані з тим, що деякі пружні сталі прямують до дуже великих значень. Для усунення вказаних недоліків використовується розкладання в ряд Тейлора компонентів вектору переміщень, компонентів тензору деформацій та функції зміни об'єму після чого згідно моментній схемі певні доданки вилучаються з цих розкладань. Для моделювання пружних властивостей композиту використано гомогенізацію матеріалу із пластинчатими включеннями, малою часткою сферичних включень, великою часткою сферичних включень. Хаотичний характер розташування та орієнтації включень після гомогенізації дає можливість представити неоднорідний композиційний матеріал однорідним квазіізотропним. Описані підходи використано при побудові матриці жорсткості просторового шестигранного скінченного елемента. Отримані співвідношення для матриці жорсткості реалізовані у програмному пакеті для розрахунку конструкцій із композиційних матеріалів. За допомогою програмного пакету проведено розрахунок товстостінної труби під дією внутрішнього тиску з композиційного матеріалу з пластинчатими включеннями, малою часткою сферичних включень, великою часткою сферичних включень. Для різних об'ємних часток дискретних включень досліджено чисельну збіжність результатів при різних сітках розбиття на скінченні елементи, яка показує гарне співпадіння з аналітичними розв'язками.

Introduction. The progress of technologies for the production of structural materials leads to the appearance of new grades of materials, the mechanical properties of which are significantly different from the existing ones. The use of these materials in the manufacture of structures requires a description of their properties for design calculations. One of the common composite materials is a composite material reinforced with discrete inclusions of various shapes – spherical, ellipsoidal, needle-shaped, disk-shaped, and others. One of the calculations carried out is the strength calculation of the structure. Material heterogeneity due to the presence of discrete inclusions requires consideration of the geometry and properties of each discrete inclusion in the material when creating mathematical models. The creation of accurate mathematical models suitable for engineering calculations is possible only in the presence of a small number of inclusions, and for real materials, when the number of inclusions is significant, such models will be cumbersome and unsuitable for use. Another way of modeling is the homogenization of the material, and its representation as an imaginary homogeneous material with mechanical constants that are called effective. This approach allows avoiding the mathematical description of each inclusion in the material and making the mathematical model much simpler.

Both the complex geometry of the structure and the variety of processes occurring in the structure significantly limit the use of analytical methods when calculating the strength, hence numerical methods are used to solve the problem. The most common and universal method is the finite element method (FEM). But the traditional scheme of the finite element method has a number of negative properties that significantly slow down the convergence of solutions. Therefore, solving this problem leads to the emergence of various modifications of the method, which allow improving the accuracy of calculations. One of the effective modifications of the method is the moment finite-element scheme (MFES), developed for different groups of materials – isotropic, fibrous composites, weakly compressible, etc. This modification allows to avoid such imperfections of the traditional scheme as not taking into account the displacements of the finite element as a rigid whole and the “false” shear effect.

In the process of using the MFES, we will calculate the matrix of elastic constants using the effective elastic constants of the granular composite and will use an approach that takes into account the weak compressibility of the material, which will allow us to calculate both compressible and weakly compressible materials.

The application of the finite element method to the study of deformation processes of composites is

given in a lot of studies. At the same time, such studies are carried out both at the micro and macro levels, as well as when modeling the interrelationship of the behavior of the composite material at the specified levels.

Literature review. In work [1], a computational procedure for modeling the microstructure of randomly reinforced composites with cylindrical or spherical-cylindrical inclusions is proposed. The proposed methodology combines the random sequential adsorption (RSA) algorithm for the preliminary modeling of the random location of inclusions with the subsequent application of the finite element method for the study of a representative volume of the composite material with inclusions, that have various characteristics of homogeneity and isotropy.

Modeling of the physical and mechanical properties of a polymer composite material using the spatial finite element method was carried out in [2]. ANSYS analysis software system was used to numerically determine the strength of materials randomly strengthened by spherical and cylindrical inclusions. A comparison was made with the results of full-scale tests.

Article [3] is devoted to the prediction of elastic and plastic constants composite material from polytetrafluoroethylene reinforced with aluminum. For this purpose, two types of 2D representative volumetric elements were developed and investigated based on the statistical analysis of microstructure images, taking into account the geometry and distribution of reinforcing particles and microvoids. The same microstructure is modeled and investigated in a three-dimensional setting using the finite element method. The obtained results indicate the effectiveness of the mentioned approaches.

The multilevel use of the finite element method at both the micro and macro levels is used in works [4; 5]. The accuracy and effectiveness of using FE^2 in models of the behavior of composite material under plastic deformation conditions based on the theory of small deformations were studied, and for the studied environment, decomposition by subdomains was used, each of which is related to the model of the composite material at the micro level [4]. The task of designing composite structures using the FE^2 finite element method based on two-level simultaneous optimization, which reduces the level of stress concentration and improves the stiffness properties of the composite with elliptical inclusions, was solved in [5].

The method of finite elements with its software implementations in CAD is also used directly for the calculation of structures from composite materials with mathematical models embedded in CAD. Thus, in work [6], ANSYS software based on the finite element method was used to estimate the deformations and stresses of a leaf spring made of composite mate-

rial. Various combinations of composite materials, namely E-glass-epoxy, carbon-epoxy, boron-epoxy, and graphite-epoxy, were analyzed to select the optimal spring design.

In work [7], the finite element method was used to analyze composites in a wide variety of situations, namely, the behavior of materials was modeled depending on the theory, the type of material anisotropy, the law of failure criteria, etc. The finite element method was used for research at different levels of modeling – micro-, meso– and macro-levels. Different types of finite elements (plate, shell, and others) were used for modeling.

On the basis of the Abaqus software package and its extension using the Python programming code, examples of the calculation of composite materials for various problem statements are given, namely in the conditions of elasticity, viscoelasticity, the presence of damage, delamination, fatigue, strength studies, edge effects, etc. [8].

The moment finite-element scheme for the calculation of structures made of fibrous composite materials is presented in [9], where the spatial character of fiber reinforcement is taken into account.

Methods. In this work, we construct a stiffness matrix of a spatial finite element based on a moment scheme for calculating structures made of composite material reinforced with discrete inclusions. We also take into account the possibility of calculating composite materials with weakly compressible components.

Considering that the main goal is to study the spatial problems of the mechanics of composites, we build the stiffness matrix of the three-dimensional finite element. According to the geometric shape, spatial elements can be parallelepiped, triangular prisms and tetrahedrons, each of these elements has its own advantages and disadvantages. From the point of view of the symmetry of the approximating functions along the coordinate directions, among the proposed finite elements, the hexagonal element is generally more effective. Characteristic points are inherent in each element – the nodes of the finite element (as a rule, the corner points of the element), which reflect the discrete character of the obtained model.

The stiffness matrix of the composite material with discrete inclusions using the MFES for the weakly compressible material is constructed. One of the most common geometric forms of a finite element is a parallelepiped, for which the same number of nodes along all coordinate directions is natural and, accordingly, there is symmetry in the approximating functions along the coordinates.

We get a discrete representation of the geometric area in the form of a collection of hexagonal finite elements, but their shape and size usually differ depending on one or another grid generator in case

of applying the finite element method. It is unsuitable to perform mathematical operations and transformations for all types of forms when deriving the main ratios of the stiffness matrix. A more rational/reasonable way is when a local coordinate system is introduced for each finite element, in which its shape and dimensions are displayed in a cube with a fixed side length (Fig. 1). Then, with the help of mathematical operators of transformation from one coordinate system to another, these relations are obtained in the global coordinate system, which describes the geometry of the structure and the boundary conditions. For the convenience of numerical integration according to Gauss quadrature formulas, let the length of the side of the cube be equal to 2. Let us number the eight nodes of the finite element as shown in fig. 1, we place the origin of the local coordinate system in the center of the cube.

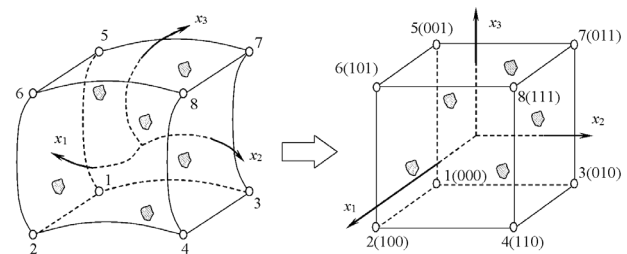


Fig. 1. Mapping of a curvilinear parallelepiped finite element for a granular composite into a cubic one

Variational principles are one of the most well-founded laws describing natural phenomena. To model the process of deformation of structures made of granular composites, we will use the variational principle of Lagrange. To do this, we need to determine the potential energy of the object under consideration. In the case of elastic deformation, this value can be written as follows:

$$\Pi^* = W^* - A^*, \quad (1)$$

where W^* – the energy of elastic deformation of the body, A^* – the work of external forces acting on the body.

According to Lagrange's variational principle, the potential energy Π^* variation is considered, which after discretization of the object is equal to the sum of the corresponding values for all finite elements:

$$\delta \Pi^* = \sum_{i=1}^n \delta W^{(i)} - \sum_{i=1}^n \delta A_i^{(i)}, \quad (2)$$

here n – the number of finite elements.

This variational equation serves to form the system of solving equations of the finite element method. This procedure does not differ from the similar procedure in the traditional scheme of the finite element method, so let us focus on the obtaining of stiffness matrices of the finite element using the moment scheme. Let us write

down the variation of the energy of elastic deformation $\delta W^{(i)}$ of an arbitrary i -th finite element by volume of V (redesignating $W^{(i)}$ for simplification by W):

$$\delta W = \iiint_V \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV,$$

and using the inverse form of generalized Hooke's law, we get

$$\delta W = \iiint_V C^{ijkl} \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{ij} dV,$$

in the matrix form, the last relation, taking into account the parity of the tangential stresses, will take the form

$$\delta W = \iiint_V \delta \{\varepsilon_{ij}\}^T [C^{ijkl}] \{\varepsilon_{kl}\} dV, \quad (3)$$

where $\{\varepsilon_{kl}\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}\}^T$ – vector of deformations, $[C^{ijkl}]$ – matrix of elastic constants of the material of the object.

As a result of homogenization of heterogeneous materials, we obtain a homogeneous material with effective mechanical characteristics. The material obtained after homogenization, depending on a number of initial parameters, such as the shape and location in space of reinforcing elements, properties of the matrix and fiber, can be classified as anisotropic (general case), orthotropic, transotropic materials, and, finally, as a quasi-isotropic material. The last case is characteristic of a granular composite material, that is, a quasi-isotropic material. A significant manifestation of anisotropic properties for such materials is not a frequent case – it is possible when, for example, reinforcing particles have a deterministically asymmetric shape and certain orientations when located in a composite.

Let us use the relation for the elastic constants of an isotropic (quasi-isotropic) material through the Lamé parameters λ, μ and the components of the metric tensor \hat{g} :

$$C^{ijkl} = \mu (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + \lambda g^{ij} g^{kl}$$

Considering that the effective elastic constants of a composite material are determined by the bulk modulus of elasticity K and the shear modulus G :

$$\mu = G, \lambda = K - \frac{2}{3}G$$

we will have

$$\delta W = \iiint_V \left(2G g^{ik} g^{jl} \varepsilon_{kl} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \theta g^{ij} \right) \delta \varepsilon_{ij} dV,$$

or

$$\delta W = \iiint_V \left(2G g^{ik} g^{jl} \varepsilon_{kl} \delta \varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G \right) \theta \delta \theta \right) dV,$$

where θ is the volume change function.

And expression (3) will take the form:

$$\delta W = \iiint_V \delta \{\varepsilon_{ij}\}^T 2G g^{ik} g^{jl} \{\varepsilon_{kl}\} dV + \iiint_V \delta \{\theta\}^T \left(K - \frac{2}{3}G \right) \{\theta\} dV, \quad (4)$$

Thus, in fact, two independent elastic constants are needed to describe the elastic properties. Let us consider some approaches to their definition.

The following ratios can be used to determine effective elastic constant composite materials with discrete inclusions. For a composite material with a small volume fraction of spherical inclusions, we have the effective shear modulus [10]:

$$G = G^* \left(1 - \frac{15(1-\nu^*) \left(1 - \frac{G^\circ}{G^*} \right) f}{7 - 5\nu^* + 2(4 - 5\nu^*) \frac{G^\circ}{G^*}} \right), \quad (5)$$

effective bulk modulus

$$K = K^* + \frac{(K^\circ - K^*) f}{1 + \frac{K^\circ - K^*}{K^* + \frac{4}{3}G^*}}, \quad (6)$$

here G^*, G° – are the shear modules of the material of the matrix and inclusion, respectively; K^*, K° – volume modules of matrix and inclusion material, respectively; ν^* – Poisson's ratio of matrix material; f – the volume fraction of inclusions in the composite material.

For a composite material with a large volume fraction of spherical inclusions ($f \rightarrow 1$) we have the effective shear modulus [10]:

$$G = G^\circ \left(1 - \frac{\left(1 - \frac{G^*}{G^\circ} \right) \left(7 - 5\nu^* + 2(4 - 5\nu^*) \frac{G^\circ}{G^*} \right) (1-f)}{15(1-\nu^*)} \right), \quad (7)$$

effective bulk modulus

$$K = K^* + \frac{(K^\circ - K^*) f}{1 + (1-f) \frac{K^\circ - K^*}{K^* + \frac{4}{3}G^*}}. \quad (8)$$

For a composite material with a small volume fraction of lamellar inclusions, we have the effective shear modulus [10]:

$$G = G^* + \frac{(G^\circ - G^*) f}{1 + \frac{G^\circ - G^*}{G^* + G^\circ}}, \quad G^\circ = \frac{G^* (9K^\circ + 8G^\circ)}{6(K^\circ + 2G^\circ)}, \quad (9)$$

effective bulk modulus

$$K = K^* + \frac{(K^\circ - K^*) f}{1 + \frac{K^\circ - K^*}{K^* + \frac{4}{3}G^\circ}}. \quad (10)$$

An important procedure in the finite element method is the choice of the type of approximating functions, and how accurately the problem will be

solved in the future depends on it. If the finite element is assumed to be isoparametric in the form of a parallelepiped with eight nodes (Fig. 1), then it is reasonable to choose a linear approximation in each of the three coordinate directions. In this case, according to the moment finite-element scheme for weakly compressible materials, three components characterizing the deformed state of the material are decomposed by local power functions of the form

$$\psi^{(pqr)} = \frac{(x_1)^p (x_2)^q (x_3)^r}{p!q!r!}, \quad (11)$$

here $p = 0, \dots, l; q = 0, \dots, m; r = 0, \dots, n$ – degrees of approximating functions in the corresponding coordinate directions; in the adopted law of approximation $l = m = n = 1$.

Then we will have for the components of the displacement vector:

$$u_{k'} = \sum_{p=0}^l \sum_{q=0}^m \sum_{r=0}^n \omega_{k'}^{(pqr)} \psi^{(pqr)}, \quad (12)$$

for the components of the strain tensor

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{p=0}^{L_{ij}} \sum_{q=0}^{M_{ij}} \sum_{r=0}^{N_{ij}} e_{ij}^{(pqr)} \psi^{(pqr)}, \quad (13)$$

and volume change functions

$$\theta = \sum_{p=0}^{l-1} \sum_{q=0}^{m-1} \sum_{r=0}^{n-1} \xi^{(pqr)} \psi^{(pqr)}, \quad (14)$$

where $\omega_{k'}^{(pqr)}$, $e_{ij}^{(pqr)}$, $\xi^{(pqr)}$ are the expansion coefficients of the components of the displacement vector, the deformation vector, and the volume change function, respectively.

In the vector-matrix form of the record, expressions (15) and (16) will take the form:

$$u_{k'} = \{\psi_{ij}\} \{\omega_{k'}\}^T, \quad (15)$$

$$\{\varepsilon_{ij}\} = \{\psi_{ij}\} \{e_{ij}\}^T, \quad (16)$$

$$\{\theta\} = \{\psi_{\theta}\} \{\xi\}^T, \quad (17)$$

where

$$\{\omega_{k'}\} = \{\omega_{k'}^{(000)}, \omega_{k'}^{(100)}, \omega_{k'}^{(010)}, \omega_{k'}^{(110)}, \omega_{k'}^{(001)}, \omega_{k'}^{(101)}, \omega_{k'}^{(011)}, \omega_{k'}^{(111)}\} -$$

the vector of displacement expansion coefficients,

$$\{\psi_{\theta}\} = \{\psi_{ij}\} = \{1, x_1, x_2, x_1 x_2, x_3, x_1 x_3, x_2 x_3, x_1 x_2 x_3\} -$$

the vector of power functions of the form (13),

$$\{e_{ij}\} = \{e_{ij}^{(000)}, e_{ij}^{(100)}, e_{ij}^{(010)}, e_{ij}^{(110)}, e_{ij}^{(001)}, e_{ij}^{(101)}, e_{ij}^{(011)}, e_{ij}^{(111)}\} -$$

the vector of expansion coefficients of the volume change function,

$$\{\xi\} = \{\xi^{(000)}, \xi^{(100)}, \xi^{(010)}, \xi^{(110)}, \xi^{(001)}, \xi^{(101)}, \xi^{(011)}, \xi^{(111)}\} -$$

the vector of expansion coefficients of the volume change function.

Substituting relations (18), (19) into (4), we obtain:

$$\delta W = \iiint_V \delta \{e_{ij}\} \{\psi_{ij}\}^T 2Gg^{ik} g^{jl} \{\psi_{kl}\} \{e_{kl}\}^T dV + \\ + \iiint_V \delta \{\theta\}^T \left(K - \frac{2}{3} G \right) \{\theta\} dV, \quad (18)$$

To determine the components $e_{ij}^{(pqr)}$, we will use the Cauchy relations that relate displacement to deformations:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z_{m'}}{\partial x_j} u_{m',i} + \frac{\partial z_{m'}}{\partial x_i} u_{m',j} \right). \quad (19)$$

Differentiating (15), we have:

$$u_{k',1} = \omega_{k'}^{(100)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(011)}$$

$$u_{k',2} = \omega_{k'}^{(010)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(101)}$$

$$u_{k',3} = \omega_{k'}^{(001)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(110)}. \quad (20)$$

Then relations (19) will take the form:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial z_{k'}}{\partial x_1} \left(\omega_{k'}^{(100)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(011)} \right);$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial z_{k'}}{\partial x_2} \left(\omega_{k'}^{(010)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(101)} \right);$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial z_{k'}}{\partial x_3} \left(\omega_{k'}^{(001)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(110)} \right);$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z_{k'}}{\partial x_2} \left(\omega_{k'}^{(100)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(011)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial z_{k'}}{\partial x_1} \left(\omega_{k'}^{(010)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(101)} \right) \right);$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z_{k'}}{\partial x_3} \left(\omega_{k'}^{(100)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(011)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial z_{k'}}{\partial x_1} \left(\omega_{k'}^{(001)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(110)} \right) \right);$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z_{k'}}{\partial x_3} \left(\omega_{k'}^{(010)} + \omega_{k'}^{(110)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(001)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(101)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial z_{k'}}{\partial x_2} \left(\omega_{k'}^{(001)} + \omega_{k'}^{(101)} \psi^{(100)} + \omega_{k'}^{(011)} \psi^{(010)} + \omega_{k'}^{(111)} \psi^{(110)} \right) \right). \quad (21)$$

Then the coefficients of the deformation vector $e_{ij}^{(pqr)}$ in expression (16) can be determined by the formula:

$$e_{ij}^{(pqr)} = \frac{\partial^{p+q+r} \varepsilon_{ij}}{(\partial x_1)^p (\partial x_2)^q (\partial x_3)^r} \Big|_{x_1=x_2=x_3=0}. \quad (22)$$

As a result, we will have the following ratios for the expansion coefficients $e_{ij}^{(pqr)}$:

$$e_{11}^{(pqr)} = \sum_{\mu\nu\eta}^{pqr} \omega_{k'}^{(\mu+1\nu\eta)} f_{(p+1-\mu q-\nu r-\eta)}^{k'};$$

$$e_{22}^{(pqr)} = \sum_{\mu\nu\eta}^{pqr} \omega_{k'}^{(\mu\nu+1\eta)} f_{(p-\mu q+1-\nu r-\eta)}^{k'};$$

$$e_{33}^{(pqr)} = \sum_{\mu\nu\eta}^{pqr} \omega_{k'}^{(\mu\nu\eta+1)} f_{(p-\mu q-\nu r+1-\eta)}^{k'};$$

$$e_{12}^{(pqr)} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\eta}^{pqr} \left(\omega_{k'}^{(\mu\nu+1\eta)} f_{(p-\mu+1q-\nu r-\eta)}^{k'} + \omega_{k'}^{(\mu+1\nu\eta)} f_{(p-\mu q-\nu+1r-\eta)}^{k'} \right);$$

$$e_{13}^{(pqr)} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\eta}^{pqr} \left(\omega_{k'}^{(\mu\nu\eta+1)} f_{(p-\mu+1q-\nu r-\eta)}^{k'} + \omega_{k'}^{(\mu+1\nu\eta)} f_{(p-\mu q-\nu r-\eta+1)}^{k'} \right);$$

$$e_{23}^{(pqr)} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\eta}^{pqr} \left(\omega_{k'}^{(\mu\nu\eta+1)} f_{(p-\mu q-\nu+1r-\eta)}^{k'} + \omega_{k'}^{(\mu\nu+1\eta)} f_{(p-\mu q-\nu r-\eta+1)}^{k'} \right), \quad (23)$$

where the notation is entered

$$f_{(\mu\nu\eta)}^{k'} = \frac{\partial^{\mu+\nu+\eta} z_{k'}}{(\partial x_1)^\mu (\partial x_2)^\nu (\partial x_3)^\eta} \Big|_{x_1=x_2=x_3=0}. \quad (24)$$

To determine the coefficients (24), it is necessary to establish a connection between the global coordinate system z_k , and the local one associated with the finite element x_i . For an isoparametric finite element, this relationship will also be linear:

$$z_{k'} = \sum_{L=0}^8 N_L(x_1, x_2, x_3) z_{k'}^L, \quad (25)$$

where is the $z_{k'}^L$ - k' -th ($k' = 1, 2, 3$) coordinate of the L - node in the global coordinate system ($L = 1, \dots, 8$), $N_L(x_1, x_2, x_3)$ - the approximating functions (shape functions) of the L node, which for a finite element with a linear law of approximation in all three directions are determined by the formula [10]:

$$N_L = \frac{1}{8} (1 + x_1 x_1^L) (1 + x_2 x_2^L) (1 + x_3 x_3^L), \quad (26)$$

where x_i^L is the i -th coordinate ($i = 1, 2, 3$) of the L -th ($L = 1, \dots, 8$) node in the local coordinate system associated with the finite element.

In more detail, the shape functions N_L for the nodes of the finite element can be written as follows:

$$N_1 = \frac{1}{8} (1 - x_1) (1 - x_2) (1 - x_3), N_2 = \frac{1}{8} (1 + x_1) (1 - x_2) (1 - x_3),$$

$$N_3 = \frac{1}{8} (1 - x_1) (1 + x_2) (1 - x_3), N_4 = \frac{1}{8} (1 + x_1) (1 + x_2) (1 - x_3),$$

$$N_5 = \frac{1}{8} (1 - x_1) (1 - x_2) (1 + x_3), N_6 = \frac{1}{8} (1 + x_1) (1 - x_2) (1 + x_3),$$

$$N_7 = \frac{1}{8} (1 - x_1) (1 + x_2) (1 + x_3), N_8 = \frac{1}{8} (1 + x_1) (1 + x_2) (1 + x_3). \quad (27)$$

Now let's return to relationship (24) for the coefficients of expansion of deformations $e_{ij}^{(pqr)}$, analyzing them, we can see that some of them contain coefficients $\omega_{k'}^{(pqr)}$ that are not included in the expansion of displacements (15). Therefore, the deformation expansion coefficients (24) containing at least one of the terms that are not included in the displacement expansion (15) should be removed from the expansion (24). Taking into account the mentioned rules of the moment finite-element scheme, the components of the vector of deformations will take the form:

$$\varepsilon_{11} = e_{11}^{(000)} + e_{11}^{(010)} \psi^{(010)} + e_{11}^{(001)} \psi^{(001)} + e_{11}^{(011)} \psi^{(011)},$$

$$\varepsilon_{22} = e_{22}^{(000)} + e_{22}^{(100)} \psi^{(100)} + e_{22}^{(001)} \psi^{(001)} + e_{22}^{(101)} \psi^{(101)},$$

$$\varepsilon_{33} = e_{33}^{(000)} + e_{33}^{(100)} \psi^{(100)} + e_{33}^{(010)} \psi^{(010)} + e_{33}^{(110)} \psi^{(110)},$$

$$\varepsilon_{12} = e_{12}^{(000)} + e_{12}^{(001)} \psi^{(001)},$$

$$\varepsilon_{13} = e_{13}^{(000)} + e_{13}^{(010)} \psi^{(010)},$$

$$\varepsilon_{23} = e_{23}^{(000)} + e_{23}^{(100)} \psi^{(100)}. \quad (28)$$

The deformation expansion coefficients in (29) in vector-matrix form will take the form:

$$\{e_{ij}\} = \{\omega_{k'}\} [F_{ij}^{k'}]. \quad (29)$$

In this expansion, the matrix $[F_{ij}^{k'}]$ is formed on the basis of (24) taking into account the removal of some coefficients according to the moment finite-element scheme.

The expansion coefficients of the volume change function are determined by the ratio:

$$\xi^{(\alpha\beta\gamma)} = \frac{\partial^{(\alpha+\beta+\gamma)} \varepsilon_{ij} g^{ij}}{(\partial x^1)^\alpha (\partial x^2)^\beta (\partial x^3)^\gamma} \Big|_{x^1=x^2=x^3=0}. \quad (30)$$

With the linear approximation of movements according to the moment finite-element scheme, the volume change function will take the form:

$$\theta = \xi^{(000)}.$$

In matrix form, expression (30) will be written as follows:

$$\{\xi\} = \{\omega_{k'}\} [F_\theta^{k'}]. \quad (31)$$

The matrix form of recording the variation of elastic deformation energy (19), taking into account (29), will take the form:

$$\delta W = \iiint_V \delta \{\omega_{k'}\} [F_{ij}^{k'}] \{\psi_{ij}\}^T 2G g^{ik} g^{jl} \{\psi_{kl}\} [F_{ij}^{m'}]^{-T} \{\omega_{m'}\}^T dV +$$

$$+ \iiint_V \delta \{\omega_{k'}\} [F_\theta^{k'}] \{\psi_\theta\}^T \left(K - \frac{2}{3} G \right) \{\psi_\theta\} [F_{ij}^{m'}]^{-T} \{\omega_{m'}\}^T dV, \quad (32)$$

And taking into account that some components of this sum can be taken beyond the sign of the triple integral, we will have:

$$\delta W = \delta \{\omega_{k'}\} [F_{ij}^{k'}] \iiint_V \{\psi_{ij}\}^T 2G g^{ik} g^{jl} \{\psi_{kl}\} dV [F_{ij}^{m'}]^{-T} \{\omega_{m'}\}^T +$$

$$+ \delta \{\omega_{k'}\} [F_\theta^{k'}] \iiint_V \{\psi_\theta\}^T \left(K - \frac{2}{3} G \right) \{\psi_\theta\} dV [F_\theta^{m'}]^{-T} \{\omega_{m'}\}^T, \quad (33)$$

or

$$\delta W = \delta \{\omega_{k'}\} [F_{ij}^{k'}] [H^{ijkl}] [F_{kl}^{m'}]^{-T} \{\omega_{m'}\}^T +$$

$$+ \delta \{\omega_{k'}\} [F_\theta^{k'}] [H^\theta] [F_\theta^{m'}]^{-T} \{\omega_{m'}\}^T, \quad (34)$$

here

$$[H^{ijkl}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 2G g^{ik} g^{jl} \{\psi_{ij}\}^T \{\psi_{kl}\} \sqrt{g} dx_1 dx_2 dx_3, \quad (35)$$

$$[H^0] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(K - \frac{2}{3} G \right) \{\psi_0\}^T \{\psi_0\} \sqrt{g} dx_1 dx_2 dx_3 \quad (36)$$

are the components of the matrix of elastic constants of an isotropic (quasi-isotropic) material, taking into account the metric of space.

In expansion (32), all components are defined, except for the displacement expansion coefficients, their determination makes it possible to write down the desired displacement function (15) and, therefore, to solve the problem. But these coefficients do not have visible mechanical meaning, so it is reasonable, as in the classic version of the finite element method, to move from them to the nodal values of displacements, which have a clear mechanical meaning.

Let us write the linear approximation of the components of the displacement vector u_k in the global coordinate system Oz1'z2'z3' for the hexagonal finite element through the nodal values of the displacements u_k^L and the shape functions $N_L(x_1, x_2, x_3)$:

$$u_k = \sum_{L=0}^8 N_L(x_1, x_2, x_3) u_k^L,$$

here u_k^L – is the movement of the L -th node in the k -th direction in the global coordinate system, $N_L(x_1, x_2, x_3)$ – is the shape function of the L -th node of the form (27).

Let us find the connection between the coefficients of displacements $\omega_k^{(ppr)}$ and the nodal values of displacements u_k^L by defining the matrix of transformations $[A]$. The matrix $[A]$ describes the relationship between shape functions N_L and power functions $\psi^{(ppr)}$. Both of them are inherently a set of power functions, but when describing movements they are grouped in a combination in different ways, therefore, to find the matrix $[A]$ that reflects this relationship, we use relation (15), on the other hand, (33) can be written as:

$$u_k = \{N_L\} \{u_k^L\}^T, \quad (37)$$

where $\{u_k^L\} = \{u_k^{(1)}, u_k^{(2)}, u_k^{(3)}, u_k^{(4)}, u_k^{(5)}, u_k^{(6)}, u_k^{(7)}, u_k^{(8)}\}$ – is the vector of nodal displacements,

$\{N_L\} = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8\}$ – the vector of shape functions determined by formulas (27).

Comparing (11) and (27), we have the relation:

$$\{N_L\} = \{\psi_{ij}\} [A]^T. \quad (38)$$

Considering the equality of the right-hand sides of relations (15) and (37), we can write:

$$\{\omega_k\} = \{u_k^L\} [A]. \quad (39)$$

The variation of the energy of elastic deformation, taking into account (39), will be written in the form:

$$\delta W = \delta \{u_k^L\} [A] [F_{ij}^k] [H^{ijkl}] [F_{kl}^m]^T [A]^T \{u_m^L\}^T + \\ + \delta \{u_k^L\} [A] [F_0^k] [H^0] [F_0^m]^T [A]^T \{u_m^L\}^T, \quad (40)$$

or we can write:

$$\delta W = \delta \{u_k^L\} [A] \left([F_{ij}^k] [H^{ijkl}] [F_{kl}^m]^T + [F_0^k] [H^0] [F_0^m]^T \right) [A]^T \{u_m^L\}^T. \quad (41)$$

In the last ratio, the stiffness matrix of the finite element based on the moment scheme for a granular composite material with a dimension of 24×24 will have the form:

$$[K^{k'm}] = [A] \left([F_{ij}^k] [H^{ijkl}] [F_{kl}^m]^T + [F_0^k] [H^0] [F_0^m]^T \right) [A]^T. \quad (42)$$

The global stiffness matrix for the entire body under study is formed based on (2) by summation over all finite elements.

Numerical results. Using the finite element method is virtually impossible without creating software. To implement the presented stiffness matrix of the finite element based on the moment scheme, we will use the “MIPELIA+” software complex [11], in which we will use the existing preprocessor and postprocessor, and to the preprocessor we will add program blocks that implement the formation of the stiffness matrix described above. To verify the presented mathematical calculations and software implementation, we will determine the stress-strain state of composite structures.

Let us consider the solution of the planar problem of the theory of elasticity for a thick-walled long cylinder under the action of internal and external forces. For an isotropic (quasi-isotropic) material, we will have the following solution:

$$u_r = Ar + \frac{B}{r}. \quad (43)$$

We determine the unknown constants A and B from the specified boundary conditions ($\sigma_r(r_1) = -q$, $\sigma_r(r_2) = 0$, where r_1, r_2 – the inner and outer radius of the cylinder, q – the internal pressure, and there is no external pressure). As a result, we have:

$$A = \frac{1-\nu}{E} \left(\frac{qr_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right), \quad B = \frac{1+\nu}{E} \left(\frac{qr_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \right).$$

The material of the matrix is steel with mechanical characteristics of $E^* = 215,8$ GPa; $\nu^* = 0,3$. The fiber material is tungsten carbide with mechanical characteristics of $E^* = 697,6$ GPa; $\nu^* = 0,3$. The inner radius of the cylinder is $r_1 = 0,1$ m, the outer radius of the cylinder is $r_2 = 0,15$ m, the inner pressure is $q = 10$ MPa.

The results of calculations with different meshes of finite elements show stable convergence to the analytical solution. Analytical solutions and numerical results for a 6×14×3 discretization grid are given in Tables 1, 2, 3.

To estimate the error of numerical calculations, we will use the formula:

$$\varepsilon = \frac{(u_n - u_a)}{u_a} 100\%,$$

where u_a is the analytical solution and u_n is the numerical calculation.

Table 1 shows numerical results for a small volume content of spherical inclusions ($f = 0...0,3$) and, therefore, elastic constants were calculated according to formulas (5), (6); Table 2 shows the calculations for a large volume content of spherical inclusions ($f = 0,7...1$) and, therefore, elastic constants were calculated according to formulas (7), (8). As can be noted, when the volume fraction of a stiffer inclusion increases, the composite material also becomes stiffer and, consequently, the displacements of the points of the inner surface decrease. With the given finite element grid, the maximum error in all cases is about 5%, which is most likely related to errors in the approximation of the geometry of the cylindrical surfaces. The same picture is observed in the case of reinforcement with lamellar inclusions (Table 3), when the elastic characteristics are calculated according to formulas (9), (10).

Table 1
Displacement of the inner point of the cylinder (spherical inclusions, small volume fraction)

Volume content of fiber, f	Analytical solution (formula (43)), $\times 10^5$ m	Numerical solution, MFES, $\times 10^5$ m	Error, %
0	1,344	1,276	-5,06
0,1	1,214	1,154	-4,94
0,2	1,107	1,053	-4,88
0,3	1,017	0,968	-4,82

Table 2
Displacement of the inner point of the cylinder (spherical inclusions, large volume fraction)

Volume content of fiber, f	Analytical solution (formula (43)), $\times 10^5$ m	Numerical solution, MFES, $\times 10^5$ m	Error, %
0,7	0,720	0,679	-5,69
0,8	0,580	0,550	-5,17
0,9	0,485	0,461	-4,95
1	0,416	0,395	-5,05

Table 3
Displacement of the inner point of the cylinder (lamellar inclusions, small volume fraction)

Volume content of fiber, f	Analytical solution (formula (43)), $\times 10^5$ m	Numerical solution, MFES, $\times 10^5$ m	Error, %
0	1,344	1,276	-5,06
0,1	1,170	1,113	-4,87
0,2	1,037	0,987	-4,82
0,3	0,930	0,886	-4,73
0,4	0,844	0,804	-4,74
0,5	0,772	0,736	-4,66
0,6	0,712	0,679	-4,63

In the process of calculations, all components of the stress-strain state were obtained, so, in Fig. 2 it is shown the distribution in the cylinder of stress σ_{xx} (the axes are shown in the figure) for a composite with lamellar inclusions ($f = 0,2$).

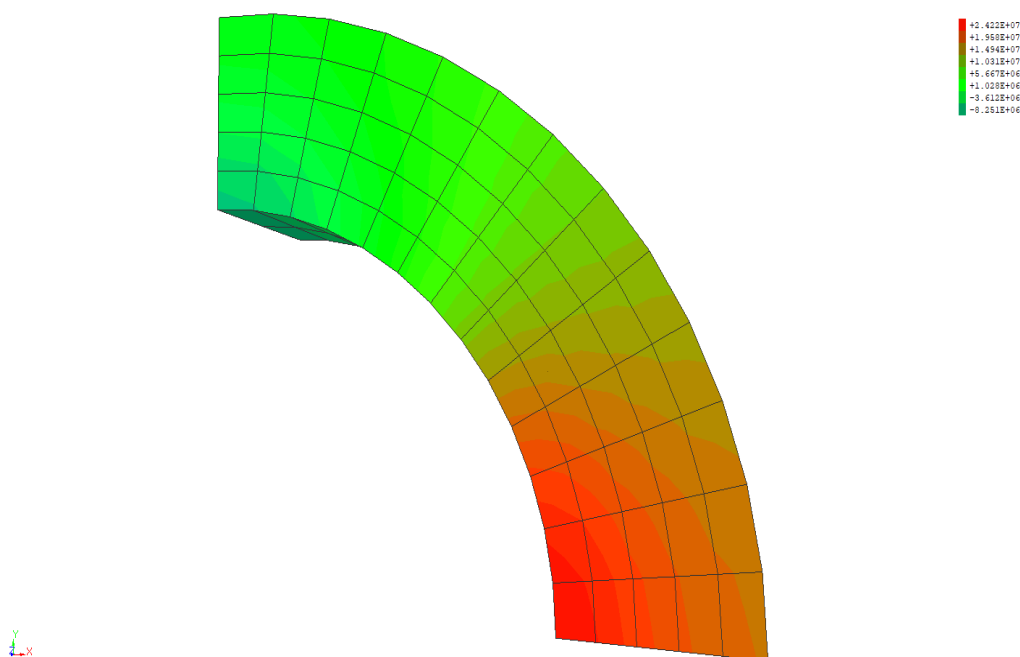


Fig. 2. Stress distribution σ_{xx} in a hollow cylinder made of composite material with lamellar inclusions ($f = 0,2$)

Conclusions. An approach to numerical modeling of composite structures with discrete inclusions based on homogenization of heterogeneous material is presented. The stiffness matrix of the spatial finite element is constructed on the basis of the moment

scheme, which allows calculating composite materials with both compressible and weakly compressible components. Numerical calculations using the developed matrix showed a good convergence of the obtained results to the known exact solutions.

BIBLIOGRAPHY

1. Islam M., Tudryn G.J., Picu C.R. Microstructure modeling of random composites with cylindrical inclusions having high volume fraction and broad aspect ratio distribution. *Computational Materials Science*, Volume 125, 2016, P. 309–318. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2016.08.051>
2. Berladir K., Zhyhylii D., Gaponova O., Krmela J., Krmelová V., Artyukhov A. Modeling of Polymer Composite Materials Chaotically Reinforced with Spherical and Cylindrical Inclusions. *Polymers*. 2022, 14(10): 2087. <https://doi.org/10.3390/polym14102087>
3. Ge C., Dong Y., Maimaitituersun W. Microscale Simulation on Mechanical Properties of Al/PTFE Composite Based on Real Microstructures. *Materials*. 2016; 9(7):590. <https://doi.org/10.3390/ma9070590>
4. Giuntoli G., Aguilar J., Vázquez M., Oller S., Houzeaux G. A FE2 multi-scale implementation for modeling composite materials on distributed architectures. *Coupled Systems Mechanics*. Vol. 8, No. 2 (2019) P. 99–109. <https://doi.org/10.12989/csm.2019.8.2.099>
5. Li S., Hou S. 2023. Two-scale concurrent optimization of composites with elliptical inclusions under microstress constraints within the FE2 framework. *Comput. Struct.* 276, C (Feb 2023). <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2022.106942>
6. Geetha Satya Sai S., Sailesh V., Mobin S.K., Subash Chandra Bose T., Sai Krishna Y., Prasanthi P.P. (2021). Analysis of Composite Leaf Springs Using Finite Element Method. In: Narasimham G.S.V.L., Babu A.V., Reddy S.S., Dhanasekaran R. (eds). *Recent Trends in Mechanical Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Singapore. pp 479–488. https://doi.org/10.1007/978-981-15-7557-0_40
7. Müzel S.D., Bonhin E.P., Guimarães N.M., Guidi E.S. Application of the Finite Element Method in the Analysis of Composite Materials: A Review. *Polymers*. 2020; 12(4):818. <https://doi.org/10.3390/polym12040818>
8. Barbero E.J. (2023). *Finite Element Analysis of Composite Materials using Abaqus (2nd ed.)*. Boca Raton CRC Press. 571 p. <https://doi.org/10.1201/9781003108153>
9. Christensen R.M. *Mechanics of Composite Materials*. Dover Publications: Mineola, New York. 2005. 384 p.
10. Гребенюк С.М., Гоменюк С.І., Клименко М.І. Напружено-деформований стан просторових конструкцій на основі гомогенізації волокнистих композитів. Херсон: Гельветика, 2019. 350 с.
11. Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Гребенюк С.Н. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+». Киев: Наукова думка, 2005. 416 с.
12. Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності і повзучості: Підручник. Київ: Вища школа, 2002. 308 с.
13. Хорошун Л.П., Маслов Б.П., Шикуча Е.Н., Назаренко Л.В. Механика композитов. Т. 3. Статистическая механика и эффективные свойства материалов. Киев: Наукова думка, 1993. 390 с.

REFERENCES

1. Islam M., Tudryn G.J., Picu C.R. (2016). Microstructure modeling of random composites with cylindrical inclusions having high volume fraction and broad aspect ratio distribution. *Computational Materials Science*, Volume 125, pp. 309–318. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2016.08.051>
2. Berladir K., Zhyhylii D., Gaponova O., Krmela J., Krmelová V., Artyukhov A. (2022) Modeling of Polymer Composite Materials Chaotically Reinforced with Spherical and Cylindrical Inclusions. *Polymers*. №14(10):2087. <https://doi.org/10.3390/polym14102087>
3. Ge C., Dong Y., Maimaitituersun W. (2016) Microscale Simulation on Mechanical Properties of Al/PTFE Composite Based on Real Microstructures. *Materials*. 9(7):590. <https://doi.org/10.3390/ma9070590>
4. Giuntoli G., Aguilar J., Vázquez M., Oller S., Houzeaux G. (2019) A FE2 multi-scale implementation for modeling composite materials on distributed architectures. *Coupled Systems Mechanics*. Vol. 8, No 2. Pp. 99–109. <https://doi.org/10.12989/csm.2019.8.2.099>
5. Li S., Hou S. 2023. Two-scale concurrent optimization of composites with elliptical inclusions under microstress constraints within the FE2 framework. *Comput. Struct.* 276, C (Feb 2023). <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2022.106942>

6. Geetha Satya Sai S., Sailesh V., Mobin S.K., Subash Chandra Bose T., Sai Krishna Y., Prasanthi P.P. (2021). Analysis of Composite Leaf Springs Using Finite Element Method. In: Narasimham G.S.V.L., Babu A.V., Reddy S.S., Dhanasekaran R. (eds). Recent Trends in Mechanical Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Singapore. Pp 479–488. https://doi.org/10.1007/978-981-15-7557-0_40
7. Müzel S.D., Bonhin E.P., Guimarães N.M., Guidi E.S. (2020) Application of the Finite Element Method in the Analysis of Composite Materials: A Review. *Polymers*. 12(4):818. <https://doi.org/10.3390/polym12040818>
8. Barbero E.J. (2023). Finite Element Analysis of Composite Materials using Abaqus (2nd ed.). Boca Raton CRC Press. 571 p. <https://doi.org/10.1201/9781003108153>
9. Christensen R.M. (2005) Mechanics of Composite Materials. Dover Publications: Mineola, New York. 384 p.
10. Grebeniuk S.M., Gomeniuk S.I., Klymenko M.I. (2019) Stress-strain state of spatial structures based on homogenization of fibrous composites. *Helvetica Publishing House* (in Ukrainian.)
11. Kirichevskiy V.V., Dohnyak B.M., Kozub Yu.G., Gomenyuk S.I., Kirichevskiy R.V., Grebenyuk S.M. (2005) Finite element method in the computational complex «MIPEЛIA+», *Kiev: Naukova dumka* (in Russian)
12. Mozharovskiy M.S. (2002) Theory of elasticity, plasticity and creep *Pidruchnik*. Kiyiv: Vischa shkola, 308 p. (in Ukrainian)
13. Horoshun L.P., Maslov B.P., Shikula E.N., Nazarenko L.V. (1993) Mechanics of composites. T. 3. Statistical mechanics and effective properties of materials. Kiev: Naukova dumka.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У ЖУРНАЛІ «COMPUTER SCIENCE AND APPLIED MATHEMATICS»

Вимоги до оформлення статей:

До друку приймаються статті, що мають наукову і практичну цінність. Автор має право представити тільки одну наукову статтю в один номер, яка раніше не публікувалася. Автор несе відповідальність за оригінальність тексту статті, точність наведених фактів, цитат, статистичних даних, власних назв, географічних назв та інших відомостей, а також за те, що в матеріалах не містяться дані, що не підлягають відкритій публікації. Редакція не несе відповідальності за викладену в статті інформацію. Остаточне рішення про публікацію ухвалюється редакцією, яка також залишає за собою право на додаткове рецензування, редагування і відхилення статей.

Технічні вимоги:

- до друку приймаються статті українською, російською та англійською мовами;
- електронний варіант статті у форматі *.doc, *.docx або *.rtf, підготовлений у текстовому редакторі Microsoft Word;
- формат А4 через 1,5 інтервал;
- шрифт Times New Roman, розмір 14;
- поля: ліве – 3 см, праве – 1,5 см, верхнє, нижнє – 2 см.

Структура статті:

- рядок 1** – УДК (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 2** – назва тематичного розділу (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 3** – назва статті (вирівнювання по центру, напівжирний шрифт, великі літери);
- рядок 4** – прізвище та ініціали автора статті; науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри (вирівнювання по центру);
- рядок 5** – місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора (вирівнювання по центру).

Якщо автор не має orcid-коду, його можна отримати за посиланням <https://orcid.org/>

абзац 1 – розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані мовою, як і уся стаття;

абзац 2 – назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, **розширена** анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані **англійською мовою**. Переклад англійською мовою повинен бути достовірним (не машинним).

У випадку, якщо стаття не українською мовою, обов'язково подаються назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані українською мовою.

Основний текст статті повинен відповідати структурі IMRAD (Introduction, Methods, Results, and Discussion) + Literature Review:

Вступ – короткий вступ (1-2 сторінки), який повинен дати відповіді на запитання «чому проведено дослідження?», «які об'єкт, мета й основні гіпотези дослідження?»; Огляд літератури - розділ, що містить аналіз останніх публікацій за темою дослідження (переважна більшість публікацій повинна бути за останні 5 років, самоцитовання не більше 30% від кількості літературних джерел), з огляду літератури читачі повинні мати змогу оцінити стан проблеми у світі, аналіз літературних джерел повинен мати критичний характер;

Методи – розділ, який може включати 2-3 рівнозначних за обсягом параграфи, що висвітлюють основні методи, підходи, алгоритми дослідження;

Результати – розділ, який містить аналіз основних результатів дослідження (графіки, таблиці з чисельними даними, загалом, результати обчислювальних експериментів); Дискусія – розділ (до 1 сторінки), який також можна назвати Висновок або Висновки, що містить порівняння отриманих результатів з результатами інших досліджень (як власних так інших авторів), а також дає відповідь на запитання «які перспективи дослідження?», формулює наукову новизну результатів.

Література розміщується після статті у порядку згадування; друкується через 1,5 інтервал, 14 розміром, шрифтом Times New Roman і оформляється у відповідності вимог міждержавного стандарту ДСТУ 8302:2015.

Посилання на літературу в тексті слід давати в квадратних дужках, наприклад, [2, с. 25; 5, с. 33], в яких перша цифра вказує порядковий номер джерела в списку літератури, а друга – відповідну сторінку в цьому джерелі; одне джерело (без сторінок) відокремлюється від іншого крапкою з комою [3; 4; 6; 8; 12; 15].

Наприкінці статті розміщується транслітерована і перекладена англійською версія літератури (References), оформлена згідно з вимогами APA (American Psychological Association).

Порядок подання матеріалів:

Для публікації статті у фаховому науковому виданні необхідно надіслати на електронну адресу редакції editor@physmath.journalsofznu.zp.ua наступні матеріали:

добре вчитану наукову статтю, обов'язково оформлену відповідно до вказаних вимог;
інформаційну довідку про автора;
відскановане **підтвердження сплати коштів** (реквізити для сплати надаються автору **після вдалого проходження рецензування**).

Зразок оформлення назви електронних файлів: Іваненко_І.І._стаття, Іваненко_І.І._оплата.

Адреса та контактні дані:

Редакція журналу «Computer Science and Applied Mathematics»
вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216, м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон: +38 (066) 53 57 687

Електронна пошта: editor@physmath.journalsofznu.zp.ua

Офіційний сайт: www.journalsofznu.zp.ua/index.php/comp-science

Науковий журнал

Computer Science and Applied Mathematics

№ 2, 2023

Комп'ютерна верстка – М.С. Михальченко
Коректура – В.І. Вишнякова

Підписано до друку: 20.12.2023.
Формат 60x84/8. Гарнітура Times New Roman.
Папір офсет. Цифровий друк. Ум. друк. арк. 10,23.
Замов. № 1223/775. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефони: +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 7623 від 22.06.2022 р.