

ISSN 2786-6254 (Print)
ISSN 2786-6262 (Online)

Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації
Серія КВ № 24766-14706Р від 25 березня 2021 р.

Computer Science and Applied Mathematics

Адреса редакції:

вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216,
м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон

для довідок:
+38 066 53 57 687

№ 1, 2024



Видавничий дім
«Гельветика»
2024

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Internet вченою радою ЗНУ (протокол засідання № 11 від 30.04.2024 р.)

На підставі Наказу Міністерства освіти і науки України № 886 від 02.07.2020 р. (додаток 4) журнал включено до Переліку наукових фахових видань України категорії «Б» у галузях знань 11 Математика та статистика і 12 Інформаційні технології (113 – Прикладна математика, 121 – Інженерія програмного забезпечення, 122 – Комп’ютерні науки).

До 25 березня 2021 р. журнал виходив під назвою «Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки».

У зв’язку зі зміною назви журналу було внесено відповідні зміни до Переліку наукових фахових видань України на підставі Наказу Міністерства освіти та науки України № 735 від 29.06.2021 р. (додаток 3).

Журнал індексується в міжнародній наукометричній базі даних Index Copernicus

Статті у виданні перевірені на наявність плагіату за допомогою програмного забезпечення StrikePlagiarism.com від польської компанії Plagiat.pl.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Гоменюк С. І.	–	доктор технічних наук, професор, головний редактор (Україна)
Гребенюк С. М.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Гришак В. З.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Єрмолаєв В. А.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Кеберле Н. Г.	–	кандидат технічних наук, доцент (Україна)
Клименко М. І.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Козін І. В.	–	доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Кудін О. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Панасенко Є. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Стеганцев Є. В.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Чопоров С. В.	–	доктор технічних наук, професор (Україна)
Шило Г. М.	–	доктор технічних наук, доцент (Україна)
Breslavsky I.	–	PhD in Mechanics, Docent (Канада)
Djakon R.	–	Doctor of Science in Engineering, Professor, Academician (Латвія)
Gerasimov T.	–	PhD in Mathematics, Docent (Німеччина)
Kolakowski Z.	–	Doctor of Science in Engineering, Professor (Польща)
Нарзуллаєв У. Х.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Узбекистан)
Швидка С. П.	–	кандидат фізико-математичних наук, доцент (Словаччина)

ЗМІСТ

РОЗДІЛ I. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Gristchak V. Z., Rudenko D. O. <i>HYBRID ASYMPTOTIC APPROACH TO SOLVING NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS IN THE PRESENCE OF THE δ-FUNCTION</i>	5
Дзундза Н. С., Зіновєєв І. В. <i>ЗАДАЧА ПРО ДІЮ ЗОСЕРЕДЖЕНОЇ СИЛИ НА ПРУЖНУ ОРТОТРОПНУ ПІВПЛОЩИНУ</i>	11

РОЗДІЛ II. ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Марчук Д. К. <i>РОЗРОБКА МОДЕЛІ НАВЧАННЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ІЗ ВІДЕОПОТОКУ ДЛЯ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПАРКУВАННЯМ</i>	19
Onufriienko D. M., Taranenko Yu. K. <i>FRactal Image Analysis of Wavelet Spectra of Linear Frequency Modulated Signals</i>	25

РОЗДІЛ III. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

Andrushko A. M., Lobur M. V. <i>CRAFTING INNOVATION: NURTURING CREATIVE THINKING IN CAD ENGINEERING FOR FUTURE BREAKTHROUGHS</i>	36
Борисенко Б. В. <i>МЕТОДОЛОГІЯ РАНЬОГО ВИЯВЛЕННЯ ПОТЕНЦІЙНИХ КАНАЛІВ УРАЖЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ</i>	46
Горелікова Т. О., Чопоров С. В. <i>АНАЛІЗ МЕТОДІВ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ ВІД ПІДМІНИ ТА ВИДАЛЕННЯ, ЩО ҐРУНТУЮТЬСЯ НА ТЕХНОЛОГІЇ БЛОКЧЕЙН</i>	54
Kolesnikov V. A. <i>VISUALIZATION OF HASH MAP DATA STRUCTURE</i>	66
Кривий Я. В., Лісняк А. О. <i>МІКРОСЕРВІСНА АРХІТЕКТУРА СИСТЕМ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ</i>	75
Столярова А. В., Барау К. <i>АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ</i>	84
Ярош А. О., Кудін О. В. <i>НЕЙРОМЕРЕЖЕВІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМИХ І ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ</i>	92

CONTENTS

SECTION I. APPLIED MATHEMATICS

Gristchak V. Z., Rudenko D. O. <i>HYBRID ASYMPTOTIC APPROACH TO SOLVING NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS IN THE PRESENCE OF THE δ-FUNCTION</i>	5
Dzundza N. S., Zinovieiev I. V. <i>PROBLEM ON THE ACTION OF A CONCENTRATED FORCE ON AN ELASTIC ORTHOTROPIC HALF-PLANE</i>	11

SECTION II. SOFTWARE ENGINEERING

Marchuk D. K. <i>DEVELOPMENT OF A LEARNING MODEL FOR OBJECT RECOGNITION FROM VIDEO STREAM FOR PARKING MANAGEMENT SYSTEMS</i>	19
Onufriienko D. M., Taranenko Yu. K. <i>FRactal IMAGE ANALYSIS OF WAVELET SPECTRA OF LINEAR FREQUENCY MODULATED SIGNALS</i>	25

SECTION III. COMPUTER SCIENCES

Andrushko A. M., Lobur M. V. <i>CRAFTING INNOVATION: NURTURING CREATIVE THINKING IN CAD ENGINEERING FOR FUTURE BREAKTHROUGHS</i>	36
Borysenko B. V. <i>METHODOLOGY FOR EARLY DETECTION OF POTENTIAL CHANNELS OF DAMAGE TO COMPUTER SYSTEMS</i>	46
Horelikova T. O., Choporov S. V. <i>ANALYSIS OF INFORMATION SECURITY METHODS AGAINST SUBSTITUTION AND DELETION BASED ON BLOCKCHAIN TECHNOLOGY</i>	54
Kolesnikov V. A. <i>VISUALIZATION OF HASH MAP DATA STRUCTURE</i>	66
Kryvyi Y. V., Lisnyak A. O. <i>MICROSERVICE ARCHITECTURE OF FINITE ELEMENT ANALYSIS SYSTEMS</i>	75
Stoliarova A. V., Baraou K. <i>ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF ALGORITHMS FOR SOLVING THE VISCOCLASTIC PROBLEM</i>	84
Yarosh A. O., Kudin O. V. <i>NEURAL NETWORK METHODS FOR SOLVING FORWARD AND INVERSE PROBLEMS</i>	92

РОЗДІЛ І. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

UDC 517.9

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-01>

HYBRID ASYMPTOTIC APPROACH TO SOLVING NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS IN THE PRESENCE OF THE δ -FUNCTION

Gristchak V. Z.

*Doctor of Technical Sciences, Professor,
Professor at the Department of Construction, Technical Aesthetics and Design
National Technical University "Dnipro Polytechnic"
Dmytro Yavornytskyi Ave., 19, Dnipro, Ukraine
orcid.org/0000-0001-8685-3191
Hryshchak.V.Z@nmu.one*

Rudenko D. O.

*Postgraduate Student
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0009-0007-8880-153X
dar.rudenko97@gmail.com*

Key words: δ -function, asymptotic method, hybrid approximation by perturbation and WKB-methods, variable coefficients, approximate analytical solution, singular nonlinear differential equation.

When design engineers are creating new design methods, it is important for them to have analytical dependencies to assess the impact of the parameters and external loads of the system under study on its stability and dynamic behaviour. This is used to create heterogeneous structures for aerospace engineering, the construction industry, and mechanical engineering. The solution of a large number of mathematical physics problems that boil down to the necessity of solving singular differential equations with variable discontinuity coefficients is often based on the use of numerical methods that do not allow for a qualitative analysis of the dependencies obtained. A feature of this work is the development of a hybrid WKB-Galyorkin asymptotic approach to the solution of nonlinear singular (with a "small" parameter at the older derivative) differential equations with variable discontinuous coefficients in the presence of a δ -function in the right-hand side. An approximate algorithm of analytical solution suitable for solving of mathematical physics applied problems using the perturbation method, which allows estimating the influence of the nonlinear component of the equation and computer algebra. is proposed. As an example, a nonlinear Duffing type differential equation with variable coefficients is considered. Particular attention is paid to the influence of the nature of the change in the coefficients of the main singular differential equation on the effect of the presence of a δ -function in the first derivative. Numerical results of analytical solutions (depending on the value of the parameters of the asymptotic development in two approximations) and comparison of the approximate analytical solution with the direct numerical solution of the problem under study are provided. Using computer algebra software package "Mathematica", graphs of the results of calculations of the main equation of the problem are constructed by the direct numerical integration and the hybrid asymptotic method.

ГІБРИДНИЙ АСИМПТОТИЧНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ЗА НАЯВНОСТІ δ -ФУНКЦІЇ

Гришак В. З.

*доктор технічних наук, професор,
професор кафедри конструювання, технічної естетики і дизайну
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»
просп. Дмитра Яворницького, 19, Дніпро, Україна
orcid.org/0000-0001-8685-3191
Hryshchak.V.Z@ntu.one*

Руденко Д. О.

*аспірантка
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0009-0007-8880-153X
dar.rudenko97@gmail.com*

Ключові слова: δ -функція, асимптотичний метод, гібридна апроксимація за методами збурення та ВКБ, змінні коефіцієнти, наближений аналітичний розв'язок, сингулярне нелінійне диференціальне рівняння.

Для інженерів-конструкторів у створенні нових методів проектування важливо, щоб існували аналітичні залежності для оцінки впливу параметрів і зовнішніх навантажень досліджуваної системи на її стабільність і динамічну поведінку. Це використовується у створенні неоднорідних конструкцій аерокосмічної техніки, будівельної промисловості, машинобудування. Вирішення великої кількості задач математичної фізики, що зводяться до необхідності розв'язання сингулярних диференціальних рівнянь зі змінними розривними коефіцієнтами, частіше за все базуються на застосуванні чисельних методів, які не дозволяють якісно проаналізувати отримані залежності. Особливістю роботи є розвиток гібридного ВКБ-Гальоркін асимптотичного підходу до розв'язку нелінійних сингулярних (із «малим» параметром при старшій похідній) диференціальних рівнянь зі змінними розривними коефіцієнтами за наявності δ -функції у правій частині зі створенням алгоритму наближеного аналітичного розв'язку, придатного до вирішення прикладних задач математичної фізики із застосуванням методу збурення, який дозволяє оцінити вплив нелінійної складової частини рівняння, та комп'ютерної алгебри. Як приклад розглядається нелінійне диференціальне рівняння типу Дюффінга. Особлива увага приділена впливу характеру зміни коефіцієнтів основного сингулярного диференціального рівняння на ефект наявності δ -функції при першій похідній. Надані чисельні результати аналітичних розв'язків (залежно від величини параметрів асимптотичного розвинення у двох наближеннях) і порівняння наближеного аналітичного розв'язку із прямим чисельним розв'язком досліджуваної задачі. Із використанням програми комп'ютерної алгебри «Mathematica» побудовані графіки результатів обчислень основного рівняння задачі за прямим чисельним інтегруванням і гібридним асимптотичним методом.

Introduction. Numerical calculation methods, which are often used to construct new structures with variable parameters dependent on coordinates and time, for example, multilayer plates and shells of revolution made of variable mass composite materials, which are subjected to external pressure dependent

on time, do not provide reliable analytical results and require a significant amount of computer time. Therefore, the exact solution of nonlinear singular differential equations with variable coefficients and δ -function, with the help of which such structures are built, is an urgent problem for the theory of

differential equations. As a result, in recent years, for the analytical solution of such problems, hybrid asymptotic methods based on perturbation methods and phase integrals (WKB method) have been used [1–10], which make it possible to construct fairly accurate approximations that do not depend on the value of the parameters in the first derivative. The purpose of the research is to create an algorithm for an approximate analytical solution of the equation. The object of the study is a non-homogeneous nonlinear differential equation with variable coefficients and a δ -function on the right-hand side.

1. Formulation of the problem of solving a nonlinear differential equation with a δ -function on the right-hand side. Approximate analytical solution using the hybrid asymptotic approach.

The basic differential equation of the problem of the dynamics of systems with discrete-continuous characteristics and time-varying coefficients in a nonlinear formulation has the form:

$$y''(t) + \alpha(t)y'(t) + \omega^2(t)y(t) = -N(t)y^3(t) - \gamma(t)y'(t)\delta(t-t_0), \quad (1)$$

where $\omega(t) = \omega_0 \beta(t)$.

Dividing both parts of the equation by ω_0^2 , we have:

$$\varepsilon^2 [y''(t) + \alpha(t)y'(t)] + \beta(t)y(t) = -\bar{N}(t)y^3(t) - \bar{\gamma}(t)y'(t)\delta(t-t_0), \quad (2)$$

where $\varepsilon^2 = \frac{1}{\omega_0^2} \ll 1$,

$\omega_0^2 \gg 1$ – natural oscillation frequency,

$\delta(t-t_0)$ – the Dirac function,

$\bar{N} = \mu \bar{N}_0(t)$,

μ – nonlinearity parameter ($\mu < 0$).

The resulting equation is a prototype of the Duffing differential equation with cubic nonlinearity. To solve such an equation, we will use the hybrid asymptotic approach. Using the perturbation method, we present the function $y(t)$ in the form of an asymptotic series according to the parameter μ :

$$y(t) = y_0(t) + \mu y_1(t) + \mu^2 y_2(t) + \dots = \sum_{i=0}^n \mu^i y_i(t). \quad (3)$$

We obtain the equation in the first approximation after substituting equation (3) into equation (2):

$$\varepsilon^2 [y_0''(t) + \alpha(t)y_0'(t)] + \beta(t)y_0(t) = -\bar{\gamma}(t)y_0'(t)\delta(t-t_0). \quad (4)$$

Using the WKB method (method of phase integrals), the homogeneous equation is:

$$\varepsilon^2 [y_0''(t) + \alpha(t)y_0'(t)] + \beta(t)y_0(t) = 0 \quad (5)$$

and solution will be obtained in the form:

$$y_0(t) = C_1 \exp \left[\int \left(i\varepsilon^{-1} \beta^{1/2}(t) - \frac{\alpha(t)}{2} \frac{\Phi_0'(t)}{\Phi_0(t)} \right) dt \right] + C_2 \exp \left[\int \left(-i\varepsilon^{-1} \beta^{1/2}(t) - \frac{\alpha(t)}{2} \frac{\Phi_0'(t)}{\Phi_0(t)} \right) dt \right]. \quad (6)$$

Considering that:

$$\Phi_{01,2}(t) = \pm i \beta^{1/2}(t) \quad (7)$$

solution (6) can be represented in the form:

$$y_0(t) = \exp \left[\frac{1}{4} \int \alpha(t) \frac{\beta'(t)}{\beta(t)} dt \right] \cdot [C_1 \cos(k(t)) + C_2 \sin(k(t))], \quad (8)$$

where $k(t) = \int \varepsilon^{-1} \beta^{1/2}(t) dt$. (9)

Solution (8) is simplified if $\alpha(t) = 0$. We use a hybrid approach:

$$y_0(t) = C_1 \cos(k(t)) + C_2 \sin(k(t)). \quad (10)$$

The method of variation of arbitrary constants makes it possible to obtain a solution of the inhomogeneous equation (4):

$$y_0(t) = C_1(t) \cos(k(t)) + C_2(t) \sin(k(t)). \quad (11)$$

To find the constants $C_1(t)$ and $C_2(t)$, we substitute (11) in (4), we have the first derivative:

$$y_0'(t) = k'(t) [-C_1(t) \sin(k(t)) + C_2(t) \cos(k(t))] + C_1'(t) \cos(k(t)) + C_2'(t) \sin(k(t)) \quad (12)$$

The second derivative has the form:

$$y_0''(t) = k''(t) [-C_1(t) \sin(k(t)) + C_2(t) \cos(k(t))] + k'(t) [-C_1'(t) \sin(k(t)) + C_2'(t) \cos(k(t))] + k'^2(t) [-C_1(t) \cos(k(t)) - C_2(t) \sin(k(t))]. \quad (13)$$

Provided that:

$$k'(t) = \frac{\beta^{1/2}(t)}{\varepsilon} \quad (14)$$

we substitute (11), (12) and (13) into equation (4):

$$\varepsilon^2 \left[\begin{aligned} & k''(t) [-C_1(t) \sin(k(t)) + C_2(t) \cos(k(t))] + \\ & + k'(t) [-C_1'(t) \sin(k(t)) + C_2'(t) \cos(k(t))] + \\ & + k'^2(t) [-C_1(t) \cos(k(t)) - C_2(t) \sin(k(t))] \end{aligned} \right] + \alpha(t) \left[\begin{aligned} & k'(t) [-C_1(t) \sin(k(t)) + C_2(t) \cos(k(t))] + \\ & + C_1'(t) \cos(k(t)) + C_2'(t) \sin(k(t)) \end{aligned} \right] = -\bar{\gamma}(t) [C_1(t) \cos(k(t)) + C_2(t) \sin(k(t))] \quad (15)$$

After some simplifications we obtain a system of algebraic equations for finding the unknown constants $C_1(t)$ and $C_2(t)$, provided that $k''(t)$ can be neglected:

$$\begin{cases} C_1'(t)\cos(k(t)) + C_2'(t)\sin(k(t)) = 0 \\ -C_1'(t)\sin(k(t)) + C_2'(t)\cos(k(t)) = F(t) \end{cases} \quad (16)$$

where $F(t) = -\frac{\bar{\gamma}(t)}{k'(t)} y_0'(t) \delta(t-t_0)$. (17)

We find the functions $C_1(t)$ and $C_2(t)$, taking into account the properties of the Dirac δ -function and the function $F(t)$:

$$\begin{aligned} C_1(t) &= \gamma_1(t_0) y_0'(t_0), \\ C_2(t) &= \gamma_2(t_0) y_0'(t_0), \end{aligned} \quad (18)$$

where $\gamma_1(t_0) = \frac{\bar{\gamma}(t_0)\sin(k(t_0))}{k'(t_0)}$,

$$\gamma_2(t_0) = \frac{\bar{\gamma}(t_0)\cos(k(t_0))}{k'(t_0)}. \quad (19)$$

Therefore, the general solution of the linear inhomogeneous problem in the first approximation has the form:

$$\begin{aligned} y_0(t) &= \cos(k(t)) [C_1 + \gamma_1(t_0) y_0'(t_0)] + \\ &+ \sin(k(t)) [C_2 - \gamma_2(t_0) y_0'(t_0)]. \end{aligned} \quad (20)$$

Then the function of the main equation in the second is approximated by the parameter μ :

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \cos(k(t)) [d_1 + \int \tilde{N}_{0_1}(t) dt + \gamma_1(t_0) y_0'(t_0)] + \\ &+ \sin(k(t)) [d_2 - \int \tilde{N}_{0_2}(t) dt + \gamma_2(t_0) y_0'(t_0)], \end{aligned} \quad (21)$$

where $\tilde{N}_{0_1}(t) = \bar{N}_0 \sin(k(t))$,

$$\tilde{N}_{0_2}(t) = \bar{N}_0 \cos(k(t)). \quad (22)$$

The general solution of the nonlinear differential equation (1) will have the form:

$$\begin{aligned} y(t) &= y_0(t) + \mu y_1(t) = \cos(k(t)) [C_1 + \gamma_1(t_0) y_0'(t_0)] + \\ &\sin(k(t)) [C_2 + \gamma_2(t_0) y_0'(t_0)] + \\ &\mu \left\{ \begin{aligned} &\cos(k(t)) [d_1 + \gamma_1(t_0) y_0'(t_0) + \int \tilde{N}_{0_1}(t) dt] + \\ &+ \sin(k(t)) [d_2 - \gamma_2(t_0) y_0'(t_0) - \int \tilde{N}_{0_2}(t) dt] \end{aligned} \right\} = \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &= \cos(k(t)) \{ \bar{C}_1 + (1+\mu) \gamma_1(t_0) y_0'(t_0) + \mu \int \tilde{N}_{0_1}(t) dt \} + \\ &+ \sin(k(t)) \{ \bar{C}_2 - (1+\mu) \gamma_2(t_0) y_0'(t_0) - \mu \int \tilde{N}_{0_2}(t) dt \}, \end{aligned}$$

where $\bar{C}_1 = C_1 + \mu d_1$,

$$\bar{C}_2 = C_2 + \mu d_2. \quad (24)$$

2. Numerical solution of the main differential equation of the problem. Comparison with the analytical solution.

As an example of a numerical solution, a differential equation of the form is considered:

$$\varepsilon^2 y''(t) + \beta(t) y(t) = -\bar{\gamma}(t) y'(t) \delta(t-t_0). \quad (25)$$

We set the functions $\beta(t)$ and $\bar{\gamma}(t)$:

$$\beta(t) = t^2,$$

$$\bar{\gamma}(t) = t. \quad (26)$$

The corresponding homogeneous equation takes the form:

$$\varepsilon^2 y_o''(t) + t^2 y_o(t) = 0 \quad (27)$$

under initial conditions:

$$\begin{aligned} y_o(0) &= 1, \\ y_o'(0) &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

has a solution:

$$y_o(t) = \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right]. \quad (29)$$

Then the solution of the linear inhomogeneous problem has the form:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0(t) &= \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \left\{ C_1 + \gamma_1(t_0) \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \right\} + \\ &+ \sin\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \left\{ C_2 - \gamma_2(t_0) \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Provided that

$$\gamma_1(t_0) = \varepsilon \sin\left(\frac{t_0^2}{2\varepsilon}\right),$$

$$\gamma_2(t_0) = \varepsilon \cos\left(\frac{t_0^2}{2\varepsilon}\right) \quad (31)$$

the solution will be written as:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0(t) &= \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \left\{ C_1 + \varepsilon \sin\left[\frac{t_0^2}{2\varepsilon}\right] \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \right\} + \\ &+ \sin\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \left\{ C_2 - \varepsilon \cos\left[\frac{t_0^2}{2\varepsilon}\right] \cos\left[\frac{t^2}{2\varepsilon}\right] \right\}. \end{aligned} \quad (32)$$

If $t_0 = 0,5$ and $\varepsilon = 0,1$, we present the solution in the form:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0(t) &= \cos[5t^2] \{ C_1 + 0,095 \cos[5t^2] \} + \\ &+ \sin[5t^2] \{ C_2 - 0,032 \cos[5t^2] \}. \end{aligned} \quad (33)$$

To find the coefficients C_1 and C_2 , we substitute the initial conditions. The final solution of the equation has the form:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_0(t) &= \cos[5t^2] \{ 0,905 + 0,095 \cos[5t^2] \} + \\ &+ \sin[5t^2] \{ -0,032 \cos[5t^2] \}. \end{aligned} \quad (34)$$

Figures 1–4 present the results of calculations using the hybrid asymptotic method and direct numerical integration of the main equation of the problem using computer algebra based on the “Mathematics” software package:

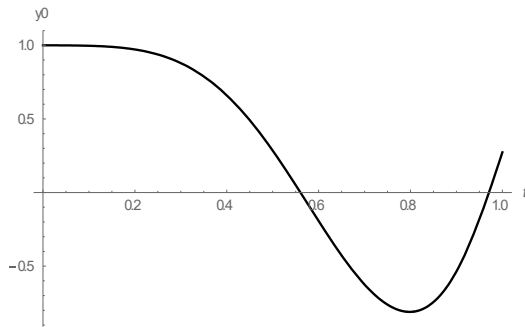


Fig. 1. The solution of the equation obtained on the basis of the hybrid asymptotic method ($\varepsilon = 0,1$)

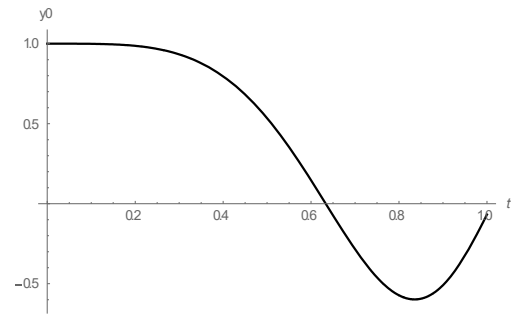


Fig. 2. Solution of the equation obtained on the basis of direct numerical integration ($\varepsilon = 0,1$)

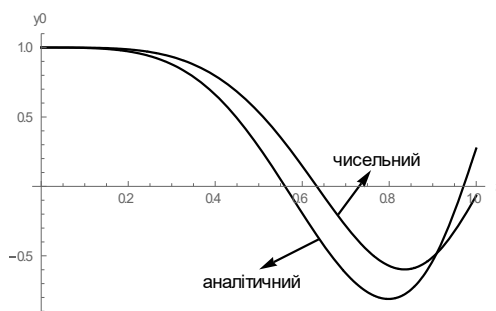


Fig. 3. Comparison of approximate analytical and numerical solutions for $\varepsilon = 0,1$

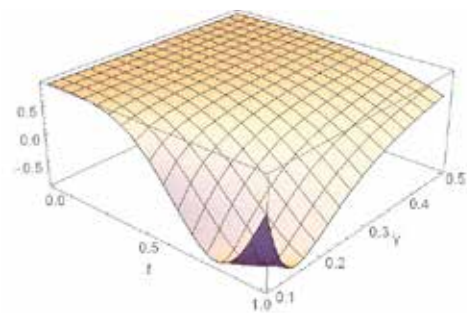


Fig. 4. Three-dimensional dependence of the solution on a small parameter ε

Conclusion. An approximate analytical solution in two approximations of an inhomogeneous differential equation with variable coefficients and a δ -function is presented. Sufficient convergence of numerical results based on approximate analytical and direct numerical calculations is shown. From the point of

view of further development of this approach, it is considered expedient to study the influence of the presence of the δ -function and the nature of the nonlinearity (with the possible existence of “turning points”) on the solution of singular differential equations with variable coefficients.

BIBLIOGRAPHY

1. Bologna M. Exact analytical approach to differential equations with variable coefficients. *The European Physical Journal Plus*. 2016. Vol. 131, no. 11.
2. Герасімов Т. С., Грищак В. З. Про підходи до розв'язання диференціального рівняння другого порядку із точкою повороту, засновані на використанні гібридних методів. Ч. 1. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2002. № 3. С. 25–33.
3. Грищак В. З. Гібридні асимптотичні методи та техніка їх застосування. Запоріжжя : ЗНУ, 2009. 226 с.
4. Грищак В. З. Про ефективність гібридних асимптотичних методів у прикладних задачах математичної фізики. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. Дніпро, 2012. Вип. 19. С. 80–88.
5. Грищак В. З., Руденко Д. О. Силові коливання нелінійної механічної системи із залежністю параметрів від часу при нелінійному демпфуванні та випадковому зовнішньому навантаженні. *«Розробка та дизайн сучасних матеріалів і виробів»* : Друга Міжнародна науково-практична конференція, м. Дніпро, 9–10 листопада 2023 р. Дніпро, 2023.
6. Heading J. *An Introduction to Phase-Integral Methods*. New York : Dover Publications, 2013. 174 p.
7. Olver F. V. The asymptotic solution of linear differential equations of the second order for large values of a parameter and the asymptotic expansion of Bessel function of a large order. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*. London, 1954. Vol. 247. P. 307–327.

8. Руденко Д. О., Гришчак В. З. Асимптотичний розв'язок диференціальних рівнянь другого порядку зі змінними коефіцієнтами з нелінійністю у першій похідній. *Молода наука – 2019* : Збірник наукових праць студентів, аспірантів і молодих вчених, у 5 т., м. Запоріжжя, 15–17 квітня 2019 р. Запоріжжя, 2019. Т. 1. С. 52–53.
9. Руденко Д. О., Гришчак В. З. Вплив параметру нелінійності першої похідної до розв'язку диференціальних рівнянь другого порядку зі змінними коефіцієнтами. *Актуальні проблеми математики та інформатики* : Збірка тез доповідей Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників, м. Запоріжжя, 25–26 квітня 2019 р. Запоріжжя, 2019. С. 120–121.
10. Wells G. N., Kuhl E., Garikipati K. A discontinuous Galerkin method for the Cahn–Hilliard equation. *Journal of Computational Physics*. 2006. Vol. 218. P. 860–877.

REFERENCES

1. Bologna, M. (2016). Exact analytical approach to differential equations with variable coefficients. *The European Physical Journal Plus*, 131(11).
2. Gerasimov, T. S., Gristchak, V. Z. (2002). On approaches to solving a second-order differential equation with a turning point, based on the use of hybrid methods. P. 1. *Visnyk Zaporizhzhya National University*, (3), 25–33.
3. Gristchak, V. Z. (2009). *A Hybrid Asymptotic Methods and Technique of Application*. Zaporizhzhia National University.
4. Gristchak, V. Z. (2012). On the efficiency of hybrid asymptotic methods in applied problems of mathematical physics. *Problems of computational mechanics and strength of structures*, (19), 80–88.
5. Gristchak, V. Z., Rudenko, D. O. (2023). Force Vibration of Nonlinear Mechanical System, with Parameters Dependency upon Time, at Present of Nonlinear Damping and Casual External Loading. *2-nd International Scientific and Practical Conference “Development and Design of Modern Materials and Products”*. National Technical University “Dnipro Polytechnic”.
6. Heading, J. (2013). *An Introduction to Phase-Integral Methods*. Dover Publications.
7. Olver, F. V. (1954). The asymptotic solution of linear differential equations of the second order for large values of a parameter and the asymptotic expansion of Bessel function of a large order. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, (247), 307–327.
8. Rudenko, D. O., Gristchak, V. Z. (2019). Asymptotic solution of differential equations of the second order with variable coefficients with nonlinearity in the first derivative. *Young Science – 2019: Collection of scientific works of students, graduate students and young scientists, in 5 volumes* (p. 52–53). Zaporizhzhia National University. (in Ukrainian).
9. Rudenko, D. O., Gristchak, V. Z. (2019). Influence of the nonlinearity parameter of the first derivative on the solution of second-order differential equations with variable coefficients. *Current issues of mathematics and computer science: Collection of abstracts of the Tenth All-Ukrainian, seventeenth regional scientific conference of young researchers* (p. 120–121). Zaporizhzhia National University. (in Ukrainian).
10. Wells, G. N., Kuhl, E., Garikipati, K. (2006). A discontinuous Galerkin method for the Cahn–Hilliard equation. *Journal of Computational Physics*, (218), 860–877.

ЗАДАЧА ПРО ДІЮ ЗОСЕРЕДЖЕНОЇ СИЛИ НА ПРУЖНУ ОРТОТРОПНУ ПІВПЛОЩИНУ

Дзундза Н. С.

*аспірантка кафедри загальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0003-4075-474X
natalii.dzundza@gmail.com*

Зіновєєв І. В.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
завідувач кафедри загальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-7392-2327
zinoveyev@gmail.com*

Ключові слова: пружна ортотропна півплощина, плоска деформація, напружено-деформівний стан, зосереджена сила, функція напружень, інтегральне перетворення Фур'є.

Розглядається перша основна гранична задача лінійної теорії пружності про дію зосередженої сили нормальної до поверхні пружної однорідної, суцільної ортотропної півплощини в умовах плоскої деформації. На нескінченності напруження прямують до нуля. Необхідно визначити напруження та переміщення у довільній точці півплощини.

Розв'язок поставленої граничної задачі для ортотропної півплощини шукається у просторі трансформант одновимірного інтегрального перетворення Фур'є. Всі основні рівняння задачі та граничні умови піддаються прямому перетворенню одновимірного інтегрального перетворення Фур'є.

Розв'язання сформульованої плоскої задачі базується на побудові трансформанти Фур'є функції напружень, яка задовольняє відповідному аналогу бігармонічного диференціального рівняння у просторі трансформант для випадку ортотропного матеріалу.

Вигляд трансформанти функції напружень залежить від значень пружних сталих ортотропного матеріалу, а саме від значень коренів отриманого у просторі трансформант характеристичного рівняння. Розглянуто один із трьох можливих випадків.

Трансформанти напружень і переміщень точок півплощини виражаються через трансформанту функції напружень, яка виражається через чотири допоміжні функції, пов'язані з навантаженнями на поверхні півплощини. З умов на межі знаходяться дві з чотирьох допоміжних функцій, а з умов на нескінченності встановлюється зв'язок між двома іншими.

Проведено дослідження поведінки трансформант напружень на нескінченності, внаслідок якого отримано умови, що забезпечуються скінченність напружень і переміщень.

Після застосування оберненого інтегрального перетворення Фур'є до отриманих виразів для трансформант визначаються істинні значення напружень і переміщень у точках ортотропної півплощини.

Наведено розв'язки для конкретних випадків і за побудованими графіками напружень і переміщень у півплощині проведено аналіз числових результатів, контроль виконання граничних умов. Отримані розрахунки свідчать про адекватність результатів і логічність застосування обраного методу для розв'язання поставленої задачі.

PROBLEM ON THE ACTION OF A CONCENTRATED FORCE ON AN ELASTIC ORTHOTROPIC HALF-PLANE

Dzundza N. S.

*Postgraduate Student at the Department of General Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0003-4075-474X
natalii.dzundza@gmail.com*

Zinovieiev I. V.

*Philosophy Doctor of Mathematical Sciences, Associate Professor,
Head of the Department of General Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-7392-2327
zinoveyev@gmail.com*

Key words: *elastic orthotropic half-plane, plane deformation, stress-strain state, concentrated force, stress function, integral Fourier transform.*

We consider the first basic boundary value problem of the linear theory of elasticity on the action of a concentrated force normal to the surface of an elastic homogeneous, continuous orthotropic half-plane under plane deformation. At infinity, the stresses tend to zero. You need to determine the stresses and displacements at an arbitrary point in the half-plane.

The solution to the boundary value problem for an orthotropic half-plane is sought in the space of transformants of the one-dimensional Fourier integral transform. All the basic equations of the problem and boundary conditions are directly transformed by the one-dimensional integral Fourier transform.

The solution of the formulated plane problem is based on the construction of the Fourier transform of the stress function, which satisfies the corresponding analog of the biharmonic differential equation in the transform space for the case of an orthotropic material.

The appearance of the transformant of the stress function depends on the values of the elastic constants of the orthotropic material, namely, on the values of the roots of the characteristic equation obtained in the space of transformants. One of three possible cases is considered.

The transformants of stresses and displacements of points of the half-plane are expressed through the transformant of the stress function, which in turn is expressed through four auxiliary functions associated with the loads on the surface of the half-plane.

Two of the four auxiliary functions are found from the boundary conditions, and the connection between the other two is established from the conditions at infinity.

The behavior of the stress transforms at infinity is studied, as a result of which the conditions that ensure the finiteness of stresses and displacements are obtained.

After applying the inverse integral Fourier transform to the obtained expressions for the transformants, the true values of stresses and displacements at points of the orthotropic half-plane are determined.

The solutions for specific cases are presented, and the numerical results are analyzed and the fulfillment of boundary conditions is monitored based on the plots of stresses and displacements in the half-plane. The obtained calculations indicate the adequacy of the results and the logical application of the chosen method for solving the problem.

Вступ. Досить часто у будівельній механіці виникає задача про визначення напруженого стану пружної півплощини під дією зосередженої сили, наприклад для знаходження напружень у ґрунтах, тунелях, підземних спорудах, для розрахунку фундаментів тощо.

У статті [1] розв'язано задачу про дію об'ємного зосередженого навантаження на пружну ізотропну півплощину з використанням інтегрального перетворення Фур'є. У [2] наведено ітераційний алгоритм для розв'язку задачі про визначення напружено-деформівного стану ізотропної пластини із тріщиною, що знаходиться під дією зосередженої сили. Розглянутий метод дозволяє визначити напружено-деформівний стан в околиці вершини тріщини та на великій відстані від неї.

У [3] проаналізовано задачу контакту гумової виїмки із жорстким клином, для якої виведено та розв'язано основні рівняння деформації поблизу кута надрізу. Розглянуто випадок, коли напівгумова площина контактує з жорстким клином, для якого отримано повністю аналітичні розв'язки як для сектора, що розширюється, так і для сектора, що стискається. У роботі [4] наведено аналітичний розв'язок задачі Фламана за допомогою однопараметричного групового перетворення бігармонічного рівняння, що дозволяє враховувати сингулярне навантаження безпосередньо за допомогою дельта-функції Дірака.

Цікавим є застосування задачі Фламана до дослідження процесів руйнування цілісності поверхні плоду кісточкових культур при обробці [5]. Математична модель розглянутого процесу зводиться до розв'язання рівнянь теорії пружності визначення плоского напружено-деформівного стану півплощини матеріалу плоду під дією нормальної зосередженої сили за допомогою інтегрального перетворення Фур'є.

У розглянутих роботах задача Фламана досліджується тільки для ізотропних матеріалів, але реальні матеріали краще можуть бути описані анізотропними моделями, зокрема ортотропними. Для ортотропних матеріалів клас розв'язаних задач набагато менший, ніж для ізотропних. Поставимо за мету побудувати розв'язок задачі про дію зосередженої сили на пружну ортотропну півплощину.

Постановка задачі. Розглядається перша основна гранична задача лінійної теорії пружності про дію зосередженої сили нормальної до денної поверхні пружної однорідної, суцільної ортотропної півплощини в умовах плоскої деформації. На нескінченності напруження прямують до нуля. Потрібно визначити напруження та переміщення у довільній точці півплощини. Для побудови математичної моделі поставленої задачі та її

подальшого дослідження віднесемо тіло до прямокутної декартової системи координат, як показано на рис. 1.

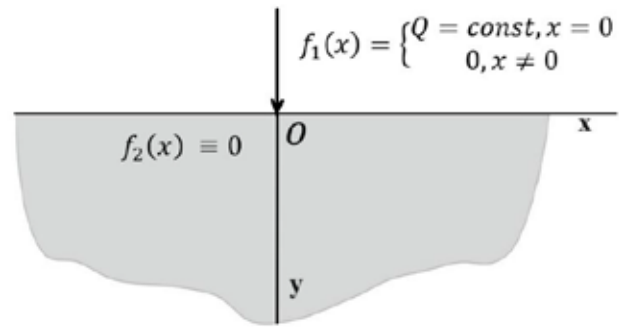


Рис. 1. Постановка задачі

Тоді півплощина буде займати область:

$G(x, y): \left\{ \begin{array}{l} -\infty < x < +\infty, \\ -\infty < y \leq 0 \end{array} \right\}$. Матеріал півплощини характеризується модулями пружності $E_x, E_y, \nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}, \nu_{zy}$.

У точці з координатами $(0, 0)$ діє зосереджене нормальне навантаження:

$$\begin{aligned} \sigma_y(x, 0) &= f_1(x) = \\ &= \begin{cases} Q = const, x = 0 \\ 0, x \neq 0 \end{cases}, \tau_{xy}(x, 0) = f_2(x) \equiv 0. \end{aligned} \quad (1)$$

На нескінченності напруження прямують до нуля:

$$\begin{aligned} \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} \sigma_x(x, y) &= 0, \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} \sigma_y(x, y) = \\ &= 0, \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} \tau_{xy}(x, y) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Потрібно визначити напруження $\sigma_x(x, y), \sigma_y(x, y), \tau_{xy}(x, y)$ та переміщення $u_x(x, y), u_y(x, y)$ у довільній точці півплощини.

Методи. Розв'язання поставленої задачі будемо проводити, спираючись на схему, наведену в [6].

Розв'язок шукається у просторі трансформант одновимірного інтегрального перетворення Фур'є [7] з використанням трансформанти функції напружень.

Наведемо схему розв'язання задачі для ортотропної півплощини: 1) знаходиться трансформанта функції напружень; 2) знаходяться трансформанти напружень і переміщень із урахуванням граничних умов та умов на нескінченності; 3) до отриманих виразів трансформант Фур'є напружень і переміщень шару застосовується обернене інтегральне перетворення Фур'є; 4) перевірка адекватності отриманих результатів.

Розв'язок поставленої задачі будемо з використанням функції напружень $\phi(x, y)$, яка є

розв'язком бігармонічного рівняння (3) плоскої теорії пружності для ортотропного матеріалу [8]:

$$\frac{1 - \nu_{yz} \cdot \nu_{zy}}{E_y} \cdot \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \left(\frac{1 + \sqrt{\nu_{xy} \cdot \nu_{yx}}}{\sqrt{E_x \cdot E_y}} - \frac{\nu_{xy} + \nu_{xz} \cdot \nu_{zy}}{E_y} \right) \cdot \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1 - \nu_{xz} \cdot \nu_{zx}}{E_x} \cdot \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0, \quad (3)$$

де $\nu_{xz}, \nu_{xy}, \nu_{yz}, \nu_{zy}, E_x, E_y$ – пружні константи матеріалу шару.

Функції напружень і переміщень точок півплощини пов'язані із функцією напружень $\varphi = \varphi(x, y)$ співвідношеннями (4):

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y},$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = c_{11} \sigma_x - c_{12} \sigma_y, \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} = c_{33} \tau_{xy}, \quad (4)$$

де $c_{11} = \frac{1 - \nu_{xz} \cdot \nu_{zx}}{E_x}, c_{12} = \frac{\nu_{xy} + \nu_{xz} \cdot \nu_{zy}}{E_y},$

$$c_{33} = \frac{2 \cdot (1 + \sqrt{\nu_{xy} \cdot \nu_{yx}})}{\sqrt{E_x \cdot E_y}} - \text{константи пружності у}$$

законі Гука для ортотропного матеріалу [9].

Співвідношення (1) – (4) піддаємо одновимірному інтегральному перетворенню Фур'є. Внаслідок цього переходимо до задачі у просторі трансформант Фур'є.

Запишемо отримані аналоги у просторі трансформант співвідношень (1) – (4):

$$\overline{\sigma_y}(\xi, 0) = \overline{f_1}(\xi), \overline{\tau_{xy}}(\xi, 0) = 0; \quad (1')$$

$$\lim_{y \rightarrow -\infty} \overline{\sigma_x}(\xi, y) = 0, \lim_{y \rightarrow -\infty} \overline{\sigma_y}(\xi, y) = 0,$$

$$\lim_{y \rightarrow -\infty} \overline{\tau_{xy}}(\xi, y) = 0; \quad (2')$$

$$\overline{\sigma_x}(\xi, y) = \frac{\partial^2 \overline{\varphi}}{\partial y^2}, \overline{\sigma_y}(\xi, y) = -\xi^2 \overline{\varphi}, \overline{\tau_{xy}}(\xi, y) = i\xi \cdot \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial y},$$

$$\overline{u_x}(\xi, y) = \frac{i}{\xi} (c_{11} \overline{\sigma_x}(\xi, y) - c_{12} \overline{\sigma_y}(\xi, y)), \quad (3')$$

$$\overline{u_y}(\xi, y) = \frac{i}{\xi} \left(c_{33} \overline{\tau_{xy}}(\xi, y) - \frac{d\overline{u_x}}{dy} \right);$$

$$A_1 \cdot \frac{d^4 \overline{\varphi}}{dy^4} - 2A_3 \xi^2 \cdot \frac{d^2 \overline{\varphi}}{dy^2} + A_2 \xi^4 \cdot \overline{\varphi} = 0. \quad (4')$$

Тут $c_{11} = \frac{1 - \nu_{xz} \nu_{zx}}{E_x}, c_{22} = \frac{1 - \nu_{yz} \nu_{zy}}{E_y}, c_{33} = \frac{1}{G_{xy}},$

$$c_{12} = \frac{\nu_{xy} + \nu_{xz} \nu_{zy}}{E_y}, G_{xy} = \frac{\sqrt{E_x \cdot E_y}}{2(1 + \sqrt{\nu_{xy} \nu_{yx}})} - \text{константи}$$

пружності у законі Гука, $A_1 = c_{11}, A_2 = c_{22}, A_3 = 0,5c_{33} - c_{12}, \overline{\varphi} = \overline{\varphi}(\xi, y)$ – трансформанта Фур'є (5) по змінній x від $\varphi(x, y)$.

Перша формула визначає пряме одновимірне інтегральне перетворення Фур'є для функції $\varphi(x, y)$, друга – обернене.

$$\overline{\varphi}(\xi, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, y) \cdot e^{i\xi x} dx, \quad (5)$$

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\varphi}(\xi, y) \cdot e^{-i\xi x} d\xi.$$

Зауважимо, що рівняння (4') є звичайним диференціальним рівнянням четвертого порядку для кожного значення параметра ξ .

Вигляд трансформанти функції напружень залежить від значень коренів відповідного до (4') характеристичного рівняння.

Наведемо вирази, що відповідають цим випадкам, а саме:

1) $\frac{A_1 A_2}{A_3^2} > 1$, випадок двох пар комплексно спряжених коренів:

$$\overline{\varphi}(\xi, y) = (C \operatorname{ch}(ry\sqrt{a_1}) + A \operatorname{sh}(ry\sqrt{a_1})) \cdot \cos(ry\sqrt{a_2}) + (D \operatorname{ch}(ry\sqrt{a_1}) + B \operatorname{sh}(ry\sqrt{a_1})) \cdot \sin(ry\sqrt{a_2}), \quad (6)$$

де $r = |\xi|, \sqrt{a_1} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_3^2}} + 1 \right)},$

$$\sqrt{a_2} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_3^2}} - 1 \right)}, A = A(\xi), B = B(\xi),$$

$C = C(\xi), D = D(\xi)$ – невідомі функції параметру інтегрування.

2) $\frac{A_1 A_2}{A_3^2} = 1$, випадок із двома дійсними кратними коренями:

$$\overline{\varphi} = A \operatorname{sh}(ry\sqrt{a_1}) + B \sqrt{a_1} y \operatorname{sh}(ry\sqrt{a_1}) + C \operatorname{ch}(ry\sqrt{a_1}) + D \sqrt{a_1} y \operatorname{ch}(ry\sqrt{a_1}), \quad (7)$$

де $r = |\xi|, \sqrt{a_1} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}}, A, B, C, D$ – функції параметра ξ .

3) $\frac{A_1 A_2}{A_3^2} < 1$, випадок чотирьох дійсних однократних коренів

$$\overline{\varphi}(\xi, y) = A \operatorname{ch}(ry\sqrt{a_1}) + B \operatorname{sh}(ry\sqrt{a_1}) + C \operatorname{ch}(ry\sqrt{a_2}) + D \operatorname{sh}(ry\sqrt{a_2}), \quad (8)$$

де $r = |\xi|, \sqrt{a_1} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{A_1 A_2}{A_3^2}}}$,
 $\sqrt{a_2} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}} \cdot \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{A_1 A_2}{A_3^2}}}$.

Продемонструємо схему розв'язання для випадку двох дійсних кратних коренів.

Виразимо $\bar{\varphi}(\xi, y)$ через допоміжні функції $\alpha(\xi), \delta(\xi), \beta(\xi), \gamma(\xi)$ (9). пов'язані з умовами на верхній межі $y = 0$ півплощини [10]:

$$\alpha(\xi) = \bar{\sigma}_y \Big|_{y=0}, \delta(\xi) = -\frac{i\xi \cdot \bar{\tau}_{xy} \Big|_{y=0}}{r}, \quad (9)$$

$$\beta(\xi) = \frac{r u_y \Big|_{y=0}}{2a_1 c_{11}}, \gamma(\xi) = -\frac{i\xi \cdot \bar{u}_x \Big|_{y=0}}{2a_1 c_{11}},$$

$$\bar{\varphi} = \left(ry \cdot (a_1^2 c_{11} \alpha + a_1 c_{12} \alpha + 2a^2 c_{11} \gamma) + \right. \\ \left. + (3a_1 c_{11} + c_{12} - c_{33}) \delta - 2a_1 c_{11} \beta \right) \cdot \\ \cdot \frac{sh(ry\sqrt{a_1})}{2a_1 \sqrt{a_1} c_{11} r^2} - \frac{ch(ry\sqrt{a_1})}{2a_1 c_{11} r^2}. \quad (10)$$

$$\cdot (2a_1 c_{11} \alpha + ry(a_1 c_{11} \delta + c_{12} \delta - c_{33} \delta - 2a_1 c_{11} \beta)).$$

З умов (1') знаходимо $\alpha(\xi), \delta(\xi)$. Так як $\tau_{xy}(x, 0) = 0$ то і $\delta(\xi) = 0$. Щоб знайти $\alpha(\xi)$, замінимо зосереджену силу Q на еквівалентне рівномірно розподілене по області $[-a; a]$ навантаження з інтенсивністю $\frac{Q}{2a}$.

$$\sigma_y(x, 0) = \begin{cases} \frac{Q}{2a}, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

$$\alpha(\xi) = \lim_{a \rightarrow 0} \int_{-a}^a \frac{Q}{2a} \cdot e^{i\xi x} dx = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{Q}{2a} \cdot \frac{e^{i\xi a} - e^{-i\xi a}}{i\xi} \Big|_{-a}^a = \\ = \lim_{a \rightarrow 0} Q \frac{\sin(\xi a)}{\xi a} = Q.$$

Таким чином $\alpha(\xi) = Q$.

З урахуванням вище отриманих значень маємо:

$$\bar{\sigma}_x = ((a_1 c_{11} ry + c_{12} ry)Q + 2c_{11} \beta + 2a_1 c_{11} ry \gamma) \frac{\sqrt{a_1} sh(ry\sqrt{a_1})}{2c_{11}} + \\ + \frac{ch(ry\sqrt{a_1})}{2c_{11}} \cdot (2c_{12} Q + 2a_1 c_{11} ry \beta + 4a_1 c_{11} \gamma),$$

$$\bar{\sigma}_y = ((a_1 c_{11} ry + c_{12} ry)Q - 2c_{11} \beta + 2a_1 c_{11} ry \gamma) \cdot \\ \cdot \frac{sh(ry\sqrt{a_1})}{-2\sqrt{a_1} c_{11}} + ch(ry\sqrt{a_1}) \cdot (Q - ry \beta),$$

$$\bar{\tau}_{xy} = ((a_1 c_{11} - c_{12})Q - 2a_1 c_{11} ry \beta - 2a_1 c_{11} \gamma) \cdot \\ \cdot \frac{i\xi \cdot sh(ry\sqrt{a_1})}{-2\sqrt{a_1} c_{11} r} + \frac{i\xi \cdot ch(ry\sqrt{a_1})}{2c_{11} r}. \quad (11)$$

$$\cdot ((a_1 c_{11} ry + c_{12} ry)Q + 2a_1 c_{11} ry \gamma).$$

Аналогічно підставимо отримані вирази у трансформанти переміщень:

$$\bar{u}_x(\xi, y) = \left((a_1^2 c_{11}^2 ry + 2a_1 c_{11} c_{12} ry + c_{12}^2 ry)Q + \right. \\ \left. + 2a_1 c_{11}^2 \beta - 2c_{11} c_{12} \beta + 2a_1^2 c_{11}^2 ry \gamma + 2a_1 c_{11} c_{12} ry \gamma \right) \cdot \\ \cdot \frac{ish(ry\sqrt{a_1})}{2\sqrt{a_1} \xi c_{11}} + \frac{ich(ry\sqrt{a_1})}{\xi} \cdot (a_1 c_{11} ry \beta + c_{12} ry \beta + 2a_1 c_{11} \gamma),$$

$$\bar{u}_y(\xi, y) = \left((a_1^2 c_{11}^2 + 2a_1 c_{11} c_{12} + a_1 c_{11} c_{33} + c_{12}^2 - c_{12} c_{33})Q + \right. \\ \left. + 2a_1^2 c_{11}^2 ry \beta + 2a_1 c_{11} c_{12} ry \beta - 2a_1 c_{11} c_{33} ry \beta + \right. \\ \left. + 6a_1^2 c_{11}^2 \gamma + 2a_1 c_{11} c_{12} \gamma - 2a_1 c_{11} c_{33} \gamma \right) \cdot \\ \cdot \frac{sh(ry\sqrt{a_1})}{2\sqrt{a_1} c_{11} r} + \frac{ch(ry\sqrt{a_1})}{2c_{11} r}. \quad (12)$$

$$\cdot \left((a_1^2 c_{11}^2 ry + 2a_1 c_{11} c_{12} ry - a_1 c_{11} c_{33} ry + c_{12}^2 ry - c_{12} c_{33} ry)Q + \right. \\ \left. + 4a_1 c_{11}^2 \beta + 2a_1^2 c_{11}^2 ry \gamma + 2a_1 c_{11} c_{12} ry \gamma - 2a_1 c_{11} c_{33} ry \gamma \right).$$

Умови на нескінченності дозволяють встановити зв'язок між двома знайденими допоміжними функціями та $\beta(\xi), \gamma(\xi)$.

За умовою задачі при $y \rightarrow -\infty$ всі напруження прямують до нуля, тому і трансформанти шуканих величин також прямують до нуля при $y \rightarrow -\infty$.

Формули для трансформант напружень містять функції $sh(ry\sqrt{a_1}), ch(ry\sqrt{a_1})$ і $ry sh(ry\sqrt{a_1}), ry ch(ry\sqrt{a_1})$, кожна з яких при $r \neq 0$ і $y \rightarrow -\infty$ необмежено зростає, однак їх лінійні комбінації $\lambda sh(ry\sqrt{a_1}) + \mu ch(ry\sqrt{a_1})$ і $\tilde{\lambda} ry sh(ry\sqrt{a_1}) + \tilde{\mu} ry ch(ry\sqrt{a_1})$ повинні забезпечувати прямування до нуля при $y \rightarrow -\infty$.

Аналіз виразів для трансформант напружень дає можливість зробити висновок, що виконання цих умов можливе, якщо коефіцієнти при $e^{-ry\sqrt{a_1}}$ дорівнюють нулю. Звідки отримуємо $-\lambda + \mu = 0$ та $-\tilde{\lambda} + \tilde{\mu} = 0$

З яких ми отримуємо функції:

$$\beta(\xi) = \frac{2a_1 \sqrt{a_1} c_{11} \cdot \alpha(\xi) + (3a_1 c_{11} + c_{12} - c_{33}) \cdot \delta(\xi)}{2a_1 c_{11}} = Q \sqrt{a_1},$$

$$\gamma(\xi) = \frac{(a_1 c_{11} - c_{12}) \cdot \alpha(\xi) + 2\sqrt{a_1} c_{11} \cdot \delta(\xi)}{2a_1 c_{11}} = \\ = \frac{(a_1 c_{11} - c_{12}) \cdot Q}{2a_1 c_{11}}. \quad (13)$$

Отримані вирази (13) підставляємо у трансформанти напружень (11) і переміщень (12), отримуємо:

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_x}(\xi, y) &= Qe^{ry\sqrt{a_1}} a_1 (ry\sqrt{a_1} + 1), \\ \overline{\sigma_y}(\xi, y) &= -Qe^{ry\sqrt{a_1}} a_1 (ry\sqrt{a_1} - 1), \\ \overline{\tau_{xy}}(\xi, y) &= iQa_1 y \xi e^{ry\sqrt{a_1}}. \end{aligned} \quad (11')$$

$$\begin{aligned} \overline{u_x}(\xi, y) &= \frac{iQe^{ry\sqrt{a_1}} (a_1 \sqrt{a_1} c_{11} ry + a_1 c_{11} + \sqrt{a_1} c_{12} ry - c_{12})}{\xi}, \\ \overline{u_y}(\xi, y) &= \frac{Qe^{ry\sqrt{a_1}} a_1 (a_1 c_{11} ry + c_{12} ry - ry c_{33} + 2\sqrt{a_1} c_{11})}{r}, \end{aligned} \quad (12')$$

де $r = |\xi|, \sqrt{a_1} = \sqrt{\frac{A_3}{A_1}}$.

Остаточні вирази для трансформант (11'), (12') піддаємо оберненому інтегральному перетворенню й отримуємо істинні значення. В окремих випадках вдається отримати аналітичні вирази, у загальному випадку застосовується чисельне інтегрування.

Числові розрахунки. Розглянемо ортотропну півплощину, матеріал якої характеризується пружними константами

$$\begin{aligned} v_{xy} &= 0,26, \quad v_{xz} = 0,235, \quad v_{yz} = 0,17, \quad v_{zy} = 0,3, \\ E_x &= 1,73 \cdot 10^9 \text{ (Па)}, \quad E_y = 3,31 \cdot 10^9 \text{ (Па)}. \end{aligned}$$

Розглянемо зосереджене навантаження $\sigma_y(x, 0) = 2 \cdot 10^6$ (Па), $\tau_{xy}(x, 0) = 0$ (Па), які задано на межі $y = 0$. При $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$ напруження дорівнюють нулю.

Як бачимо з наведених розрахунків, найбільші значення в околі $x = 0$. При віддалені від нуля значення зменшуються. Отримані результати свідчать про виконання межових умов та умов на нескінченності.

Отримані результати для переміщень $u_x(x, y), u_y(x, y)$ демонструють симетричний характер деформування. Максимальні значення нормальних переміщень $u_y(x, y)$ відповідають лінії дії максимального нормального навантаження.

Висновки. Розглянуто підхід розв'язання першої основної граничної задачі теорії пружності про дію зосередженої сили на ортотропну півплощину, що базується на застосуванні методу одновимірного інтегрального перетворення Фур'є до функції напружень.

На базі отриманих аналітичних розв'язків для ортотропної півплощини були зроблені числові розрахунки, побудовані графіки та виконаний їх аналіз. Отримані розрахунки свідчать про адекватність результатів і логічність застосування зворотного методу для розв'язання поставленої задачі.

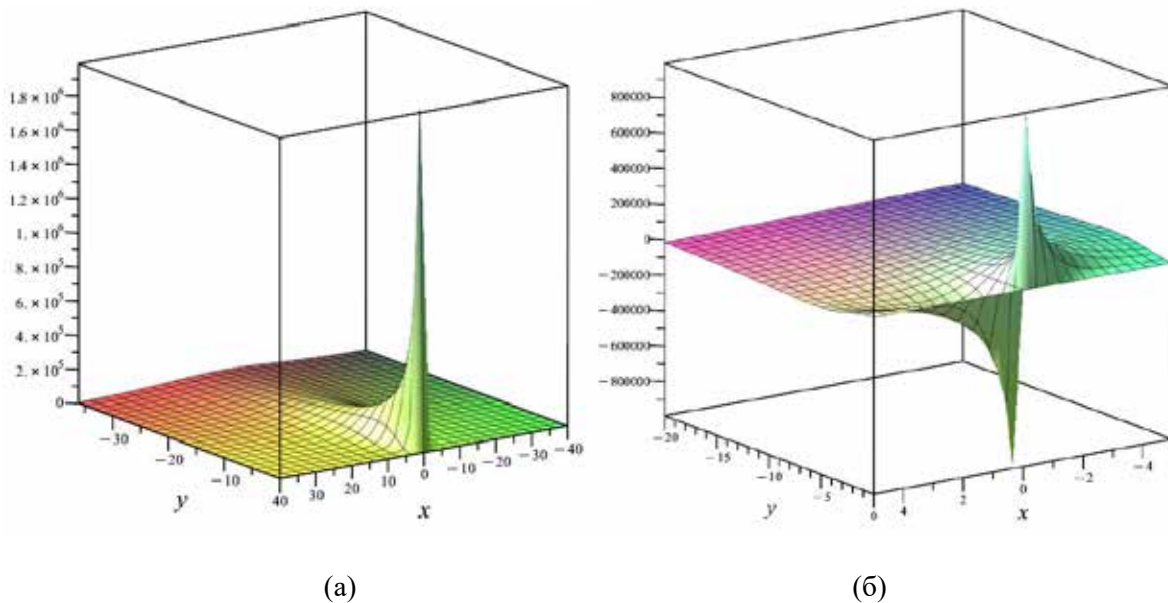


Рис. 2. Значення напружень $\sigma_y(x, y)$ (а), $\tau_{xy}(x, y)$ (б)

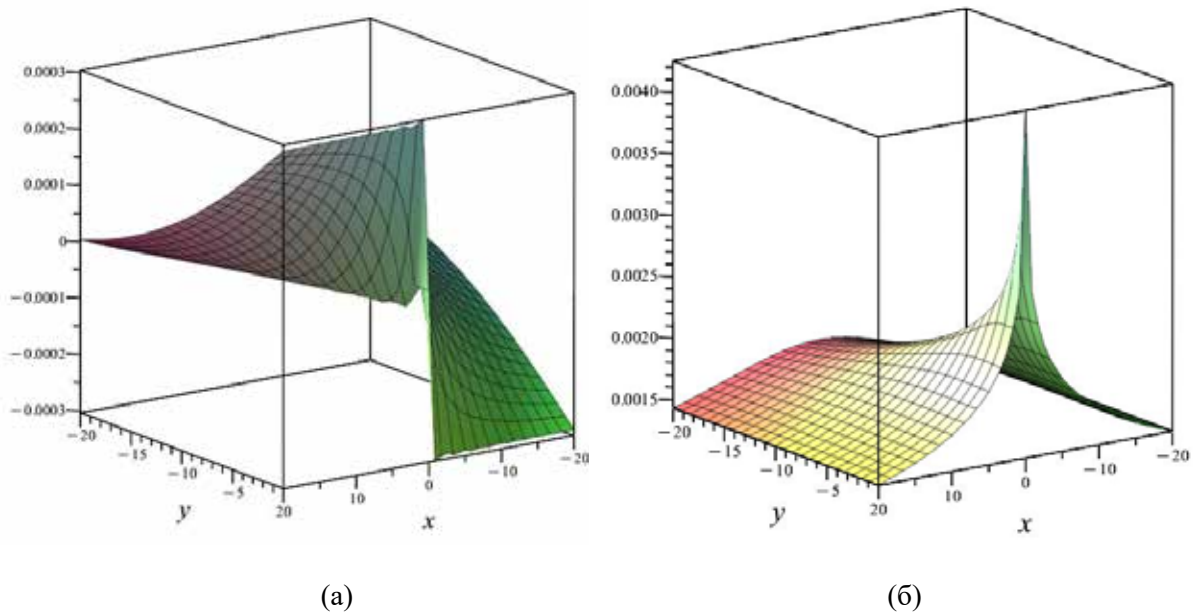


Рис. 3. Значення переміщень $u_x(x, y)$ (а), $u_y(x, y)$ (б)

ЛІТЕРАТУРА

1. Зіновєєв І.В. Розв'язання задачі про дію об'ємного зосередженого навантаження на пружну півплощину. *Вісник ЗДУ*. 2000. № 2. С. 65–68.
2. Саликіна Н.В., Толлок В.О. Аналіз напружено-деформованого стану пластини під дією зосередженої сили при наявності тріщини. *Вісник ЗДУ*. 1999. № 2. С. 131–137.
3. Gao Y.C., Gao T.J. Large deformation contact of a rubber notch with a rigid wedge. *International Journal of Solids and Structures*. 2000. Vol. 37. № 32. P. 4319–4334. DOI:10.1016/s0020-7683(99)00191-2.
4. Unger D.J. Similarity Solution of the Flamant Problem by Means of a One-Parameter Group Transformation. *Journal of Elasticity*. 2002. Vol. 66. № 1. P. 93–97. DOI:10.1023/a:1020505405774.
5. Шаповаленко О.І., Рибчинський Р.С., Кустов І.О. Технологічна характеристика зерна кукурудзи. *Одес. нац. акад. харч. технологій*. 2019. Т. 83. № 2. С. 39–43.
6. Дзундза Н.С., Зіновєєв І.В. Алгоритм знаходження напружено-деформованого стану пружного ортотропного шару. *Scientific discussion*. 2022. № 1 (64). С. 16–20.
7. Sneddon I.N. *Fourier Transforms*. McGraw-Hill Book Company, New York. 1951. 542 p.
8. Reddy J.N. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. Boca Raton, Florida. 2004. 858 p.
9. Reddy J.N. *Theory and analysis of elastic plates and shells*. Boca Raton, Florida. 2006. 568 p.
10. Приварников А.К. Двовимірні граничні завдання теорії пружності для багатозарових основ. Запоріжжя : ЗНУ, 1990. 84 с.

REFERENCES

1. Zinoviev, I.V. (2000). Rozv'iazannia zadachi pro diiu obiemnoho zoseredzhenoho navantazhennia na pruzhnu pivploshchynu. [Solving the problem of the action of a volumetric concentrated load on an elastic half-plane]. *Bulletin of ZDU*, (2), 65–68 [in Ukrainian].
2. Salykina, N.V., & Tolok, V.O. (1999). Analiz napruzhenno-deformovanoho stanu plastyny pid diieiu zoseredzhenoi syly pry naiavnosti trishchyny. [Analysis of the stress-strain state of a plate under the action of a concentrated force in the presence of a crack]. *Bulletin of ZDU*, (2), 131–137 [in Ukrainian].
3. Gao, Y.C., & Gao, T.J. (2000). Large deformation contact of a rubber notch with a rigid wedge. *International Journal of Solids and Structures*, 37(32), 4319–4334. doi:10.1016/s0020-7683(99)00191-2.
4. Unger, D.J. (2002). Similarity Solution of the Flamant Problem by Means of a One-Parameter Group Transformation. *Journal of Elasticity*, 66(1), 93–97. doi:10.1023/a:1020505405774.

5. Shapovalenko, O., Rybchynskiy, R. & Kustov I. (2019). Tekhnolohichna kharakterystyka zerna kukurudzy [Technological characteristics of corn grain]. *Odesa National Academy of Food Technologies*. 83(2), 39–43. [in Ukrainian].
6. Dzundza, N., & Zinovieiev, I. (2022). Alhorytm znakhodzhennia napruzhenno-deformovanoho stanu pruzhnoho ortotropnoho sharu. [Algorithm of finding the stress-strain state deforming of the elastic orthotropic layer]. *Scientific discussion*. 1(64), 16–20. [in Ukrainian].
7. Sneddon, I.N. (1951). *Fourier Transforms*. New York : McGraw-Hill Book Company.
8. Reddy, J.N. (2004). *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. Florida : Boca Raton.
9. Reddy, J.N. (2006). *Theory and analysis of elastic plates and shells*. Florida : Boca Raton.
10. Pryvarnykov, A.K. (1990). *Dvovymirni hranychni zavdannia teorii pruzhnosti dlia bahatosharovykh osnov*. [Two-Dimensional Boundary Problems of Elasticity Theory for Multilayered Foundations]. Zaporizhzhia : ZNU [in Ukrainian].

РОЗДІЛ II. ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

УДК 004.8

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-03>

РОЗРОБКА МОДЕЛІ НАВЧАННЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ІЗ ВІДЕОПОТОКУ ДЛЯ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ПАРКУВАННЯМ

Марчук Д. К.

*старший викладач кафедри комп'ютерних наук
Державний університет «Житомирська політехніка»
вул. Чуднівська, 103, Житомир, Україна
orcid.org/0000-0001-8675-8047
kipz_mdk@ztu.edu.ua*

Ключові слова: *нейронна мережа, Mask R-CNN, адаптивна нейро-нечітка мережа, навчання, трансферне навчання.*

Сучасна необхідність для майже всіх великих міст – це наявність системи управління паркуванням, яка може знаходити доступні місця для паркування. Така система дозволяє користувачам легко й оперативно визначати, чи є вільне місце на конкретній парковці, й отримувати інформацію про його місцезнаходження. Mask R-CNN – це модель глибокого навчання, яка може використовуватися для розпізнавання та сегментації об'єктів на зображеннях. Її можна використовувати для створення системи розпізнавання вільних паркувальних місць, яка може допомогти водіям знайти місце для паркування. Процес навчання може розглядатися як визначення архітектури мережі, налаштування вагових коефіцієнтів або застосування різних методів донавчання для ефективного виконання поставленої задачі. У роботі досліджено трансферне навчання для моделі Mask R-CNN. Було запропоновано модель трансферного навчання для розпізнавання вільних місць для паркування. Модель складається із трьох етапів. Перший етап – це навчання на великому наборі даних COCO. Навчання на великому наборі даних дозволяє моделі узагальнювати візуальні особливості транспортних засобів і паркувальних місць. Другий етап – це донавчання на маленькому наборі даних, створеному з кадрів відеопотоку. Доновчання на малому наборі даних дозволяє моделі адаптуватися до специфіки паркувальних місць у конкретному місті. Третій етап – це донавчання з використанням адаптивної нейро-нечіткої мережі. Цей етап використовує адаптивну нейро-нечітку мережу для доопрацювання базових характеристик. Загальна модель навчання дає змогу ефективно розпізнавати вільні місця на парковці. Використання трансферного навчання робить цю модель більш ефективною та продуктивною. Трансферне навчання може бути корисним у багатьох випадках: коли доступні обмежені дані для навчання моделі для конкретного завдання (у цьому випадку трансферне навчання може допомогти моделі досягти кращої точності, ніж якщо би її навчали з нуля); коли потрібно швидко навчити модель для нового завдання (трансферне навчання може допомогти скоротити час навчання моделі); коли потрібно навчити модель для завдання, для якого немає доступних даних.

DEVELOPMENT OF A LEARNING MODEL FOR OBJECT RECOGNITION FROM VIDEO STREAM FOR PARKING MANAGEMENT SYSTEMS

Marchuk D. K.

Senior Lecturer at the Department of Computer Sciences

Zhytomyr Polytechnic State University

Chudnivska str., 103, Zhytomyr, Ukraine

orcid.org/0000-0001-8675-8047

kipz_mdk@ztu.edu.ua

Key words: *neural network, Mask R-CNN, adaptive neuro-fuzzy network, training, transfer learning.*

A modern necessity for almost all large cities is the availability of a parking management system that can locate available parking spaces. Such a system allows users to easily and quickly determine whether a particular parking space is available and receive information about its location. Mask R-CNN is a deep learning model that can be used to recognize and segment objects in images. It can be used to create a parking space recognition system that can help drivers find a parking space. The training process can be viewed as defining the network architecture, adjusting the weighting coefficients, or applying various retraining methods to effectively perform the task. In this research, we investigate transfer learning for the Mask R-CNN model. As a result of the study, a transfer learning model for recognizing free parking spaces was proposed. The model consists of three stages. The first stage is training on a large SOSO dataset. Training on a large dataset allows the model to generalize visual features of vehicles and parking spaces. The second stage is retraining on a small dataset created from video stream frames. Training on a small dataset allows the model to adapt to the specifics of parking spaces in a particular city. The third stage is post-training using an adaptive neuro-fuzzy network. This stage uses an adaptive neuro-fuzzy network to refine the basic characteristics. The general learning model allows you to effectively recognize free parking spaces. The use of transfer learning makes this model more efficient and productive. Transfer learning can be useful in many cases. When limited data is available to train a model for a specific task. In this case, transfer learning can help the model achieve better accuracy than if it were trained from scratch. When you need to quickly train a model for a new task. Transfer learning can help reduce model training time. When you need to train a model for a task for which no data is available.

Вступ. Традиційні моделі машинного навчання вимагають навчання з нуля, що потребує великої кількості даних для досягнення високої продуктивності. Методи, які використовуються в такому випадку, мають ізольований підхід до навчання, коли кожна модель незалежно навчається для певної мети, без будь-якої залежності від минулих знань. Однак бувають випадки, коли збирати навчальні дані важко, дорого, а подеколи недоцільно. Таким чином, існує потреба створити модель, яка отримує дані з різних областей. Ця методологія називається трансферним навчанням.

Трансферне навчання (Transfer Learning) – це метод машинного навчання, котрий дозволяє моделям штучного інтелекту використовувати знання, набуті у процесі виконання одного завдання, для покращення виконання іншого, але пов'язаного завдання. Цей метод корисний, коли доступні

обмежені дані для навчання моделі для конкретного завдання. Метод дозволяє моделі використовувати знання, отримані з подібного завдання, яке має більший обсяг даних. Наприклад. Модель, навчена на наборі даних ImageNet, може бути доопрацьована для класифікації типів автомобілів (легкові, вантажівки, автобуси тощо) на основі зображень із СОСО. Це може бути корисно для таких завдань, як автоматичне сортування транспортних засобів на парковках або розпізнавання типу автомобіля на камерах спостереження.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій. Глибоке навчання привертає дедалі більше уваги дослідників та успішно застосовується у багатьох галузях, проте у деяких сферах створення великих анотованих наборів даних є складним завданням через високу вартість збору й анотації даних, що, у свою чергу, обмежує розвиток цих

галузей. Завдяки широким перспективам застосування трансферне навчання стало популярним і перспективним напрямком машинного навчання. У дослідженні [1] розглядається понад 40 репрезентативних підходів до перенесення навчання, особливо однорідних, із погляду даних і моделі. У роботі представлено застосування системи трансферного навчання. Щоб продемонструвати ефективність перенесення навчання, в експериментах використовується понад 20 репрезентативних моделей. Моделі навчаються на трьох різних наборах даних, тобто Amazon Reviews, Reuters-21578 та Office-31. Статті [2–4] зосереджені на огляді поточних досліджень трансферного навчання у різних галузях. Дослідження [5–8] висвітлюють різноманітні методи й алгоритми трансферного навчання. Останніми роками дослідницьке співтовариство з питань трансферного навчання переважно зосереджене на таких двох аспектах: адаптація домену та перенесення доменів із кількох джерел. Завдяки глибокому навчанню за останні роки було досягнуто значних успіхів у різних сферах, однак багато моделей навчаються з нуля й уникають перенесення навчання через різний характер даних [9].

Мета роботи. Ефективність глибокого навчання значною мірою залежить від наявності масштабних наборів даних, які забезпечують модель різноманітними зображеннями. Ці зображення містять інформацію, що допомагає моделі краще розуміти різні категорії та, як наслідок, покращувати результати класифікації, однак у реальних прикладних задачах часто складно зібрати велику кількість зображень, яких би вистачало для навчання моделі. Це обмежує можливість навченої моделі, тому стає актуальним питання про те, як максимально ефективно використовувати обмежені дані для навчання моделі для рішення задачі визначення вільного паркувального місця на парковках міста.

Викладення основного матеріалу й аналіз отриманих результатів. Трансферне навчання є потужним методом машинного навчання, який може бути використаний для покращення ефективності моделей штучного інтелекту в широкому спектрі завдань. Формально трансферне навчання можна описати таким чином: Нехай T – базове завдання, а S – нове завдання. Нехай D_T – набір даних для базового завдання, а D_S – набір даних для нового завдання. Нехай θ – параметри моделі.

Трансферне навчання – це метод машинного навчання, який дозволяє покращити точність моделі для нового завдання S , використовуючи набір даних для базового завдання T . Формально трансферне навчання можна описати як задачу оптимізації:

$$\min_{\theta} L(\theta, D_S), \quad (1)$$

де $L(\cdot)$ – функція втрат.

На практиці трансферне навчання виконується у два етапи:

– Навчання початкової моделі. На цьому етапі модель навчається на наборі даних для базового завдання D_T .

– Фінальне навчання. На цьому етапі модель адаптується до нового завдання D_S .

На етапі остаточного навчання модель перенавчається на наборі даних для нового завдання D_S . Можуть використовуватися різні методи адаптації моделі до нового завдання.

Система розпізнавання вільних місць для паркування прагне полегшити життя автовласникам у місті, автоматично знаходячи вільні місця для паркування. Ця система використовує камери, щоб сканувати парковки та визначати вільні місця. Інформація про вільні місця може бути доступна автовласникам через мобільний застосунок. Етапи роботи системи:

– Вибір потрібної парковки або найближчих за геопозицією.

– Камери на парковках фіксують вільні та зайняті місця.

– Система аналізує дані з обраних парковок і передає інформацію про вільні місця.

Головною складовою частиною програмної системи визначення вільних паркувальних місць є модуль розпізнавання. Для реалізації алгоритму розпізнавання вільних місць для паркування у режимі реального часу використана модель Mask R-CNN, модель глибокого навчання, яка може одночасно виявляти та сегментувати об'єкти на зображеннях.

Трансферне навчання можна реалізувати для Mask R-CNN кількома способами. Один із поширених способів – це заморозити нижні шари моделі та перенавчити лише верхні шари. Це дозволяє моделі зберегти базові поняття, які вона навчилася на базовому завданні, й адаптуватися до нового завдання, лише навчаючи шари, відповідальні за виявлення конкретних ознак для нового завдання.

Для реалізації цього способу можна використовувати такі кроки:

1. Завантажити та навчити модель Mask R-CNN на наборі даних для базового завдання.

2. Заморозити нижні шари моделі.

3. Перенавчити верхні шари моделі на наборі даних для нового завдання.

4. Оцінити отриманий результат. На цьому етапі модель оцінюється на наборі даних для нового завдання.

Для оцінки ефективності моделі після трансферного навчання використовуються такі метрики [10]:

– Accuracy – відсоток правильно класифікованих зображень.

- Precision – відсоток правильних позитивних результатів.
- Recall – відсоток правильних позитивних результатів, які були правильно виявлені.
- F1-score – середнє гармонічне відношення precision і recall.
- mAP (Mean Average Precision) – середнє значення середньої точності.

Для реалізації алгоритму розпізнавання вільних місць для паркування у режимі реального часу потрібно реалізувати такі дії (рис. 1):

1. Провести попереднє навчання на наборі даних COCO [11].
2. Адаптувати модель до нового завдання шляхом точного налаштування ваг вищих рівнів.
3. Для подальшої роботи потрібно використати кадри з камер автостоянок. Для цього необхідно створити набір зображень із відеокадрів обраних парковок міста.
4. Провести другий етап навчання на відеокадрах обраних парковок.

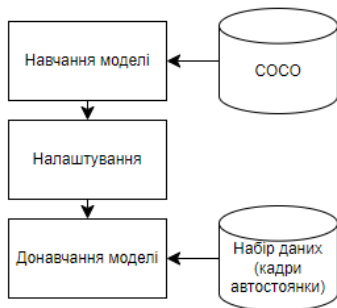


Рис. 1. Трансферне навчання для вирішення задачі розпізнавання вільного паркувального місця

Для створення набору даних зображень автостоянок міста використаємо відеозаписи з автостоянок, які надалі будуть розбиватися на кадри-зображення. Набір даних буде складатися з розмічених зображень чотирьох найбільших парковок міста. У зображеннях представлені різні часові проміжки (день, вечір, ніч, ранок). Як результат, для донавчання було відібрано близько 1 000 зображень.

Після того, як пройдено повний курс навчання, потрібно провести тестування моделі. Для цього необхідно встановити зв'язок із відеокамерою; отримати кадри з відеопотоку; розпізнати всі автомобілі на поточному кадрі; отримати вільні та зайняті місця на парковці.

Інтерфейс користувача реалізовано за допомогою мобільного застосунку. На рис. 2 зображено модель розпізнавання вільних місць для паркування.

У реалізованій системі можуть бути не всі парковки міста, тому треба ще раз пройти донавчання. Для цього можна використати адаптивну нейро-нечітку мережу (АННМ). Адаптивна нейро-нечітка мережа – це тип нейронної мережі, яка поєднує принципи нейронних мереж і нечіткої логіки.

Переваги використання АННМ для донавчання моделі:

- Ефективність. АННМ може навчатися на невеликих наборах даних більш ефективно, ніж традиційні нейронні мережі.
- Точність. АННМ може давати більш точні результати, ніж традиційні нейронні мережі, завдяки своїй здатності враховувати невизначеність.
- Інтерпретованість. АННМ легше інтерпретувати, ніж традиційні нейронні мережі, що робить їх більш зручними для використання у задачах, де важлива пояснюваність.

Для АННМ було виведено 18 правил на основі системи нечіткого логічного висновку типу Такагі-Сугено. Наприклад: Якщо <транспортний засіб займає менше 10% паркувального місця> То <місце сильно вільне> F1.

Для навчання та тестування було використано два набори даних і база нечітких правил (таблиця 1).

Результати. Для експериментального дослідження було використано модель Mask R-CNN від Matterport – це офіційна реалізація Mask R-CNN із відкритим вихідним кодом, побудована на Python, Keras і TensorFlow. Усі експерименти проводилися на комп'ютерах, оснащених процесором Intel Xeon(R) E2678 v3@2,50 ГГц і графічним процесо-

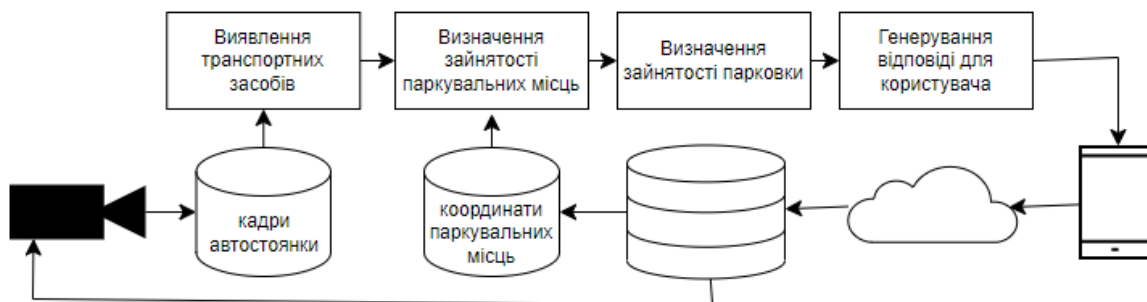


Рис. 2. Модель розпізнавання вільних і зайнятих місць на обраній парковці

Таблиця 1

Склад навчальних і тестових даних

	Навчальний набір (кількість об'єктів)	Набір для тестування (кількість об'єктів)
СОСО	56000	14000
Спеціальний набір	700	300
База нечітких правил	18	18

Таблиця 2

Порівняння mAP

	AP	AP ₅₀	AP ₇₅	основа
Після першого донавчання	60,53	82,48	64,53	Mask R-CNN
Після адаптивного навчання	61,94	91,11	69,68	Mask R-CNN +ANFIS

ром Nvidia RTX 3060ti через FiftyOne, реалізовані CUDA 11.8 і CUDNN 11.8.

Параметри, які було використано для тренування: 50 епох. Навчання моделі проходило на моделі СОСО, починаючи зі швидкості навчання 0,001. Було використано розпад ваги 0,0001 та імпульс 0,9. Це зайняло вісім годин навчання на одній машині з 1 графічним процесором. Доновчання моделі проходило на спеціальному наборі та зайняло дві години.

За результатами дослідження можна зробити висновки, що mAP [0.5;0.95] за хороших погодних умов у день mAP= 92,23. У таблиці 2 наведено порівняльні дані щодо класичної моделі Mask R-CNN. AP, AP₅₀ та AP₇₅ надають детальнішу інформацію про продуктивність моделі об'єктного виявлення. AP (Average Precision) – це середня величина точності (precision) по всім рівням відкликання (recall) для цього класу об'єктів. AP₅₀ – це середня точність при рівні відкликання 50%. Це означає, що з усіх об'єктів певного класу, присутніх на зображеннях, модель повинна правильно класифікувати 50% із них. AP₇₅ – це середня точність при рівні відкликання 75%. Це означає, що модель повинна правильно класифікувати 75% об'єктів певного класу з усіх присутніх на зображеннях.

Виявлення паркувальних місць і їх класифікацію за критерієм зайнятості автомобілями

ускладнює низка чинників: розташування камер; різний рівень освітленості; погодні умови; природне стирання ліній паркувальної розмітки або взагалі парковка без розмітки; перекриття ліній розмітки транспортними засобами на стоянці або тими, що проїжджають мимо; некоректне паркування тощо.

Висновки. Було запропоновано модель трансферного навчання, яка включає в себе спочатку навчання на великому наборі даних СОСО, донавчання на маленькому наборі даних, створеному з кадрів із відеопотоку, взятих із камер, розташованих на автостоянках міста. Другий етап донавчання використовує адаптивну нейро-нечітку мережу. Ця мережа може динамічно адаптуватися до нових даних, що покращує її ефективність і продуктивність порівняно із традиційними нейронними мережами. Завдяки використанню заздалегідь навчених моделей адаптивна нейро-нечітка мережа може почати навчання з кращої точки. Це скорочує час навчання та покращує кінцевий результат.

Проведено опис етапів створення моделі навчання для системи розпізнавання вільних місць для паркування. Визначено методи підготовки вхідних даних і загальна модель навчання.

Використання трансферного навчання покращує ефективність моделі та зменшує час і ресурси, необхідні для її навчання.

ЛІТЕРАТУРА

1. A Comprehensive Survey on Transfer Learning / F. Zhuang et al. *Proceedings of the IEEE*. 2021. Vol. 109. № 1. P. 43–76. URL: <https://doi.org/10.1109/jproc.2020.3004555>
2. A survey on deep transfer learning / Tan, Chuanqi, et al. *In Artificial Neural Networks and Machine Learning–ICANN 2018: 27th International Conference on Artificial Neural Networks, Rhodes, Greece, October 4–7, 2018, Proceedings, Part III* 27. P. 270–279. Springer International Publishing.
3. Raffel, Colin, Noam Shazeer, Adam Roberts, Katherine Lee, Sharan Narang, Michael Matena, Yanqi Zhou, Wei Li, and Peter J. Liu. Exploring the limits of transfer learning with a unified text-to-text transformer. *The Journal of Machine Learning Research* 21. 2020. № 1. 2020. P. 5485–5551.
4. Liu, Ruijun, Yuqian Shi, Changjiang Ji, and Ming Jia. A survey of sentiment analysis based on transfer learning. *IEEE access*. 2019. № 7. P. 85401–85412.

5. Label efficient learning of transferable representations across domains and tasks / Luo, Zelun, et al. *Advances in neural information processing systems*. 2017. № 30.
6. Balanced distribution adaptation for transfer learning / J. Wang et al. *2017 IEEE International Conference on Data Mining (ICDM)*, New Orleans, LA, 18–21 November 2017. URL: <https://doi.org/10.1109/icdm.2017.150>
7. Mukhlif A.A., Al-Khateeb B., Mohammed M.A. Incorporating a Novel Dual Transfer Learning Approach for Medical Images. *Sensors*. 2023. Vol. 23. № 2. P. 570. URL: <https://doi.org/10.3390/s23020570>
8. Hussain, M., Bird, J.J., & Faria, D.R. (2018). A Study on CNN Transfer Learning for Image Classification. In *UK Workshop on Computational Intelligence*. 2018. № 840. P. 191–202 (Advances in Computational Intelligence Systems). https://doi.org/10.1007/978-3-319-97982-3_16
9. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 109822, Комп'ютерна програма «Алгоритмічно-програмне забезпечення обробки та аналізу потоку кадрів відеоданих що надходять з камер міста» / Автори: Левківський В.Л., Марчук Г.В., Ципоренко В.В., Марчук Д.К. Дата реєстрації: 25.11.2021
10. Марчук Д.К., Граф М.С. Методи оцінки ефективності моделей виявлення об'єктів у комп'ютерному зорі. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2023. № 2 (85). С. 181–186. URL: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2023.2.25>
11. *COCO Common Objects Context*. URL: <https://cocodataset.org/#home>.

REFERENCES

1. A Comprehensive Survey on Transfer Learning / F. Zhuang et al. *Proceedings of the IEEE*. 2021. Vol. 109, no. 1. P. 43–76. URL: <https://doi.org/10.1109/jproc.2020.3004555>
2. A survey on deep transfer learning / Tan, Chuanqi, et al. In *Artificial Neural Networks and Machine Learning–ICANN 2018: 27th International Conference on Artificial Neural Networks, Rhodes, Greece, October 4–7, 2018, Proceedings, Part III 27*, p.270-279. Springer International Publishing.
3. Raffel, Colin, Noam Shazeer, Adam Roberts, Katherine Lee, Sharan Narang, Michael Matena, Yanqi Zhou, Wei Li, and Peter J. Liu. Exploring the limits of transfer learning with a unified text-to-text transformer. *The Journal of Machine Learning Research* 21, no. 1 (2020): 5485–5551.
4. Liu, Ruijun, Yuqian Shi, Changjiang Ji, and Ming Jia. A survey of sentiment analysis based on transfer learning. *IEEE access* 7 (2019): 85401–85412.
5. Label efficient learning of transferable representations across domains and tasks / Luo, Zelun, et al. *Advances in neural information processing systems*. 2017. 30.
6. Balanced distribution adaptation for transfer learning / J. Wang et al. *2017 IEEE International Conference on Data Mining (ICDM)*, New Orleans, LA, 18–21 November 2017. 2017. URL: <https://doi.org/10.1109/icdm.2017.150>
7. Mukhlif A.A., Al-Khateeb B., Mohammed M.A. Incorporating a Novel Dual Transfer Learning Approach for Medical Images. *Sensors*. 2023. Vol. 23, no. 2. P. 570. URL: <https://doi.org/10.3390/s23020570>
8. Hussain, M., Bird, J.J., & Faria, D.R. (2018). A Study on CNN Transfer Learning for Image Classification. In *UK Workshop on Computational Intelligence*. 840 : Springer, 2018. pp. 191–202 (Advances in Computational Intelligence Systems). https://doi.org/10.1007/978-3-319-97982-3_16
9. Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir № 109822, Komp'uterna prohrama “Alhorytmichno-programne zabezpechennia obrobky ta analizu potoku kadriv videodanykh shcho nadkhodiat z kamer mista”. Avtory: Levkivskiy V.L., Marchuk H.V., Tsyporenko V.V., Marchuk D.K. Data reiestratsii: 25.11.2021 (in Ukrainian)
10. Marchuk D.K., Hraf M.S. Metody otsinky efektyvnosti modelei vyivlennia ob'ektiv u kompiuternomu zori. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 2023. № 2(85). S. 181–186. URL: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2023.2.25> (in Ukrainian)
11. *COCO Common Objects Context*. URL: <https://cocodataset.org/#home>

UDC 519.2
DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-04>

FRACTAL IMAGE ANALYSIS OF WAVELET SPECTRA OF LINEAR FREQUENCY MODULATED SIGNALS

Onufriienko D. M.

*Postgraduate Student at the Department of Computer and Electronic Control
and Diagnostic Systems*

National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”

Kirpycheva str., 2, Kharkiv, Ukraine

orcid.org/0000-0002-1365-798X

OnufriienkoResearcher@gmail.com

Taranenko Yu. K.

Doctor of Engineering, Professor

Private Enterprise “Likopak”

Kachalova str., 1, Dnipto, Ukraine

orcid.org/0000-0003-2209-2244

tatanen@ukr.net

Key words: *continuous wavelet transform (CWT) coefficient series, Hurst coefficient, fractal analysis, flat images of wavelet coefficient series, convolutional neural networks (CNNs), image augmentation.*

The article deals with the fractal analysis of images of continuous wavelet spectra of radar signals with linear frequency modulation, taking into account the level of additive Gaussian noise and the frequency modulation coefficient. As a result of the analysis, the numerical value of the level of Gaussian noise additively added to the signal above which the identification of the terrain image or signal spectrum is impossible to be obtained. The Mexican Hat wavelet function, which provides the maximum range of fractal dimensionality variation with noise variation, is determined. Methods of threshold detection by proximity of series of scaled wavelet noise and signal scales are investigated. An example of the Shapiro-Wilk normality test has shown the inefficiency of using statistical methods to determine the noise threshold of the series of wavelet coefficients that form the images of spectra. Two methods of detecting the noise threshold versus global scalograms and autocohereance of the signal and noise transformed into wavelet coefficient series are considered. The autocohereance method is more efficient due to the availability of numerical values. For the identified thresholds of two frequency modulation signals, with and without additional amplitude modulation, spectrum images are obtained and maxima of fractal dimension at the noise threshold boundaries are determined. By numerical values of maxima it is suggested to identify spectra by noise threshold for neural networks, for example, for preparation of a set of recognizable images.

ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗОБРАЖЕНЬ ВЕЙВЛЕТ-СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ ІЗ ЛІНІЙНОЮ ЧАСТОТНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

Онуфрієнко Д. М.

*аспірант кафедри комп'ютерних та радіоелектронних систем контролю
та діагностики*

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

вул. Курпичева, 2, Харків, Україна

orcid.org/0000-0002-1365-798X

OnufrienkoResearcher@gmail.com

Тараненко Ю. К.

доктор технічних наук, професор

Приватне підприємство «Лікопак»

вул. Качалова, 1, Дніпро, Україна

orcid.org/0000-0003-2209-2244

tatanen@ukr.net

Ключові слова: *ряди коефіцієнтів безперервного вейвлет-перетворення (CWT), коефіцієнт Херста, фрактальний аналіз, плоскі зображення рядів вейвлет-коефіцієнтів, згорткові нейронні мережі (CNN), аугментація зображень.*

У статті проведено фрактальний аналіз зображень безперервних вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів із лінійною частотною модуляцією з урахуванням рівня адитивного Гаусівського шуму та коефіцієнта частотної модуляції. Отримано чисельне значення рівня адитивно доданого до сигналу Гаусівського шуму, вище рівня якого ідентифікація зображення місцевості або спектру сигналу неможлива. Також визначено вейвлет-функцію «Мексиканський капелюх», котра забезпечує максимальний діапазон зміни фрактальної розмірності при зміні шуму. Приклад тесту нормальності Шапіра-Вилка показав неефективність використання статистичних методів визначення шумового порогу рядів вейвлет-коефіцієнтів, які утворюють зображення спектрів. Розглянуто два способи виявлення шумового порогу порівняно із глобальними скалограмами й автокогерентності перетвореного на ряди вейвлет-коефіцієнтів сигналу та шуму. Найбільш ефективним у зв'язку з наявністю числових значень є метод автокогерентності. Для виявлених порогів двох сигналів частотної модуляції, з додатковою амплітудною модуляцією та без, отримано зображення спектрів і визначено максимуми фрактальної розмірності на межах шумового порога. За числовими значеннями максимумів запропоновано ідентифікувати спектри за рівнем шуму для нейронних мереж, наприклад, для підготовки набору зображень, що розпізнаються.

Introduction. Signal distorted by noise and maximum critical interference is processed using computer technology. An example is the distortion of medical and ultrasound images, localization trajectories, and visualizations of an object at a distance [1]. Since the image is a data set, it is very important to reconstruct the original signal to maximize the amount of data. We need to take into account that interference can occur during both signal transmission and reception.

A large number of different ways of filtering the signal from noise have been described in the literature. Linear and nonlinear filtering methods [2] such as Gaussian filter, median filter, mean filter and Wiener filter [1; 3] are widely used for noise reduction.

A number of works have proposed algorithms for identification of non-Gaussian noise using various adaptive filters, such as the Kalman filter [4]. Common to these methods of information signal processing is filtering by noise removal and restoration of the useful signal.

The most complex, in our opinion, is the task of signal processing of radar detection systems. The task combines both accurate processing of information from huge amounts of data with visualization of the result, and processing of highly noisy signals [5]. The complexity of processing such signals is directly related to the a priori uncertainty about the probabilities of occurrence of detectable signals [6]. However,

this area of technology is characterized by the fact that it often involves signal processing in situations where the share of noise in the signal may significantly exceed the information component. This condition cannot be ignored when developing methodological approaches to new methods of signal processing.

In addition, it should be noted that the efficiency of radar systems depends directly on the signal detection range [6]. This puts an additional requirement to the applied information technologies of signal processing. At the same time, the increase in resolution is achieved by reducing the pulse duration. This leads to a decrease in signal power and, consequently, in the detection range. This problem is a key issue in the use of information processing techniques in military radar systems to monitor enemy behavior [7] on the battlefield.

In recent years, information technology specialists all over the world actively pay special attention to the development of radar techniques based on wavelet transform for recognizing pulse modulation features. This is confirmed by the active implementation of innovations in this technology [7].

Literature Review. The use of linear frequency modulated signals is a compromise solution. The factor that affects the detection range is the modulation factor. The authors of the publication [2] propose a method of detecting a signal with linear frequency modulation by calculating the fractal dimension of linear spectrograms using the cell coverage method. This method does not reflect the peculiarities of signal modulation due to the limited time resolution of the Fourier spectrum.

The authors of [3] proposed to solve the problem of identification of a wide spectrum of signals by mathematical processing of discrete wavelet coefficients with subsequent filtering from noise [4–6] and construction of the correlation matrix of the obtained series of discrete wavelet coefficients [7].

In publication [8], an algorithm based on the use of continuous wavelet transform coefficients and higher order statistics in determining the features of selected signals was proposed. The principal component method was applied to reduce dimensionality. An artificial neural network was used as a classifier [8].

The continuous wavelet transform method has the ability to visualize the results. Such a representation is outlined in [9], which is devoted to the estimation of the Hurst coefficient [10] from the slope of the power spectrum based on the wavelet transform. The estimation of the Hurst coefficient for a volumetric data set allows us to identify belonging to certain patterns (trends or comparison signals) in the data set. However, the transformation of the input signal by accumulation from the mean does not allow to display individual features of the signal.

The use of fractal dimensionality is investigated in the monograph by G. Schuster, “Deterministic Chaos. Introduction” [11] using the correlation dimension $\ln C(\varepsilon) / \ln(\varepsilon)$ (where $C(\varepsilon)$ is a correlation integral) on the slopes of graphs $\ln C(\varepsilon)$ from $\ln(\varepsilon)$ for different noise levels at which, there are observed kinks on scales corresponding to noise levels below which the slopes are approximately equal.

However, at the time of publication of this fundamental work, the theory of the continuous wavelet transform was not yet sufficiently developed, and the author used the Fourier transform to analyze the spectrum [11 p.65]. Therefore, the type of noise interaction with the signal and its property (white or correlated) was not determined.

The solution to this question appeared later in [12 p.512]. Since the neighboring frequencies in the Fourier analysis for a time series of white noise are uncorrelated. This is no longer relevant to wavelet analysis. The correlation between CWT of two different scales s_1 and s_2 at different moments of time t_1 and t_2 is defined as:

$$C(s_1, s_2, t_1, t_2) = (W(s_1, t_1)W(s_2, t_2)).$$

In the presence of uncorrelated white noise, the correlation between the scaling factors may change the nature of the noise effect on the fractal dimension, especially in the case of frequency modulation of the signal, as it may lead to the appearance of additional spikes. The main change is that the known statistical methods for determining the noise threshold for Fourier analysis, are no longer effective for wavelet reconstruction of image matrices.

Therefore, the computational experiment is relevant and timely, especially in connection with the use of wavelet transforms for the development of data set for neural networks

Determination of the dependence of the fractal dimensionality of the power of the wavelet spectrum of a signal on the noise level, frequency modulation coefficient and wavelet function

We will determine the wavelet coefficients from the known formula for the continuous local wavelet spectrum [3-5]:

$$W_{(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (1)$$

where: $x(t)$ is a signal with random component; is a basic wavelet from the list ‘cmor11.5’, ‘cgau5’, ‘cgau1’, ‘shan0.5-2’, ‘morl’; $a \neq 0$ is a scale parameter; $b \geq 0$ is a shift parameter.

The data under study is discrete, so we write formula (1) in the form, selecting two arrays for scales *coeffs* for shifts *fred*:

$$coeffs, fred = \frac{\Delta t}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^{N-2} x(t_i) \psi\left(\frac{t_i - b}{a}\right). \quad (2)$$

When analyzing images of spectra, scale is of more interest than shift. Therefore, it is necessary to eliminate the dependence on the shift b , obtaining a representative amplitude of the scale inhomogeneity *coeffs* for *fred* shifts.

Obtaining an image of the power spectrum using the wavelet transform is to use their absolute values *abs(coeffs)* rather than the squares of the wavelet coefficients.

We will use the ratio for a signal with linear frequency modulation:

$$x(t_i) = anp \cos(2\pi f_0 t_i + \pi\beta t_i^2) + \eta_i, \quad (3)$$

where anp is a signal amplitude; f_0 is an initial frequency value; β is a linear frequency modulation coefficient; η is an uncorrelated Gaussian noise with zero mathematical expectation.

The estimation of the noise influence is obtained from the relation:

$$SNR = 10 \lg \frac{\sum \bar{x}(t_i)^2}{\sum [x(t_i) - \bar{x}(t_i)]^2}, \quad (4)$$

where: $\bar{x}(t_i) = anp \cos(2\pi f_0 t_i + \pi\beta t_i^2)$.

To calculate the fractal dimension $D=2-H$ through the Hurst coefficient (H) for a range of absolute values of scaling wavelet coefficients, we use the following algorithm. We create a range of delay values, calculate an array of delayed differences and after linear approximation obtain the Hurst exponent. We will investigate the change of fractal dimension of signals in the frequency range from -14 to 14 dB, for frequency modulation coefficients $\beta=128, 256, 512$ and initial frequency $f_0=50$ MNz of five continuous wavelets. To find the wavelet that provides the maximum range of variation of the Hurst coefficient (H), we plot the graph.

It can be seen from the above graphs that the dependence of fractal dimensionality on noise power is nonlinear and decreases with decreasing noise. The range of variation of the dimensionality depends on the selected wavelet and is maximal except for its value at $\beta = 256$, which indicates its influence on the distribution.

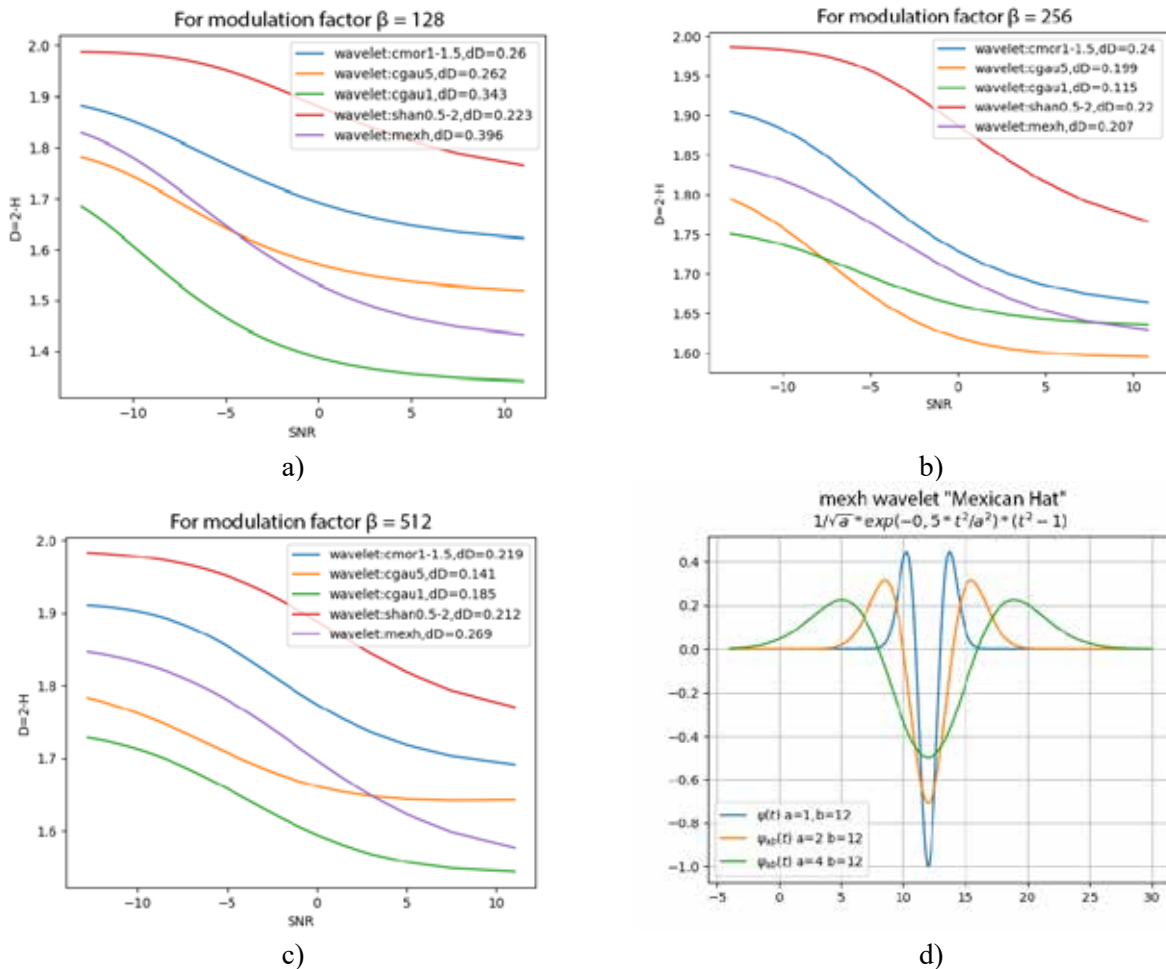


Fig. 1. Fractal dimension of the spectrum and time domain of the main wavelet: a) for modulation coefficient b) c) c) mexh wavelet

Analyzing the applicability of statistical methods for determining the noise threshold for series of scaling wavelet coefficients of the spectrum image on the example of the Shapiro-Wilk test

For signal (3) in the noise range from -14 to 14 dB, the noise threshold by the Shapiro-Wilk test is determined as shown in the following figure:

At uncorrelated noise and correlation of scaling wavelet coefficients by the ratio [12]:

$$C(s_1, s_2, t_1, t_2) = (W(s_1, t_1)W(s_2, t_2)). \quad (5)$$

The value of noise threshold for continuous wavelet spectra cannot be determined because the statistics of detection p over the entire range of noise is zero as shown in the graph:

Statistical methods of noise threshold detection using the example of Shapiro-Wilik test are unsuitable for noise threshold detection on wavelet spectrum images.

Method of detected noise threshold by comparison of global wavelet scalograms

The local power spectrum is determined by relation (1) and the global one by relation [13]:

$$E_w(a) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{(a,b)}^2 db = \int_{-\infty}^{\infty} E_w(a,b) db. \quad (6)$$

Ratio (6) is called the scalogram or variance of the wavelet transform. The scalogram $E_w(a)$ corresponds to the power spectrum smoothed at each scale by the Fourier spectrum of the analyzing wavelet. This allows us to obtain more localized power information necessary to detect the noise threshold.

We will compare the scalogram of the noise generated in the scale of the signal with the scalogram of the deterministic signal with noise, achieving a change in the noise level of equality of these scalograms.

In Fig. 4 on the mashtabograms, the white spots reflect the noise. The comparison results reflect the scalograms, in which the Fourier power spectrum and the global wavelet spectrum with 95% confidence level are given.

A method for detecting the noise threshold from the autocoherece of a number of wavelet coefficients of the signal itself

The crossed wavelet spectrum discussed above for testing the significance of the relationship between two processes, one of which is Gaussian white noise, is difficult to test. Instead, it is better to apply autocoherece according to the series of scaling wavelet coefficients (2). And calculate the derivatives using the correlation distance between the series for signal and noise by the ratio:

$$\left\{ \begin{aligned} S_x &= \frac{\Delta t}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^{N-2} x(t_i) \psi\left(\frac{t_i - b}{a}\right), \\ S_y &= \frac{\Delta t}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^{N-2} \frac{dx(t_i)}{dt_i} \psi\left(\frac{t_i - b}{a}\right), \\ k^2 &= \frac{|S_{xy}|^2}{|S_x|^2 |S_y|^2}. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

It should be noted that the system of equations (7) is a rational modification of the well-known wavelet coherence system [14], but it is based not on the comparison of two different series, but on the comparison of the series itself with its derivative in the time domain.

For reproducibility of the results of comparison with noise it is necessary to ensure equality of scales and the same wavelets used for decomposition. In addition, the size of the image itself (extent) [15] and

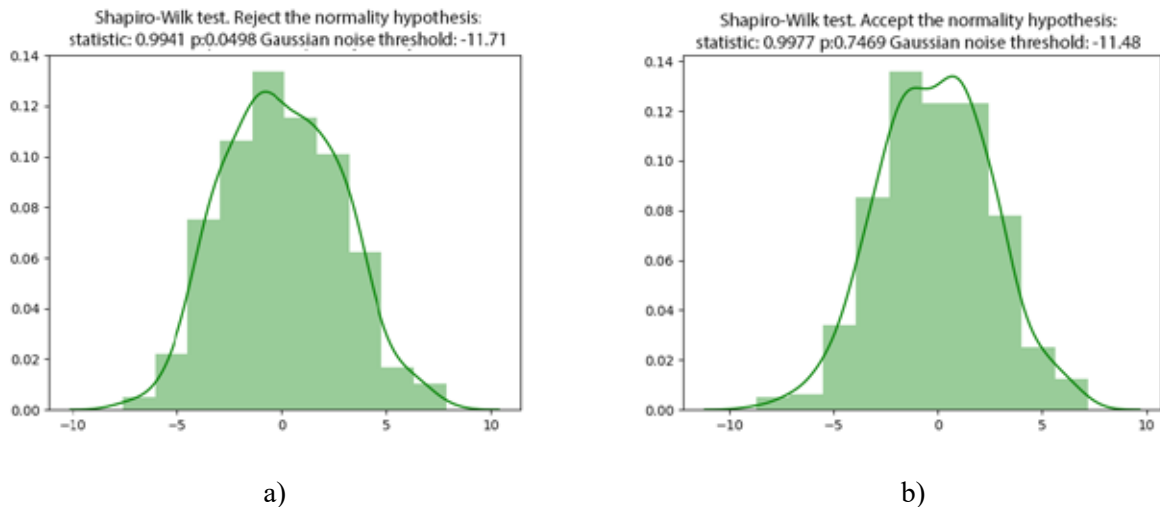


Fig. 2. Detection of noise threshold for linearly frequency modulated signal by relation (3): a) – distribution for noise threshold; b) – distribution up to threshold per step $\sigma = 0,1$ downward σ

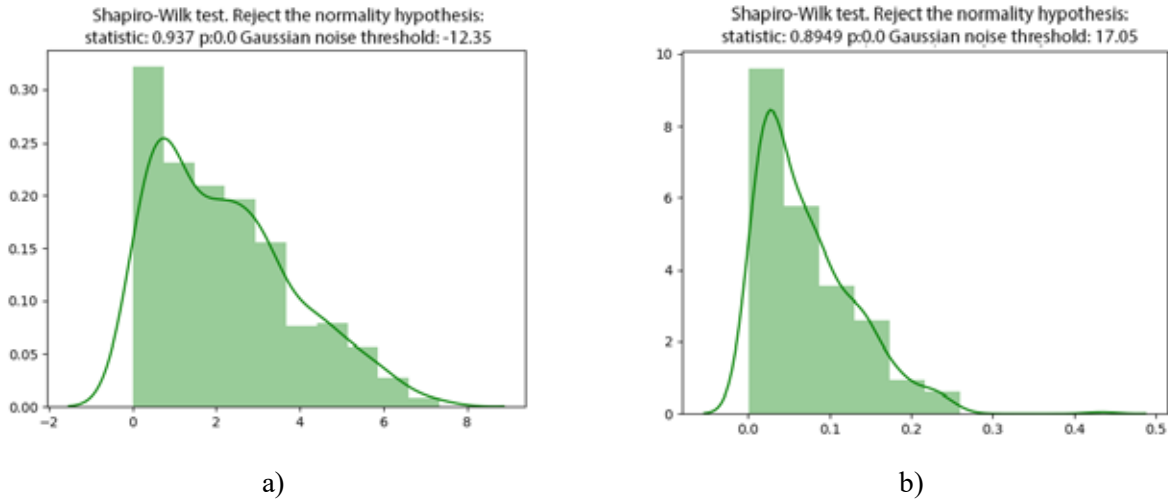


Fig. 3. Failure of the statistical test for the wavelet spectrum: a) – distribution for 12.35 dB noise; b) – distribution for 17.5 dB noise

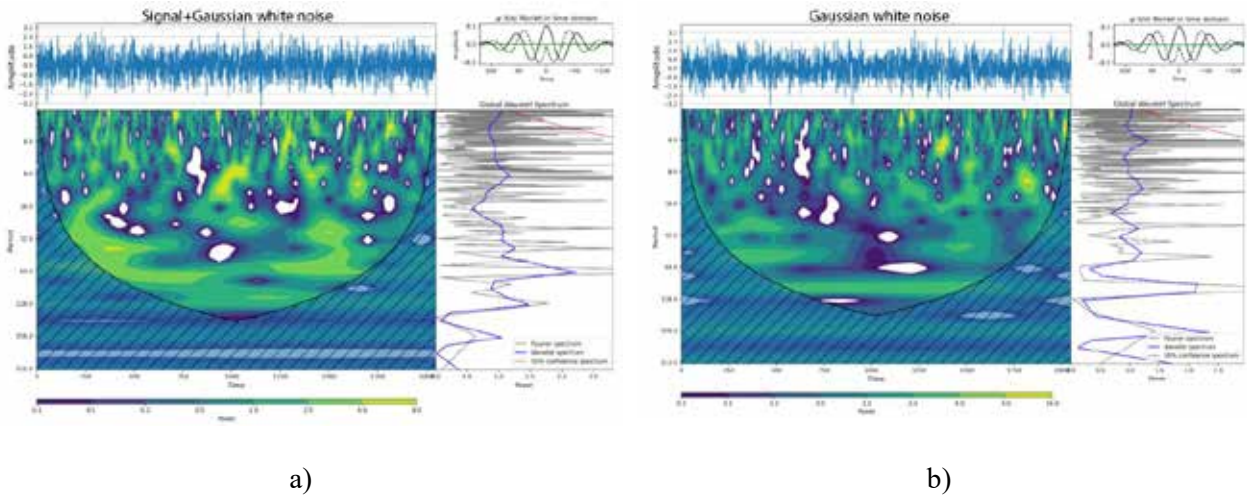


Fig. 4. Wavelet scalograms: a) for a signal with noise is 6.95 dB for $\beta = 512$; b) noise is 7.3 dB

the palette (cmap, aspect) should be the same during visualization.

Let’s build autocoherece for signals and noise on one graph by changing the noise level in the range from -14 to 14 dB. Let’s find the intersection points of noise and signal series for maxh (“Mexican Hat”) wavelet.

Analysis of wavelet spectrum autocoherece from the signal (3) for comparison is necessary together with the ratio taking into account the amplitude modulation of the half-sine wavelet:

$$x(t_i) = anp \cos(2\pi f_0 t_i + \pi \beta t_i^2) \sin(\pi t) + \eta_i. \quad (8)$$

Using the fractal dimensionality of wavelet spectrum images to prepare DataSet neural networks with taking account of noise thresholding

Preparation of images in the form of scalograms significantly increases the efficiency of neural networks for image recognition. In this case, to form a data set it is necessary to form a set of signals with different noise levels and at the same time be sure that the signal carries information and not chaos.

For this purpose, let’s transfer the already defined noise threshold to the dependence of fractal dimension on noise for spectra images. For this purpose, we need to make sure that the character of changes in fractal dimensionality is close to the changes for series of scaling wavelet coefficients.

In [16, 17], the following cell covering method is proposed to calculate the fractal dimensionality of images. For our problem, the spectrogram images are reduced to binary so that a pixel is considered filled but not white. According to the cell coverage method,

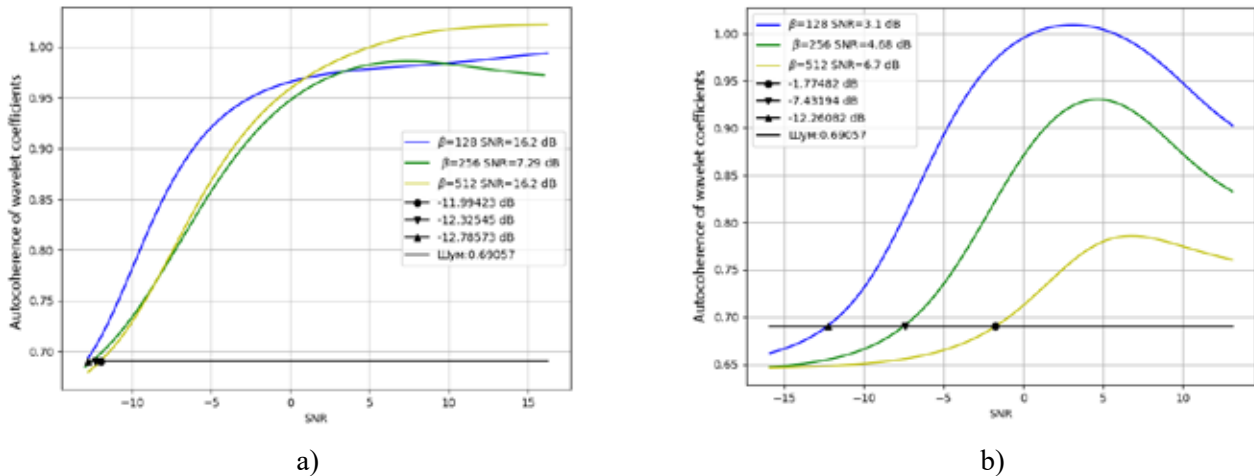


Fig. 5. Determination of noise threshold using autocohereance of continuous wavelet spectrum for wavelet mexh and scales=range(1,128): a) for frequency modulated signal by relation (3); b) for signal by relation (8).It should be noted that the noise threshold in both plots is about 0.7, which corresponds to the noise power. For a frequency modulated signal the level of noise threshold does not depend on the modulation coefficient

the fractal dimensionality D can be defined as a linear regression coefficient from the relation:

$$\log \frac{1}{s}, -\log C(s) = 0, \quad (8)$$

where: s is the size of the side of the image blocks in pixels; $C(s)$ is the number of image blocks of size s that have at least one filled pixel.

Let us define the fractal dimensionality of the images of the considered spectra:

The visually undetectable image change (Fig. 6) is identified numerically by the maximum of fractal dimensionality with sensitivity $(1.6122-1.6106)/(-13.3+11.6)=-0.0016/1.7$. Change in fractal dimension (Fig. 7) with sensitivity $(1.6116-1.5979)/(-11.7+8.3)=-0.0137/4$. The changes in the third and fourth digits do not seem significant, however, such a change is stable and in some cases may be the only way to select images in the data set for neural network. Such a task is relevant, because the insufficient number of images associated with their limited selection strongly reduces their recognition in neural networks [17-20].

Discussion. The need for greater accuracy of information processing pushes us to search for new methods of noise filtering. The work performed allows to prepare any image for noise cleaning, which is important for many areas of human activity (machine learning, computer vision, aerial photography, etc.).

In the article, for the first time, the autocohereance wavelet of the noisy signal and noise is compared to determine the level of noise in the signal. It is shown that the autocohereance of noise depends only on the law of its distribution and continuous wavelet, and

the autocohereance is constant over the whole range of noise power variation, which allows to use noise augmentation when preparing data for CNN.

Fractal time series analysis considers the behavior of the system not only at a given moment but also its prehistory. Wavelet analysis is applicable to non-stationary data processing. It provides local high-frequency and global large-scale information about an object. It also allows us to judge at what point in time certain signal components appeared. In this article, for the first time, a noise threshold is found, which improves the detection accuracy.

The question of the feasibility of using fractal analysis together with continuous wavelet analysis of images when preparing a data set for CNN remains open. Since convolutional neural networks (CNNs) are used to identify images, terrain, or signal spectra, in which Gaussian noise is added to the image data set to improve recognition accuracy [3] and when the level of added noise is exceeded, it can have the opposite effect when the image signal is converted into noise.

Conclusions. Dependences of the fractal dimensionality of wavelet spectra images of a frequency modulated signal on the noise level and modulation coefficient are obtained. The Mexican Hat wavelet function, which provides the maximum range of fractal dimensionality variation with noise change, is determined. Methods of threshold detection by proximity of series of scaled wavelet noise and signal are investigated. On the example of the Shapiro-Wilk normality test the inefficiency of using statistical methods to determine the noise threshold of wavelet coefficient series that form images of spec-

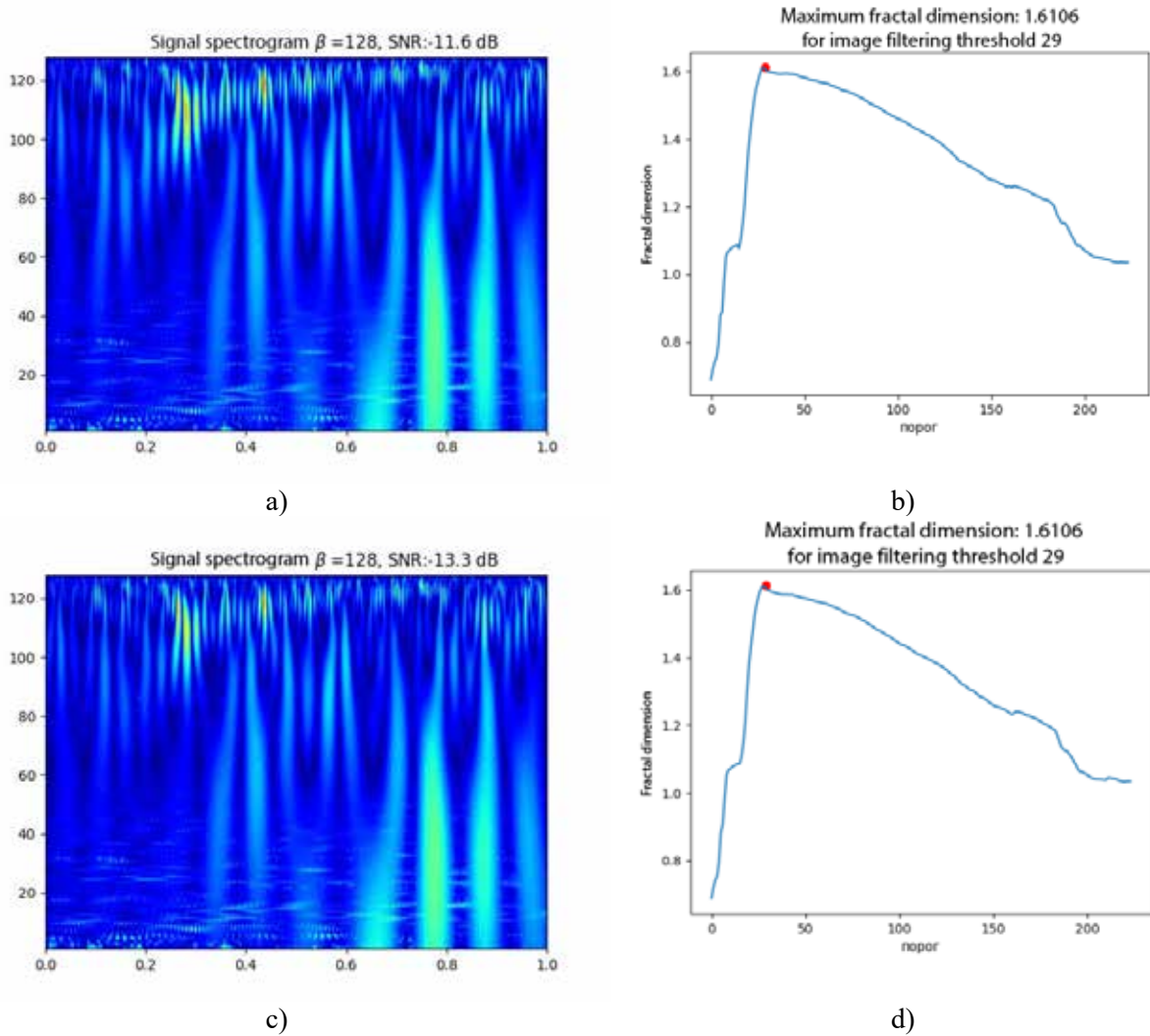


Fig. 6. Spectrum images and maxima of fractal dimensionality for transition through noise threshold for signal (3): a) wavelet spectrogram image for noise up to noise threshold; b) maximum of fractal dimensionality for spectrogram image; c) spectrogram image for noise above noise threshold; d) maximum of fractal dimensionality for spectrogram image

tra is shown. Two methods for detecting the noise threshold are considered, comparing global scalograms and auto coherence of the signal and noise transformed into wavelet coefficient series. The auto coherence method is more efficient due to the availability of numerical values. For the identified thresholds for two frequency modulation signals,

with additionally amplitude modulation and without. Spectra images are obtained and maxima of fractal dimensionality at the noise threshold boundaries are identified. By numerical values of maxima it is proposed to identify spectra by noise level, for example, for preparation of a set of recognizable images, for neural networks.

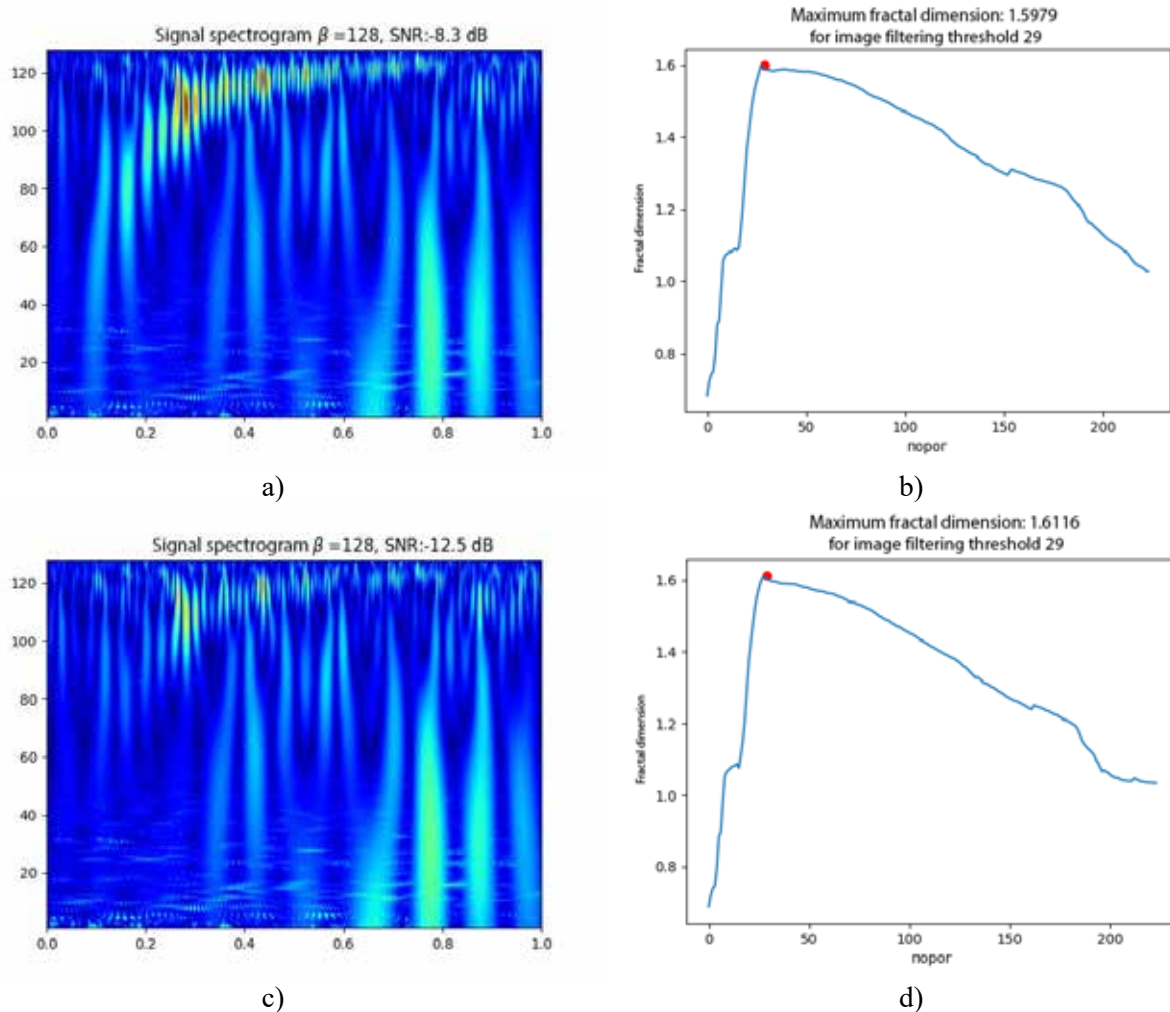


Fig. 7. Spectrum images and maxima of fractal dimensionality for transition through noise threshold for signal (8): a) wavelet spectrogram image for noise up to noise threshold; b) maximum of fractal dimensionality for spectrogram image; c) spectrogram image for noise above noise threshold; d) maximum of fractal dimensionality for spectrogram image

BIBLIOGRAPHY

1. Meilian L. (2022). Electronic radar signal recognition based on wavelet transform and convolutional neural network. 2022 2nd Asia-Pacific Conference on Communications Technology and Computer Science (ACCTCS). Vol. 23, No. 4. URL: <https://doi.org/10.3390/s23041986>
2. Мухамедов Р. Р., Уткін В. В., Вольнов Д. С. (2021). Спосіб виявлення шумових сигналів джерел радіовипромінювання з урахуванням фрактального аналізу. *Програмні продукти та системи*. Т. 34. № 1. С. 195–200. DOI: 10.15827/0236-235X.133.195-200
3. Xuezhong W. (2022). Electronic radar signal recognition based on wavelet transform and convolution neural network. *Alexandria Engineering Journal*. Vol. 61, No. 5, pp. 3559–3569. URL: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.09.002>
4. Тараненко Ю. К., Лопатин В. В., Олейник О. Ю. (2021). Вейвлет фільтрація беспороговим методом на прикладі моделі функції DOPPLER. *Известия вузов. Радиоелектроника*, Т. 64. № 7. С. 438–448. URL: <https://doi.org/10.20535/S0021347021070049>
5. Тараненко Ю. К. (2021). Методи дискретної вейвлет-фільтрації измерительных сигналів: алгоритм вибору методу. *Измерительная техника*. № 10. С. 14–20. URL: <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-10-14-20>

6. Тараненко Ю. К. (2021). Ефективність використання вейвлет-перетворень під час фільтрації шумів у сигналах вимірювальних перетворювачів. *Вимірювальна техніка*. № 2. С. 16–21. URL: <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-2-16-21>
7. Тараненко Ю. К., Різун Н. О. (2022). Вейвлет-фільтрація сигналів без використання модельних функцій. *Вісті вузів. Радіоелектроніка*. Т. 65. № 2. С. 110–125. URL: <https://doi.org/10.20535/S0021347022020042>
8. Walencykowska M., Kawalec A. (2022). Application of Continuous Wavelet Transform and Artificial Neural Network for Automatic Radar Signal Recognition. *Sensors*. Vol. 22. No. 19, pp. 74–84. URL: <https://doi.org/10.3390/s22197434>
9. Чен Б. Б., Імашев С. А. (2007). Оцінка параметра Херста з нахилу енергетичного спектру на основі вейвлет-перетворення. *Вісник КРСУ*. Т. 7. № 8. С. 65–75. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13519890>
10. Кириченко Л. О., Дейнеко Ж. В. (2009). Оцінювання самоподібності стохастичного часового ряду методом вейвлет-аналізу. *Радіоелектронні та комп'ютерні системи*. № 4. С. 99–105.
11. Шустер Р. (1988) Детермінований хаос: Запровадження / пер. з англ.
12. Maraun D., Kurths J. (2004) Cross wavelet analysis: significance testing and pitfalls. *Nonlinear Processes in Geophysics*. No. 11, pp. 505–514. URL: <https://doi.org/10.5194/npg-11-505-2004>
13. Torrence C. A., Compo G. P. (1998). Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*. Vol. 79, pp. 61–78. URL: [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2)
14. Torrence C., Webster P. J. (1999) Interdecadal Changes in the ENSO-Monsoon System. *Journal of Climate*. Vol. 12, pp. 2679–2690. URL: [https://doi.org/10.1175/1520-0442\(1999\)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2)
15. Lee G. R., Gommers R., Waselewski F., Wohlfahrt K., O'Leary A. (2019). PyWavelets: A Python package for wavelet analysis. *Journal of Open Source Software*. Vol. 4, No. 36, pp. 1237. DOI: [doi:10.21105/joss.01237](https://doi.org/10.21105/joss.01237)
16. Carpena P., Coronado V. A. (2019). Connection of the nearest-neighbor spacing distribution and the local box-counting dimension for discrete sets. *Physical Review E*. Vol. 100, No. 2, pp. 022205. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.022205>
17. Іллічов В. Ю. (2021) Розробка програми визначення фрактальної розмірності зображень. *Міжнародний науково-дослідний журнал*. Т. 4. № 106. С. 6–11. URL: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.106.4.001>
18. Lemley J., Bazrafkan S., Corcoran P. (2017). Smart Augmentation Learning an Optimal Data Augmentation Strategy. *IEEE Access*. Vol. 5, pp. 5858–5869. URL: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2696121>
19. DeVries T., Taylor G. (2017). Dataset Augmentation in Feature Space. Workshop track- ICLR. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1702.05538>
20. Inoue H. (2018). Data Augmentation by Pairing Samples for Images Classification. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.02929>

REFERENCES

1. Meilian L. (2022). Electronic radar signal recognition based on wavelet transform and convolutional neural network. 2022 2nd Asia-Pacific Conference on Communications Technology and Computer Science (ACCTCS). Vol. 23, No. 4. URL: <https://doi.org/10.3390/s23041986>
2. Mukhamedov R. R., Utkin V. V., Volnov D.S. (2021). The method of detecting noise signals of radio radiation sources taking into account fractal analysis. *Software products and systems*. Vol. 34. No. 1. P. 195–200. DOI: [10.15827/0236-235X.133.195-200](https://doi.org/10.15827/0236-235X.133.195-200)
3. Xuezhong W. (2022). Electronic radar signal recognition based on wavelet transform and convolution neural network. *Alexandria Engineering Journal*. Vol. 61, No. 5, pp. 3559–3569. URL: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.09.002>
4. Taranenko Y. K., Lopatin V. V., Oleynik O. Yu. (2021). Wavelet filtering by the thresholdless method using the DOPPLER model function as an example. *Izvestiya universities. Radioelectronics*, Vol. 64, No. 7, pp. 438–448. URL: <https://doi.org/10.20535/S0021347021070049>
5. Taranenko Yu. K. (2021). Methods of discrete wavelet filtering of measurement signals: method selection algorithm. *Measuring technique*. No. 10, pp. 14–20. URL: <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-10-14-20>
6. Taranenko Yu. K. (2021). Effectiveness of using wavelet transforms during noise filtering in the signals of measuring transducers. *Measuring technique*. No. 2. pp. 16–21. URL: <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2021-2-16-21>

7. Taranenko Yu. K., Rizun N. O. (2022). Wavelet filtering of signals without the use of model functions University News. Radio electronics. Vol. 65, No. 2, pp. 110–125. URL: <https://doi.org/10.20535/S0021347022020042>
8. Walencykowska M., Kawalec A. (2022). Application of Continuous Wavelet Transform and Artificial Neural Network for Automatic Radar Signal Recognition. Sensors. Vol. 22, No. 19, pp. 74–34. URL: <https://doi.org/10.3390/s22197434>
9. Chen B. B., Imashev S. A. (2007). Estimation of the Hurst parameter from the slope of the energy spectrum based on the wavelet transform. Bulletin of the KRSU. Vol. 7, No. 8, pp. 65–75. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13519890>
10. Kyrychenko L. O., Deineko Zh. V. (2009). Estimation of self-similarity of stochastic time series by wavelet analysis. Radioelectronic and computer systems. No. 4, pp. 99–105.
11. Schuster, R. (1988) Deterministic Chaos: An Introduction: Trans. from English Peace.
12. Maraun D., Kurths J. (2004) Cross wavelet analysis: significance testing and pitfalls. Nonlinear Processes in Geophysics. No. 11, pp. 505–514. URL: <https://doi.org/10.5194/npg-11-505-2004>
13. Torrence C. A., Compo G. P. (1998). Practical Guide to Wavelet Analysis. Bulletin of the American Meteorological Society. Vol. 79. pp. 61–78. URL: [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2)
14. Torrence C., Webster P. J. (1999) Interdecadal Changes in the ENSO-Monsoon System. Journal of Climate. Vol. 12, pp. 2679–2690. URL: [https://doi.org/10.1175/1520-0442\(1999\)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2)
15. Lee G. R., Gommers R., Waselewski F., Wohlfahrt K., O’Leary A. (2019). PyWavelets: A Python package for wavelet analysis. Journal of Open Source Software. Vol. 4, No. 36, pp. 1237. DOI: [doi:10.21105/joss.01237](https://doi.org/10.21105/joss.01237)
16. Carpena P., Coronado V. A. (2019). Connection of the nearest-neighbor spacing distribution and the local box-counting dimension for discrete sets. Physical Review E. Vol. 100, No. 2, pp. 022205. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.022205>
17. Ilyichev V. Yu. (2021) Development of a program for determining the fractal dimension of images. International scientific research journal. Vol. 4, No. 106, pp. 6–11. URL: <https://doi.org/10.23670/IRJ.2021.106.4.001>.
18. Lemley J., Bazrafkan S., Corcoran P. (2017). Smart Augmentation Learning an Optimal Data Augmentation Strategy. IEEE Access. Vol. 5, pp. 5858–5869. URL: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2696121>
19. DeVries T., Taylor G. (2017). Dataset Augmentation in Feature Space. Workshop track- ICLR. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1702.05538>
20. Inoue H. (2018). Data Augmentation by Pairing Samples for Images Classification. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.02929>.

РОЗДІЛ III. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

UDC 001.8

DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-05>

CRAFTING INNOVATION: NURTURING CREATIVE THINKING IN CAD ENGINEERING FOR FUTURE BREAKTHROUGHS

Andrushko A. M.

*Ph.D., Associate Professor at the Department of CDS
Lviv Polytechnic National University
Stepana Bandery str., 12, Lviv, Ukraine
orcid.org/0000-0003-4229-7589
andrii.m.andrushko@lpnu.ua*

Lobur M. V.

*Ph.D. Hab., Professor at the Department of CDS
Lviv Polytechnic National University
Stepana Bandery str., 12, Lviv, Ukraine
orcid.org/0000-0001-7516-1093
mykhaylo.v.lobur@lpnu.ua*

Key words: *CAD engineering, creativity, innovation, technical proficiency, linear thinking, lateral thinking, creative process.*

In the ever-evolving landscape of Computer-Aided Design (CAD) engineering, the demand for groundbreaking solutions and innovative designs necessitates a harmonious blend of technical expertise and creative thinking. Recognizing the growing importance of creativity, this article addresses the need for a transformative approach that goes beyond traditional linear problem-solving methods within CAD engineering.

The primary objective is to unravel the intricate relationship between technical proficiency and creative thinking, exploring the nuances of creativity in the CAD engineering context. By delving into the distinct realms of linear and lateral thinking, the article aims to provide a comprehensive understanding of the creative process and principles specific to CAD engineering.

The exploration is structured across several subsections, beginning with the definition of creativity tailored to CAD engineering and a detailed analysis of linear and lateral thinking. The creative process and principles are dissected, laying the groundwork for practical insights into fostering creativity at educational institutions and individual levels. Drawing inspiration from real-world examples, the article outlines actionable steps and strategies to enhance creative thinking skills for CAD engineers.

The findings reveal that a holistic integration of creativity is imperative for CAD engineers to navigate the complexities of design challenges effectively. By understanding the roles of technical universities, educators, and individuals, the article provides a roadmap for fostering a culture of creativity within CAD engineering.

The article derives its novelty from synthesizing theoretical frameworks with practical insights, bridging the gap between conceptual understanding and actionable strategies. The incorporation of HP's innovative culture rules adds a distinctive layer, offering tangible principles that resonate with the spirit of creativity in a dynamic engineering environment.

The practical value lies in empowering CAD engineers with a toolkit that extends beyond technical skills, fostering a mindset conducive to innovation.

By emphasizing interdisciplinary collaboration, structured creative techniques, and continuous learning, the article provides tangible strategies for engineers seeking to enhance their creative thinking skills.

While the article comprehensively explores the current landscape, there are avenues for further investigations into the long-term impact of creativity in CAD engineering. Future research could delve deeper into assessing the effectiveness of specific strategies in fostering creativity and explore how emerging technologies influence the creative aspects of CAD design. Additionally, examining the intersection of creativity and sustainability within CAD engineering could be an intriguing area for further exploration.

СТВОРЕННЯ ІННОВАЦІЙ: РОЗВИТОК КРЕАТИВНОГО МИСЛЕННЯ У ПРОЦЕСІ РОЗРОБКИ САП ДЛЯ МАЙБУТНІХ ПРОРИВІВ

Андрушко А. М.

*кандидат економічних наук, доцент кафедри САП
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Степана Бандери, 12, Львів, Україна
orcid.org/0000-0003-4229-7589
andrii.m.andrushko@lpnu.ua*

Лобур М. В.

*доктор технічних наук, професор кафедри САП
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. Степана Бандери, 12, Львів, Україна
orcid.org/0000-0001-7516-1093
mykhaylo.v.lobur@lpnu.ua*

Ключові слова: САП, креативність, інновації, технічні компетенції, лінійне мислення, латеральне мислення, творчий процес.

У постійно мінливій сфері систем автоматизованого проектування (САП) попит на новаторські рішення й інноваційні проекти вимагає гармонійного поєднання технічних навичок і творчого мислення. Визнаючи зростаючу важливість креативності та творчого мислення, ця стаття розглядає потребу у трансформаційному підході, який виходить за рамки традиційних лінійних методів вирішення проблем у САП.

Мета статті – розкрити складний зв'язок між технічними знаннями та творчим мисленням, досліджуючи нюанси творчості в інженерному контексті САП. Заглиблюючись у різні сфери лінійного та латерального мислення, стаття має на меті забезпечити всебічне розуміння творчого процесу та принципів, характерних для проектування САП.

Дослідження структуровано за кількома підрозділами, починаючи з визначення креативності у контексті сфери САП і детального аналізу особливостей лінійного та латерального мислення. Творчий процес і принципи креативності розглядаються з метою визначення практичних засад для сприяння творчості у закладах освіти та на індивідуальному рівні. Базуючись на реальних прикладах, стаття описує дієві кроки та стратегії для вдосконалення навичок творчого мислення для інженерів САП.

Результати показують, що цілісна інтеграція професійних технічних навичок і творчості є обов'язковою для інженерів САП для ефективного орієнтування у складних завданнях проектування. Висвітлюючи роль технічних університетів, викладачів, а також особистісних характеристик інженера, стаття пропонує дорожню карту для розвитку культури творчості в інженерному проектуванні.

Новизна статті полягає у синтезі теоретичних основ із практичними ідеями, подолання розриву між концептуальним розумінням і дієвими стратегіями. Розгляд правил інноваційної культури НР дозволяє відчутти важливі принципи, які перегукуються з духом творчості у динамічному інженерному середовищі.

Практична цінність полягає у наданні інженерам САП інструментарію, який виходить за межі технічних навичок, сприяючи формуванню мислення, що сприяє інноваціям. Підкреслюючи міждисциплінарну співпрацю, структуровані творчі методи та безперервне навчання, стаття пропонує реальні стратегії для інженерів, котрі прагнуть покращити свої навички творчого мислення.

Хоча стаття доволі ґрунтовно досліджує поточний стан проблеми, існують шляхи подальших досліджень довгострокового впливу креативності у сфері САП. Майбутні дослідження можуть заглибитися в оцінку ефективності конкретних стратегій у сприянні творчості та дослідити, як нові технології впливають на творчі аспекти проектування САП. Крім того, вивчення перетину креативності та сталого розвитку в рамках проектування САП може бути інтригуючим і цікавим напрямом для подальших досліджень.

Introduction and Problem Statement. In the dynamic landscape of CAD engineering, technical proficiency alone no longer suffices in the pursuit of groundbreaking solutions and innovative designs. The realm of Computer-Aided Design demands a marriage between technical prowess and creative ingenuity. Creativity is one of the most important and noted skills for success in the 21st century, and it is increasingly recognized as being important to engineers [1]. Unlike the linear application of technical skills, the creative dimension in CAD engineering introduces the capacity to explore unconventional solutions, tackle complex problems, and breathe life into innovative concepts. The growing competitiveness of the commercial sector and the increasing complexity of systems is creating greater pressure for innovative solutions [2], and hence a greater need for creative performance [3].

Within the CAD engineering context, the conceptual design phase stands out as a critical arena where creative problem-solving takes center stage. Here, the ability to think laterally, considering novel approaches and unconventional solutions, becomes paramount. Creative problem solving is valuable at any stage in the design process, but it is of critical importance in the conceptual design stage [3]. A CAD engineer armed with creative thinking not only navigates through the maze of constraints but also envisions possibilities that may elude those, relying solely on linear thinking.

Moreover, the role of intrinsic motivation among CAD designers cannot be overstated. Engineers, akin to consumers, are shaped by their unique experiences, beliefs, motivations, expectations, capabilities, and cultural influences [4]. Nurturing creativity within CAD engineers involves tapping into this intrinsic

motivation, allowing it to propel the design process forward. Recognizing that CAD engineering is not merely a technical endeavour, but a creative endeavour, transforms the way engineers approach challenges, encouraging them to explore, innovate, and ultimately redefine the possibilities within their field. In essence, the fusion of technical acumen with creative thinking emerges as the cornerstone for the CAD engineer striving not just to meet specifications but to surpass them, forging a path toward innovation and excellence.

The article aims to unravel the intricate relationship between technical proficiency and creative thinking within the field of CAD engineering. As we delve deeper into the subsequent sections, the exploration begins with a comprehensive definition of creativity tailored to the CAD engineering context. The dichotomy of linear and lateral thinking is dissected, providing insights into the structured and exploratory dimensions of problem-solving. We navigate through the stages of the creative process and uncover the fundamental principles guiding creative thinking in CAD engineering, ultimately establishing a robust foundation for understanding the nuances of innovation in this domain.

Moving forward, the focus shifts to practical strategies and approaches, examining the pivotal role of universities and teachers in fostering a culture that nurtures creativity. The section will delve into the specific methods and techniques that individuals, particularly CAD engineers, can adopt to enhance their creative thinking skills. Drawing inspiration from established principles and real-world examples, we aim to empower CAD engineers to not only meet the demands of their profession but to surpass them, fostering a mindset that drives excellence and innovation.

Defining Creativity and Creative Thinking within the CAD engineering context. Within the specialized realm of CAD engineering, creative thinking takes on a unique significance, reshaping traditional problem-solving paradigms and propelling the design process into uncharted territories. The application of creativity within CAD engineering is not a one-size-fits-all approach but rather a nuanced interplay of various cognitive processes and principles.

As we delve into the defining aspects of creativity and creative thinking within this context, three major themes emerge as crucial focal points. First, the dichotomy between linear and lateral thinking becomes paramount, delineating the structured, sequential approach from the more exploratory, non-linear perspective. Understanding the interplay between these thinking modes is instrumental in navigating the intricate decisions involved in CAD engineering. Second, we unravel the intricacies of the creative process itself, dissecting its stages and exploring the principles that guide ideation, iteration, and refinement. Finally, we bring the discussion home to the CAD engineering context, examining how creativity manifests within this domain and its profound impact on shaping innovative solutions and pushing the boundaries of design possibilities.

1. Linear and lateral thinking.

In the realm of CAD engineering, the distinction between linear and lateral thinking represents a critical dichotomy in problem-solving approaches. Figure 1 illustrates the general concepts of linear and lateral thinking.

Linear thinking, characterized by a systematic and sequential progression of thoughts, adheres to a structured pathway where each step builds upon the preceding one. CAD engineers employing linear thinking follow a methodical route, allowing for precise execution and predictability in design processes. This method is particularly valuable in scenarios where a well-defined and systematic approach is required, such as when dealing with established design standards or addressing straightforward technical challenges.

Conversely, lateral thinking introduces a dynamic and exploratory dimension to the CAD engineering thought process. It deviates from the linear path, encouraging engineers to venture beyond the conventional and explore innovative solutions. Lateral thinking becomes instrumental in situations where the complexity of the problem demands a departure from routine methods. CAD engineers leveraging lateral thinking are adept at breaking away from preconceived notions, challenging assumptions, and envisioning novel perspectives that might elude a purely linear approach. This thinking style thrives in the conceptual design phase, where the exploration of unconventional ideas can lead to breakthrough innovations.

For CAD engineers, the integration of both thinking styles is paramount. Linear thinking ensures precision and adherence to established guidelines, while lateral thinking injects the necessary creativity to navigate through ambiguous challenges and devise inventive solutions. Striking a balance between these thinking modes empowers CAD engineers to

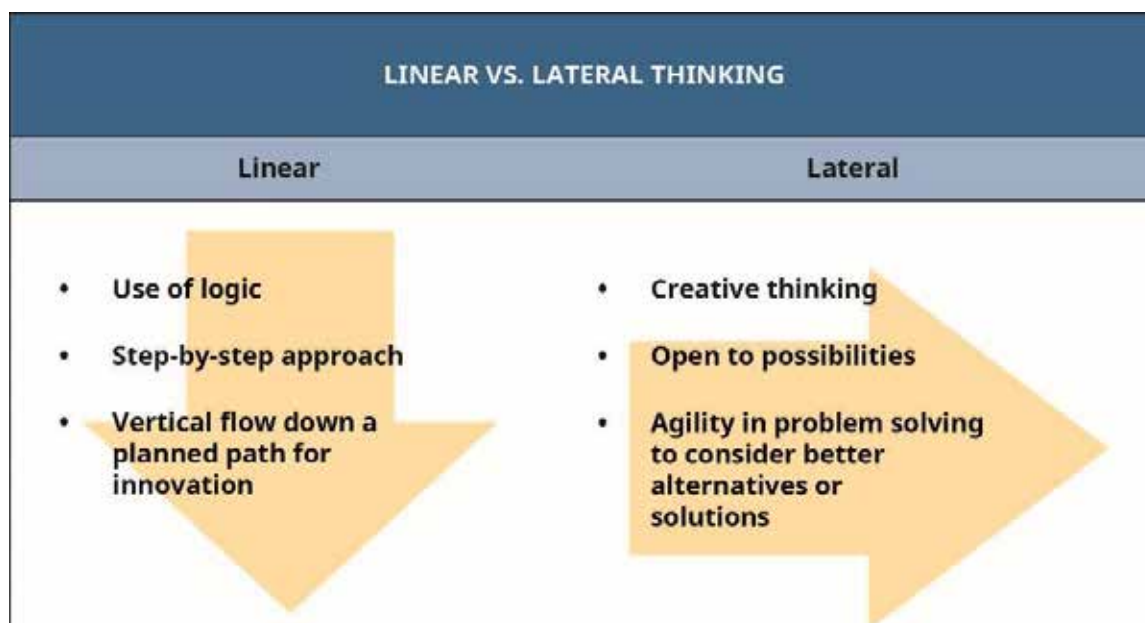


Fig. 1. Linear vs. lateral thinking

Source: [5]

approach problems with versatility, adaptability, and a holistic perspective, ultimately fostering a dynamic and comprehensive problem-solving toolkit essential for the demands of modern design challenges.

While it is feasible to excel as an engineer by prioritizing linear thinking, numerous contemporary perspectives in the realms of entrepreneurship and engineering underscore the significance of creativity and lateral thinking. In the dynamic landscape of today’s business environment, many viable ventures emerge not only through logical progressions from existing products and services but also from innovative and unconventional approaches. The emphasis on creativity in these contexts can be attributed to several factors, including heightened global competition, the rapid pace of technological advancements, and the intricate nature of trade and communication systems [6]. These elements not only shed light on the prevalent emphasis on creativity within engineering, but also underscore the compelling reasons for prioritizing and fostering creative thinking within these domains. “Product developers of the twenty-first century are expected to do more than simply push products and innovations a step further down

a planned path. Newer generations of entrepreneurs are expected to be path breakers in new products, services, and processes” [5].

2. *The creative process and creative principles.*

The creative process within the context of CAD engineering is a multifaceted journey that encompasses distinct stages, each contributing to the development of innovative solutions (fig. 2). The process typically begins with a phase of preparation, where engineers immerse themselves in the problem domain, gathering relevant information and establishing a foundational understanding. This stage lays the groundwork for the subsequent phases and is crucial in providing a comprehensive perspective on the challenges at hand. Following preparation, the incubation stage unfolds, allowing ideas to percolate in the subconscious mind. This phase often involves stepping away from the problem momentarily, enabling the mind to make unexpected connections and associations.

Ideation, the next phase, is the focal point of creative brilliance. Here, CAD engineers engage in brainstorming sessions, exploring diverse perspectives and generating a multitude of ideas. This stage encour-

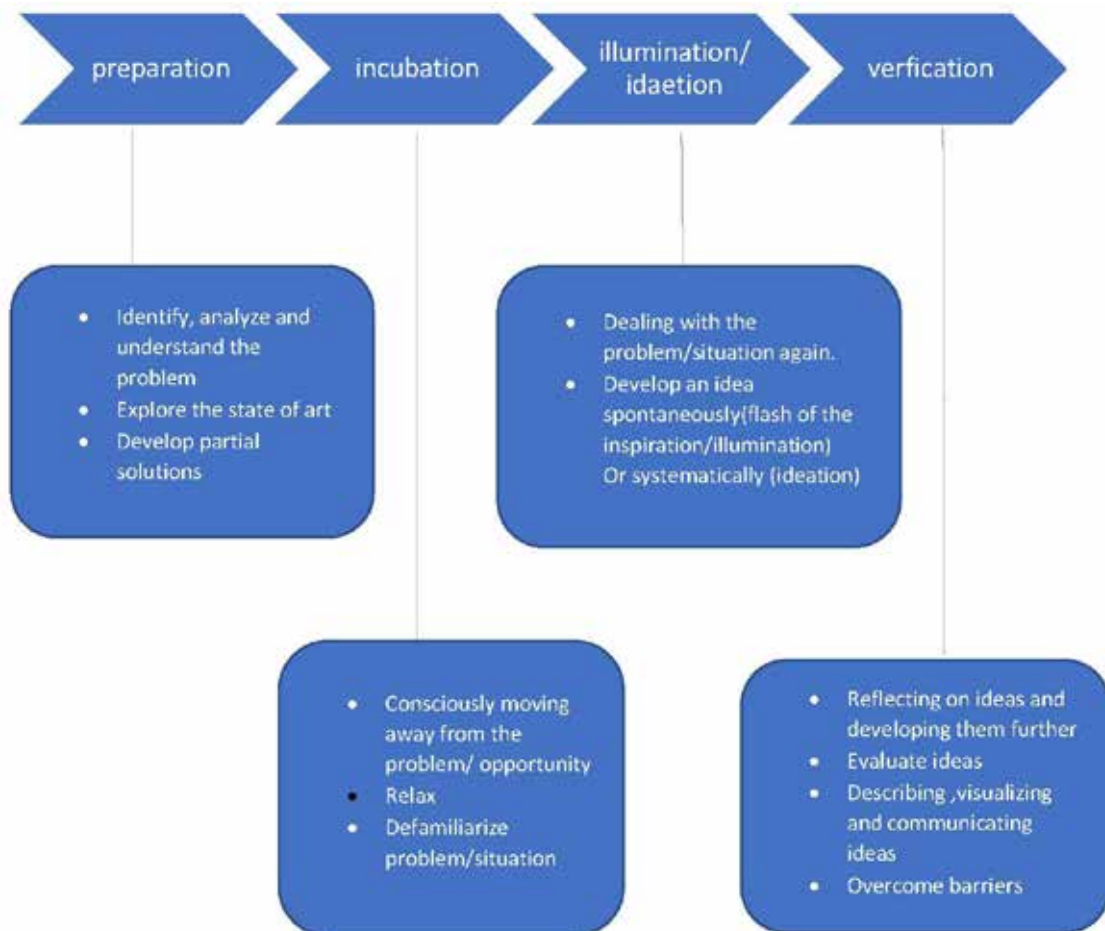


Fig. 2. Linear vs. lateral thinking

Source: [5]

ages a free-flowing exchange of thoughts, unbridled by constraints, and promotes the emergence of novel concepts. Whether an idea is creative, is judged based on its novelty and usefulness [7].

The verification stage is the final crucible, where the feasibility and viability of ideas come under scrutiny. Rigorous testing, analysis, and refinement ensure that the creative concepts align with practical engineering constraints and contribute to the overall effectiveness of the solution.

Accompanying this creative process are a set of principles that serve as guiding beacons for CAD engineers navigating the intricacies of design challenges:

- Association involves linking seemingly unrelated concepts or elements, fostering the discovery of innovative solutions.
- Analogy encourages drawing parallels between disparate domains, unlocking fresh perspectives.
- Decomposition involves breaking down complex problems into more manageable components, simplifying the approach to intricate challenges.

Challenging common wisdom and industry conventions urges CAD engineers to question established norms, fostering a culture of innovation. Experimentation and changing habits play a pivotal role, allowing engineers to explore uncharted territories and break free from routine, potentially leading to groundbreaking outcomes. These creative principles serve as catalysts in the CAD engineer's pursuit of innovative solutions, providing a framework that nurtures and channels creative thinking into tangible advancements within the field.

3. Creativity in the CAD engineering context.

Creativity within the CAD engineering context is a dynamic and adaptive cognitive process that transcends traditional problem-solving approaches. Drawing upon established definitions, creative thinking in CAD engineering involves the generation of novel ideas and the establishment of fresh connections between existing concepts [8]. It serves as a powerful tool in overcoming rigid methodologies by challenging conventional approaches and fostering the exploration of innovative ideas that are contextually relevant. CAD engineers, when engaging in creative thinking, go beyond mere imagination; they actively question, combine, change, and reapply existing concepts to navigate complex design challenges.

In the realm of CAD engineering, creativity is not merely the act of turning imaginative ideas into reality, as traditionally defined [9]. It is an intricate interplay of perceiving the world through a new lens, uncovering hidden patterns, and making connections between seemingly disparate phenomena. The essence of creativity within CAD engineering involves two pivotal processes: thinking and producing. Ideas are not just conceived but actively translated into tangible solu-

tions, emphasizing the transformative impact of creativity in engineering design.

Expanding on the spontaneous and continuous facets of creativity as defined by Oleynick et al. [10], CAD engineers experience creative breakthroughs both in sudden, inspired moments and through sustained, tenacious efforts marked by deep concentration and perseverance. It is a nuanced amalgamation of spontaneous flashes of insight and the deliberate application of creative problem-solving methodologies. Furthermore, within the CAD engineering domain, creativity is not a standalone concept but is explicitly linked to creative problem-solving in engineering design [3]. It encapsulates the ability to overcome challenges, innovate, and shape solutions that extend beyond the conventional boundaries of engineering practice.

In essence, creativity within the CAD engineering context is not a sporadic act but a dynamic interplay of linear and lateral thinking guided by a structured process and fundamental principles. It is the art of traversing through traditional and unconventional pathways to craft solutions that redefine the boundaries of engineering design.

Building approaches to foster creativity and creative thinking. As we navigate the theoretical underpinnings of creativity within CAD engineering, the focus now shifts to actionable strategies and tangible steps that bridge the gap between theory and application. The next section delves into practical approaches for fostering creativity, recognizing the indispensable role of educational institutions. Beyond the classroom, the spotlight turns to individuals, exploring the steps they can take to augment their creative prowess. From embracing creativity techniques to cultivating a habit of experimentation, these practical insights aim to empower CAD engineers, providing them with a toolkit to navigate the evolving challenges of their field with ingenuity and resilience.

1. Universities/Teachers' role in creativity fostering.

Creativity is a skill that can be developed and a process that can be managed [9]. In cultivating a culture of creativity within the domain of CAD engineering, the role of technical universities and engineering educators stands paramount. These institutions serve as crucibles where future CAD engineers are not merely equipped with technical knowledge but are also nurtured in the art of creative thinking. Universities play a crucial role in providing a platform for students to develop and build productive creativity, they must foster the creation and realisation of new ideas and innovation [11]. By instilling a mindset that values innovation and encourages non-linear thinking, these institutions play a pivotal role in preparing CAD engineers for the challenges of a rapidly evolving technological landscape. We need to encourage

students to seek novel solutions to problems, to take risks and make links they may not have previously thought of [12].

Within the academic realm, students are not only expected to acquire and apply a diverse set of competencies and skills but are challenged to use these skills in novel ways – forming new relationships between established elements and uncovering previously unconsidered connections [11]. In technology and design education programs, contemporary changes are embraced, incorporating the full utilization of technology, blended learning situations, flipped classrooms, e-learning, and a STEM approach [13; 14]. These strategies, such as project-based learning and problem-solving through authentic experiences, promote analytical, independent, and creative thinking within communities of practice guided by field experts.

Teachers in university settings play a critical role in nurturing creativity, encouraging students to generate ideas, solve authentic problems, and synthesize innovative solutions [15]. This educational fusion is essential as creativity often thrives in collaborative settings, enabling diverse perspectives and the ability to abandon habitual thinking patterns [11]. Encouraging students to ‘think the impossible’ is fostered by providing ongoing support and cultivating an understanding that venturing into uncertain territories and taking risks with their ideas is essential for innovation and social responsibility [16]. However, the challenge of assessing creativity remains, as it is subjective and difficult to evaluate [17].

Tutors, peers, and the social environment significantly influence the creative outcomes of students, necessitating the creation of supportive, risk-free, and innovative environments [18]. Creativity is increased when students show greater enthusiasm and this occurs when problem-based instruction is incorporated, as the brain learns through association and analysis. When utilizing an inquiry and problem-based method of instruction, student creativity is increased and more productive [19]. Addressing disparities in perceptions of creativity between tutors and students requires formalizing creativity as a key skill, embedded across curricula through teacher education, assessment, and educational policy [20]. This approach aims to remove ambiguity surrounding creativity and create a cohesive foundation for fostering creativity within university settings.

2. Approaches to enhance creative thinking.

Enhancing creative thinking for CAD engineers involves a proactive and intentional approach that integrates various strategies into their professional development. One crucial step is to cultivate a mindset of continuous learning and exploration. CAD engineers can stay abreast of emerging technologies, design methodologies, and industry trends to

expand their knowledge base and stimulate creative thinking. Engaging in interdisciplinary collaboration is another potent avenue, as exposure to diverse perspectives fosters a broader understanding of design challenges and encourages innovative problem-solving.

CAD engineers can further enhance their creative thinking by incorporating structured techniques into their workflow. This includes embracing brainstorming sessions, mind mapping, and design thinking methodologies during the ideation phase. These methodologies are widely described in the literature, sources [21, 8] may be a good point to start. Experimentation is key; engineers should not shy away from trial and error, as learning from failures often sparks innovative solutions. Additionally, fostering a culture of open communication and idea-sharing within engineering teams can create an environment where diverse viewpoints are valued, contributing to a richer pool of creative ideas.

Continued professional development is vital for CAD engineers seeking to enhance their creative thinking skills. Participating in workshops, attending conferences, and pursuing advanced training in design thinking and creativity methodologies can provide exposure to new concepts and approaches. Embracing a mindset that welcomes challenges and views constraints as opportunities for creative solutions empowers CAD engineers to navigate the complexities of their field with ingenuity and resilience. Ultimately, the enhancement of creative thinking for CAD engineers involves a holistic approach that integrates both individual efforts and collaborative practices, creating a dynamic environment conducive to innovation and excellence.

According to the Dyer, Gregersen, and Christensen [22], the ability to generate innovative ideas is not merely a function of the mind, but also a function of five key behaviours that optimize brain for discovery:

Associating: drawing connections between questions, problems, or ideas from unrelated fields

Questioning: posing queries that challenge common wisdom

Observing: scrutinizing the behavior of customers, suppliers, and competitors to identify new ways of doing things

Networking: meeting people with different ideas and perspectives

Experimenting: constructing interactive experiences and provoking unorthodox responses to see what insights emerge.

To foster a culture of creativity and innovation, HP’s rules, rooted in its humble beginnings in a garage, provide a succinct and powerful guide for CAD engineers seeking to enhance their creative thinking [23]:

- Believe you can change the world: Cultivate a mindset of ambition and possibility, instilling the belief that your contributions can have a transformative impact on the engineering landscape.

- Work quickly, keep the tools unlocked, work whenever: Encourage agility and flexibility in work habits. Swift actions and an accessible toolkit facilitate the rapid iteration crucial for creative problem-solving.

- Know when to work alone and when to work together: Recognize the value of individual focus and collaborative efforts. Effective creative thinking often involves a balance between solitary reflection and group dynamics.

- Share – tools, ideas. Trust your colleagues: Foster an environment of open communication and idea-sharing. Trust in your colleagues' abilities and collectively leverage a shared pool of knowledge and resources.

- No politics. No bureaucracy: Eliminate unnecessary obstacles that hinder creativity. A streamlined and transparent work environment promotes a focus on innovative solutions rather than bureaucratic hurdles.

- The customer defines a job well done: Prioritize customer satisfaction as the ultimate measure of success. Aligning creative endeavors with customer needs ensures the practicality and relevance of the solutions.

- Radical ideas are not bad ideas: Embrace unconventional and radical concepts. Innovation often arises from ideas that challenge the status quo and push the boundaries of traditional thinking.

- Invent different ways of working: Encourage experimentation with various methodologies and approaches. Creativity flourishes when engineers explore alternative ways of tackling challenges.

- Make a contribution every day. If it doesn't contribute, it doesn't leave the garage: Instill a commitment to continuous progress. Evaluate the value of each contribution, ensuring that efforts contribute meaningfully to the overall goals.

- Believe that together we can do anything. Invent: Cultivate a collective sense of purpose and capability. Collaborative innovation thrives when individuals believe in their collective potential to bring inventive solutions to fruition.

Conclusions. The integration of creativity within the realm of CAD engineering emerges as a catalyst for innovation, pushing the boundaries of what is achievable in the design and development of products and systems. From the foundational understanding of linear and lateral thinking to the exploration of the creative process and principles, CAD engineers are equipped with a comprehensive toolkit that transcends traditional problem-solving approaches. Design is neither orderly nor linear, it implies a continuous and active search to resolve trade-offs and satisfying constraints [4].

The distinct roles of technical universities and educators in fostering creativity underscore the importance of cultivating a mindset that values not only technical proficiency but also imaginative thinking within educational institutions. By using known methods of encouraging creativity by providing rewards for taking risks, and not just for the actual final outcome, the students work showed a higher achievement and creativity level [12].

There are actionable steps that both educational institutions and individual CAD engineers can take to enhance creative thinking. These steps offer a roadmap for engineers, navigating the ever-evolving landscape of CAD design, and may include embracing interdisciplinary collaboration, structured creative techniques, and continuous learning.

The convergence of theory and application is encapsulated in the rules derived from HP's innovative culture, providing a distilled set of principles that resonates with the spirit of creativity in a dynamic and collaborative environment. By adhering to these rules and embracing a culture that values experimentation, open communication, and customer-centricity, CAD engineers can cultivate a climate where creative thinking thrives.

In essence, the article champions the idea that creativity is not a supplementary aspect but an integral force driving excellence in CAD engineering. As the field evolves, the ability to balance technical expertise with creative ingenuity will define the next generation of engineers, paving the way for groundbreaking solutions that shape the future of technology and design.

BIBLIOGRAPHY

1. Cropley D. H., Cropley A. J. (2000). Fostering creativity in engineering undergraduates, *High Abilities Studies*, vol. 11, no. 2, pp. 207–219.
2. NAE (2005). Educating the engineer of 2020: Adapting engineering education to the new century. Washington (DC): National Academies Press.
3. Robertson B. F., Radcliffe D. F. (2009). Impact of CAD tools on creative problem solving in engineering design, *Computer-Aided Design*, vol. 41, Issue 3, pp. 136–146, <https://doi.org/10.1016/j.cad.2008.06.007>.
4. Wendrich R. E. (2020). Creative Thinking: Computational Tools Imbued with AI, Proceedings of the Design Society: DESIGN Conference, 1:481–490. doi:10.1017/dsd.2020.7
5. Lavery M., Little C. (2020). Creativity, Innovation, and Invention: How They Differ, in Entrepreneurship. Houston, Texas: OpenStax. Section URL: <https://openstax.org/books/entrepreneurship/pages/preface>

6. Fillis I. and Rentschler R. (2010). The Role of Creativity in Entrepreneurship, *Journal of Enterprising Culture*, vol. 18, no. 1, pp. 49–81.
7. Amabile T. M. and Pratt M. G. (2016). The dynamic componential model of creativity and innovation in organizations: Making progress, making meaning, *Research in Organizational Behaviour*, vol. 36, pp. 157–183.
8. Babok: a guide to the business analysis body of knowledge, International Institute of Business Analysis, Toronto, Ontario, Canada, 2015, 514 p.
9. Naiman L. (2023). What is Creativity? And why is it crucial for success? www.creativityatwork.com/what-is-creativity [accessed Jan 15, 2024]
10. Oleynick V. C., Thrash T. M., LeFevre M. C., Moldovan E. G., Kieffaber P. D. (2014). The scientific study of inspiration in the creative process: challenges and opportunities, *Frontier Human Neuroscience*, 8:436. doi: 10.3389/fnhum.2014.0043.
11. Jahnke I. (2011). How to foster creativity in technology enhanced learning, in: White, B., King, I., Tsang, P. (eds.) *Social Media Tools and Platforms in Learning Environments*, pp. 95–116. New York, NY: Springer. doi:10.1007/978-3-642-20392-3.
12. Winn D. and Banks F. (2012). CAD and creativity: a new pedagogy, in: PATT 26 Conference, Technology Education in the 21st Century, 26–30 Jun 2012, Stockholm, Sweden.
13. Doe T. (2016). Full steam ahead, *International Journal of Innovation, Creativity and Change*, vol. 2, no. 11, pp. 82–94.
14. McAuliffe M. B. (2016). *Inside the designer: Understanding imagining in spatial design*. Oxford Global Press, London.
15. NSW Government Educational Standards Authority, Technology Mandatory Syllabus (2017) <https://educationstandards.nsw.edu.au/wps/portal/nesa/k-10/learningareas/technologies/technology-mandatory-7-8-new-syllabus> [accessed Jun 11, 2023]
16. Jackson N. (2010). Developing Creativity through Lifewide Education. <http://imaginativecurriculumnetwork.pbworks.com/f/Developing+creativity+through+lifewide+education+version+5++15+06.pdf> [accessed Feb 12, 2024]
17. Gaspar D. and Mabic M. (2015). Creativity in Higher Education, *Universal Journal of Educational Research*, vol. 3, no. 9, pp. 598–605. doi: 10.13189/ujer.2015.030903.
18. Rodgers P. A. and Jones P. (2017). Comparing University Design Students' and Tutors' Perceptions of Creativity, *Design Journal*, vol. 20, no. 4, pp. 435–457. doi:10.1080/14606925.2017.1323503.
19. Cusanelli L. N. and Trevallion D. (2020). Using Technology for Productive, Creative Purpose, *International Journal of Innovation, Creativity and Change*. www.ijicc.net, Volume 13, Issue 1, pp. 1–12.
20. Henriksen D., Mishra P., Fisser P. (2016). Infusing Creativity and Technology in 21st Century Education: A Systemic View for Change, *Educational Technology & Society*, vol. 19, no. 3, pp. 27–37.
21. Посібник із креативного мислення / К. Гріффітс, М. Кості / пер. з англ. У. Курганової. Харків : Вид-во Ранок, 2020. 288 с.
22. Dyer J., Gregersen H. B., Christensen C. M. (2011). *The innovator's DNA: mastering the five skills of disruptive innovators*, Boston, Mass., Harvard Business Press.
23. Hewlett-Packard 1999 Annual Report, <https://studylib.net/doc/18138018/hewlett-packard-1999-annual-report> [accessed Feb 24, 2024].

REFERENCES

1. Cropley D. H., Cropley A. J. (2000). Fostering creativity in engineering undergraduates, *High Abilities Studies*, vol. 11, no. 2, pp. 207–219.
2. NAE (2005). *Educating the engineer of 2020: Adapting engineering education to the new century*. Washington (DC): National Academies Press.
3. Robertson B. F., Radcliffe D. F. (2009). Impact of CAD tools on creative problem solving in engineering design, *Computer-Aided Design*, vol. 41, Issue 3, pp. 136–146, ISSN 0010-4485, <https://doi.org/10.1016/j.cad.2008.06.007>.
4. Wendrich R. E. (2020). Creative Thinking: Computational Tools Imbued with AI, *Proceedings of the Design Society: DESIGN Conference*, 1:481–490. doi:10.1017/dsd.2020.7
5. Laverty M., Little C. (2020). *Creativity, Innovation, and Invention: How They Differ*, in *Entrepreneurship*. Houston, Texas: OpenStax. URL: <https://openstax.org/books/entrepreneurship/pages/preface>.
6. Fillis I. and Rentschler R. (2010). The Role of Creativity in Entrepreneurship, *Journal of Enterprising Culture*, vol. 18, no. 1, pp. 49–81.

7. Amabile T. M. and Pratt M. G. (2016). The dynamic componential model of creativity and innovation in organizations: Making progress, making meaning, *Research in Organizational Behaviour*, vol. 36, pp. 157–183.
8. Babok: a guide to the business analysis body of knowledge, International Institute of Business Analysis, Toronto, Ontario, Canada, 2015, 514 p.
9. Naiman L. (2023). What is Creativity? And why is it crucial for success? www.creativityatwork.com/what-is-creativity [accessed Jan 15, 2024]
10. Oleynick V. C., Thrash T. M., LeFevre M. C., Moldovan E. G., Kieffaber P. D. (2014). The scientific study of inspiration in the creative process: challenges and opportunities, *Frontier Human Neuroscience*, 8:436. doi: 10.3389/fnhum.2014.0043.
11. Jahnke I. (2011). How to foster creativity in technology enhanced learning, in: White, B., King, I., Tsang, P. (eds.) *Social Media Tools and Platforms in Learning Environments*, pp. 95–116. New York, NY: Springer. doi:10.1007/978-3-642-20392-3.
12. Winn D. and Banks F. (2012). CAD and creativity: a new pedagogy, in: PATT 26 Conference, Technology Education in the 21st Century, 26–30 Jun 2012, Stockholm, Sweden.
13. Doe T. (2016). Full steam ahead, *International Journal of Innovation, Creativity and Change*, vol. 2, no. 11, pp. 82–94.
14. McAuliffe M. B. (2016). *Inside the designer: Understanding imagining in spatial design*. Oxford Global Press, London.
15. NSW Government Educational Standards Authority, *Technology Mandatory Syllabus (2017)* <https://educationstandards.nsw.edu.au/wps/portal/nesa/k-10/learningareas/technologies/technology-mandatory-7-8-new-syllabus> [accessed Jun 11, 2023]
16. Jackson N. (2010). *Developing Creativity through Lifewide Education*. <http://imaginativecurriculumnetwork.pbworks.com/f/Developing+creativity+through+lifewide+education+version+5++15+06.pdf> [accessed Feb 12, 2024]
17. Gaspar D. and Mabic M. (2015). Creativity in Higher Education, *Universal Journal of Educational Research*, vol. 3, no. 9, pp. 598–605. doi: 10.13189/ujer.2015.030903
18. Rodgers P. A. and Jones P. (2017). Comparing University Design Students' and Tutors' Perceptions of Creativity, *Design Journal*, vol. 20, no. 4, pp. 435–457. doi:10.1080/14606925.2017.1323503
19. Cusanelli L. N. and Trevallion D. (2020). Using Technology for Productive, Creative Purpose, *International Journal of Innovation, Creativity and Change*. www.ijicc.net, Volume 13, Issue 1, pp. 1–12.
20. Henriksen D., Mishra P., Fisser P. (2016). Infusing Creativity and Technology in 21st Century Education: A Systemic View for Change, *Educational Technology & Society*, vol. 19, no. 3, pp. 27–37.
21. Kris Griffiths, Melina Kosti (ed.) (2020) *Posibnyk iz kreatyvnoho myslennia* [A guide to creative thinking]. Kharkiv: Vyd-vo Ranok, 288 s.
22. Dyer J., Gregersen H. B., Christensen C. M. (2011). *The innovator's DNA: mastering the five skills of disruptive innovators*, Boston, Mass., Harvard Business Press.
23. Hewlett-Packard 1999 Annual Report, <https://studylib.net/doc/18138018/hewlett-packard-1999-annual-report> [accessed Feb 24, 2024].

МЕТОДОЛОГІЯ РАНЬОГО ВИЯВЛЕННЯ ПОТЕНЦІЙНИХ КАНАЛІВ УРАЖЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

Борисенко Б. В.

аспірант кафедри інформаційних управляючих систем і технологій

Ужгородський національний університет

вул. Університетська, 14, Ужгород, Україна

orcid.org/0000-0003-1320-5083

Ключові слова: *комп'ютерна система, небезпека, ураження, канал, методологія, вторгнення, атака.*

У статті проведено розробку методології раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем. Зазначається, що компоненти багатоагентної системи виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем – це взаємодіючі між собою агенти, які спільно вирішують загальне завдання виявлення вторгнень у комп'ютерну систему. Архітектура зазначеної системи включає один або кілька екземплярів агентів різних типів, спеціалізованих на вирішення задачі виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем. Агенти розподілені по елементам системи, що захищається, спеціалізовані за типами розв'язуваних завдань і взаємодіють один із одним з метою обміну інформацією та прийняття узгоджених рішень. Наголошується, що у прийнятій архітектурі у явному вигляді відсутній «центр управління» сімейством агентів – залежно від ситуації провідним може ставати будь-який із агентів, котрий ініціює і (або) реалізує функції кооперації й управління. У разі потреби агенти можуть як клонуватися (утворювати нові сутності), так і припиняти своє функціонування. Залежно від ситуації (видута кількості атак на комп'ютерну систему, наявності обчислювальних ресурсів для виконання функцій захисту) може знадобитися генерація кількох екземплярів агентів кожного класу. Розроблена методологія призначена для підвищення ефективності ідентифікації потенційних каналів ураження комп'ютерних систем, що дозволить забезпечити необхідний рівень цілісності та доступності інформації. Методологія раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем базується на концепції мультикомп'ютерних систем із контролером прийняття рішень для виявлення потенційних каналів ураження та протидії шкідливим програмам і комп'ютерним атакам. Застосування розробленої методології раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем дозволяє підвищити гнучкість системи та забезпечити необхідний рівень захищеності інформаційних систем.

METHODOLOGY FOR EARLY DETECTION OF POTENTIAL CHANNELS OF DAMAGE TO COMPUTER SYSTEMS

Borysenko B. V.

*Postgraduate Student at the Department of Information Management Systems
and Technologies*

Uzhhorod National University

Universytetska str., 14, Uzhhorod, Ukraine

orcid.org/0000-0003-1320-5083

Key words: *computer system, danger, defeat, channel, methodology, intrusion, attack.*

Within the scope of the article, the methodology for early detection of potential channels of damage to computer systems has been developed. It is noted that the components of the multi-agent system for detecting potential channels of damage to computer systems are interacting agents that jointly solve the common task of detecting intrusions into the computer system. The architecture of the specified system includes one or more instances of agents of various types, specialized in solving the problem of identifying potential channels of damage to computer systems. Agents are distributed among the elements of the protected system, specialized in the types of tasks to be solved and interact with each other in order to exchange information and make agreed decisions. It is emphasized that the adopted architecture clearly lacks a “control center” for the family of agents – depending on the situation, any of the agents who initiate and (or) implement cooperation and management functions can become the leader. If necessary, agents can both clone (form new entities) and stop their functioning. Depending on the situation (the type and number of attacks on the computer system, the availability of computing resources to perform protection functions), it may be necessary to generate several instances of agents of each class. The developed methodology is intended to increase the efficiency of identification of potential channels of damage to computer systems, which will ensure the necessary level of integrity and availability of information. The methodology for early detection of potential damage channels of computer systems is based on the concept of multi-computer systems with a decision-making controller to identify potential damage channels and counter malicious programs and computer attacks. Application of the developed methodology for early detection of potential channels of damage to computer systems allows to increase the flexibility of the system and ensure the necessary level of security of information systems.

Вступ. Користувачам комп'ютерних систем потрібні системи раннього виявлення потенційних каналів ураження, шкідливого програмного забезпечення та комп'ютерних атак, котрі дозволять, крім забезпечення безпеки, визначити імовірність вторгнення на різних етапах. Серед систем виявлення потенційних каналів ураження, шкідливих програм і комп'ютерних атак є системи, які, окрім виявлення загроз, створюють хибні цілі для атак у комп'ютерних системах, що дозволяє адміністраторам таких систем відстежувати процеси, які є зловмисними або виходять за рамки встановлених функцій [1]. Таким чином, системи, орієнтовані на виявлення потенційних каналів ураження, що пройшли певні ступені захисту та використовують традиційні засоби та системи запобігання, виявлення та протидії вторг-

нень, призначення яких і можливі варіанти конфігурації використання яких відомі зловмисникам, є перспективним напрямком розвитку. Серед таких систем особливе місце у класифікації посідають системи запобігання, виявлення та протидії з певним набором приманок і пасток для шкідливих програм і комп'ютерних атак. Їх використання створює для зловмисника помилкові цілі для атак і дозволяє зберігати інформацію про такі атаки та поширення шкідливих програм на комп'ютерних станціях у мережі.

Щоб підвищити ефективність систем виявлення та протидії шкідливим програмам і комп'ютерним атакам за допомогою приманок і пасток, необхідно інтегрувати ці засоби у складні системи, що включають всі комп'ютерні станції у мережі, й організувати їх роботу таким чином,

щоб вони могли спільно і без втручання користувача реагувати на шкідливі й аномальні процеси. Таким чином, необхідно побудувати не просто одну приманку і пастку на конкретній комп'ютерній станції, а мережу приманок і пасток, щоб забезпечити комплексний захист комп'ютерної системи на етапі, коли комп'ютерні атаки зуміли пройти через брандмауер і шкідливе програмне забезпечення зуміло подолати сканування антивірусними засобами та системами. Така система приманок і пасток може бути комбінованою, і для досягнення ефективного результату вона повинна містити тінюві приманки та пастки, які дозволять встановити і відстежити поведінку зловмисника під час атаки, а також виявляти шкідливі програми та комп'ютерні атаки з більшою ймовірністю. Ефективність таких інструментів залежить від організаційної складової частини системи.

Огляд літератури. Формулювання наукової думки щодо безпеки комп'ютерних систем є різноманітним і масштабним. У сучасній науковій площині з'являються роботи, присвячені дослідженням каналів ураження та попередження злому для підвищення рівня кібербезпеки.

С.Ф. Гончар та М.Ю. Комаров [2] розробили таксономію кіберзагроз інформаційно-телекомунікаційним мережам об'єктів критичної інфраструктури. Також авторами складено матрицю залежності інформаційних об'єктів захисту від типу потенційних загроз, що можуть на них впливати, та схильності до конкретних загроз, розроблено модель бази даних кіберзагроз інформаційним об'єктам захисту інформаційно-телекомунікаційних систем об'єктів критичної інфраструктури.

У [3] сформовано теоретичні положення, науково-методичні підходи та практичні рекомендації щодо формування інформаційної безпеки національної економіки.

Б.В. Петрик, В.Р. Дейнега та Г.В. Неласа [4] розглянули питання аналізу мережевого трафіку для виявлення потенційних проблем за допомогою вейвлет-аналізу з використанням вейвлету Хаара й алгоритму Малла. Також було описано процес усунення шумів у сигналі при вейвлет-аналізі.

Авторами [5] представлено метод виявлення кібератак соціальної інженерії. Підхід виявлення кібератак використовував чотири алгоритми машинного навчання (decision tree, random forest, K-nearest neighbor, extreme gradient boosting). Аналіз зосереджено на даних, зібраних із хостів мережі, які можуть служити індикаторами потенційної атаки соціальної інженерії. Емпіричні результати продемонстрували високу точність визначення.

Із зарубіжних авторів варто відзначити роботи таких науковців, як Роутер Шіджу, Шиваджі

Сатьялакшмі [6], Саліх Азар, Абдулраззак Майван [7], Шафей Хамідреза, Лі Лі, Агілера Рікардо [8], Спенс Аарон, Бангай Шон [9], Лю Сяо-Хуей, Донг Цзюнь, Ян Гуан-Хонг [10], Такахаші Макомото, Мацумото Кохей [11], Раутер Шію, Шиваджі Сатьялакшмі [12], С. Раджан, Р. Картика [13], Тахун Алі, Арафа Мохаммад [14] та ін.

Однак, незважаючи на масштабність наукових досліджень, актуальність роботи не викликає сумнівів.

Методи. Для використання технології раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем були розроблені різні види приманок і пасток, які імітують роботу реальних систем. Ринок пропонує декілька рішень, заснованих на використанні технологій обману та шкідливих програм.

Розглядається можливий варіант методології раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем, зокрема архітектура системи із частковою централізацією. Для синтезу таких систем розроблено новий метод синтезу частково централізованих систем для виявлення шкідливих програм у комп'ютерному середовищі на основі аналітичних виразів, які визначають стан безпеки таких систем і їх компонентів. Методи синтезу частково централізованих систем застосовуються для виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем.

Результати. Методологія раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем ґрунтується на створенні частково централізованих компонентів і систем виявлення шкідливих програм у комп'ютерних мережах. На рис. 1 наведено схему реалізації методологічної складової запропонованого підходу.

Деталізуємо кожен із наведених принципів функціонування та характеристик. Все це повинно бути синтезовано у таких системах повністю. Завдяки такому синтезу система стане самоорганізованою, адаптивною та частково централізованою.

Формування системи S із компонентів може здійснюватися на початку її інсталяції та введення в дію, за необхідності у процесі експлуатації та після включення комп'ютерних станцій у мережу. Крім того, до системи можна додавати нові компоненти або видаляти наявні. Крім того, можуть бути деякі комп'ютерні станції, на яких встановлені компоненти вимкнено на тривалий час; отже, система міститиме меншу кількість компонентів.

Комп'ютерні станції із системними компонентами можуть бути включені одночасно або у різний час. Комп'ютерні станції можна не вимикати, тобто вони можуть бути включені постійно. Ці випадки впливатимуть на формування системи S. Встановимо їх у системі, щоб її центр прийняття рішень міг розглядати ці випадки та їх варіації у



Рис. 1. Методологія раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем

процесі формування та функціонування системи, а також як активну останню подію. Варіанти формування системи визначаються як сукупність,

$$M_s^{var,1} = \left\{ m_{s,1}^{var,1}, m_{s,2}^{var,1}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,1}}}^{var,1} \right\}$$

де $n_{M_s^{var,1}}$ – це кількість варіантів. Наприклад, такі елементи як:

$m_{s,1}^{var,1}$ – характеризує зародження системи на її початку й активацію;

$m_{s,2}^{var,1}$ – характеризує формування системи у процесі функціонування за потреби;

$m_{s,3}^{var,1}$ – характеризує формування системи після включення комп'ютерних станцій у мережу. Опції, які встановлює множина $M_s^{var,1}$, на поточний момент часу може бути лише одна. Тобто система S аналізуватиме останній варіант свого формування. Для визначення останнього варіанта побудови системи введемо предикат на елементах множини у вигляді: $M_s^{var,1}$. Варіант, заданий множиною, на поточний момент часу може бути лише один. Тобто система аналізує останній варіант його формування.

$$P_s^{var,1} \left(m_{s,q}^{var,1} \right) = \begin{cases} 0, m_{s,q}^{var,1} - \text{неактуальна версія} \\ q, m_{s,q}^{var,1} - \text{актуальна версія} \end{cases}$$

$$q = 1, 2, \dots, n_{M_s^{var,1}}$$

Подібним чином вводимо набір варіацій за допомогою

$$M_s^{var,2} = \left\{ m_{s,1}^{var,2}, m_{s,2}^{var,2}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,2}}}^{var,2} \right\}$$

де $n_{M_s^{var,2}}$ це кількість варіацій. Наприклад, такі елементи як:

$m_{s,1}^{var,2}$ – доповнення системи з новими компонентами;

$m_{s,2}^{var,2}$ – видалення компонентів із системи.

Для варіацій, заданих набором випадків $M_s^{var,2}$, вводимо предикат, значення якого буде відображати їх наявність або відсутність

$$P_s^{var,2} \left(m_{s,q}^{var,2} \right) = \begin{cases} 0, m_{s,q}^{var,2} - \text{неактуальна версія} \\ q, m_{s,q}^{var,2} - \text{актуальна версія} \end{cases}$$

$$q = 1, 2, \dots, n_{M_s^{var,2}}$$

Подібним чином вводимо набір варіацій за допомогою

$$M_s^{var,3} = \left\{ m_{s,1}^{var,3}, m_{s,2}^{var,3}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,3}}}^{var,3} \right\}$$

де $n_{M_s^{var,3}}$ – це кількість варіацій. Наприклад, такі елементи:

$m_{s,1}^{var,3}$ – комп'ютерні станції, у яких є компоненти системи, включені у певний час;

$m_{s,2}^{var,3}$ – комп'ютерні станції, у яких є системні компоненти, які вмикаються у різний час;

$m_{s,3}^{var,3}$ – комп'ютерні станції, у яких компоненти системи не вмикаються протягом усього часу роботи системи.

Для варіацій, заданих набором випадків $M_s^{var,3}$, вводимо предикат, значення якого буде відображати їх наявність або відсутність:

$$P_s^{var,3} \left(m_{s,q}^{var,3} \right) = \begin{cases} 0, m_{s,q}^{var,3} - \text{неактуальна версія} \\ q, m_{s,q}^{var,3} - \text{актуальна версія} \end{cases}$$

$$q = 1, 2, \dots, n_{M_s^{var,3}}$$

Подібним чином вводимо набір варіацій за допомогою

$$M_s^{var,4} = \left\{ m_{s,1}^{var,4}, m_{s,2}^{var,4}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,4}}}^{var,4} \right\}$$

де $n_{M_s^{var,4}}$ – це кількість варіацій. Наприклад, такі елементи:

$m_{s,1}^{var,4}$ – частина комп'ютерних станцій, у яких встановлені компоненти, може бути вимкнена на тривалий час, система буде містити меншу частину компонентів і водночас може відбуватися її поточне формування, викликане певними подіями без цих компонентів;

$m_{s,2}^{var,4}$ – модифікація системи не відбувалася без компонентів, які знаходилися у вимкнених комп'ютерних станціях.

Для варіації, заданої набором випадків $M_s^{var,4}$, введемо предикат, значення якого буде відображати їх наявність або відсутність:

$$P_s^{var,4} \left(m_{s,q}^{var,4} \right) = \begin{cases} 0, m_{s,q}^{var,4} - \text{неактуальна версія} \\ q, m_{s,q}^{var,4} - \text{актуальна версія} \end{cases}$$

$$q = 1, 2, \dots, n_{M_s^{var,4}}$$

Наведені формули описують стадію формування системи S та конкретизують її варіанти. Результати обчислення предикату є частиною вхідних даних для центру прийняття рішень системи. Після встановлення всіх компонентів системи на комп'ютерних станціях у мережі, враховуючи компоненти із центром прийняття рішень і без нього, при першому запуску системи компоненти із центром прийняття рішень перевіряють значення предикатів для різних елементів набору $M_s^{var,1}$ і встановлюють, що всі величини дорівнюють нулю. Далі система самостійно, без користувача чи адміністратора, почне первинне формування своїх компонентів із наявних підмножин функцій, а після завершення такого формування перейде до поділу компонентів із центром прийняття рішень на активні та неактивні.

Для забезпечення зв'язку між компонентами у системі S організуємо зв'язок між компонентами не лише за допомогою стандартної розсилки повідомлень із відповідною кількістю повідомлень підтвердження, а й із послідовним додаванням до них певних завдань, результат яких відомий у компонентів, які планують відправити основне повідомлення або завдання, а також провести аналіз часу,

витраченого між відправленням першого запиту на підключення до отримання результатів тестового завдання. Загалом, уся система S діятиме як один великий датчик, котрий реагуватиме на зміни у роботі її частин, включаючи зв'язок між компонентами. Якщо всі компоненти вимкнуті одночасно, то вони фіксують завдання, виконання якого вони повинні виконати після наступного включення. Однак може статися так, що комп'ютерна станція аварійно вимкнеться, і така фіксація певного контрольного завдання не відбудеться. Таким чином, впровадження резервування в організацію зв'язку між компонентами вимагає врахування варіантів з увімкненими та вимкненими комп'ютерними станціями та синхронізації часу, протягом якого компоненти активні та встановлюють зв'язок між собою. Тому введемо набір варіантів

$$M_s^{var,5} = \left\{ m_{s,1}^{var,5}, m_{s,2}^{var,5}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,5}}}^{var,5} \right\}$$

де $n_{M_s^{var,5}}$ – кількість варіантів, які виникають, коли вводиться резервування для організації зв'язку між компонентами.

Елементи набору визначаються як:

$m_{s,1}^{var,5}$ – комп'ютерні станції, у якій системі комплектуючі наявні, включені одночасно;

$m_{s,2}^{var,5}$ – комп'ютерні станції, у яких компоненти вмикаються у різний час, частина може вимкнутися через певний час роботи, а певна частина може ввімкнутися після цього часу або не вмикатися взагалі протягом тривалого часу.

Відповідно, компоненти системи S також повинні бути активними лише тоді, коли комп'ютерні станції увімкнені та функціонують. Набір опцій визначається як:

$$M_s^{var,6} = \left\{ m_{s,1}^{var,6}, m_{s,2}^{var,6}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,6}}}^{var,6} \right\}$$

де $n_{M_s^{var,6}}$ – кількість варіантів, що виникають при завершенні роботи комп'ютерних станцій, на яких встановлені компоненти системи.

Елементи множини визначаються таким чином:

$m_{s,1}^{var,6}$ – комп'ютерні станції, у яких системні компоненти присутні, вимкнено правильно в один і той самий час;

$m_{s,2}^{var,6}$ – комп'ютерні станції, у яких є компоненти системи, відключені аварійно в однаковий час;

$m_{s,3}^{var,6}$ – комп'ютерні станції, що працюють правильно;

$m_{s,4}^{var,6}$ – комп'ютерні станції, в яких є компоненти системи, відключені у різний час, частково правильно, частково аварійно.

За наведеними множинами можна сформувати двоелементні множини, які характеризують події зв'язку у системі залежно від комп'ютерних станцій таким чином:

$$\begin{aligned} & \{m_{s,1}^{var,5}; m_{s,1}^{var,6}\}; \{m_{s,1}^{var,5}; m_{s,2}^{var,6}\}; \{m_{s,1}^{var,5}; m_{s,3}^{var,6}\} \\ & \{m_{s,1}^{var,5}; m_{s,4}^{var,6}\}; \{m_{s,2}^{var,5}; m_{s,1}^{var,6}\}; \{m_{s,2}^{var,5}; m_{s,2}^{var,6}\} \\ & \{m_{s,2}^{var,5}; m_{s,3}^{var,6}\}; \{m_{s,2}^{var,5}; m_{s,4}^{var,6}\} \end{aligned}$$

Для окремих комп'ютерних станцій необхідно розробляти подібні задачі комплексно, оскільки відповідно до них буде забезпечений зв'язок між окремими компонентами у системі. Загалом у системі зв'язок між компонентами та надсиланням повідомлень буде встановлюватися відповідно до таких відносин: «один до всіх» ($m_{s,1}^{var,7}$); «всі до одного» ($m_{s,2}^{var,7}$); «кожному інший» ($m_{s,3}^{var,7}$); «один до певної кількості, але не до всіх» ($m_{s,4}^{var,7}$); «певне число, але не всі, до одного» ($m_{s,5}^{var,7}$); «певне число, але не всі, до певної кількості, але не всім» ($m_{s,6}^{var,7}$). Визначимо ці відношення як набір

$$M_s^{var,7} = \{m_{s,1}^{var,7}, m_{s,2}^{var,7}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,7}}}^{var,7}\}$$

де $n_{M_s^{var,7}}$ це кількість, $n_{M_s^{var,7}} = 6$.

Для визначення зв'язку між окремими комп'ютерними станціями вводимо набір параметрів

$$M_s^{var,8} = \{m_{s,1}^{var,8}, m_{s,2}^{var,8}, \dots, m_{s,n_{M_s^{var,8}}}^{var,8}\}$$

де $n_{M_s^{var,8}}$ це кількість варіантів, які виникають у процесі встановлення зв'язку між комп'ютерними станціями, у яких знаходяться компоненти системи.

Елементи набору такі:

$m_{s,1}^{var,8}$ – комп'ютерна станція, у якій знаходиться включений компонент системи;

$m_{s,2}^{var,8}$ – комп'ютерна станція, у якій присутній компонент системи, вимкнений правильно;

$m_{s,3}^{var,8}$ – комп'ютерна станція, у якій компонент системи, аварійно вимкнений.

За заданою множиною сформуємо двоелементні підмножини, які характеризують стан комп'ютерних станцій щодо початку та закінчення їх роботи таким чином:

$$\{m_{s,1}^{var,8}; m_{s,2}^{var,8}\}; \{m_{s,1}^{var,8}; m_{s,3}^{var,8}\}.$$

Отже, якщо стан комп'ютерної станції, у якій присутній компонент S системи, характеризується підмножиною $\{m_{s,1}^{var,8}; m_{s,2}^{var,8}\}$, тоді повідомлення, які він отримує та надсилає, будуть вважатися центром прийняття рішень, виконаними правильно. В іншому випадку, тобто для підмножини $\{m_{s,1}^{var,8}; m_{s,3}^{var,8}\}$, центр прийняття рішень фіксує таку подію і при наступному включенні комп'ютерної станції обробляє додаткову спеціальну процедуру встановлення зв'язку з цим компонентом для оновлення цього компонента у системі. Крім того, при виконанні стандартної комунікаційної дії між будь-якими двома компонентами системи, незалежно від типу елемента множини $M_s^{var,7}$,

виконання додаткової перевірки є обов'язковим і полягає у виконанні певного завдання компоненту, який планує встановити зв'язок, і таке ж певне завдання від компонента, з яким планується з'єднання.

Таким чином, встановлення зв'язку між компонентами системи у різних вузлах мережі буде здійснюватися з урахуванням типів зв'язків, котрі дозволяють синтез часткової централізації та додаткової перевірки легітимності компонента.

Корпоративна мережа підприємства може мати кілька сегментів. Компоненти системи S можуть бути встановлені у різних частинах мережі та віддалено у домашніх комп'ютерних станціях. У корпоративній мережі комутатори можуть вийти з ладу або можуть виникнути інші причини, які спричинять поділ системи на дві або більше непов'язаних підсистем. Тобто система у процесі функціонування може розпадатися на непов'язані між собою частини. Потім кожна із частин перетворюється на скорочену систему S і продовжує працювати, якщо в кожній із частин залишаються хоча би два активні компоненти із центром прийняття рішень. Якщо одна із частин не має активних компонентів із центром прийняття рішень і є неактивною, то компоненти цієї частини блокують роботу комп'ютерних станцій і видають відповідне повідомлення адміністратору. Якщо компоненти із центром прийняття рішень неактивні в момент певної аварійної ситуації або навмисного відокремлення другої частини, яка міститиме всі активні компоненти із центром прийняття рішень системи, то їх переведення в активний стан відбудеться після чергового сеансу зв'язку та встановлюється відсутність зв'язку активних компонентів із центром прийняття рішень. Підтримання цілісності системи S під час її роботи забезпечуватиметься періодичним обміном повідомленнями між компонентами системи згідно з відношенням із множини $M_s^{var,7}$, які будуть обрані випадковим чином. Крім цих двох випадків, що характеризують забезпечення цілісності системи, існує також випадок, пов'язаний із синтезом часткової централізації у системі S. Якщо частина активних компонентів, які містять центр прийняття рішень системи, з певних причин видалено із системи, то частина, що залишилася, почне процедуру формування системи з наявних компонентів. Але якщо таких компонентів менше двох, то всі активні компоненти, в тому числі без функціоналу із центром прийняття рішень, блокуватимуть роботу комп'ютерних станцій і видадуть відповідне повідомлення системному адміністратору. Отже, така організація забезпечення цілісності системи враховує можливість синтезу в системі S часткової централізації й адаптивності.

Система є частково централізованою, оскільки всі її компоненти поділяються на дві підмножини: підмножину компонентів, які можуть бути центром системи, і підмножину компонентів, котрі не мають функцій для забезпечення функціонування центру прийняття рішень системи. Управління всією системою відбувається від компонентів, у яких знаходиться центр прийняття рішень системи. Тому вона централізована. Часткова централізація забезпечується тим, що компоненти системи S , у яких знаходиться центр прийняття рішень системи S для прийняття рішень, розробляють пропозиції окремо в кожному з цих компонентів, тобто децентралізовано, і погоджують їх спільно. Таким чином, система не є повністю централізованою.

Більшість встановлених компонентів системи S у комп'ютерних станціях повинні містити функціональність, що забезпечує функціонування центру прийняття рішень системи. Після завершення встановлення системи здійснюється перший запуск системи з увімкненими всіма комп'ютерними станціями, на яких встановлені компоненти системи. На цьому етапі функціонування системи

всі компоненти, які можуть мати центр прийняття рішень системи, братимуть участь у підготовці першого остаточного рішення щодо визначення першого кроку системи. Це рішення дозволить зменшити кількість активних компонентів центру прийняття рішень, перевівши частину з них у неактивний стан, що підвищить імовірність раннього виявлення потенційних каналів ураження системи.

Висновки. Методологія раннього виявлення потенційних каналів ураження комп'ютерних систем базується на концепції мультикомп'ютерних систем із контролером прийняття рішень для виявлення потенційних каналів ураження та протидії шкідливим програмам і комп'ютерним атакам. Для деталізації архітектури мультикомп'ютерної системи з контролером прийняття рішень щодо виявлення та протидії шкідливим програмним і комп'ютерним атакам, що відповідає запропонованому принципу синтезу таких систем, необхідно розробити концептуальну модель її архітектури. Реалізація регулятора прийняття рішень через розробку методу синтезу систем із контролером буде напрямом подальших досліджень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бурячок В.Л., Киричок Р.В., Складанний П.М. Основи інформаційної та кібернетичної безпеки. Київ, 2018. 320 с.
2. Гончар С.Ф., Комаров М.Ю. Безпека інформації в комп'ютерних системах та мережах об'єктів критичної інфраструктури : монографія. Київ : «Три К», 2021. 119 с.
3. Білько С.С. Формування інформаційної безпеки національної економіки : дис. ... докт. філософії : 051. Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Полтава, 2023. 212 с.
4. Застосування вейвлет-аналізу для виявлення аномалій мережевого трафіку / Б.В. Петрик, В.Р. Дейнега, Г.В. Неласа. *Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій* : Тези доповідей X Міжнародної науково-практичної конференції, 07–09 жовтня 2020 р., м. Запоріжжя / відпов. ред. С.В. Морщавка. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2020. С. 163–167.
5. Бохонько О.О., Лисенко С.М. Метод виявлення кібератак на основі соціальної інженерії. *Збірник наукових праць за матеріалами XV Всеукраїнської науково-практичної конференції «Актуальні проблеми комп'ютерних наук АПКН-2023»*. Хмельницький, 2023. С. 38–41.
6. Rawther Shiju, Sivaji Sathyalakshmi. Entropy of a Computer Network Under Propagation of Cyber-Attacks. *International Journal of Engineering Trends and Technology*. 2023. № 71. P. 295–303. DOI: 10.14445/22315381/IJETT-V71I8P226.
7. Salih Azar, Abdulrazzaq Maiwan. Cyber security: performance analysis and challenges for cyber attacks detection. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. 2023. № 31. P. 17–63. DOI: 10.11591/ijeecs.v31.i3.pp1763-1775.
8. Shafei Hamidreza, Li Li, Aguilera Ricardo. A Comprehensive Review on Cyber-Attack Detection and Control of Microgrid Systems. 2023. DOI: 10.1007/978-3-031-20360-2_1.
9. Spence Aaron, Bangay Shaun. Security beyond cybersecurity: side-channel attacks against non-cyber systems and their countermeasures. *International Journal of Information Security*. 2022. № 21. DOI: 10.1007/s10207-021-00563-6.
10. Liu Xiao-Hui, Dong Jiuxiang, Yang Guang-Hong. Optimal DoS Attack Scheduling for Cyber-Physical Systems With Channel Hopping Scheme. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. 2023. P. 1–8. DOI: 10.1109/TSMC.2023.3305287.

11. Takahashi Makoto, Matsumoto Kohei. Experimental Study On The Cyber Attack Early Recognition System. *The Proceedings of the International Conference on Nuclear Engineering (ICONE)*. 2023. № 30. P. 18–30. DOI:10.1299/jsmeicone.2023.30.1830.
12. Rawther Shiju, Sivaji Sathyalakshmi. Analysing the Spread of Cyber-Attacks in Computer Networks: A Simulation Study. *International Journal of Engineering Trends and Technology*. 2023. № 71. P. 26–38. DOI: 10.14445/22315381/IJETT-V71I8P203.
13. Rajan S., Karthika R. A Survey of Computational Intelligence Techniques Used for Cyber-Attack Detection. 2022. DOI: 10.1007/978-981-19-3571-8_49.
14. Tahoun Ali, Arafa Mohammad. Secure control design for nonlinear cyber–physical systems under DoS, replay, and deception cyber-attacks with multiple transmission channels. *ISA Transactions*. 2021. P. 12–18. DOI: 10.1016/j.isatra.2021.11.033.

REFERENCES

1. Buriachok V.L., Kyrychok R.V., Skladannyi P.M. (2019). Osnovy informatsiinoi ta kibernetichnoi bezpeky. *Kyivskiy Universytet Imeni Borysa Hrinchenka*. <https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/27370/>.
2. Bezpeka informatsii v kompiuternykh systemakh ta mrezhakh ob'ektiv krytychnoi infrastruktury: monohrafiia (2021) / S.F. Honchar, M.Iu. Komarov. Kyiv: *Try K*, 119.
3. Bilko S.S. (2023) Formuvannia informatsiinoi bezpeky natsionalnoi ekonomiky : dys. ... dokt. filosofii : 051. *Natsionalnyi universytet "Poltavska politekhnika imeni Yurii Kondratiuka"*. Poltava. 212.
4. Zastosuvannia veivlet-analizu dlia vyivlennia anomalii mrezhovoho trafiku. (2020). B.V. Petryk, V.R. Deineha, H.V. Nelasa. Suchasni problemy i dosiahnennia v haluzi radiotekhniky, telekomunikatsii ta informatsiinykh tekhnolohii: *Tezy dopovidei Kh Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii, 07–09 zhovtnia 2020 r., m. Zaporizhzhia / S.V. Morshchavka (vidpov. red.) Zaporizhzhia : NU "Zaporizka politekhnika"*. 163–167.
5. Metod vyivlennia kiberatak na osnovi sotsialnoi inzhenerii. (2023). O.O. Bokhonko, S.M. Lysenko. *Zbirnyk naukovykh prats za materialamy XV Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii "Aktualni problemy kompiuternykh nauk APKN-2023"*. Khmelnytskyi, 38–41.
6. Rawther S., (2023). Entropy of a Computer Network Under Propagation of Cyber-Attacks. *International Journal of Engineering Trends and Technology*, 71(8), 295–303. doi:10.14445/22315381/ijett-v71i8p226
7. Salih A.A., Abdulrazzaq M.B. (2023). Cyber security: performance analysis and challenges for cyber attacks detection. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 31 (3), 1763. doi:10.11591/ijeecs.v31.i3.pp1763-1775.
8. Shafei Hamidreza, Li Li, Aguilera Ricardo. (2023). A Comprehensive Review on Cyber-Attack Detection and Control of Microgrid Systems. DOI: 10.1007/978-3-031-20360-2_1.
9. Spence Aaron, Bangay Shaun. (2022). Security beyond cybersecurity: side-channel attacks against non-cyber systems and their countermeasures. *International Journal of Information Security*. 21. DOI: 10.1007/s10207-021-00563-6.
10. Liu Xiao-Hui, Dong Jiuxiang, Yang Guang-Hong. (2023). Optimal DoS Attack Scheduling for Cyber-Physical Systems With Channel Hopping Scheme. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. 1–8. DOI: 10.1109/TSMC.2023.3305287.
11. Takahashi Makoto, Matsumoto Kohei. (2023). Experimental Study On The Cyber Attack Early Recognition System. *The Proceedings of the International Conference on Nuclear Engineering (ICONE)*. 30. 18–30. DOI:10.1299/jsmeicone.2023.30.1830.
12. Rawther Shiju, Sivaji Sathyalakshmi. (2023). Analysing the Spread of Cyber-Attacks in Computer Networks: A Simulation Study. *International Journal of Engineering Trends and Technology*. 71. 26–38. DOI: 10.14445/22315381/IJETT-V71I8P203.
13. Rajan S., Karthika R. (2022). A Survey of Computational Intelligence Techniques Used for Cyber-Attack Detection. DOI: 10.1007/978-981-19-3571-8_49.
14. Tahoun Ali, Arafa Mohammad. (2021). Secure control design for nonlinear cyber–physical systems under DoS, replay, and deception cyber-attacks with multiple transmission channels. *ISA Transactions*. 12–18. DOI: 10.1016/j.isatra.2021.11.033.

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ ВІД ПІДМІНИ ТА ВИДАЛЕННЯ, ЩО ҐРУНТУЮТЬСЯ НА ТЕХНОЛОГІЇ БЛОКЧЕЙН

Горелікова Т. О.

*аспірантка кафедри комп'ютерних наук
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0009-0001-9098-4618
uyxkdyc@gmail.com*

Чопоров С. В.

*доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри комп'ютерних наук
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0001-5932-952X
s.choporoff@znu.edu.ua*

Ключові слова:

криптографічні заходи, заходи безпеки, децентралізовані мережі, хешування, цифрові підписи, криптографія із відкритим ключем, доказ із нульовим знанням.

Під технологією блокчейн розуміють побудований за певними правилами ланцюг блоків, де кожен блок містить інформацію про власну хеш-суму та хеш-суму попереднього блока. Така організація записів при збереженні інформації дозволяє запобігти несанкціонованим змінам, оскільки зміна даних у будь-якому із блоків потребує зміни хеш-сум усього ланцюга даних. До переваг методів захисту інформації на базі технології блокчейн можна віднести безпеку, децентралізацію, можливість відстеження, незмінність, автоматизацію, взаємодію. Технологія блокчейн дозволяє забезпечити безпечний і захищений від втручання спосіб зберігання та передачі даних, оскільки дані зберігаються у блоках, які з'єднані разом у ланцюг. Це ускладнює для неавторизованих користувачів зміну даних або доступ до них без дозволу. Ця стаття містить результати дослідження особливостей використання методів технології блокчейн для вирішення проблеми захисту інформації від підміни. У роботах, представлених у цьому дослідженні, виконано аналіз різних аспектів технології блокчейн, включаючи структури даних, програми, правові наслідки, управління ланцюгом поставок, цифрові підписи, криптографію з відкритим ключем і докази з нульовим знанням. Для захисту даних у блокчейні використовують методи хешування, методи роботи з цифровими підписами, методи криптографії з відкритим ключем, методи доказу з нульовим знанням. Такі методи дозволяють забезпечувати безпеку, конфіденційність та ефективність обробки даних, але продуктивність їх реалізації залежить від обраного програмного й апаратного забезпечення. Також зазначені методи мають власні специфічні вразливості щодо кібератак.

ANALYSIS OF INFORMATION SECURITY METHODS AGAINST SUBSTITUTION AND DELETION BASED ON BLOCKCHAIN TECHNOLOGY

Horelikova T. O.

*Postgraduate Student at the Department of Computer Science
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0009-0001-9098-4618
uyxkdy@gmail.com*

Choporov S. V.

*Doctor of Technical Sciences, Professor,
Head of the Department of Computer Science
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66 Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0001-5932-952X
s.choporoff@znu.edu.ua*

Key words: *cryptographic measures, security measures, decentralized networks, hashing, digital signatures, public key cryptography, zero-knowledge proof.*

Blockchain technology refers to a chain of blocks constructed according to certain rules, where each block contains information about its own hash sum and the hash sum of the previous block. This organization of records in storing information allows preventing unauthorized alterations, as any change in data in any of the blocks requires changing the hash sums of the entire data chain. Among the advantages of information protection methods based on blockchain technology are security, decentralization, traceability, immutability, automation, and interaction. Blockchain technology enables a secure and interference-resistant method of data storage and transmission, as data is stored in blocks linked together in a chain. This complicates unauthorized users' attempts to alter data or access it without permission. This article presents the results of research on the use of blockchain technology methods to address the issue of protecting information from tampering. The research conducted in this study analyzes various aspects of blockchain technology, including data structures, programs, legal implications, supply chain management, digital signatures, public key cryptography, and zero-knowledge proofs. Methods such as hashing, digital signature operations, public key cryptography, and zero-knowledge proofs are used to protect data in blockchain. These methods ensure the security, confidentiality, and efficiency of data processing, but the performance of their implementations depends on the selected software and hardware. Additionally, these mentioned methods have their specific vulnerabilities to cyberattacks.

Вступ. Під технологією блокчейн розуміють побудований за певними правилами ланцюг блоків, де кожен блок містить інформацію про власну хеш-суму та хеш-суму попереднього блока. Така організація записів при збереженні інформації дозволяє запобігти несанкціонованим змінам, оскільки зміна даних у будь-якому із блоків потребує зміни хеш-сум усього ланцюга даних. Ця стаття містить результати дослідження особливостей використання методів технології блокчейн для вирішення проблеми захисту інформації від підміни. Отже, технологія блокчейн може забезпечити безпечний і прозорий спосіб зберігання та

передачі інформації, що робить її перспективним рішенням для захисту конфіденційних даних. За останні роки опубліковано значну кількість наукових робіт, присвячених використанню блокчейну для захисту інформації.

Аналіз публікацій дозволяє виокремити такі тематичні напрями:

- дослідження потенціалу технології блокчейн із погляду забезпечення безпечного і прозорого способу зберігання та керування даними;
- дослідження особливостей забезпечення конфіденційності у використанні блокчейну для захисту даних;

– дослідження потенціалу технології блокчейн для полегшення взаємодії й обміну даними між різними організаціями: забезпечення сумісності систем різних сторін, особливості протоколів тощо;

– дослідження сфери застосування технології блокчейн у проблемі захисту даних: аналіз методів забезпечення масштабованості, продуктивності та керованості систем захисту інформації.

Метою дослідження є аналіз публікацій, присвячених використанню технології блокчейн для захисту інформації.

Об'єкт дослідження – комп'ютерні системи та методи захисту інформації.

Предмет дослідження – методи використання технології блокчейн для захисту інформації.

Методи. Існує кілька потенційних переваг використання технології блокчейн для роботи з даними. Зокрема, аналіз наукових робіт, опублікованих за останні п'ять років [1–24], дозволяє виокремити такі:

- безпеку;
- децентралізацію;
- відстеження;
- незмінність;
- автоматизацію;
- взаємодію.

Технологія блокчейн дозволяє забезпечити безпечний і захищений від втручання спосіб зберігання та передачі даних, оскільки дані зберігаються у блоках, з'єднаних разом у ланцюг. Це ускладнює для неавторизованих користувачів зміну даних або доступ до них без дозволу.

Технологія блокчейн також дозволяє створювати децентралізовані мережі, де кілька сторін можуть отримувати доступ до даних та оновлювати їх без необхідності центрального органу. Це може допомогти переконатися, що дані не контролюються однією організацією та є більш прозорими та надійними [1].

У технології блокчейн можна створювати контрольований потік даних, оскільки кожна транзакція або оновлення даних записується у блокчейні. Це може допомогти забезпечити цілісність і автентичність даних і полегшити відстеження змін із часом.

Характеристика незмінності ґрунтується на особливостях запису у ланцюг: коли дані записуються у блокчейн, їх стає важко змінити або видалити. Це може допомогти забезпечити постійність і цілісність даних і зробити їх більш надійними.

Технологію блокчейн використовують для автоматизації процесів, таких як виконання смарт-контрактів. Як результат, можливо зменшити потребу в ручному втручанні та підвищити ефективність [2].

При створенні сумісних систем технологія блокчейн дозволяє обмінюватися даними між різними організаціями чи системами. Це може допомогти покращити потік інформації та полегшити співпрацю.

Важливо зазначити, що ефективність технології блокчейн залежить від способу її реалізації.

Для захисту даних у блокчейні використовуються різні криптографічні методи, які є окремими предметами наукових досліджень. Зокрема, актуальними є такі криптографічні методи:

- методи хешування;
- методи роботи з цифровими підписами;
- методи криптографії з відкритим ключем;
- методи доказу з нульовим знанням.

Додатково шифрування та багатофакторна автентифікація можуть використовуватися для підвищення безпеки даних у блокчейні [3].

1. Методи хешування

Хешування – це криптографічний метод, який передбачає отримання вхідних даних (наприклад, повідомлення або даних) і їх виконання через математичну функцію, відому як хеш-функція, для створення вихідних даних фіксованого розміру, відомих як хеш. Хеш є унікальним для вхідних даних і може використовуватися для перевірки цілісності даних.

У технології блокчейн хеші використовуються для зв'язування блоків у ланцюжок і для забезпечення цілісності даних, що зберігаються у блокчейні. Кожен блок у блокчейні містить хеш попереднього блоку, а також унікальне хеш-значення для даних, що містяться у блоці. Це створює захищений від втручання ланцюжок даних, який можна використовувати для перевірки цілісності даних у блокчейні [4].

Хеші є важливою частиною безпеки та цілісності технології блокчейн, оскільки вони забезпечують спосіб гарантувати, що дані в блокчейні не були змінені або підроблені. Вони також відіграють ключову роль у децентралізованому характері технології блокчейн, оскільки дозволяють вузлам у мережі перевіряти цілісність даних без необхідності довіряти центральному органу [5].

Робота [6] дослідників Шуо Чен, Фан Лонг, Ке Сюй містить огляд структури даних блокчейну й обговорює роль хешування у захисті даних у блокчейні. Ця робота зосереджується на порівнянні різних структур даних блокчейна та їх ефективності з погляду безпеки, масштабованості й енергоефективності. Автори проводять ретельний аналіз різних структур даних блокчейна, включаючи пов'язані списки, деревовидні структури та спрямовані ациклічні графи.

Стаття [7] надає огляд різноманітних застосувань технології блокчейн, у тому числі у фінансах, управлінні ланцюгами поставок і цифровій

ідентифікації. Автори також обговорюють технічні проблеми й обмеження технології блокчейн, такі як масштабованість і споживання енергії. У статті робиться висновок, що, хоча технологія блокчейн має значний потенціал, для повної його реалізації необхідні подальші дослідження та розробки.

У [8] обговорюються правові наслідки використання технології блокчейн і досліджується роль хешування у захисті даних у блокчейні. Дослідник розглядає правові наслідки технології блокчейн, зокрема щодо традиційних правових рамок. Автор стверджує, що технологія блокчейн має потенціал порушити традиційні правові системи та що правові рамки необхідно адаптувати для цієї нової технології. У статті робиться висновок про необхідність подальших досліджень у цій галузі, щоб повністю зрозуміти правові наслідки технології блокчейн.

У праці [9] науковця Кшетрі міститься огляд використання технології блокчейну для управління ланцюгом поставок і обговорюється роль хешування у захисті даних у блокчейні. Автор висвітлює потенційні переваги використання технології блокчейн в управлінні ланцюгом поставок, такі як покращена відстежуваність, прозорість і безпека, а також деякі проблеми й обмеження використання технології блокчейн в управлінні ланцюгом поставок, такі як масштабованість і відповідність нормативним вимогам.

У [10] проводиться огляд систем обміну даними на основі блокчейну й аналізується роль хешування у захисті даних у блокчейні. Автори розглядають різні типи систем обміну даними, такі як однорангові та розподілені системи обміну даними, й обговорюють їхні переваги та недоліки.

За результатами аналізу робіт [6–10] можна зробити висновок, що використання хешів у технології блокчейн має як переваги, так і недоліки. Зокрема, переваги використання хешів у технології блокчейн включають:

- безпеку – можливість хешів забезпечити безпечний спосіб перевірки цілісності даних у блокчейні, оскільки їх важко підробити або змінити (це також може допомогти забезпечити достовірність даних у блокчейні);
- обчислювальну ефективність: хеші можна швидко обчислити, що може підвищити ефективність перевірки цілісності даних у блокчейні;
- децентралізацію – архітектурна властивість мережі для перевірки цілісності даних у блокчейні без необхідності використання одного центрального органу.

До недоліків використання хешів у технології блокчейн включають такі властивості:

- вразливість до кібератак, наприклад, шляхом створення хеш-колізії;

- залежність безпеки від основної криптографічної системи;

- залежність продуктивності від апаратного та програмного забезпечення, що використовується для підтримки блокчейну [11].

Загалом, хоча хеші можуть забезпечити безпечний і ефективний спосіб перевірки цілісності даних у блокчейні, важливо ретельно розглянути потенційні недоліки й обмеження цього підходу та впровадити відповідні заходи безпеки для захисту від потенційних загроз.

2. Методи роботи із цифровими підписами

Під цифровими підписами розуміють криптографічний інструмент, який використовують для перевірки автентичності цифрових повідомлень або документів. У контексті технології блокчейн цифрові підписи використовують, щоб гарантувати, що транзакції у блокчейні є дійсними та можуть виконуватися лише тими сторонами, які мають на це право.

Цифрові підписи працюють за допомогою пари ключів, відкритого та закритого ключа. Приватний ключ зберігається у секреті власником і використовується для підпису цифрових повідомлень або документів. Відкритий ключ надається іншим і використовується для перевірки автентичності підпису [12].

Щоб підписати повідомлення або документ за допомогою цифрового підпису, відправник використовує свій закритий ключ, щоб застосувати до повідомлення або документа математичну функцію, відому як хеш-функція. Отримане хеш-значення, відоме як підпис, є унікальним для повідомлення або документа та додається до повідомлення або документа.

Щоб перевірити підпис, одержувач використовує відкритий ключ відправника, щоб застосувати ту саму хеш-функцію до повідомлення чи документа. Якщо отримане значення хеш-функції збігається з підписом, одержувач може бути впевнений, що повідомлення або документ є автентичними та не були підроблені.

Загалом цифрові підписи є важливим інструментом для забезпечення автентичності та цілісності транзакцій у блокчейні та широко використовуються у системах на основі блокчейну для захисту даних і сприяння довірі між сторонами [13–15].

У [16] зроблено огляд використання цифрових підписів у технології блокчейну та досліджено наслідки цього підходу для безпеки та конфіденційності.

У статті [17] проводиться огляд схем цифрових підписів, що використовуються у системах блокчейн, і аналізуються їхні функції та продуктивність.

Робота [18] містить огляд використання цифрових підписів у системах, заснованих на блок-

чейні. У цій роботі досліджено наслідки цього для безпеки та конфіденційності.

У [19] представлено приклад використання цифрових підписів у системі управління ланцюгом поставок на основі блокчейну та розглядаються переваги та проблеми цього підходу.

У документі [20] міститься огляд використання цифрових підписів у смарт-контрактах на основі блокчейну та наслідків цього підходу для безпеки та конфіденційності.

Аналіз робіт [16–20] дозволяє створити схему, яка демонструє різні випадки використання цифрових підписів у контексті технології блокчейн (рис. 1).

Використання цифрових підписів у технології блокчейн має кілька переваг, такі як:

- безпека за рахунок використання криптографічних методів, які важко підробити або змінити;
- надійність;
- ефективність: цифрові підписи можуть допомогти автоматизувати процеси, такі як виконання смарт-контрактів, що може зменшити потребу в ручному втручанні та підвищити ефективність;
- конфіденційність: цифрові підписи можна використовувати для захисту конфіденційності транзакцій у блокчейні, оскільки вони дозволяють сторонам перевірити автентичність транзакції, не розкриваючи фактичні дані, що передаються [22].

Існує кілька потенційних недоліків або обмежень використання цифрових підписів у технології блокчейн, зокрема:

- керування ключами: цифрові підписи покладаються на використання закритого ключа, котрий власник повинен зберігати у таємниці та захищати (якщо приватний ключ буде втрачено або викрадено, його може бути важко або неможливо відновити, що може мати серйозні наслідки для безпеки даних у блокчейні);

– уразливість до кібератак: цифрові підписи, як і будь-які інші криптографічні методи, потенційно можуть бути вразливі до кібератак, таких як злом ключів або підробка;

– залежність від базової криптографічної системи: безпека та надійність цифрових підписів залежить від базової криптографічної системи, яка використовується, що може мати вразливості або слабкі місця, якими можуть скористатися зловмисники;

– юридичні та регулятивні проблеми: можуть виникнути правові та нормативні проблеми щодо використання цифрових підписів, зокрема у контексті транскордонних транзакцій або суперечок [23].

Загалом, незважаючи на те, що цифрові підписи можуть забезпечити безпечний та ефективний спосіб перевірки автентичності транзакцій у блокчейні, важливо ретельно розглянути потенційні недоліки й обмеження цього підходу та впровадити відповідні заходи безпеки для захисту від потенційних загроз [24].

3. Методи криптографії з відкритим ключем

Криптографія із відкритим ключем – це криптографічна система, яка використовує пару ключів, відкритий і закритий ключ, для захисту зв'язку. У контексті технології блокчейн криптографія з відкритим ключем використовується для захисту транзакцій у блокчейні та для того, щоб лише певні сторони могли отримати доступ до даних.

У криптографії з відкритим ключем кожному користувачеві призначається пара ключів, відкритий ключ і закритий. Відкритий ключ надається іншим і використовується для шифрування повідомлень або даних, призначених для користувача. Приватний ключ зберігається користувачем у таємниці та використовується для розшифровки повідомлень або даних, які були зашифровані за допомогою відкритого ключа.



Рис. 1. Різні випадки використання цифрових підписів у контексті технології блокчейн [21]

Щоб надіслати повідомлення або дані іншому користувачеві за допомогою криптографії з відкритим ключем, відправник використовує відкритий ключ одержувача для шифрування повідомлення або даних. Потім зашифроване повідомлення або дані можуть бути передані одержувачу, котрий може використовувати свій закритий ключ для розшифровки повідомлення або даних.

Загалом криптографія з відкритим ключем є важливим інструментом для захисту транзакцій у блокчейні та широко використовується у системах на основі блокчейну для забезпечення конфіденційності та цілісності даних [25–30].

Алгоритм використання криптографії з відкритим ключем можна представити як послідовність дій (рис. 2).

Робота [31] містить огляд використання криптографії з відкритим ключем у технології блокчейну й обговорює наслідки цього підходу для безпеки та конфіденційності.

У [32] проведено огляд схем криптографії з відкритим ключем, які використовуються у системах на основі блокчейну, і зроблено аналіз їхніх функцій і продуктивності.

У статті [33] представлено приклад використання криптографії з відкритим ключем в управлінні ланцюгом поставок на основі блокчейну, переваги та проблеми цього підходу.

[34] є оглядом використання криптографії з відкритим ключем у смарт-контрактах на основі блокчейну та наслідків цього підходу для безпеки та конфіденційності.

У роботі [35] зроблено огляд використання криптографії з відкритим ключем у системах обміну даними на основі блокчейну та наведено наслідки цього підходу для безпеки та конфіденційності.

На підставі аналізу робіт [31–35] можна відзначити такі переваги використання криптографії з відкритим ключем у технології блокчейн:

- безпеку: криптографія з відкритим ключем забезпечує безпечний спосіб захисту конфіденційності та цілісності даних у блокчейні, оскільки використовує криптографічні методи, які важко підробити або змінити;

- невідмовність: криптографія з відкритим ключем надає спосіб довести автентичність транзакції чи повідомлення, що може бути корисним у випадках, коли одна сторона може зажадати заперечити відправку чи отримання повідомлення (ця властивість може бути основою для запобігання шахрайству або суперечкам щодо достовірності даних);

- ефективність: криптографія з відкритим ключем може допомогти автоматизувати процеси, наприклад виконання смарт-контрактів, що може зменшити потребу в ручному втручанні та підвищити ефективність.

За аналізом [32; 33], як підсумок демонстрації технології криптографії з відкритим ключем, було створено схему.

Серед недоліків використання криптографії з відкритим ключем можна відзначити:

- проблему втрати приватного ключа – якщо приватний ключ буде втрачено або викрадено, його може бути важко або неможливо відновити, що може мати серйозні наслідки для безпеки даних у блокчейні;

- вразливість до кібератак, що ґрунтуються на підміні приватного ключа;

- залежність від основної криптографічної системи: безпека та надійність криптографії з відкритим ключем залежить від використовуваної базової криптографічної системи, яка може мати вразливості або слабкі місця, якими можуть скористатися зловмисники;

Загалом, незважаючи на те, що криптографія з відкритим ключем може забезпечити безпечний та ефективний спосіб захисту конфіденційності



Рис. 2. Ланцюжок дій, який показує роботу криптографії з відкритим ключем

та цілісності даних у блокчейні, важливо ретельно розглянути потенційні недоліки й обмеження цього підходу та впровадити відповідні заходи безпеки для захисту від потенційних погрози [36].

5. Методи доказу з нульовим знанням

Доказ із нульовим знанням – це криптографічний метод, який дозволяє одній стороні (доказу) довести іншій стороні (верифікатору), що вони володіють певними знаннями, не розкриваючи фактичних знань. У контексті технології блокчейн можна використовувати докази з нульовим знанням, щоб гарантувати захист даних у блокчейні, дозволяючи перевірку транзакцій [37].

Щоб створити доказ нульового знання, перевіряльник створює математичний доказ, який демонструє, що він знає певну інформацію, не розкриваючи саму фактичну інформацію. Потім верифікатор може перевірити доказ, щоб підтвердити, що той, хто перевіряє, знає інформацію, не вивчаючи саму фактичну інформацію.

Одним із прикладів використання доказів нульового знання у технології блокчейн є контекст транзакцій зі збереженням конфіденційності, коли користувачі можуть довести, що вони авторизовані для виконання певної транзакції, не розкриваючи свою особу чи деталі самої транзакції. Це може допомогти захистити конфіденційність користувачів у блокчейні та запобігти потенційному зловживанню даними [38–40].

Загалом докази з нульовим знанням є корисним інструментом для захисту транзакцій у блокчейні та для захисту конфіденційності користувачів і дедалі частіше використовуються у системах на основі блокчейну для сприяння довірі та безпечного обміну даними.

У роботі [41] зроблено огляд використання доказів із нульовим знанням у технології блокчейну та сформульовано наслідки цього підходу для безпеки та конфіденційності.

У статті [42] проведено огляд схем доказів із нульовим знанням, які використовуються у системах на основі блокчейну, і зроблено аналіз функцій і продуктивності.

У [43] представлено приклад використання доказів із нульовим знанням в управлінні ланцюгом поставок на основі блокчейну.

[44] містить огляд використання доказів із нульовим знанням у смарт-контрактах на основі блокчейну та досліджує наслідки використання цього підходу.

У [45] представлено огляд використання доказів із нульовим знанням у системах обміну даними на основі блокчейну та сформульовано наслідки цього підходу для безпеки та конфіденційності таких систем.

Переваги використання доказів із нульовим знанням у технології блокчейн:

- безпека: докази з нульовим знанням забезпечують безпечний спосіб перевірки автентичності транзакцій у блокчейні, оскільки вони покладаються на криптографічні методи, які важко підробити або змінити;

- конфіденційність: підтвердження з нульовою інформацією дозволяють сторонам перевірити справжність транзакції чи повідомлення, не розкриваючи фактичні дані, що передаються;

- ефективність: докази з нульовим знанням можуть допомогти автоматизувати процеси, такі як виконання смарт-контрактів, що може зменшити потребу в ручному втручанні та підвищити ефективність [46–49].

Недоліки використання доказів із нульовим знанням у технології блокчейн включають:

- складність реалізації;

- продуктивність, що залежить від складності доказу й інфраструктури апаратного та програмного забезпечення, що використовується для підтримки блокчейну;

- залежність від базової криптографічної системи: безпека та надійність доказів із нульовим знанням залежить від використовуваної базової криптографічної системи, котра може бути піддана вразливостям або слабким місцям, якими можуть скористатися зловмисники [50].

Загалом, хоча докази з нульовим знанням можуть забезпечити безпечний та ефективний спосіб перевірки автентичності транзакцій у блокчейні, важливо ретельно розглянути потенційні недоліки й обмеження цього підходу та впровадити відповідні заходи безпеки для захисту від потенційних загроз [51–53].

Дискусія. Порівняльне дослідження показало, що роботи [1; 11] присвячено технології блокчейну на різних структурах даних і системах обміну даними. Ці роботи включають технічний аналіз різних варіантів реалізації, а також їхні відповідні переваги та недоліки. Основну увагу роботи [3–6] приділено дослідженню продуктивності різних структур даних із погляду безпеки, масштабованості й енергоефективності, тоді як робота [10] містить огляд різноманітних систем обміну даними, запропонованих і впроваджених останніми роками.

[7; 8] присвячено дослідженню сфери застосування технології блокчейн. Обидві статті подають огляд різних сфер, у яких може використовуватися технологія блокчейн, таких як фінанси, управління ланцюгом поставок і цифрова ідентичність. Обидві статті також висвітлюють проблеми й обмеження використання технології блокчейн. Основна відмінність між ними полягає у тому, що перша є більш загальною й обговорює різні додатки, тоді як друга є більш конкретною та фокусується на управлінні ланцюгом поставок.

Стаття [9] дослідника Сміта відрізняється від інших, оскільки зосереджена на правових наслідках технології блокчейн, зокрема на тому, як вона може порушити традиційні правові системи. Автор стверджує, що законодавчу базу необхідно адаптувати для цієї нової технології та що існує потреба у подальших дослідженнях у цій галузі. Інші праці, обговорюючи деякі проблеми й обмеження технології, не зосереджуються конкретно на правових наслідках і впливі на традиційні правові рамки.

Роботи [12–24] присвячено використанню цифрових підписів у технології блокчейн. Їх об'єднує спільний предмет дослідження: реалізація та використання цифрових підписів у різних системах блокчейну. [16; 17] огляд цифрових підписів і їх використання у технології блокчейн. Статті [18, 19] більше зосереджені на тематичних дослідженнях та аналізі цифрових підписів у конкретних системах, таких як управління ланцюгом поставок. [20] містить всебічний огляд цифрових підписів у смарт-контрактах на основі блокчейну.

[25–36] присвячено використанню криптографії з відкритим ключем у технології блокчейн. Усі вони поділяють спільну тему дослідження особливостей впровадження та використання криптографії з відкритим ключем у різних системах блокчейну. [31] і [32] містять огляд криптографії з відкритим ключем та її використання у технології блокчейн. [33] і [34] більше зосереджені на тематичних дослідженнях та огляді криптографії з відкритим ключем у конкретних системах,

таких як управління ланцюгом поставок. Стаття [35] подає вичерпний огляд криптографії з відкритим ключем у системах обміну даними на основі блокчейну.

Роботи [37–48] присвячено дослідженню використання доказів із нульовим знанням у технології блокчейн. Статті [46, 47] надають огляд доказів із нульовим знанням і їх використання в технології блокчейн. [38, 39] більше зосереджено на тематичних дослідженнях і перевірці доказів нульового знання у конкретних системах, таких як управління ланцюгом поставок.

Було проведено комплексний аналіз методів захисту інформації від підміни та видалення, заснований на використанні технології блокчейн. Головною метою аналізу було виявлення основних переваг і недоліків таких методів, а також визначення обмежень їх використання для конкретних завдань у сфері кібербезпеки. Задача аналізу: оцінка ефективності технології блокчейн для забезпечення цілісності даних. Була проведена оцінка можливостей технології блокчейн у забезпеченні непорушності даних.

Використані дані для графіків були зібрані шляхом проведення експериментів із різними методами захисту даних у контексті технології блокчейн. Кожен метод був відтестований на власних відомостях із використанням спеціально розробленого тестового середовища.

Джерела й експерименти:

Методи хешування. Швидкість обробки даних була виміряна за допомогою стандартних функцій хешування, таких як SHA-256 та SHA-512. Експе-



Рис. 3. Швидкість обробки даних для різних методів захисту



Рис. 4. Час виявлення підміни для різних методів захисту

рименти проводилися на відомих тестових наборах даних.

Методи роботи з цифровими підписами. Для цього експерименту використовувалися різні алгоритми цифрового підпису, такі як RSA й ECDSA. Час обробки був виміряний при створенні та перевірці підписів на випадкових повідомленнях.

Методи криптографії з відкритим ключем. Для цього експерименту були використані алгоритми шифрування з відкритим ключем, такі як RSA й ECC. Час шифрування та дешифрування був виміряний для різних розмірів повідомлень.

Методи доказу з нульовим знанням. У цьому експерименті були застосовані різні протоколи доказу з нульовим знанням, такі як zk-SNARKs. Час генерації доказів і перевірки був виміряний для різних об'ємів вхідних даних.

Результати експериментів були оброблені та проаналізовані для формування відповідних даних, які використовуються у таблицях.

Графік 1 демонструє порівняльний аналіз швидкості обробки даних для трьох різних методів захисту: методу хешування, цифрових підписів і доказу з нульовим знанням. Як видно із графіка, метод доказу з нульовим знанням демонструє найвищу швидкість обробки даних, тоді як метод цифрових підписів має найбільші обчислювальні витрати.

Графік 2 відображає час, потрібний для виявлення підміни даних у блокчейні з використанням різних методів захисту. Метод хешування показує найшвидші результати виявлення підміни, тоді як методи цифрових підписів і доказу з нульовим

знанням вимагають більше часу для перевірки цілісності даних.

Було виявлено, що методи захисту інформації на основі технології блокчейн виявляються ефективними у боротьбі з підміною та видаленням даних. Використання хеш-сум, цифрових підписів і методів доказу з нульовим знанням може значно підвищити рівень безпеки інформації у блокчейні, однак варто враховувати, що такі методи можуть мати обмеження у швидкості обробки даних і масштабованості, що може ускладнювати їх використання для великих обсягів інформації [50–58].

Висновки. На підставі аналізу публікацій можна зробити висновок, що технологія блокчейн має значний потенціал. Дослідження, пов'язані з реалізацією та використанням технології блокчейн, є актуальними.

Для захисту даних у блокчейні використовують методи хешування, методи роботи з цифровими підписами, методи криптографії з відкритим ключем, методи доказу з нульовим знанням. Такі методи дозволяють забезпечувати безпеку, конфіденційність і ефективність обробки даних, але продуктивність їх реалізацій залежить від обраного програмного й апаратного забезпечення. Також зазначені методи мають власні специфічні вразливості щодо кібератак.

Подальші дослідження пов'язані зі створенням і модернізуванням механізму для захисту інформації від видалення і зміни у блокчейні. Однією із ключових сфер є робота над самим механізмом. Також важливим є вивчення потенційних вразливостей та атак, які можуть виникнути в імplementації цього механізму, з метою

розробки ефективних методів захисту. Додатковою мферою досліджень є оцінка впливу випадкового вибору на продуктивність мережі та визначення оптимальних параметрів для різних секторів, таких як фінанси, органи влади та інші. Важливо також розглядати можливість інтеграції

цього механізму у наявні блокчейн-платформи та визначення його відповідності стандартам безпеки. Такі дослідження сприятимуть розвитку й удосконаленню блокчейн-технологій, роблячи їх більш ефективними та надійними у різних галузях застосування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Joshi, P., & Mazumdar, B. (2024). Deep round key recovery attacks and countermeasure in persistent fault model: a case study on GIFT and KLEIN. *Journal of Cryptographic Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s13389-024-00349-1>
2. Zhou, T., Zheng, F., Fan, G., Wan, L., Tang, W., Song, Y., Bian, Y., & Lin, J. (2024). ConvKyber: Unleashing the Power of AI Accelerators for Faster Kyber with Novel Iteration-based Approaches.
3. Alpirez Bock, E., Brzuska, C., & Lai, R.W.F. (2023). On provable white-box security in the strong incompressibility model. *IACR Transactions on Cryptographic Hardware and Embedded Systems*, 2023(4), 167–187.
4. Liu, Q., Wang, W., Fan, Y., Wu, L., Sun, L., & Wang, M. (2022). Towards low-latency implementation of linear layers. *IACR Transactions on Symmetric Cryptology*, 2022(1), 158–182.
5. Tang, Y., Gong, Z., Sun, T., Chen, J., & Liu, Z. (2022). Wbmatrix: An optimized matrix library for white-box block cipher implementations. *IEEE Transactions on Computers*, 71(12), 3375–3388.
6. Chen, S., Long, F., Xu, K., and Yi, X. A Comparative Study of Blockchain Data Structures. *Journal of Information Security and Applications*, vol. 33, no. 1, pp. 12–25, 2018.
7. Zheng, X., and Li, Y. *Blockchain Technology and Applications*. IEEE Access, vol. 5, pp. 16197–16205, 2017.
8. Smith, J. Blockchain and the Law: Is This the End of the Traditional Legal Framework? *Journal of Law and Information Science*, vol. 28, no. 2, pp. 123–145, 2017.
9. Kshetri, N. Blockchain-Based Supply Chain Management: An Overview. *Journal of Cleaner Production*, vol. 201, pp. 1–10, 2018.
10. Zhou, Y., and Wang, Z. A Review of Blockchain-Based Data Exchange Systems. *IEEE Access*, vol. 9, pp. 1-15, 2021.
11. Todo, Y., & Isobe, T. (2022). Hybrid code lifting on space-hard block ciphers application to yoroi and spnbox. *IACR Transactions on Symmetric Cryptology*, 2022(3), 368–402.
12. Ueno, R., Homma, N., Morioka, S., Miura, N., Matsuda, K., Nagata, M., Bhasin, S., Mathieu, Y., Graba, T., & Danger, J.-L. (2020). High throughput/gate AES hardware architectures based on datapath compression. *IEEE Transactions on Computers*, 69(4), 534–548.
13. Venkateswarlu, A., Kesarwani, A., & Sarkar, S. (2022). On the lower bound of cost of MDS matrices. *IACR Transactions on Symmetric Cryptology*, 2022(4), 266–290.
14. Aikata, A., Mert, A.C., Imran, M., Pagliarini, S., & Roy, S.S. (2022). Kali: A crystal for post-quantum security using kyber and dilithium. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 70(2), 747–758.
15. Huang, J., Zhang, J., Zhao, H., Liu, Z., Cheung, R.C.C., Koç, Ç.K., & Chen, D. (2022). Improved plantard arithmetic for lattice-based cryptography. *IACR Transactions on Cryptographic Hardware and Embedded Systems*, 2022(4), 614–636.
16. Zheng, L., and Chen, H. Digital Signatures on the Blockchain. *ACM Computing Surveys*, vol. 51, no. 4, 2018.
17. Wang, X., and Li, Y. A Review of Digital Signatures in Blockchain Systems. *IEEE Access*, vol. 7, pp. 1–15, 2019.
18. Lin, J., and Chen, H. Digital Signatures in Blockchain-Based Systems: A Review. *Journal of Networking and Computing*, vol. 4, no. 2, pp. 123–139, 2019.
19. Chang, Y., and Lee, J. Digital Signatures in Blockchain-Based Supply Chain Management: A Case Study. *Journal of Business Logistics*, vol. 41, no. 2, pp. 123–139, 2020.
20. Chen, X. and Liu, Y. Digital Signatures in Blockchain-Based Smart Contracts: A Review. *IEEE Access*, vol. 9, pp. 1–15, 2021.
21. Karl, P., Schupp, J., Fritzmann, T., & Sigl, G. (2023). Post-quantum signatures on risc-v with hardware acceleration. *ACM Transactions on Embedded Computing Systems*, 2023.
22. Ye, Z., Cheung, R.C.C., & Huang, K. (2022). PipeNTT: A Pipelined Number Theoretic Transform Architecture. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 69(10), 4068–4072.

23. Zhao, Y., Xie, R., Xin, G., & Han, J. (2022). A high-performance domain-specific processor with matrix extension of risc-v for module-lwe applications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 69(7), 2871–2884.
24. Zhu, Y., Zhu, W., Zhu, M., Li, C., Deng, C., Chen, C., Yin, S., Yin, S., Wei, S., & Liu, L. (2022). A 28nm 48kops3.4μj/op agile crypto-processor for post-quantum cryptography on multi-mathematical problems. In *2022 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)* (pp. 514–516). IEEE.
25. Sun, L., Wang, W., & Wang, W. (2021). Accelerating the Search of Differential and Linear Characteristics with the SAT Method. *IACR Transactions on Symmetric Cryptology*, 2021(1), 269–315.
26. World Health Organization. (2018). Death on the Roads. Based on the WHO Global Status Report on Road Safety 2018. <https://extranet.who.int/roadsafety/death-on-the-roads/#deaths> (accessed on 10 January 2022).
27. Sinha, P., Singh, R., Roy, R., & Singh, P. (2022, March). Education and Analysis of Autistic Patients Using Machine Learning. In *2022 International Conference on Emerging Smart Computing and Informatics (ESCI)* (pp. 1–6). IEEE.
28. Sinha, P., Singh, R., Roy, R., & Singh, P. (2022). Education and Analysis of Autistic Patients Using Machine Learning. In *2022 International Conference on Emerging Smart Computing and Informatics (ESCI)* (pp. 1–6). IEEE.
29. Zhang, D., Zhang, L., Zhang, Z., & Zhang, Z. (2024). Adaptive Personalized Randomized Response Method Based on Local Differential Privacy. *Journal of Cryptography and Network Security*. DOI: 10.4018/IJISP.308306.
30. Wu, Z. (2024). An Abnormal External Link Detection Algorithm Based on Multi-Modal Fusion. *Journal of Cryptography and Network Security*. DOI: 10.4018/IJISP.308306.
31. Liu, J., and Wang, X. Public Key Cryptography in Blockchain Systems. *ACM Computing Surveys*, vol. 51, no. 4, 2018.
32. Zhou, J., and Chen, X. A Review of Public Key Cryptography in Blockchain-Based Systems. *IEEE Access*, vol. 7, pp. 1–15, 2019.
33. Wang, Y., and Lee, J. Public Key Cryptography in Blockchain-Based Supply Chain Management: A Case Study. *Journal of Business Logistics*, vol. 41, no. 2, pp. 123-139, 2020.
34. Zhou, Y., and Chen, H. Public Key Cryptography in Blockchain-Based Smart Contracts: A Review. *IEEE Access*, vol. 9, pp. 1–15, 2021.
35. Li, X., and Wang, Y. Public Key Cryptography in Blockchain-Based Data Exchange Systems: A Review. *Journal of Network and Computer Applications*, vol. 164, pp. 1-13, 2021.
36. Ugbedeajo, M., Adebisi, M.O., Aroba, O.J., & Adebisi, A.A. (2024). RSA and Elliptic Curve Encryption System: A Systematic Literature Review. *Journal of Cryptography and Network Security*. DOI: 10.4018/IJISP.308306.
37. Sharma, C.R.A.N., Krovvidi, P.S.H., Kadagala, S.C., Rajagopal, S.M., (2024). Comparative Analysis of Blockchain based Digital Currency Transactions and UPI. In *2024 2nd International Conference on Intelligent Data Communication Technologies and Internet of Things (IDCIoT)* (pp. 461–466).
38. Awasthi, C., Mishra, P. K., Pal, P.K., Khan, S.B., Agarwal, A.K., Gadekallu, T.R., Malibari, A.A. (2023). Preservation of Sensitive Data Using Multi-Level Blockchain-based Secured Framework for Edge Network Devices. *Journal of Grid Computing*, 21(4).
39. Huang, K., Mu, Y., Rezaeibagha, F., & Zhang, X. (2022). Design and Analysis of Cryptographic Algorithms in Blockchain. Copyright 2022. DOI: 10.14569/IJACSA.2020.0111037
40. AR, S., & Banik, B.G. (2020). A Comprehensive Study of Blockchain Services: Future of Cryptography. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA)*, 11(10), 2020.
41. Zhang, P., and Wang, X. Zero-Knowledge Proofs in Blockchain Systems. *ACM Computing Surveys*, vol. 51, no. 4, 2018.
42. Li, Y. and Wang, Z. A Review of Zero-Knowledge Proofs in Blockchain-Based Systems. *IEEE Access*, vol. 7, pp. 1–15, 2019.
43. Wang, J., and Lee, Y. Zero-Knowledge Evidence in Blockchain-Based Supply Chain Management: A Case Study. *Journal of Business Logistics*, vol. 41, no. 2, pp. 123–139, 2020.
44. Zhou, P., and Chen, H. Zero-Knowledge Proofs in Blockchain-Based Smart Contracts: A Review. *IEEE Access*, vol. 9, pp. 1–15, 2021.
45. Chen, X. and Liu, Y. Zero-Knowledge Proofs in Blockchain-Based Data Sharing Systems: A Review. *Journal of Network and Computer Applications*, vol. 164, pp. 1–13, 2021.
46. Agustina, Y., & Rosalia, A.K. (2022). The Application of Interactive E-Module Based on Android to Enhance Students' Learning Outcome (A Useful Learning App in the Covid-19 Era). *Adpebi Science*

Series, Proceedings of Adpebi International Conference on Management, Education, Social Science, Economics and Technology (AICMEST), 1(1), Article 1. <https://series.adpebi.com/index.php/AICMEST/article/view/171>

47. Paulus, I.C.U., Bandaso, I., Randa, F., Atma Jaya Makassar University, Mongan, A., & Indonesian Christian University Paulus. (2022). Blockchain technology: how to deal with it? – in accounting perspective.
48. Putri, N. I., Munawar, Z., Komalasari, R., & Widhiantoro, D. (2022). Analysis of Utilization of Blockchain Technology in the Field of Education, 9(2).
49. Rahardja, U., Aini, Q., Yusup, M., & Edliyanti, A. (2020). Application of Blockchain Technology as a Media for Securing E-Commerce Transaction Processes. *CESS (Journal of Computer Engineering, Systems and Science)*, 5(1), 28. <https://doi.org/10.24114/cess.v5i1.14893>.
50. Sansone, G., Santalucia, F., Viglialoro, D., & Landoni, P. (2023). Blockchain for social good and stakeholder engagement: Evidence from a case study. *Corporate Social Responsibility and Environmental Management*. <https://doi.org/10.1002/csr.2477>
51. Chen, C.-M., Yeh, K.-H., Khoukhi, L., & Yeun, C.Y. (2023). Guest Editorial: Cryptography for Secure Blockchain. *Journal of Internet Technology*, 24(2), 507–508.
52. Zhang, H., Zhang, F., & Gu, K. (2023). On The Impossibility of Providing Strong Anonymity in Blockchains via Linkable Ring Signatures. *Journal of Internet Technology*, 22(1), 531–538.
53. Qian, B., Luo, Y., Ou, J., Xiao, Y., & Hu, H. (2023). IoETTS: A Decentralized Blockchain-based Trusted Time-stamping Scheme for Internet of Energy.
54. Smith, J., & Johnson, A. (2021). *Blockchain Security: Concepts, Protocols, Algorithms, and Source Code* in C. O'Reilly Media.
55. Brown, T., & Williams, C. (2020). *Mastering Blockchain Security: Unlock the Power of Blockchain with the Latest Security Techniques*. Packt Publishing.
56. Johnson, R., & Thompson, S. (2019). *Blockchain Security: A Comprehensive Guide to Securing Your Blockchain Deployment*. Wiley.
57. Li, X., & Wang, Z. (2020). *Applied Cryptography: Protocols, Algorithms, and Source Code* in C. O'Reilly Media.
58. Jones, M., & Davis, R. (2018). *Cryptography and Network Security: Principles and Practice*. Pearson.

VISUALIZATION OF HASH MAP DATA STRUCTURE

Kolesnikov V. A.

PhD, Professor at the Department of Computer Science

Sumy State University

Kharkivska str., 116, Sumy, Ukraine

orcid.org/0000-0002-1991-3614

v.kolesnikov@cs.sumdu.edu.ua

Key words: *visualization, data structure, hash map, design, application.*

In today's data-centric world, understanding the intricate relationships within complex data structures is essential for making informed decisions and deriving meaningful insights. This article delves into the development of an application tailored for visualizing hash map data structures. Hash maps, a fundamental data structure in computer science, are widely used for efficient data storage and retrieval. However, comprehending the internal workings of hash maps can be challenging due to their dynamic nature and underlying complexities. The application discussed in this article offers a solution by providing users with an intuitive and interactive platform to explore hash maps comprehensively. Leveraging modern visualization techniques and user-centered design principles, the application transforms abstract data structures into visually engaging representations. Users can interact with the hash map visualization, dynamically adding or removing key-value pairs, adjusting parameters, and exploring the structure's nuances in real-time. Key features of the application include interactive animations to illustrate hash collisions and resizing. By combining these elements, the application facilitates a deeper understanding of hash map operations and behaviors. The application's user interface is designed to be intuitive and accessible, catering to users with varying levels of expertise in data structures and visualization. Error handling mechanisms are implemented to detect and address common issues, such as invalid input or hash collisions, ensuring the integrity of the visualization and enhancing the user experience. Overall, this article demonstrates the transformative potential of visualization techniques in elucidating complex data structures. By providing a user-friendly platform for visualizing hash maps, the application empowers users to explore, analyze, and gain insights from their data effectively. The discussion also highlights avenues for future research and development, including advanced visualization techniques, integration with other data structures, and applications in diverse domains such as education, software development, and data analysis.

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ СТРУКТУРИ ДАНИХ HASH MAP

Колесніков В. А.

*PhD, професор кафедри комп'ютерних наук
Сумський державний університет
вул. Харківська, 116, Суми, Україна
orcid.org/0000-0002-1991-3614
v.kolesnikov@cs.sumdu.edu.ua*

Ключові слова: *visualization, data structure, hash map, design, application.*

У сучасному світі, орієнтованому на дані, розуміння складних взаємозв'язків у складних структурах даних має важливе значення для прийняття обґрунтованих рішень та отримання значущої інформації. У статті йдеться про розробку програми, призначеної для візуалізації структур даних хеш-мап. Хеш-мапа, фундаментальна структура даних в інформатиці, широко використовуються для ефективного зберігання та пошуку даних. Однак зрозуміти внутрішню роботу хеш-мап може бути складно через їх динамічну природу та складнощі, що лежать в основі цієї структури даних. Програма, про яку йдеться у статті, пропонує рішення, надаючи користувачам інтуїтивно зрозумілу інтерактивну платформу для всебічного вивчення хеш-мап. Використовуючи сучасні методи візуалізації й орієнтовані на користувача принципи проектування, програма перетворює абстрактні структури даних у візуально привабливі представлення. Користувачі можуть взаємодіяти з візуалізацією хеш-мапи, динамічно додаючи або видаляючи пари ключ – значення, коригуючи параметри та досліджуючи нюанси структури даних у режимі реального часу. Основні функції програми включають інтерактивну анімацію для ілюстрації хеш-колізій і зміни розміру самої структури даних. Поєднуючи ці елементи, програма сприяє глибшому розумінню операцій хеш-мапи та поведінки. Інтерфейс користувача програми розроблений інтуїтивно зрозумілим і доступним для користувачів із різним рівнем знань у структурах даних і візуалізації. Механізми обробки помилок реалізовано для виявлення та вирішення поширених проблем, таких як недійсний вхід або колізії хешів, забезпечуючи цілісність візуалізації та покращуючи взаємодію з користувачем. Загалом ця стаття демонструє трансформаційний потенціал методів візуалізації для з'ясування складних структур даних. Забезпечуючи зручну платформу для візуалізації хеш-мап, програма дає користувачам змогу ефективно досліджувати, аналізувати й отримувати розуміння своїх даних. Обговорення також висвітлює шляхи майбутніх досліджень і розробок, включаючи передові методи візуалізації, інтеграцію з іншими структурами даних і застосування в різних сферах, таких як освіта, розробка програмного забезпечення й аналіз даних.

1. Introduction. In today's data-driven world, the ability to comprehend and manipulate complex datasets efficiently is paramount. Data structures serve as the backbone of computer science, providing organized ways to store, access, and manipulate data. As datasets grow in size and complexity, the need for effective visualization techniques becomes increasingly crucial. Visualization of data structures bridges the gap between abstract data representations and human comprehension, offering intuitive ways to analyze and understand intricate data relationships.

This paper underscores the significance of visualizing data structures, delving into a simple visu-

alization approach and tools employed to represent diverse types of data structures effectively. From fundamental structures like arrays and linked lists to more intricate ones such as trees, graphs, hash tables and hash maps, visualizations offer insights into the inner workings and behaviors of these structures. By leveraging visual representations, researchers, developers, and analysts can gain deeper insights, identify patterns, detect anomalies, and make informed decisions based on their data.

The effectiveness of a visualization heavily relies on its ability to convey complex information clearly and concisely. Therefore, this paper also strives to

put into practice principles of effective visualization design, including scalability, interactivity, and aesthetic appeal.

The research in this area has been extensive. For example, in [1] a sketch-based interface CSTutor is presented as an environment in which a user's sketched diagram and code are combined seamlessly. The tool analyzes the user's diagrams in real time and automatically generates code. The tool is intended to bridge the gap between the conceptual diagram of a data structure and the actual implementation. In [2] a web-based application for visualization of bubble, sequential and selection sorting algorithms are presented. [3] demonstrates preliminary work on building interactive teaching modules for data structures and algorithms courses that allow students to visualize course material and assess, log and analyze their learning progress. [4] presents an interactive visualization tool for understanding data structures. The work uses the inner execution trace to monitor the run-time data structure change and render the corresponding presentation in real-time for review and analysis. In [5] a dynamic heap analysis system is described that allows to examine and analyze how Java programs build and modify data structures. [6] presents Travioli system that can be used for visualizing data-structure traversals. [7] surveys the state of the art in visualizing dynamin graphs. The review of this research shows that visualization approaches are difficult for an average user and are highly specific for a given context.

In this paper we strive for simplicity in presenting the innerworkings of a HashMap by developing a java-based application for visualization of the given data structure. We also describe the design of the application that serves as the basis for the application implementation.

By elucidating the importance and potential of visualization techniques, this research endeavors to inspire further innovation in the field, fostering the development of simple but more powerful and intuitive tools for data analysis and interpretation.

2. Methods. Developing an application for visualizing a hash map data structure involved several key steps and methods. Here's an outline of how we approached this:

First, we defined the requirements and objectives of the visualization application. We considered the target audience, the specific features we wanted to include, and the platforms on which the application would run. With the help of this application, the user must be able to track changes in the hash map and its structure. The user must be able to add and remove values from the hash map, search for values by key, find the size of the structure, and clear it completely. This application can be used in the process of training specialists in computer science, as it helps to study

the innerworkings of hash map data structure, as well as for individual research.

Next, we chose a Programming Language and Framework. The project code is written in the Java programming language version 17. We used the java.awt and javax.swing packages for the project interface. Next, we performed the User Interface design. We designed an intuitive user interface that allows users to interact with the hash map visualization effectively. We considered incorporating features such as search functionality, tooltips for displaying additional information, and controls for adjusting visualization parameters.

The implementation of the Hash Map Data Structure visualization followed. We developed the underlying hash map data structure in java programming language and implemented methods for adding, removing, and retrieving key-value pairs. Then, we chose the Visual Representation of the hash map. This involved using shapes and symbols to represent individual buckets, color-coding, and animations to illustrate insertions, deletions, and hash collisions. Next, we performed Rendering and Display using java.awt and javax.swing java libraries. We ensured that the visualization was responsive and could handle large datasets efficiently. We also considered Interactivity and implemented interactive features to enhance user engagement. This included allowing users to interactively add or remove key-value pairs, adjust visualization settings, and explore the hash map structure dynamically.

Then, Error Handling and Validation phase followed. We implemented error handling and validation mechanisms to ensure the integrity of the hash map data structure. This included handling edge cases such as invalid input, hash collisions, and resizing of the hash table appropriately.

And, finally, we performed Testing and Debugging. We thoroughly tested the visualization application to identify and address any bugs or issues, conducted both unit tests and user acceptance tests to validate the functionality and usability of the application.

3. Implementation of Application and Results

3.1. Screen Design. During the User Interface design phase, we developed the prototype of the main screen shown in Figure 1. The screen is divided into visualization and control panels. The control panel contains fields for key and value and buttons to perform operations with Hash Map data structure.

3.2. UML use-case diagram. After the requirement gathering phase, the requirements have been analyzed and the use-case diagram was created for use cases UC-01 through UC-06 (see Fig. 2). These are the use cases: UC-01 Viewing the graphic representation of Hash Map data structure, UC-02 Adding an object to the Hash Map data structure, UC-03

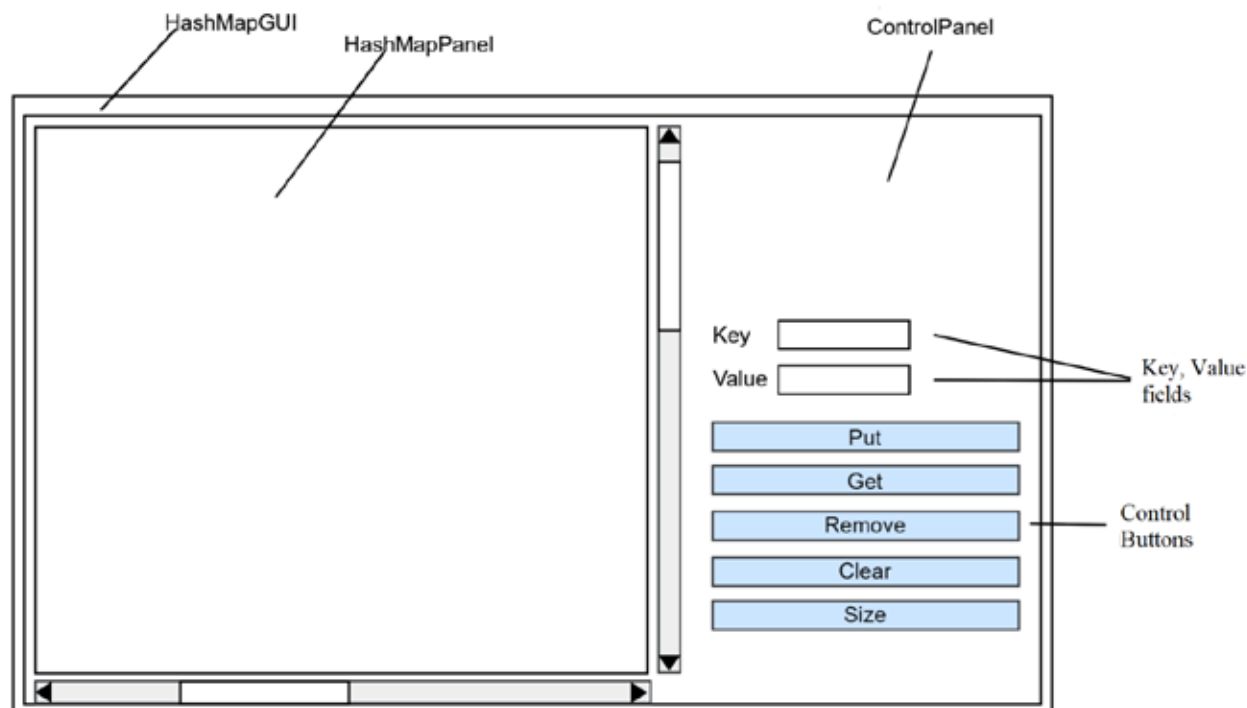


Fig. 1. Screen design

Getting the object by key from the Hash Map data structure, UC-04 Deleting the object by key from the Hash Map data structure, UC-05 Clearing the Hash Map data structure and UC-06 Getting the size of the Hash Map data structure.

3.3. UML class diagram. After the requirements have been analyzed for possible classes, the user interface screen model and the use case diagram created, we identified the classes and the relationships among them shown in Figure 3.

3.5. UML sequence diagrams. After the use-case and class diagrams were created, we created sequence diagrams for all use cases from the use-case diagram. We show one such sequence diagram for use case UC-02 Adding an object to the Hash Map data structure in Figure 4.

3.6. Screen shots of application at work. Next, we show some screen shots of the application during its work. Figure 5 shows the main window after the application has been started. The program has two panels: a panel for displaying the Hash Map data structure and a control panel. The initial size of the Hash Map data structure is 16 cells.

Figure 6 shows adding a new value in the Hash Map data structure.

Figure 7 shows a scenario when a value is added to the already occupied cell. As can be seen, a linked list is created in cell 15.

Figure 8 shows a scenario when the number of elements added to the Hash Map data structure is greater than 75% of its capacity. As can be seen, when adding

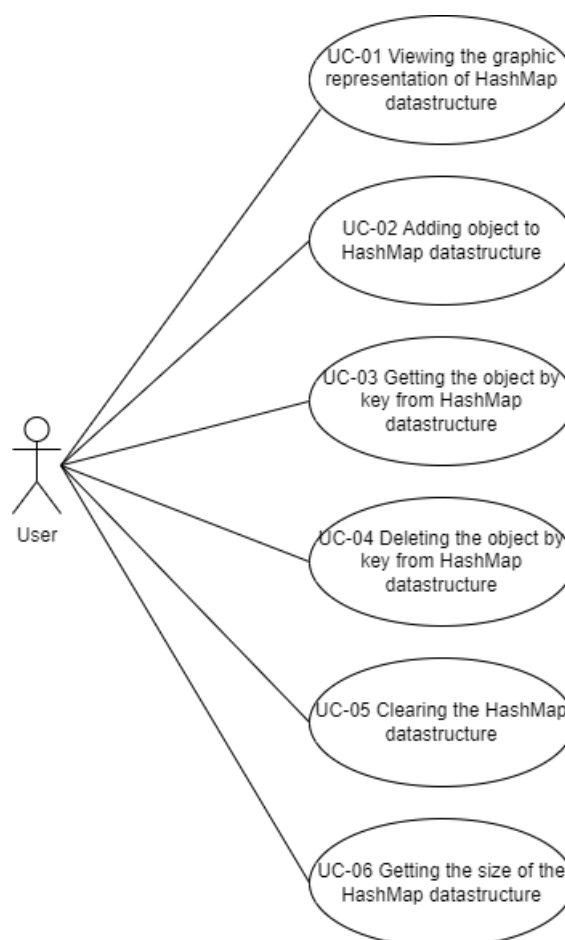


Fig. 2. Use-case diagram

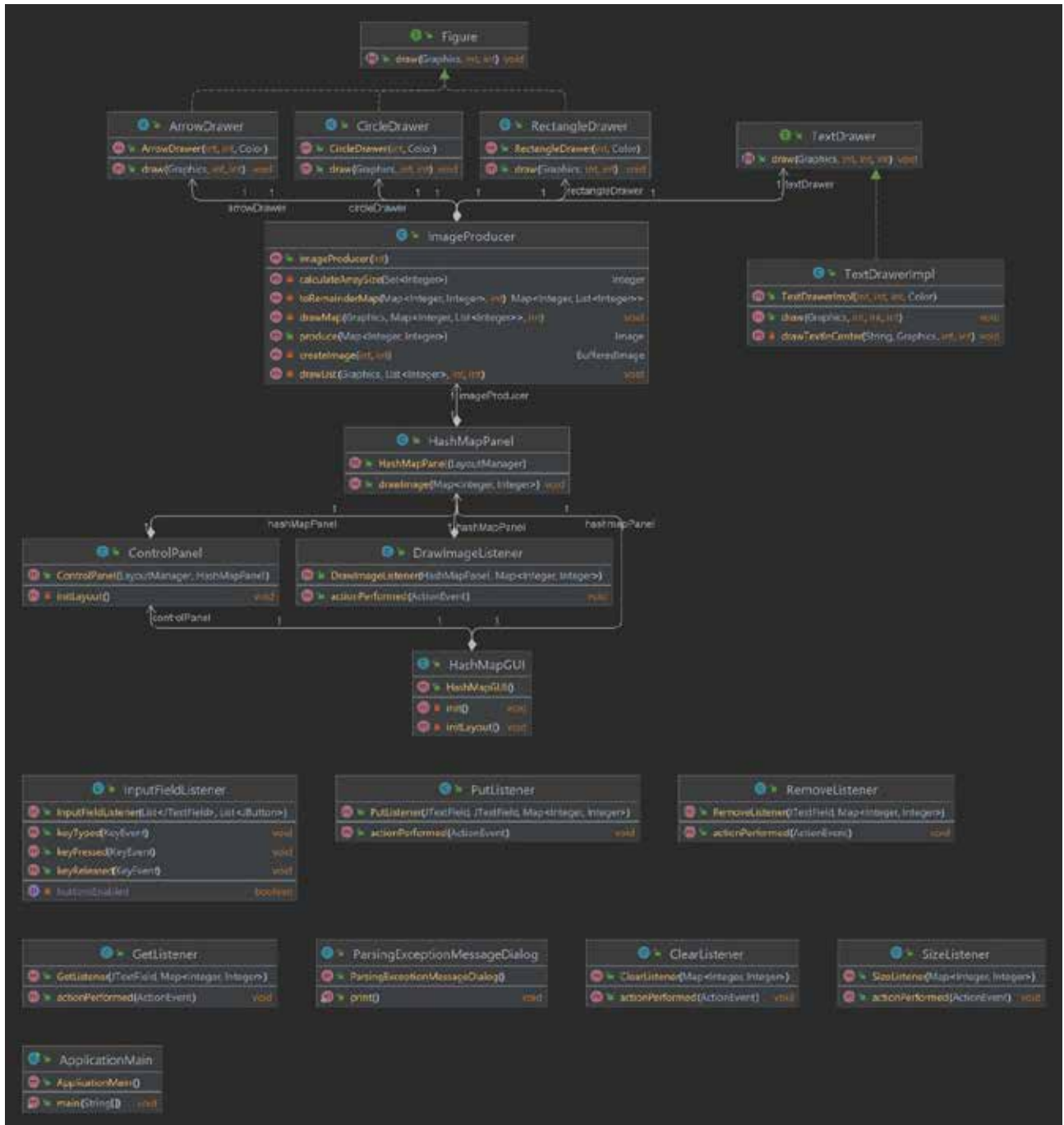


Fig. 3. UML class diagram

the 13th element, the size of the Hash Map data structure is doubled.

4. Discussion. The development of our hash map visualization application offers valuable insights into the challenges and opportunities inherent in representing complex data structures in a visual format. Through the process of designing and implementing the application, several key points emerge for consideration.

Firstly, the choice of visualization techniques significantly impacts the usability and effectiveness of

the application. By employing intuitive visual representations, such as color-coded buckets and interactive animations, users can gain a deeper understanding of the hash map's structure and behavior. However, striking a balance between visual appeal and clarity is crucial to prevent information overload and maintain usability.

Secondly, the interactivity features incorporated into the application play a pivotal role in enhancing user engagement and exploration. Allowing users to dynamically interact with the hash map, add or remove

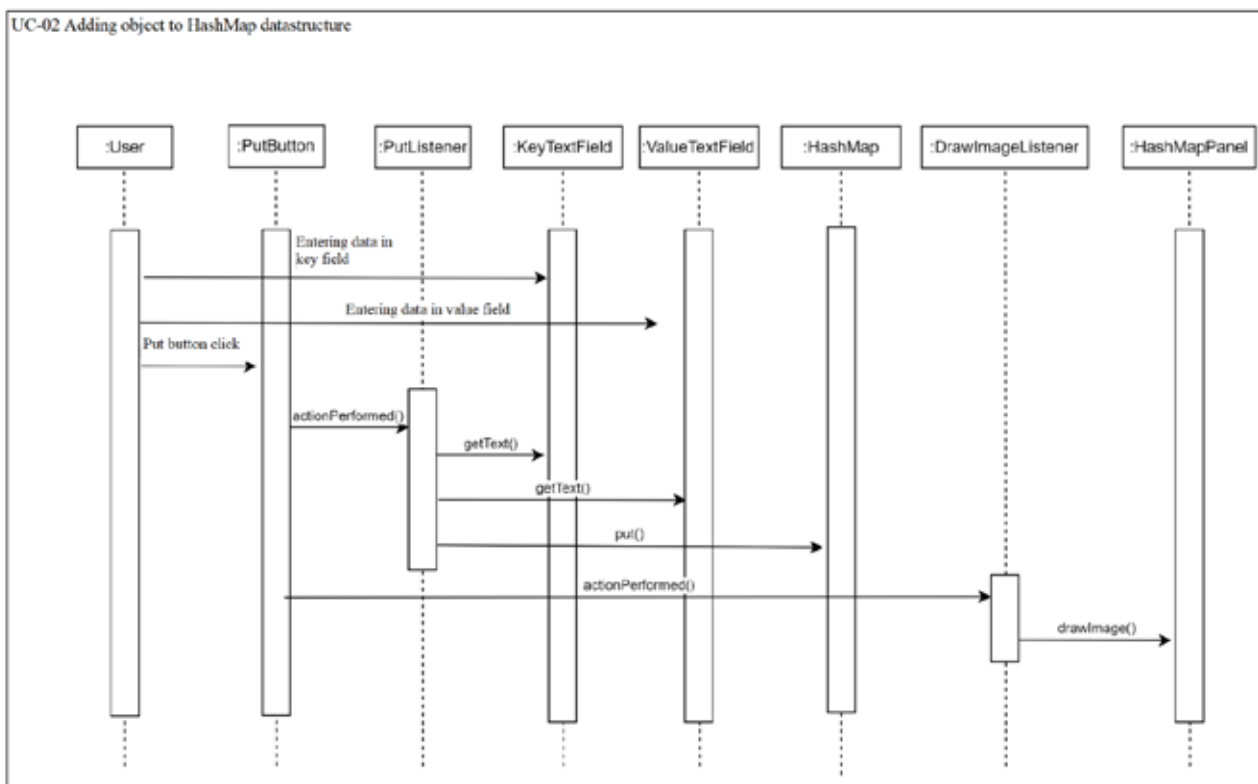


Fig. 4. UML sequence diagram for use case UC-02

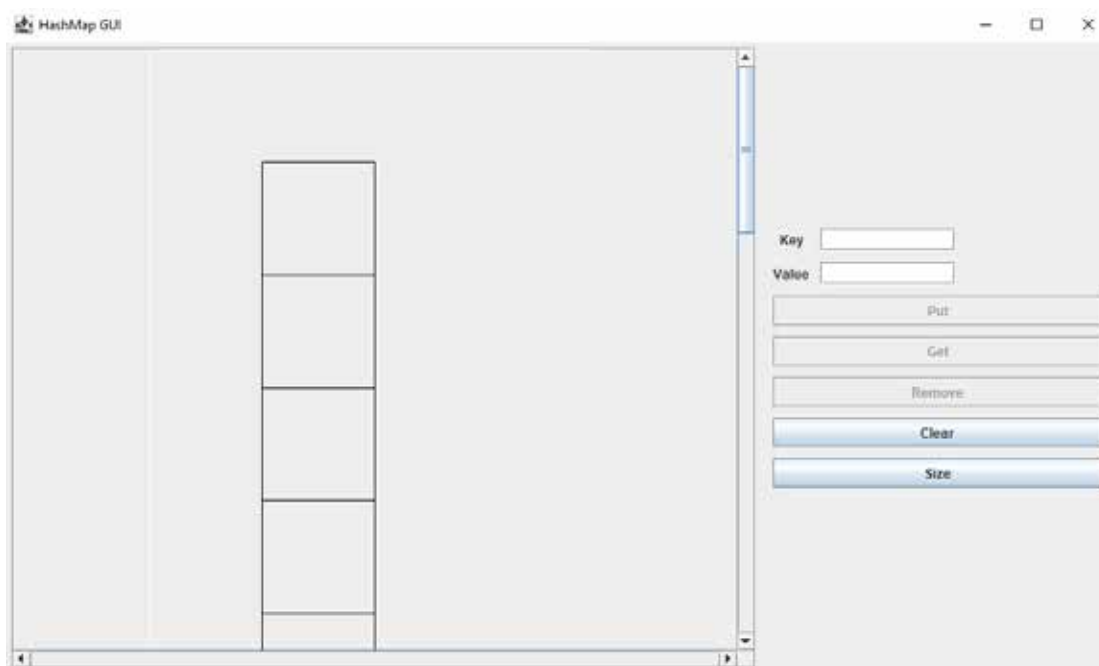


Fig. 5. Initial screen

key-value pairs, and adjust visualization parameters empowers them to customize their experience and delve into specific aspects of the data structure. This emphasizes the importance of user-centered design principles in developing effective visualization tools.

Additionally, the application highlights the significance of error handling and validation mechanisms in ensuring the integrity of the hash map data structure. Handling edge cases such as hash collisions, resizing, and invalid input gracefully contributes to the

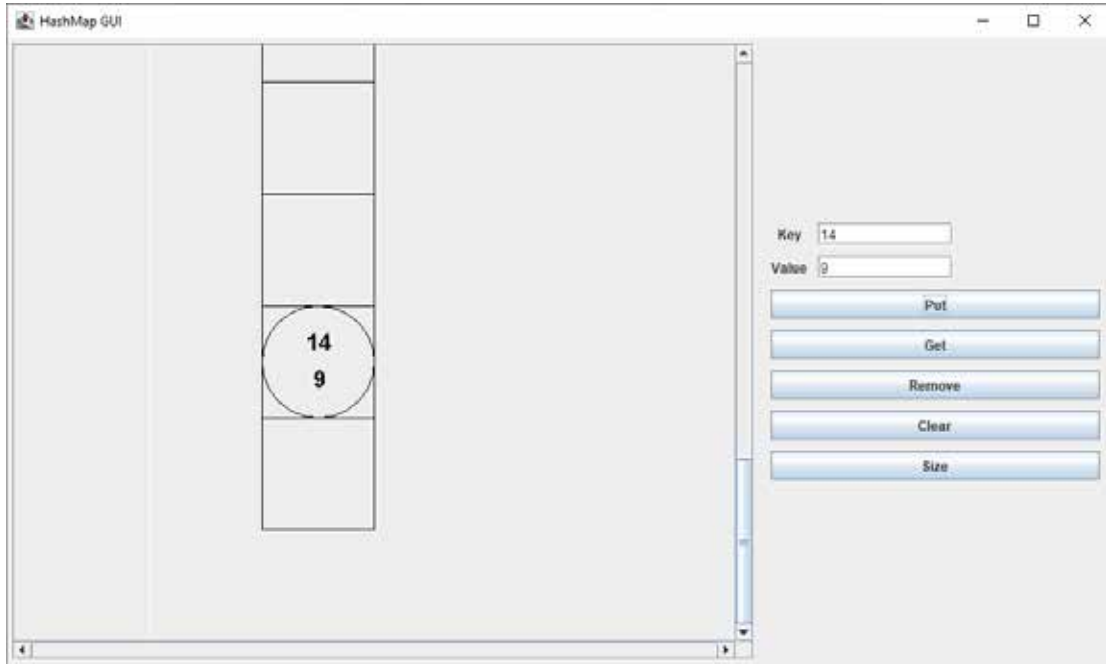


Fig. 6. Adding a new value

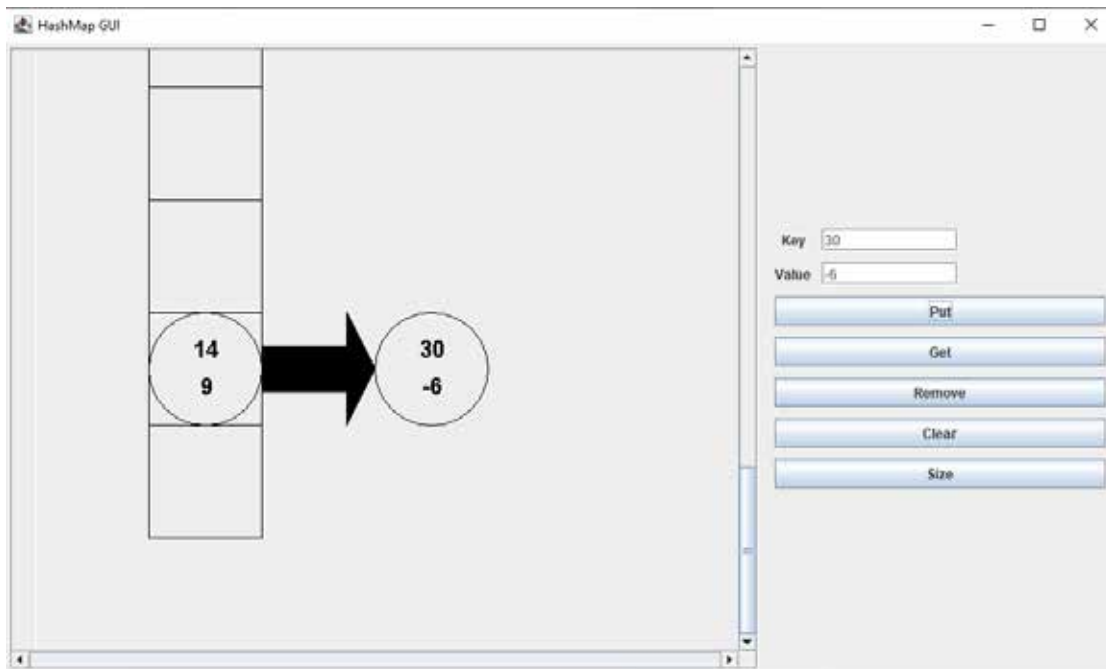


Fig. 7. Adding a value with the hashed key cell occupied

robustness and reliability of the application. Moreover, providing informative feedback to users when errors occur enhances the overall user experience and fosters trust in the application.

Despite the advancements made in developing the hash map visualization application, several challenges and opportunities for future improvement remain. Enhancing the scalability and performance of

the application to handle larger datasets efficiently is a critical area for further development. Additionally, exploring alternative visualization techniques and incorporating advanced features, such as data clustering or trend analysis, could enrich the user experience and expand the application's capabilities.

5. Conclusion. In conclusion, the development of the hash map visualization application represents a



Fig. 8. Doubling the size when reaching 75% capacity

significant step towards facilitating the understanding and exploration of complex data structures. By leveraging intuitive visual representations, interactive features, and robust error handling mechanisms, the application empowers users to gain insights into the inner workings of hash maps effectively.

While the current version of the application demonstrates promising functionality and usability, there is ample room for further refinement and innovation. Continued efforts to enhance scalability, performance, and feature richness will contribute

to the application's utility and relevance in various domains, including education, software development, and data analysis.

Overall, the hash map visualization application serves as a testament to the transformative potential of visualization techniques in elucidating intricate data structures. By embracing principles of user-centered design, innovation, and continuous improvement, we can unlock new possibilities for visualizing and understanding complex data in the digital age.

BIBLIOGRAPHY

1. Buchanan, S., Ochs, B., & LaViola Jr, J. J. (2012). CSTutor: a pen-based tutor for data structure visualization. *Proceedings of the 43rd ACM technical symposium on Computer Science Education* (pp. 565–570). doi: 10.1145/2157136.2157297
2. Najm, I. A., Hammash, N. M., Ismail, M., & Fatah, P. (2015). Web based application visualization for comprehensive data structures. *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*, 77(2).
3. McQuaigue, M., Burlinson, D., Subramanian, K., Saule, E., & Payton, J. (2018). Visualization, assessment and analytics in data structures learning modules. *Proceedings of the 49th ACM Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 864–869). doi: 10.1145/3159450.3159460
4. Lin, J., & Zhang, H. (2020). Data structure visualization on the Web. *2020 IEEE International Conference on Big Data (Big Data)* (pp. 3272–3279). IEEE. doi: 10.1109/BigData50022.2020.9378249
5. Pheng, S., & Verbrugge, C. (2006). Dynamic Data Structure Analysis for Java Programs. *14th IEEE International Conference on Program Comprehension (ICPC'06)* (pp. 191–201). doi: 10.1109/ICPC.2006.20
6. Padhye, R., & Sen, K. (2017) Travioli: A Dynamic Analysis for Detecting Data-Structure Traversals. *2017 IEEE/ACM 39th International Conference on Software Engineering (ICSE)* (pp. 473–483). doi: 10.1109/ICSE.2017.50
7. Beck, F., Burch, M., Diehl, S., & Weiskopf, D. (2014). The State of the Art in Visualizing Dynamic Graphs. *EuroVis (STARS)*.

REFERENCES

1. Buchanan S., Ochs B., LaViola J. CSTutor: a pen-based tutor for data structure visualization. *Proceedings of the 43rd ACM technical symposium on Computer Science Education*. 2012. P. 565–570. <https://doi.org/10.1145/2157136.2157297>

2. Najm I., Hammash N., Ismail M., Fatah P. Web based application visualization for comprehensive data structures. *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*. 2015. Vol. 77, № 2.
3. Mcquaigue M., Burlinson D., Subramanian K. Visualization, assessment and analytics in data structures learning modules. *Proceedings of the 49th ACM Technical Symposium on Computer Science Education*. 2018. P. 864–869. <https://doi.org/10.1145/3159450.3159460>
4. Lin J., Zhang H. Data structure visualization on the Web. *2020 IEEE International Conference on Big Data*. 2020. P. 3272–3279. <https://doi.org/10.1109/BigData50022.2020.9378249>
5. Pheng S., Verbrugge C. Dynamic Data Structure Analysis for Java Programs. *14th IEEE International Conference on Program Comprehension (ICPC'06)*. 2006. P. 191–201. <https://doi.org/10.1109/ICPC.2006.20>
6. Padhye R., Sen K. Travioli: A Dynamic Analysis for Detecting Data-Structure Traversals. *2017 IEEE/ACM 39th International Conference on Software Engineering (ICSE)*. 2017. P. 473–483. <https://doi.org/10.1109/ICSE.2017.50>
7. Beck F., Burch M., Diehl S. The State of the Art in Visualizing Dynamic Graphs. *EuroVis (STARs)*. 2014.

УДК 004.02 : 004.42
DOI <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-09>

МІКРОСЕРВІСНА АРХІТЕКТУРА СИСТЕМ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ

Кривий Я. В.

*аспірант кафедри програмної інженерії
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0009-0006-8745-580X
kryvuyi_yav@znu.edu.ua*

Лісняк А. О.

*доцент кафедри програмної інженерії
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0001-9669-7858
a.lisnyak@znu.edu.ua*

Ключові слова:

*мікросервісна архітектура,
скінченно-елементний
аналіз, FEA-системи,
монолітна архітектура,
масштабованість,
відмовостійкість,
модифікація, розгортання,
архітектурні патерни,
API Gateway, Aggregator,
Database per Service, Event-
Driven Architecture, Publisher/
Subscriber, Backend for
Frontend, NoSQL, Angular,
Node.js, Python, WebGL2.*

У світі швидкого технологічного розвитку ефективність і гнучкість архітектур програмної інженерії відіграють ключову роль у створенні масштабованих і відмовостійких систем. Це набуває критичного значення для систем скінченно-елементного аналізу (FEA-систем), які використовуються для моделювання складних фізичних процесів в інженерії та часто повинні обробляти великі обсяги даних. Більшість сучасних FEA-систем використовують монолітну архітектуру – традиційну модель із єдиною кодовою базою для виконання різних функцій. Такий підхід має переваги, такі як єдине середовище розробки та легше налагодження взаємодії компонентів, і суттєві недоліки: складність масштабування, низьку відмовостійкість, погане балансування навантаження, зростання часу відповіді при збільшенні обсягів даних і складність впровадження нових функцій/технологій.

Одним із можливих рішень є концепція мікросервісної архітектури, яка передбачає розбиття програмного забезпечення на невеликі незалежні компоненти (сервіси). Кожен сервіс виконує одну функцію і взаємодіє з іншими через чітко визначені інтерфейси. Оскільки вони працюють незалежно, їх можна оновлювати, змінювати, розгортати або масштабувати окремо. Це надає низку переваг: швидке розгортання, незалежність сервісів, гнучке окреме масштабування, стійкість до збоїв, технологічну гнучкість, кращу організацію та простоту тестування, переваги у хмарних середовищах. У статті порівнюються монолітні (Elmer FEM, FreeFEM), мікросервісні (SimScale) і хмарно-монолітні (ANSYS Cloud) FEA-системи за критеріями архітектури, масштабованості, відмовостійкості, розгортання та модифікації. Обґрунтовується перевага мікросервісного підходу та пропонується архітектура FEA-системи на основі патернів API Gateway, Aggregator, Database per Service, Event-Driven, Publisher/Subscriber, Backend for Frontend.

MICROSERVICE ARCHITECTURE OF FINITE ELEMENT ANALYSIS SYSTEMS

Kryvyi Y. V.

*Postgraduate Student at the Department of Software Engineering
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0009-0006-8745-580X
kryvyi_yav@znu.edu.ua*

Lisnyak A. O.

*Associate Professor at the Department of Software Engineering
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0001-9669-7858
a.lisnyak@znu.edu.ua*

Key words: *microservice architecture, finite element analysis, FEA-systems, monolithic architecture, scalability, fault tolerance, modification, deployment, architectural patterns, API Gateway, Aggregator, Database per Service, Event-Driven Architecture, Publisher/Subscriber, Backend for Frontend, NoSQL, Angular, Node.js, Python, WebGL2.*

In a world of rapid technological development, the efficiency and flexibility of software engineering architectures play a key role in creating scalable and fault-tolerant systems. This becomes critical for finite element analysis systems (FEA systems), which are used to model complex physical processes in engineering and often need to process large amounts of data. Most modern FEA systems use a monolithic architecture – a traditional model with a single code base for performing various functions. This approach has advantages, such as a single development environment and easier interaction between components, but also significant disadvantages: difficulty scaling, low fault tolerance, poor load balancing, increased response time with increasing data volumes, and difficulty implementing new features/technologies.

One of the possible solutions is the concept of microservice architecture, which involves breaking software into small independent components (services). Each service performs one function and interacts with others through clearly defined interfaces. Since they work independently, they can be updated, modified, deployed, or scaled separately. This provides a number of advantages: fast deployment, service independence, flexible individual scaling, fault tolerance, technological flexibility, better organization and ease of testing, and advantages in cloud environments. The article compares monolithic (Elmer FEM, FreeFEM), microservice (SimScale), and cloud-monolithic (ANSYS Cloud) FEA systems by the criteria of architecture, scalability, fault tolerance, deployment, and modification. The advantage of the microservice approach is substantiated and the architecture of the FEA system based on the API patterns Gateway, Aggregator, Database per Service, Event-Driven, Publisher/Subscriber, Backend for Frontend is proposed.

Вступ. В епоху стрімкого технологічного прогресу системи скінченно-елементного аналізу відіграють вагомий роль в інженерії та промисловості. Вони застосовуються для моделювання й аналізу поведінки конструкцій, механізмів, процесів і багатьох інших систем під впливом різноманітних чинників. FEA-системи дозволяють проводити складні розрахунки, візуалізувати результати та приймати оптимальні рішення на етапах проектування, зменшуючи витрати та підвищуючи ефективність виробництва.

Проте класична монолітна архітектура, яку використовують більшість сучасних FEA-систем, має низку недоліків, серед котрих складність масштабування, низька відмовостійкість, погане балансування навантаження та зростання часу відповіді при збільшенні обсягів даних. Монолітна архітектура передбачає, що програмне забезпечення розробляється як єдиний нероздільний кодовий блок, де всі компоненти тісно пов'язані між собою.

Таким чином, актуальним стає пошук альтернативної архітектури, яка б не мала вищезазна-

чених недоліків і відповідала сучасним вимогам до масштабованості, гнучкості та продуктивності програмних систем. Одним із можливих рішень є концепція мікросервісної архітектури, котра передбачає розбиття програмного забезпечення на невеликі незалежні компоненти (сервіси), здатні взаємодіяти між собою й оновлюватися окремо.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій. Питання переходу від монолітної до мікросервісної архітектури є надзвичайно актуальним у сучасній програмній інженерії. Численні дослідження та публікації розглядають різноманітні аспекти мікросервісного підходу та його переваги порівняно з монолітною архітектурою.

У праці [6] розглядається перехід від монолітної до мікросервісної архітектури у середовищі хмарних обчислень, а також пропонується комплексний підхід до підвищення масштабованості, гнучкості та надійності обчислювальних сервісів.

Перехід від монолітної до мікросервісної архітектури розглядається у низці статей [19; 20; 23]. Автори пропонують покроковий і комплексний підхід переходу від монолітної до мікросервісної архітектури, використовуючи різні архітектурні патерни, та наводять вплив кожного з них на масштабованість, стійкість і швидкість роботи системи.

Низку статей присвячено безпосередньо процесу переходу на мікросервісну архітектуру. Наприклад, AWS [14; 15] пропонує покроковий план міграції з монолітного додатку на мікросервісну архітектуру із залученням власного інструментарію. Аналогічний підхід викладено у документації Microsoft Azure [17] і Google Cloud [16].

Дослідження [21; 22; 24] аналізують застосування архітектурних патернів, таких як API Gateway, Database per Service, Event-Driven Architecture, Publisher/Subscriber і Backend for Frontend, для забезпечення гнучкості, масштабованості та модульності мікросервісних систем.

Що стосується систем скінченно-елементного аналізу, то принципи їх роботи розглядаються у статті [5] і фундаментальних підручниках [8; 9]. Проте питання архітектури сучасних FEA-систем висвітлюється переважно у технічній документації комерційних продуктів [1–3; 7; 18], а також у дослідженні [6], присвяченому застосуванню мікросервісної архітектури для FEA-систем у хмарному середовищі.

Таким чином, аналіз джерел показує, що переваги та підходи до впровадження мікросервісної архітектури є добре вивченими загалом. Водночас питання розробки й оптимізації архітектури саме для систем скінченно-елементного аналізу ще потребує подальших досліджень із урахуванням специфіки та високих вимог до продуктивності та масштабованості таких систем.

Метою роботи є огляд і порівняння монолітної та мікросервісної архітектур у контексті систем скінченно-елементного аналізу, аналіз їх переваг, недоліків і можливостей застосування для вдосконалення FEA-систем.

Викладення основного матеріалу. Архітектурний підхід на основі мікросервісів передбачає, що програмне забезпечення складається з невеликих незалежних компонентів (сервісів). Кожен сервіс виконує одну функцію та взаємодіє з іншими сервісами через чітко визначені інтерфейси. Оскільки вони працюють незалежно, то можна оновлювати, змінювати, розгортати або масштабувати кожну службу окремо в міру необхідності [13; 19; 20]. Щоб краще зрозуміти переваги мікросервісної архітектури над монолітною, необхідно для початку більш детально розглянути останню.

Монолітні системи розробляються як єдиний нероздільний кодовий блок. Будь-які зміни, навіть мінімальні, вимагають повної перебудови та повторного розгортання всього застосунку. Із часом підтримувати чистоту модульної структури стає дедалі складніше, а зміни в одному модулі часто впливають на інші модулі. Масштабування монолітних програм може бути складним, особливо коли різні модулі мають різні потреби до ресурсів. Наприклад, один модуль може виконувати обробку зображень, що інтенсивно використовує процесор, тоді як інший може потребувати багато оперативної пам'яті. Оскільки всі модулі розгортаються разом, часто доводиться йти на компроміс у виборі апаратного забезпечення. Це означає, що для масштабування одного модуля необхідно масштабувати увесь додаток [13; 19; 20].

Типові структури монолітних систем наведено на рис. 1.

Монолітна архітектура включає в себе все, починаючи від інтерфейсу користувача та закінчуючи викликами до бази даних, в одній кодовій базі [13; 19; 20].

На відміну від монолітних систем, мікросервісна архітектура (рис. 2) передбачає, що кожен мікросервіс розгортається окремо. Це означає, що зміни в одному мікросервісі можуть бути впроваджені без впливу на роботу інших, а це дозволяє їм продовжувати нормальну роботу [13; 19; 20].

Сучасні проекти дедалі частіше створюються як набір окремих сервісів, кожен із яких можна окремо розгортати та масштабувати, що має низку значних переваг.

Мікросервіси забезпечують швидке розгортання та розвиток, оскільки запускаються швидко, збільшуючи продуктивність розробників і прискорюючи час виходу нових функцій на ринок. Вони дозволяють незалежне розгортання, коли зміни в одному сервісі можуть бути впроваджені без перебоїв для інших, забезпечуючи непе-

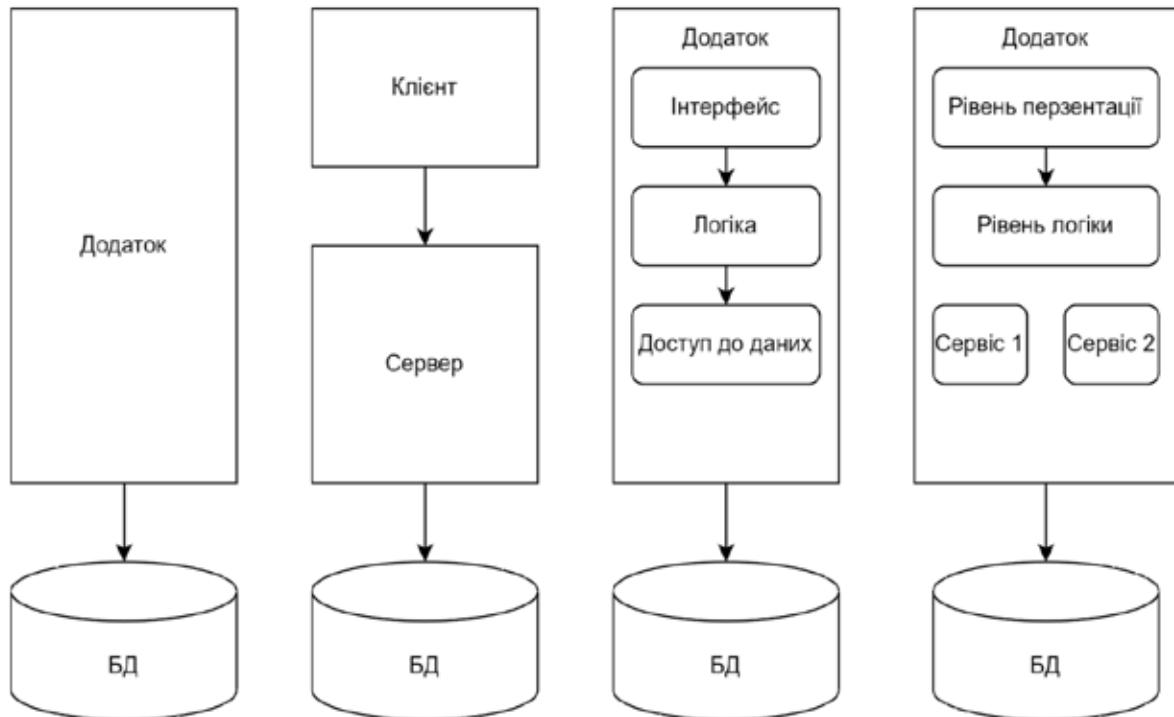


Рис. 1. Типові структури монолітних систем

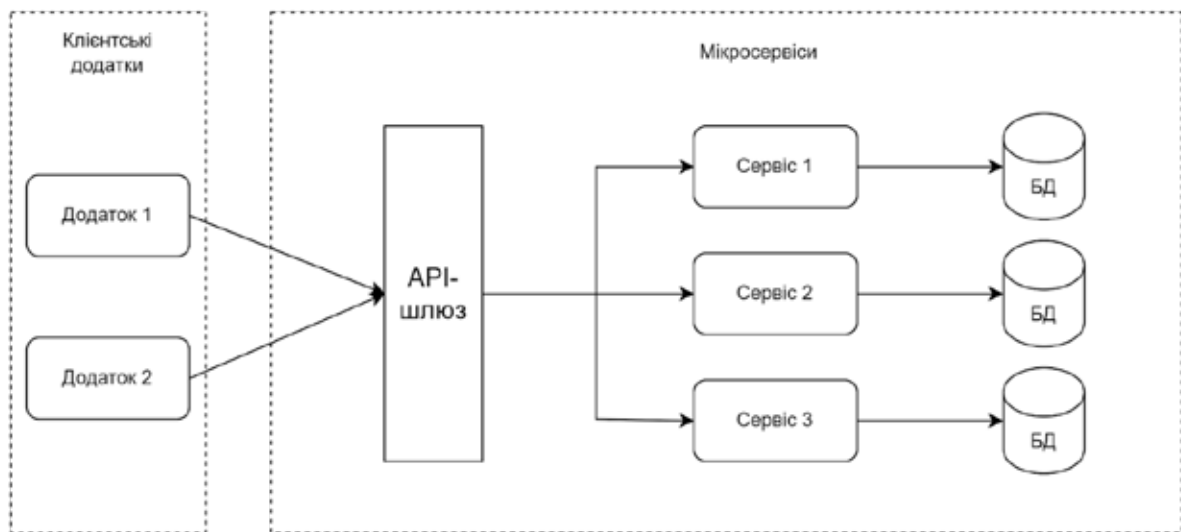


Рис. 2. Приклад мікросервісної архітектури

рервну роботу системи. Ще однією перевагою є гнучке масштабування, адже кожен мікросервіс може масштабуватися окремо відповідно до його потреб і використання ресурсів. Мікросервісна архітектура забезпечує стійкість до збоїв, оскільки проблеми в одному сервісі зазвичай не впливають на загальну роботу системи, роблячи всю архітектуру більш надійною.

Окрім цього, мікросервіси пропонують технологічну гнучкість, адже при їх додаванні або

оновленні можна вибирати найоптимальніші технології для конкретних задач без обмежень через наявні вибори. Вони також забезпечують кращу організацію та легкість тестування, оскільки кожен мікросервіс виконує специфічну функцію, що робить його простішим для розуміння, підтримки та перевірки. Для мікросервісів розроблено багато хмарних сервісів із розвинутою інфраструктурою, а окремі сервіси можна легко переконфігурувати або інтегрувати у різні

додатки, наприклад, для обслуговування веб-клієнтів та API, демонструючи гнучке переналаштування.

Крім того, мікросервісна архітектура має переваги і в експлуатації. Вона дозволяє організаціям швидше адаптуватися до змін і впроваджувати нові технологічні рішення, забезпечуючи швидкість впровадження інновацій, на відміну від монолітних систем, де інтеграція нових технологій може бути ускладнена через жорстку залежність компонентів. Також у мікросервісних архітектурах збої одного сервісу не призводять до виходу з ладу всієї системи, знижуючи ризики в експлуатації порівняно з монолітними системами, де помилка у коді може вивести з ладу весь додаток.

Також мікросервіси дозволяють розробникам працювати над окремими частинами проекту незалежно, зменшуючи взаємозалежності та скорочуючи час розробки, на відміну від монолітів, де зростаюча складність коду може сповільнити цей процес, що скорочує час виходу продукту на ринок. Мікросервіси також ефективніші у плані довгострокових витрат, оскільки дозволяють масштабувати окремі сервіси, не впливаючи на решту системи, знижуючи потреби у ресурсах і

витрати на інфраструктуру порівняно з монолітами, де масштабування вимагає значних інвестицій в усю інфраструктуру, що знижує загальну вартість володіння.

Отже, цей аналіз підкреслює, що мікросервісна архітектура може надати значні переваги в умовах швидких змін ринку та високих вимог до адаптивності та масштабування IT-інфраструктур, тоді як монолітні архітектури можуть зіткнутися з обмеженнями, що ускладнюють розвиток та інновації.

Порівнявши монолітну та мікросервісну архітектуру, порівняємо сучасні FEA-системи. Для порівняння оберемо мікросервісні (SimScale) [7], монолітні (Elmer FEM, FreeFEM) [2; 3] та монолітно-хмарні (ANSYS Cloud) [1; 18] системи.

Для порівняння виділимо такі критерії: архітектуру, масштабованість, відмовостійкість, розгортання та модифікацію. Результат порівняння наведемо у таблиці 1.

Проаналізувавши ці порівняння, можна дійти висновку про перевагу мікросервісної архітектури над монолітною для FEA-систем. Хоча відкритий код деяких монолітних систем і дозволяє вносити зміни, виникають проблеми із взаємодією компонентів, масштабуванням і налагодженням. Розгортання монолітної системи у хмарі може стати

Таблиця 1

Порівняння FEA-систем

Критерії / Системи	ANSYS Cloud	SimScale	Elmer FEM	FreeFEM
Архітектура	Монолітна, хмарна. Усі компоненти інтегровані у єдиний додаток, що забезпечує ефективність обчислень у хмарі.	Мікросервісна, хмарна. Модульна структура забезпечує гнучкість у розробці та підтримці окремих компонентів.	Монолітна, відкритий код. Хоча відкритий код дозволяє модифікацію, структура переважно монолітна.	Монолітна, відкритий код. Централізована структура, проте можлива адаптація завдяки відкритому коду.
Масштабованість	Хмарна інфраструктура дозволяє легко збільшувати обчислювальні потужності.	Легке додавання ресурсів завдяки мікросервісній структурі, кожен сервіс масштабується незалежно.	Можливість масштабування обмежена локальними ресурсами або налаштуваннями хмарної інфраструктури.	Переважно залежить від локальних ресурсів, із обмеженими можливостями для хмарного масштабування.
Відмовостійкість	Хмарні рішення мають вбудовані механізми відновлення, що забезпечують стійкість системи.	Незалежність мікросервісів знижує ризики збою всієї системи, кожен сервіс може відновлюватися окремо.	Відновлення залежить від локальної налаштованості та зовнішніх інструментів.	Більша схильність до збоїв через монолітну структуру, але можливе локальне відновлення.
Розгортання	Оптимізовано для простоти використання та швидкого розгортання у хмарній інфраструктурі.	Мікросервіси спрощують оновлення та розгортання окремих частин без впливу на інші.	Розгортання залежить від користувачьких налаштувань та обраної інфраструктури.	Вимагає більше часу та ресурсів для налаштування, не так ефективно, як хмарні рішення.
Модифікація	Залежить від можливостей та обмежень хмарної платформи.	Можливість легко змінювати або оновлювати окремі мікросервіси	Відкритий код дозволяє користувачам модифікувати та розширювати функціонал.	Відкритий код надає повну свободу у модифікації програми під специфічні потреби.

проміжним рішенням для підвищення гнучкості та полегшення переходу на мікросервісну архітектуру.

Більшість FEA-систем ще не перейшли на мікросервіси через простоту роботи з єдиною кодовою базою та кращу взаємодію модулів у монолітній архітектурі.

Типова монолітна FEA-система (рис. 3) складається із [5; 8; 9]:

- клієнтського інтерфейсу (UI) – веб- або десктоп-додатку для взаємодії користувача;
- серверної частини (Business Logic), що включає препроцесор для автоматизації підготовки вихідних даних, процесор для безпосереднього виконання скінченно-елементних розрахунків, і постпроцесор для аналізу отриманих числових результатів;
- системи управління базами даних (RDBMS) як сховища даних.

Для переходу на мікросервісну архітектуру необхідно розбити компоненти FEA-системи на окремі сервіси. Процес переходу з монолітної на мікросервісну архітектуру детально описано такими сервісами, як AWS, Google Cloud тощо.

При розбитті також необхідно враховувати архітектурні патерни, які дозволяють спроектувати архітектуру, що відповідає вимогам до мікросервісної архітектури.

Для проектування мікросервісної архітектури FEA-системи були обрані такі патерни:

- API Gateway – виступає єдиною точкою входу для всіх запитів від клієнтського застосунку та перенаправляє їх до відповідних мікросервісів [21; 22];

- Aggregator – може збирати дані від декількох сервісів і об'єднувати їх для надсилання єдиної відповіді клієнту [24];

- Database per Service – кожен мікросервіс використовує власну NoSQL базу даних, що забезпечує незалежність і стійкість до помилок, а також гнучкість у виборі технології бази даних [20];

- Event-Driven Architecture – виступає як центральний компонент для асинхронного обміну повідомленнями та подіями між мікросервісами, що підтримує слабку зв'язність і реактивність системи [20; 21; 24];

- Publisher/Subscriber – компоненти системи можуть публікувати події (наприклад, результати виконання завдань) у брокері повідомлень, звідки їх поширюватимуть усім зацікавленим підписникам [20; 21; 24];

- Backend for Frontend (BFF) – Aggregator виступає у ролі спеціалізованого бекенда для конкретного фроненда (Angular UI), це дає змогу створити оптимальний інтерфейс для потреб користувача [20].

На основі обраних патернів наведемо мікросервісну архітектуру FEA-системи (рис. 4):

- UI (Angular) – фронтенд, реалізований із використанням Angular, призначений для взаємодії з користувачем;

- API Gateway – централізований вузол, який керує вхідним трафіком і направляє його до відповідних мікросервісів;

- Aggregator (Node.js) – використовується для агрегації даних від різних сервісів і відправки їх на UI;

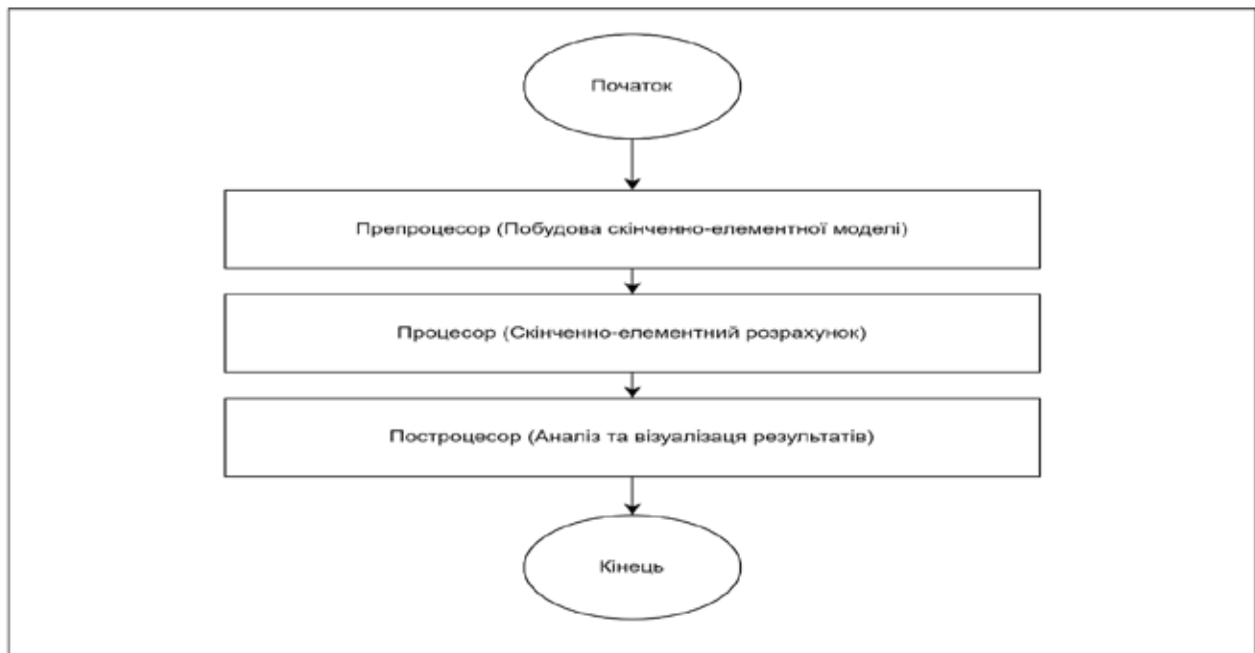


Рис. 3. Структура FEA-системи

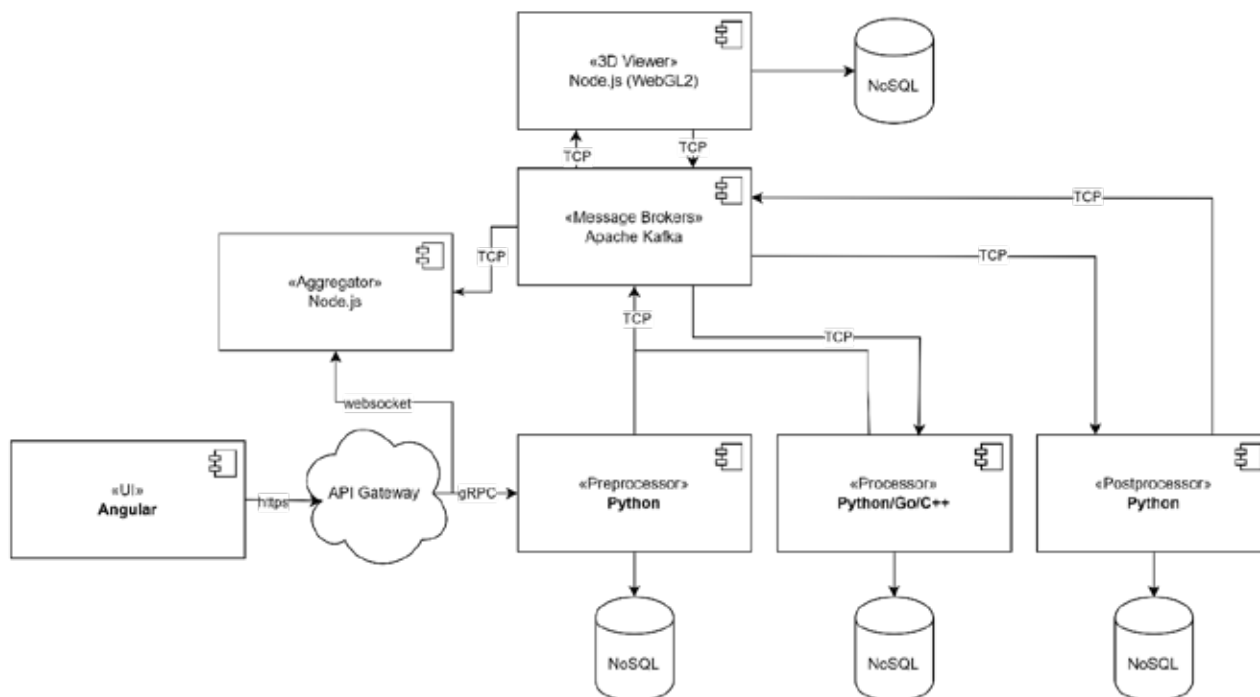


Рис. 4. Мікросервісна архітектура FEA-системи

- Message Brokers (Apache Kafka) – призначений для асинхронного обміну повідомленнями та подіями між мікросервісами;
- Preprocessor (Python) – обробляє вхідні дані перед їх передачею до процесора;
- Processor (Python/Go/C++) – основний сервіс, що виконує розрахунки FEA;
- Postprocessor (Python) – обробляє й аналізує результати розрахунків;
- 3D Viewer (WebGL2) – обробляє їх для створення візуалізацій, які можуть бути представлені як 3D-сцени або графіки;
- NoSQL – бази даних NoSQL використовуються для зберігання даних, що зумовлено їхньою гнучкістю та масштабованістю.

Висновки. У статті було проаналізовано монолітну та мікросервісну архітектури у контексті систем скінченно-елементного аналізу.

Огляд показав, що класична монолітна архітектура, яка широко використовується у більшості сучасних FEA-систем, має низку недоліків, таких як складність масштабування, низька відмовостійкість, погане балансування навантаження та зростання часу відповіді при збільшенні обсягів даних. Ці недоліки можуть стати перешкодою для ефективного функціонування та подальшого розвитку FEA-систем в умовах зростаючих вимог до продуктивності, гнучкості та масштабованості.

Мікросервісна архітектура, котра передбачає розбиття програмного забезпечення на невеликі незалежні компоненти, здатна вирішити зазначені

проблеми монолітного підходу. Як показало порівняння з FEA-системами, перехід на мікросервісну архітектуру може забезпечити такі переваги, як швидке розгортання нових функцій, незалежне масштабування окремих сервісів, підвищену відмовостійкість, гнучкість у виборі технологій і легкість модифікації.

З огляду на потенційні переваги мікросервісного підходу у статті була запропонована мікросервісна архітектура для FEA-системи, спроектована з використанням таких архітектурних патернів, як API Gateway, Aggregator, Database per Service, Event-Driven Architecture, Publisher/Subscriber та Backend for Frontend. Ця архітектура складається із клієнтського інтерфейсу, мікросервісів передобробки, обчислень, постобробки та візуалізації, а також компонентів для обміну повідомленнями та баз даних NoSQL.

Таким чином, можна зробити висновок, що впровадження мікросервісної архітектури у системах скінченно-елементного аналізу є перспективним напрямом для подолання обмежень монолітного підходу та забезпечення необхідної масштабованості, гнучкості та продуктивності, проте слід враховувати, що перехід на мікросервіси вимагає ретельного проектування, дотримання відповідних архітектурних принципів і може бути пов'язаний із певними труднощами та витратами на реалізацію. Тому доцільність такого переходу слід оцінювати з урахуванням конкретних вимог та особливостей FEA-системи.

ЛІТЕРАТУРА

1. ANSYS Cloud. URL: <https://www.ansys.com/products/cloud> (дата звернення: 24.03.2024).
2. Elmer FEM – відкрите програмне забезпечення для моделювання. URL: <https://www.csc.fi/web/elmer> (дата звернення: 24.03.2024).
3. FreeFEM – відкрите ПЗ для моделювання диференціальних рівнянь в частинних похідних. URL: <https://freefem.org/> (дата звернення: 24.03.2024).
4. Frey P. J., George P.-L. Mesh Generation Application to Finite Elements. London: ISTE Publishing Company, 2019. 817 p.
5. IEEE. Innovation at work. How the Finite Element Method (FEM) and Finite Element Analysis (FEA) Work Together. URL: <https://innovationatwork.ieee.org/how-the-finite-element-method-fem-and-finiteelement-analysis-fea-work-together/> (дата звернення: 09.03.2024)
6. Muhtaroglu N. Finite element analysis in a cloud computing environment : дисертація / Muhtaroglu N. Ozyegin University, 2019. 112 p.
7. SimScale – хмарна платформа інженерного моделювання. URL: <https://www.simscale.com/> (дата звернення: 24.03.2024).
8. Top Finite Element Analysis (FEA) Software List, Reviews, Comparison & Price | TEC. URL: <https://www3.technologyevaluation.com/sd/category/finite-elementanalysis-fea> (дата звернення: 09.03.2024).
9. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Sixth edition. Butterworth-Heinemann, 2016. 753 p.
10. Мікросервісна архітектура для початківців. Ч. I. URL: <https://www.globallogic.com/ua/insights/blogs/microservices-architecture-for-beginners-part-one/> (дата звернення: 24.04.2024).
11. Мікросервісна архітектура для початківців. Ч. II. URL: <https://www.globallogic.com/ua/insights/blogs/microservices-architecture-for-beginners-part-two/> (дата звернення: 24.04.2024).
12. Newman S. Monolith to Microservices: Evolutionary Patterns to Transform Your Monolith. O’Reilly Media, Inc, 2019. 272 p.
13. What’s the difference between monolithic and microservices architecture? URL: https://aws.amazon.com/compare/the-difference-between-monolithic-and-microservices-architecture/?nc1=h_ls (дата звернення: 23.04.2024).
14. Break a Monolithic Application into Microservices with AWS Copilot, Amazon ECS, Docker, and AWS Fargate. URL: <https://aws.amazon.com/tutorials/break-monolith-app-microservices-ecs-docker-ec2/> (дата звернення: 23.04.2024).
15. AWS Documentation. URL: https://docs.aws.amazon.com/?nc2=h_ql_doc_do (дата звернення: 23.04.2024).
16. Google Cloud Documentation. URL: <https://cloud.google.com/docs> (дата звернення: 23.04.2024).
17. Azure documentation. URL: <https://learn.microsoft.com/en-gb/azure> (дата звернення: 23.04.2024).
18. Ansys Cloud Architecture and Security Overview. URL: <https://www.ansys.com/resource-center/white-paper/cloud-security> (дата звернення: 24.03.2024).
19. Mazzara M., Bucchiarone A., Dragoni N., Rivera V. Size Matters: Microservices Research and Applications. *Springer Cham.* 2020. pp. 29–42. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-31646-4_2.
20. Velepucha V., Flores P. A Survey on Microservices Architecture: Principles, Patterns and Migration Challenges. *IEEE Access.* 2023. Vol. 11, P. 88339 – 88358. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3305687.
21. Zuo X., Su Y., Wang Q., Xie Y. An API gateway design strategy optimized for persistence and coupling. *Advances in Engineering Software.* 2020. Vol. 148, № 102878. doi: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2020.102878>.
22. Zhao J.T., Jing S.Y., Jiang L.Z. Management of API Gateway Based on Micro-service Architecture. *Journal of Physics: Conference Series.* 2018. Vol. 1087. Issue 3. № 1087. DOI: 10.1088/1742-6596/1087/3/032032.
23. Kalske M., Mäkitalo N., Mikkonen T. Challenges When Moving from Monolith to Microservice Architecture. *Springer Cham.* 2018. Vol 10544. P. 32–47. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-74433-9_3.
24. Taibi D., Lenarduzzi V., Pahl C. Architectural Patterns for Microservices: A Systematic Mapping Study. *8th International Conference on Cloud Computing and Services Science.* 2018. P. 221–232. DOI: 10.5220/0006798302210232.

REFERENCES

1. ANSYS Cloud. Retrieved March 24, 2024, from <https://www.ansys.com/products/cloud>
2. Elmer FEM – open software for modeling. Retrieved March 24, 2024, from <https://www.csc.fi/web/elmer>
3. FreeFEM – open software for modeling partial differential equations. Retrieved March 24, 2024, from <https://freefem.org/>

4. Frey, P.J., & George, P.-L. (2019). Mesh generation application to finite elements. London: ISTE Publishing Company.
5. IEEE. (n.d.). How the finite element method (FEM) and finite element analysis (FEA) work together. Retrieved March 9, 2024, from <https://innovationatwork.ieee.org/how-the-finite-element-method-fem-and-finiteelement-analysis-fea-work-together/>
6. Muhtaroglu, N. (2019). Finite element analysis in a cloud computing environment (Doctoral dissertation). Ozyegin University.
7. SimScale – cloud engineering modeling platform. Retrieved March 24, 2024, from <https://www.simscale.com/>
8. Top finite element analysis (FEA) software list, reviews, comparison & price | TEC. Retrieved March 9, 2024, from <https://www3.technologyevaluation.com/sd/category/finite-elementanalysis-fea>
9. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., & Zhu, J.Z. (2016). The finite element method: Its basis and fundamentals (6th ed.). Butterworth-Heinemann.
10. Microservice architecture for beginners. Part I. Retrieved April 24, 2024, from <https://www.globallogic.com/ua/insights/blogs/microservices-architecture-for-beginners-part-one/>
11. Microservice architecture for beginners. Part II. Retrieved April 24, 2024, from <https://www.globallogic.com/ua/insights/blogs/microservices-architecture-for-beginners-part-two/>
12. Newman, S. (2019). Monolith to microservices: Evolutionary patterns to transform your monolith. O'Reilly Media, Inc.
13. What's the difference between monolithic and microservices architecture? Retrieved April 23, 2024, from https://aws.amazon.com/compare/the-difference-between-monolithic-and-microservices-architecture/?nc1=h_ls
14. Break a monolithic application into microservices with AWS Copilot, Amazon ECS, Docker, and AWS Fargate. Retrieved April 23, 2024, from <https://aws.amazon.com/tutorials/break-monolith-app-microservices-ecs-docker-ec2/>
15. AWS documentation. Retrieved April 23, 2024, from https://docs.aws.amazon.com/?nc2=h_ql_doc_do
16. Google Cloud documentation. Retrieved April 23, 2024, from <https://cloud.google.com/docs>
17. Azure documentation. Retrieved April 23, 2024, from <https://learn.microsoft.com/en-gb/azure>
18. Ansys Cloud architecture and security overview. Retrieved March 24, 2024, from <https://www.ansys.com/resource-center/white-paper/cloud-security>
19. Mazzara, M., Bucchiarone, A., Dragoni, N., & Rivera, V. (2020). Size matters: Microservices research and applications. In Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-31646-4_2
20. Velepucha, V., & Flores, P. (2023). A survey on microservices architecture: Principles, patterns and migration challenges. IEEE Access, 11, 88339-88358. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3305687>
21. Zuo, X., Su, Y., Wang, Q., & Xie, Y. (2020). An API gateway design strategy optimized for persistence and coupling. Advances in Engineering Software, 148, Article 102878. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2020.102878>
22. Zhao, J. T., Jing, S. Y., & Jiang, L. Z. (2018). Management of API gateway based on micro-service architecture. Journal of Physics: Conference Series, 1087(3), Article 032032. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1087/3/032032>
23. Kalske, M., Mäkitalo, N, Mikkonen, T. (2018). Challenges when moving from monolith to microservice architecture. In Springer Cham (Vol. 10544, pp. 32-47). https://doi.org/10.1007/978-3-319-74433-9_3
24. Taibi, D., Lenarduzzi, V., & Pahl, C. (2018). Architectural patterns for microservices: A systematic mapping study. In Proceedings of the 8th International Conference on Cloud Computing and Services Science (pp. 221–232). <https://doi.org/10.5220/0006798302210232>.

АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ В'ЯЗКОПРУЖНОСТІ

Столярова А. В.

доктор філософії,

*доцент кафедри програмної інженерії
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0003-2783-2889
stolyarova.a.v@znu.edu.ua*

Барау К.

*аспірант кафедри програмної інженерії
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0009-0002-4680-7267
kipz_mdk@znu.edu.ua*

Ключові слова: *нелінійна задача, параметри алгоритму, ефективність алгоритму, в'язкопружність, ітераційний процес, метод скінченних елементів, програмна реалізація.*

Розширення можливостей різноманітних девайсів для виконання різних задач проєктування елементів конструкцій вимагає покращення ефективності роботи залучених у розрахунках обчислювальних алгоритмів. У роботі описано два варіанти алгоритмів розв'язання задачі в'язкопружності для визначення напружено-деформованого стану конструкцій. Для описання в'язкопружної поведінки матеріалу конструкції використовуються інтегральні рівняння спадкової теорії Больцмана-Вольтера із ядрами різницевого типу. Для їх розв'язання використовується метод скінченних елементів у поєднанні з ітераційною процедурою за часовою змінною. Алгоритм ітераційної процедури передбачає дискретизацію відрізка часу із подальшим розв'язанням лінеаризованої задачі на кожному проміжку часу. Одним із варіантів дискретизації за часом є застосування рівномірного кроку. Іншим варіантом, що враховує особливості кривої деформування матеріалу, є обчислення кроку залежно від величини ядра релаксації віднесеного до кожного проміжку часу. Такий підхід дозволяє згустити сітку дискретних значень за часом у діапазоні, де кривизна кривої деформування більша, і зробити її розрідженою в діапазоні, де крива близька до прямої лінії. На основі обох варіантів алгоритму створено пакет прикладних програм для розв'язання просторових задач в'язкопружності. За допомогою програмного пакету проведено низку обчислювальних експериментів для розрахунку в'язкопружної задачі для гумового порожнистого циліндру під дією внутрішнього тиску із затисненою зовнішньою циліндричною поверхнею. Як різницеве ядро використано ядро Ю.М. Работнова. Чисельні розв'язки показують, що алгоритм розв'язання задачі в'язкопружності із другим варіантом вибору кроку дає більш адекватні результати, ніж при рівномірному розбитті. Машинний час розрахунків у обох випадках різниться несуттєво.

ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF ALGORITHMS FOR SOLVING THE VISCOCLASTIC PROBLEM

Stoliarova A. V.

*PhD, Associate Professor at the Department of Software Engineering
Zaporizhzhia National University Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0003-2783-2889
stolyarova.a.v@znu.edu.ua*

Baraou K.

*Postgraduate Student at the Department of Software Engineering
Zaporizhzhia National University Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0009-0002-4680-7267
kipz_mdk@znu.edu.ua*

Key words: *nonlinear problem, algorithm parameters, algorithm efficiency, viscoelasticity, iterative process, finite element method, software implementation.*

Expanding the capabilities of various devices to perform various tasks of designing structural elements requires improving the efficiency of the computational algorithms involved in the calculations. The work describes two variants of algorithms for solving the viscoelasticity problem for determining the stress-strain state of structures. To describe the viscoelastic behavior of the structural material, the integral equations of the hereditary Boltzmann-Wolterra theory with difference-type kernels are used. For their solution, the finite element method is used in combination with an iterative procedure based on the time variable. The algorithm of the iterative procedure involves the discretization of a time segment followed by the solution of a linearized problem at each time interval. One of the time discretization options is the use of a uniform step. Another option that takes into account the features of the material deformation curve is the calculation of the step depending on the value of the relaxation kernel assigned to each time interval. This approach makes it possible to thicken the grid of discrete values over time in the range where the curvature of the deformation curve is greater and to make it rarefied in the range where the curve is close to a straight line. Based on both variants of the algorithm, a package of application programs for solving spatial problems of viscoelasticity has been created. With the help of the software package, a number of computational experiments were carried out to calculate the viscoelastic problem for a rubber hollow cylinder under the action of internal pressure with a clamped external cylindrical surface. As a difference kernel, the kernel of Yu.M. Rabotnova Numerical solutions show that the algorithm for solving the viscoelasticity problem with the second step selection option gives more adequate results than with uniform partitioning. The machine calculation time in both cases differs slightly.

Вступ. У сучасному світі процес цифровізації та діджиталізації швидко охоплює всі сфери життя: економіку, освіту, медицину, комунікації, культуру та технології. Застосування спеціального програмного забезпечення розширюється на різні гаджети для вирішення різноманітних завдань. Це дає можливість проводити безліч дослідницьких і виробничих процесів без прив'язки до конкретного місця та спеціального обладнання. Одним із сучасних напрямів розповсюдження програмного забезпечення є різноманітні системи автоматизованого проектування інженерного спрямування. Можна виокремити системи, які дозволяють авто-

матизувати процес розрахунку різноманітних конструкцій. Враховуючи, що сучасні гаджети мають різні функціональні можливості, написання програмного коду, який би ефективно працював на різних пристроях, вимагає розробки раціональних алгоритмів при розв'язанні різних задач.

При застосуванні САПР для проектування конструкцій основним видом розрахунку є дослідження міцності конструкцій, що включає низку задач механіки деформівного твердого тіла та передбачає визначення напружено-деформованого стану конструкції. Залежно від того, з яких матеріалів виготовлена конструкція, збір вихід-

них даних вимагає різних наборів механічних сталей. Так, при розрахунку конструкцій із пластиків, еластомерів та інших матеріалів важливим є врахування в'язкопружних властивостей. Процес в'язкопружності умовно можна поділити на дві складові частини – повзучість (зміна деформацій у часі при сталому навантаженні) та релаксація напружень (зміна напружень у часі при сталій деформації). У реальних матеріалах обидва ці процеси відбуваються одночасно. Тому виникає необхідність у розв'язанні задачі в'язкопружності, яка у найбільш загальному випадку описується інтегральним рівнянням, а, з огляду на геометричну складність більшості конструкцій, у результаті матимемо нелінійну задачу, яку розв'язати аналітичними методами для більшості конструкцій неможливо. Для розв'язання таких задач використовують чисельні методи (метод скінченних елементів, метод скінченних різниць, метод граничних елементів тощо) з використанням ітераційних процедур. При розв'язанні задачі в'язкопружності ітераційна процедура застосовується за часовою змінною. Враховуючи, що для більшості конструкцій витрати часу, пам'яті можуть бути значними, вибір раціональних параметрів ітераційного алгоритму без втрати стійкості та точності розв'язків є актуальними.

Аналіз попередніх досліджень і публікацій.

Вивченню різних аспектів в'язкопружних процесів, розробці підходів та алгоритмів дослідження, програмного забезпечення присвячена низка наукових праць. У статті [1] на основі експериментальних даних запропоновано математичну модель для часової залежності пружних сталей для моделювання в'язкопружних процесів. Результати чисельного моделювання показують, що запропонований підхід дає підвищену точність, є чисельно стабільним і не знижує швидкість обчислень.

Застосування методу скінченних різниць до дослідження сейсмічного хвильового поля у в'язкопружних середовищах з аналізом впливу процесів затухання представлено у [2].

Комп'ютерне моделювання фізико-механічних процесів у геологічних середовищах, властивості яких змінюються у часі, описане у роботі [3]. Підходи, отримані для пружних лінійної та нелінійної областей, узагальнено на випадок в'язкопружної квазілінійної поведінки. Запропоновано методику ідентифікації параметрів повзучості та чисельні алгоритми прогнозування поведінки в'язкопружного суцільного середовища.

Чисельні алгоритми для дослідження в'язкопружних процесів у полімерних матеріалах, що базуються на мультидисциплінарному підході, наведено у [4].

Ітераційний алгоритм розв'язання контактної задачі для в'язкопружних матеріалів із

довільними режимами навантаження представлений у [5].

В'язкопружність є основним змістом механіки твердого тіла, яка стала важливою частиною механіки суцільного середовища. Зазвичай він включає два аспекти: один – це опис в'язкопружних властивостей і вираження конститутивного зв'язку; інший – встановлення та вирішення крайової задачі. У статті [6] на основі перетворення Лежандра створено новий чисельний підхід, який дозволяє ефективно працювати із в'язкопружними граничними умовами.

Запропоновано новий підхід при моделюванні поведінки в'язкопружних матеріалів, що базується на визначенні властивостей в'язкопружності з результатів експериментів за допомогою нейронних мереж [7].

У роботі [8] на основі в'язкопружної штучної межі розв'язано проблему поширення хвилі у нескінченній області.

Різні підходи до створення алгоритмів розв'язання нелінійних задач запропоновані різними дослідниками. Так, у монографії [9] розроблені алгоритми розв'язання нелінійних задач пружності та в'язкопружності на основі методу спуску по параметру з перевіркою рівнянь рівноваги у поєднанні з модифікованим методом Ньютона – Канторовича. Запропоновано підхід на основі генетичних алгоритмів для розв'язання нелінійних крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь [10].

Актуальність дослідження різних аспектів в'язкопружних процесів і розробки відповідних підходів та алгоритмів визначається широким спектром сучасних застосувань цих матеріалів і середовищ. Постійний розвиток нових методів, таких як ті, що базуються на математичних моделях, чисельних алгоритмах і нейронних мережах, підтверджує необхідність постійного вдосконалення та розширення знань у цій сфері, дозволяє досягати більшої точності й ефективності у прогнозуванні та розв'язанні складних інженерних задач.

Метою роботи є дослідження впливу різних параметрів ітераційного процесу та їх раціональний вибір для алгоритму розв'язання задачі в'язкопружності.

Викладення основного матеріалу. Одним із найбільш застосовуваних чисельних методів у САПР є метод скінченних елементів. Розглянемо алгоритм ітераційного розв'язання задачі в'язкопружності на основі цього методу. Для математичного моделювання в'язкопружних процесів у тривимірних об'єктах розглянемо інтегральне рівняння, що базується на основі спадкової теорії Больцмана – Вольтерра та може бути записане таким чином:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = \tilde{C}^{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (1)$$

де \tilde{C}^{ijkl} – інтегральний оператор, що має вид:

$$\tilde{C}^{ijkl} \varphi = C_0^{ijkl} \left[\varphi(t) - \int_0^t R(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \right], \quad (2)$$

тут φ – функція, на яку діє інтегральний оператор (виходячи з формули (1) це функція деформацій ε_{kl}), C_0^{ijkl} – компоненти тензора пружних сталей, які визначаються через компоненти метричного тензора g^{ij} та миттєві значення коефіцієнтів Ляме μ_0 та λ_0 :

$$C_0^{ijkl} = \mu_0 (g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk}) + \lambda_0 g^{ij} g^{kl}. \quad (3)$$

Ці співвідношення справедливі, якщо застосовується гіпотеза про релаксацію як зсувного, так і об'ємного модуля. Але для багатьох матеріалів слушною є гіпотеза про відсутність релаксації об'ємного модуля, тоді, використавши у (3) не сталі Ляме, а модуль об'ємного стиску $B_0 = \lambda_0 + 2/3 \mu_0$, вирази (1), (2) можна переписати так:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) - S_0^{ijkl} \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau, \quad (4)$$

де зсувна частина тензору пружних сталей має вигляд:

$$S_0^{ijkl} = \mu_0 \left(g^{ik} g^{jl} + g^{il} g^{jk} - \frac{2}{3} g^{ij} g^{kl} \right). \quad (5)$$

У формули (2), (4) у загальному вигляді входить різницеве ядро релаксації $R(t-\tau)$, яке для моделювання реальних процесів приймає різні вирази. Так, найбільш поширеними різницевими ядрами є такі. Ядро А.Р. Ржаніцина [9]

$$R(t-\tau) = e^{-\beta(t-\tau)} (t-\tau)^\alpha \quad (-1 < \alpha < 0), \quad (6)$$

де α та β – сталі, що визначаються шляхом експерименту й описують реологічну поведінку матеріалу.

Іншим поширеним ядром для моделювання в'язкопружної поведінки матеріалів є ядро М.А. Колтунова [9]

$$K(t-\tau) = A e^{-\beta(t-\tau)} (t-\tau)^{\alpha-1}, \quad (7)$$

де A , α та β – сталі, що описують реологічну поведінку матеріалу.

Для опису широкого класу в'язкопружних матеріалів використовують різницеве ядро на основі Е-функції Ю.М. Работнова [9]

$$K(t-\tau) = \lambda \mathcal{E}_\alpha(-\beta-\lambda, t-\tau) = \lambda (t-\tau)^\alpha \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta-\lambda)^n (t-\tau)^{n(1+\alpha)}}{[(n+1)(\alpha+1)]}, \quad (8)$$

де $-1 < \alpha < 0$; $\beta > 0$, $\lambda > 0$; α , β , λ – сталі матеріалу.

Використання інтегральних залежностей із вищезазначеними різницевими ядрами дозволяє враховувати усі особливості процесу деформування, у тому числі швидко змінні процеси та той факт, що в момент прикладення навантаження ($t=0$) швидкість деформації прямує до нескінченності. Наявність у ядрах декількох сталих параметрів дозволяє шляхом їх підбору описати будь-який реальний процес деформування.

Наявність нелінійності, зумовлена необхідністю розв'язання інтегрального рівняння, стримує застосування аналітичних методів. Тому ця складність приводить до необхідності використання чисельних методів. Причому методи, що застосовуються до просторових і часових координат, зазвичай різняться. Застосування будь-якого чисельного методу (методу скінченних елементів, методу скінченних різниць та інших) до просторових координат призводить до необхідності розв'язання нелінійних відносно часу систем алгебраїчних рівнянь. Для їх розв'язання застосовуються різні обчислювальні схеми, які базуються на лінеаризації задачі та подальшому застосуванні ітераційного процесу.

Розглянемо спочатку дискретизацію за часом рівняння (4) з урахуванням (5), для цього у будь-який спосіб розіб'ємо часовий відрізок $[0; t]$ на n частин, будемо мати:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t) - S_0^{ijkl} \sum_{m=0}^{n-1} \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau. \quad (9)$$

З огляду на те, що крок за часом обирається досить невеликим, можна вважати, що на кожному підінтервалі часу переміщення та деформації змінюються лінійно і вираз для тензору напружень із урахуванням цієї лінеаризації можна записати так

$$\tilde{\sigma}^{ij} = C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n) - S_0^{ijkl} \sum_{m=0}^{n-1} \varepsilon_{kl}(t_m) \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) d\tau. \quad (10)$$

Беручи до уваги, що значна частина чисельних методів базується на варіаційних принципах, запишемо варіацію потенціальної енергії в'язкопружного деформування з урахуванням (10), будемо мати:

$$\delta\Pi = \iiint_v \left[C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n) \delta\varepsilon_{ij} - \sum_{m=0}^{n-1} R_m S_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_m) \delta\varepsilon_{ij} \right] dv - \delta A, \quad (11)$$

де δA – варіація роботи розподілених об'ємних P^i та поверхневих F^i сил:

$$\delta A = \iiint_v P^i \delta u_i dv + \iint_s F^i \delta u_i ds, \quad (12)$$

u_i – компоненти вектору переміщень,

$$R_m = \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t - \tau) d\tau.$$

Для реалізації ітераційного процесу розглянемо детально доданки у правій частині (11). Перший доданок у дужках є варіацією енергії пружної деформації, яка залежить від історії навантажень, але не залежить від закону зміни деформації у часі. Якщо за базовий метод взяти метод скінченних елементів, то цей перший доданок є основою для формування матриці жорсткості скінченного елемента $[K^{\mu\nu}]$ у певний момент часу:

$$\iiint_v C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n) \delta \varepsilon_{ij} dv = K^{\mu\nu}(t_n) u_\mu(t_n) \delta u_\nu. \quad (13)$$

Другий доданок у (11) є спадковою складовою частиною матриці жорсткості, яку можна представити так:

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{n-1} R_m \iiint_v S_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_m) \delta \varepsilon_{ij} dv = \\ & = \sum_{m=0}^{n-1} R_m M^{\mu\nu}(t_m) u_\mu(t_m) \delta u_\nu, \end{aligned} \quad (14)$$

тут $M^{\mu\nu}(t_m)$ – матриця формозміни.

Вважаючи, що на тіло діють лише розподілені поверхневі сили, а згідно з варіаційним принципом потенціальна енергія в'язкопружного деформування повинна дорівнювати нулю, будемо мати:

$$\left[K^{\mu\nu}(t_n) u_\mu(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} R_m M^{\mu\nu}(t_m) u_\mu(t_m) - F^\nu(t_n) \right] \delta u_\nu = 0. \quad (15)$$

Аналізуючи останній вираз, можна зауважити, що у загальному випадку при дії сил варіація переміщень не може дорівнювати нулю, тому нулю повинен дорівнювати вираз у дужках, який і буде визначати лінеаризовану систему алгебраїчних рівнянь спадкової теорії в'язкопружності:

$$K_{(n)} \bar{u}_{(n)} = \sum_{m=0}^{n-1} \bar{Q}_{(m)} + \bar{P}_{(n)}, \quad (16)$$

Тут $K_{(n)}$ – матриця жорсткості для моменту часу t_n , $\bar{u}_{(n)}$ – невідомий вектор переміщень у момент часу t_n , $\bar{P}_{(n)}$ – вектор вузлових навантажень від дії поверхневих сил, $\bar{Q}_{(m)} = R_m M^{\mu\nu}(t_m) u_\mu(t_m)$ – вектор додаткового навантаження, що моделює спадкову складову частину деформування.

Тепер розглянемо алгоритми розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (16) ітераційними методами на основі модифікованого методу Ньютона – Канторовича. При моделюванні реологічного процесу будемо вважати деформації досить малими, що дозволяє розв'язувати задачу у геометрично лінійній постановці й, відповідно, вважати матрицю жорсткості сталою у процесі деформування.

Тоді основні етапи роботи алгоритму можна охарактеризувати таким чином.

Перший етап: розв'язання задачі лінійної пружності.

1. За відомими координатами вузлових точок, відомими пружними характеристиками матеріалу знаходимо матрицю жорсткості $K_{(n)}$ (враховуючи, що вона є сталою, позначимо її як K).

2. Задаємо граничні умови, а саме враховуємо відомі значення вузлових переміщень і формуємо вектор зовнішнього навантаження $\bar{P}_{(n)}$ (будемо його вважати незмінним у часі, тому позначимо \bar{P}).

3. Формуємо та розв'язуємо систему алгебраїчних рівнянь лінійної теорії пружності:

$$K \bar{u}_{(0)} = \bar{P}. \quad (0)$$

Розв'язком системи буде вектор $\bar{u}_{(0)}$, де нижній індекс відповідає розв'язку пружної задачі, тобто для часу, що дорівнює нулю.

4. Для перевірки точності розв'язання задачі за знайденим значенням вектору переміщень починається внутрішній ітераційний процес ($k=0$) щодо виконання умови рівноваги у вузлових точках.

4.1. За знайденим вектором переміщень $\bar{u}_{(0)}$ знаходяться компоненти тензору деформацій і потім компоненти тензору напружень за формулою (4) у кожній вузловій точці (при $t=0$). У кожному вузлу знаходиться сума як зовнішніх, так і внутрішніх (напруження) сил – знаходимо вектор вузлових відхилів $\bar{R}_{(0)}^{(k)}$ (при точному розв'язку вони всі повинні дорівнювати нулю).

4.2. Знаходимо суму квадратів вузлових відхилів, яку позначимо $\bar{R}_{(0)}^{(k)}$, і як величину для порівняння знайдемо суму квадратів вузлових значень зовнішніх сил \bar{P} .

4.3. Критерієм того, що знайдений вектор переміщень $\bar{u}_{(0)}$ задовольняє умови рівноваги із заданим ступенем точності ε , можна вважати такий

$$\bar{R}_{(0)}^{(k)} < \varepsilon \bar{P}. \quad (17)$$

4.4. Якщо умова (17) задовольняється, то розв'язок пружної задачі записується як $\bar{u}_{(0)} = \bar{u}_{(0)}^{(k)}$, й переходимо до виконання пункту II; якщо не задовольняється, то переходимо до виконання наступного пункту 4.5.

4.5. Вектор вузлових відхилів $\bar{R}_{(n)}^{(k)}$ вважаємо за додаткове навантаження та підставляємо його у систему лінеаризованих рівнянь

$$K \Delta \bar{u}_{(0)}^{(k+1)} = \bar{R}_{(0)}^{(k)}.$$

4.6. Розв'язавши останню систему, знаходимо

вектор переміщень $\bar{u}_{(0)}^{(k+1)}$ й підсумуємо його з $\bar{u}_{(0)}^{(k)}$, будемо мати новий вектор переміщень:

$$\bar{u}_{(0)}^{(k+1)} = \bar{u}_{(0)}^{(k)} + \Delta \bar{u}_{(0)}^{(k+1)}.$$

4.7. Номер внутрішньої ітерації збільшується на одиницю $k=k+1$ й алгоритм продовжує роботу з пункту 4.1.

Другий етап: розв'язання задачі в'язкопружності.

1. Часовий відрізок $[0; T]$ розбиваємо на n підвідрізків системою дискретних точок t_m ($m=0, \dots, n$), причому $t_0=0$, $t_n=T$. Номеру зовнішньої ітерації присвоюємо значення $m=0$.

2. Обчислюється значення ядра релаксації

$$R_m = \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) d\tau.$$

3. Знаходиться вектор додаткового навантаження, зумовлений реологічними властивостями:

$$\bar{Q}_{(m)} = R_m M^{uv}(t_m) u_{(m)}.$$

4. Формуємо та розв'язуємо систему алгебраїчних рівнянь лінійної теорії в'язкопружності:

$$K \bar{u}_{(m+1)} = \bar{P} + \sum_{l=0}^m \bar{Q}_{(l)}.$$

Розв'язком системи буде вектор $\bar{u}_{(m+1)}^{(0)}$.

5. Для перевірки точності розв'язання задачі за знайденим значенням вектору переміщень починається внутрішній ітераційний процес ($k=0$) щодо виконання умови рівноваги у вузлових точках.

5.1. За знайденим вектором переміщень $\bar{u}_{(m+1)}^{(0)}$ знаходяться компоненти тензору деформацій і потім компоненти тензору напружень за формулою (4) у кожній вузловій точці. У кожному вузлі знаходиться сума як зовнішніх, так і внутрішніх (напруження) сил – знаходимо вектор вузлових відхилів $\bar{Q}_{(m)}^{(k)}$.

5.2. Знаходимо суму квадратів вузлових відхилів, яку позначимо $\bar{Q}_{(m)}^{(k)}$, і як величину для порівняння використаємо суму квадратів вузлових значень зовнішніх сил \bar{P} .

5.3. Критерієм того, що знайдений вектор переміщень $\bar{u}_{(m+1)}^{(k)}$ задовольняє умови рівноваги із заданим ступенем точності ε , можна вважати

$$\bar{Q}_{(m)}^{(k)} < \varepsilon \bar{P}. \quad (18)$$

5.4. Якщо умова (18) задовольняється, то розв'язок в'язкопружної задачі записується як $\bar{u}_{(m+1)} = \bar{u}_{(m+1)}^{(k)}$, й переходимо до виконання пункту 6; якщо не задовольняється, то переходимо до виконання наступного пункту 5.5.

5.5. Вектор вузлових відхилів $\bar{Q}_{(m)}^{(k)}$ вважаємо за додаткове навантаження та підставляємо його у систему лінеаризованих рівнянь

$$K \Delta \bar{u}_{(m+1)}^{(k+1)} = \bar{Q}_{(m)}^{(k)}.$$

5.6. Розв'язавши останню систему, знаходимо вектор переміщень $\bar{u}_{(0)}^{(k+1)}$ й підсумуємо його з $\bar{u}_{(0)}^{(k)}$, будемо мати новий вектор переміщень:

$$\bar{u}_{(0)}^{(k+1)} = \bar{u}_{(0)}^{(k)} + \Delta \bar{u}_{(0)}^{(k+1)}.$$

5.7. Номер внутрішньої ітерації збільшується на одиницю $k=k+1$, й алгоритм продовжує роботу з пункту 5.1.

6. Номер зовнішньої ітерації збільшується на одиницю: $m=m+1$.

7. На кожному кроці проводиться підсумовування спадкових складових частин напружень.

8. Проводиться перевірка завершення ітераційного процесу:

$$m = n. \quad (19)$$

9. Якщо умова (19) виконується, то робота алгоритму завершується, в іншому разі алгоритм переходить до виконання пункту 2.

Окремо обговоримо пункт 1 другого етапу виконання алгоритму, тобто дискретизацію за часом. У більшості алгоритмів обирають просту формулу, згідно з якою досліджуваний проміжок часу $[0; T]$ розбивається на n частин системою рівновіддалених точок:

$$t_m = t_0 + m \frac{T}{n}, (m=0, \dots, n). \quad (20)$$

Враховуючи особливості деформування реальних матеріалів, коли значні деформації відбуваються відразу після прикладання сили, на початку відрізка $[0; T]$, а із плином часу змінюються дуже повільно, доцільно спочатку згустити сітку часових значень, а потім зробити її більш розрідженою. Варіант такого розбиття можна запропонувати такий: крок за часом обирається так, щоб усі $R_m = const$ ($m=0, \dots, n-1$), тобто у розділі розв'язання задачі в'язкопружності перший пункт буде таким:

1. Обчислюємо

$$R_{\Sigma} = \int_0^T R(t-\tau) d\tau.$$

Знаходимо крок:

$$\Delta R_n^* = \frac{R_\Sigma^*}{n}.$$

Прийmemo $t_0 = 0, t_n = T$. Перше наближення до значення t_1 прийmemo таким:

$$t_1 = t_0 + \frac{T}{n}.$$

Це та наступні значення $t_m (m=0, \dots, n-1)$ підберемо в ітераційному процесі, спочатку $m=0, k=0$:

а) обчислимо ядро релаксації:

$$R_m^{*(k)} = \int_{t_m}^{t_{m+1}} R(t-\tau) d\tau;$$

б) перевіримо умову:

$$\left| R_m^{*(k)} - \Delta R_n^* \right| \leq \delta, \tag{21}$$

тут δ – мале додатне число, що характеризує точність обчислення вузлових точок.

Якщо умова (21) не виконується, то корегуємо значення t_{m+1} :

$$t_{m+1} = t_{m+1} \left(1 + \frac{\Delta R_n^* - R_m^{*(k)}}{\Delta R_n^*} \right), \tag{22}$$

присвоюємо $k=k+1$ і переходимо до пункту а).

Якщо ж умова (21) виконується, то прогнозуємо наступне значення:

$$t_{m+2} = t_{m+1} + (t_{m+1} - t_m),$$

присвоюємо $m=m+1$, робимо перевірку

$$m = n,$$

якщо так, переходимо до наступного пункту 2, якщо ні, то присвоюємо $k=k+1$ й переходимо до пункту а).

Чисельні результати та їх обговорення. За допомогою програмної реалізації вищеписаних алгоритмів розглянемо розв’язання задачі в’язкопружної поведінки порожнистого циліндру, що знаходиться під внутрішнім тиском (на внутрішній циліндричній поверхні) та затиснений зовні (на зовнішній циліндричній поверхні). Розміри циліндру: внутрішній радіус $a = 0,025$ м, зовнішній радіус $b = 0,1$ м. Матеріал циліндру – гума марки 2959 з модулем зсуву $G_0 = 1,76$ МПа та коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0,49$. Як різницеве ядро візьмемо ядро Ю.М. Работнова з параметрами $\alpha = -0,6, \beta = 1,062, \lambda = 0,58$. Внутрішній тиск – $q = 0,2$ МПа.

Результати розрахунків при сітці розбиття $15 \times 15 \times 3$ наведені на рис. 1.

Як можна зазначити, розв’язок за допомогою другого алгоритму дає більш плавну криву, яка за формою збігається із точним розв’язком, порівняно із розв’язком, отриманим за першим алгоритмом, який більше нагадує ламану лінію. Певна різниця між точним розв’язком і наближеними зумовлена застосуванням чисельного методу. Похибка, отримана при пружному розв’язку, яка трохи більше 2,5 %, залишається приблизно такою і при в’язкопружному розв’язку, що свідчить про адекватність розроблених алгоритмів.

Висновки. Таким чином, у роботі для алгоритму розв’язання задачі в’язкопружності запропоновано спосіб вибору часового кроку, досліджено вплив цього вибору на точність отриманих числових розв’язків.

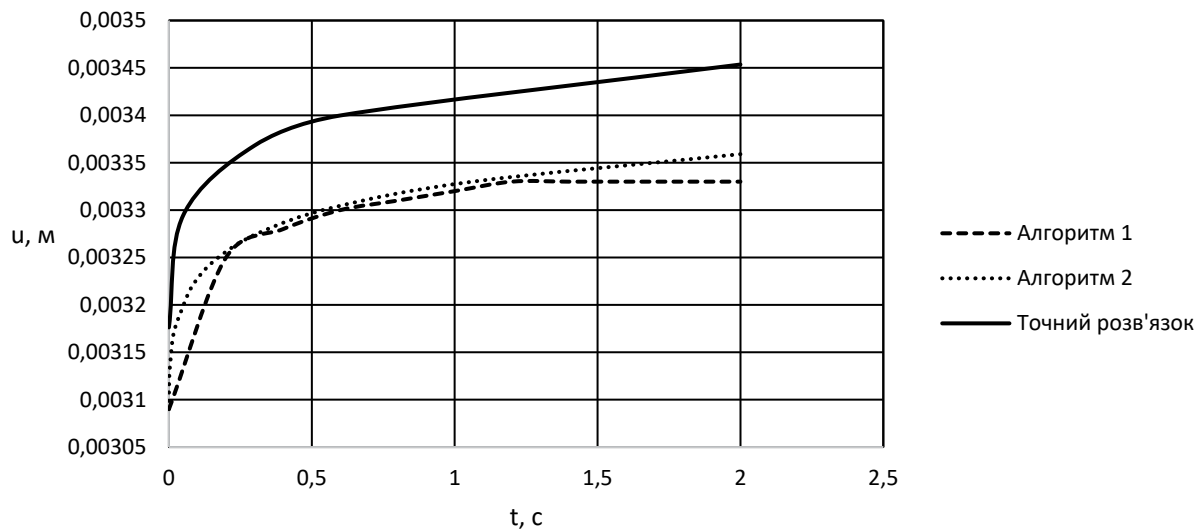


Рис. 1. Переміщення внутрішньої точки циліндричної поверхні

ЛІТЕРАТУРА

1. Xu Q., Engquist B., Solaimanian M., Yan K. A new nonlinear viscoelastic model and mathematical solution of solids for improving prediction accuracy. *Scientific Reports*. 2020. Vol. 10. Issue 2202. P. 1–10. DOI: 10.1038/s41598-020-58240-y.
2. Numerical modeling of seismic wave propagation in viscoelastic isotropic media in the presence of topography / Liu X. et. al. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2017. P. 4039–4044. DOI: 10.1190/segam2017-17634331.1.
3. Маслов Б.П. Застосування квазілінійної моделі в'язкопружності для прогнозування повзучості неоднорідного геологічного середовища. *Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка. Серія фізико-математичні науки*. 2019. № 1. С. 122–125.
4. Cho K.S. *Springer Series in Materials Science*. Dordrecht : Springer, 2016. Vol. 241 : Viscoelasticity of Polymers: Theory and Numerical Algorithms. 612 p. DOI: 10.1007/978-94-017-7564-9.
5. Spinu S., Cerlinca D. A robust algorithm for the contact of viscoelastic materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: proceeding of the ModTech International Conference – Modern Technologies in Industrial Engineering IV (Iasi, Romania, 15–18 June 2016)*. 2016. Vol. 145. Issue 4. № 042034. DOI: 10.1088/1757-899X/145/4/042034.
6. Zhang W.X., Yang L.M. A New Computational Approach for Viscoelasticity. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science: proceeding of the 4th International Conference on Water Conservancy, Hydropower and Building Engineering (Lanzhou, China, 3–5 July 2020)*. 2020. Vol. 560. № 012021. DOI: 10.1088/1755-1315/560/1/012021.
7. Xu K., Tartakovsky A. M., Burghardt J., Darve E. Learning viscoelasticity models from indirect data using deep neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2021. Vol. 387. № 114124. DOI: 10.1016/j.cma.2021.114124.
8. Bao X., Liu J.-B., Li S.-T., Wang F. A new viscoelastic artificial boundary with improved numerical stability in explicit calculation of wave propagation problems in infinite domains. *Computers and Geotechnics*. 2022. Vol. 145. № 104698. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104698.
9. Киричевский В.В. Метод конечных элементов в механике эластомеров. Киев : Наукова думка, 2002. 655 с.
10. Вакал Л.П. Генетичні алгоритми як інструмент розв'язання нелінійних крайових задач. *Комп'ютерні засоби, мережі та системи*. 2015. № 14. С. 16–23.

REFERENCES

1. Xu, Q., Engquist, B., Solaimanian, M., & Yan, K. (2020). A new nonlinear viscoelastic model and mathematical solution of solids for improving prediction accuracy. *Scientific Reports*, 10(2202), 1–10. DOI: 10.1038/s41598-020-58240-y.
2. Liu, X., Chen, J., Zhao, Z., Lan, H., & Liu, F. (2017). Numerical modeling of seismic wave propagation in viscoelastic isotropic media in the presence of topography. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2017*, 4039–4044. DOI: 10.1190/segam2017-17634331.1.
3. Maslov, B.P. (2019). Zastosuvannia kvaziliniinoi modeli v'язkopruzhnosti dlia prohnozuvannia povzuchosti neodnorodnoho heolohichnoho seredovishcha. [Application of a quasilinear viscoelastic model for prediction of creep in a heterogeneous geological medium]. *Bulletin of T. Shevchenko Kyiv National University. Series Physical and Mathematical Sciences*, 1, 122–125. (in Ukrainian).
4. Cho, K.S. (2016). *Viscoelasticity of Polymers: Theory and Numerical Algorithms*. Dordrecht : Springer. DOI: 10.1007/978-94-017-7564-9.
5. Spinu, S., & Cerlinca, D. (2016). A robust algorithm for the contact of viscoelastic materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 145(4), 042034. DOI: 10.1088/1757-899X/145/4/042034.
6. Zhang, W.X., & Yang, L.M. (2020). A New Computational Approach for Viscoelasticity. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 560, 012021. DOI: 10.1088/1755-1315/560/1/012021.
7. Xu, K., Tartakovsky, A. M., Burghardt, J., & Darve, E. (2021). Learning viscoelasticity models from indirect data using deep neural networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 387, 114124. DOI: 10.1016/j.cma.2021.114124.
8. Bao, X., Liu, J.-B., Li, S.-T., & Wang, F. (2022). A new viscoelastic artificial boundary with improved numerical stability in explicit calculation of wave propagation problems in infinite domains. *Computers and Geotechnics*, 145, 104698. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104698.
9. Kyrychevskiy, V.V. (2002). *Metod konechnykh jelementov v mehanike jelastomerov*. [Finite element method in elastomer mechanics]. Kyiv : Naukova dumka. (in Russian).
10. Vakal, L.P. (2015). Henetychni alhorytmy yak instrument rozv'язannia neliniinykh kraiovykh zadach. [Genetic algorithms as a tool for solving nonlinear boundary value problems]. *Computer means, networks and systems*, 14, 16–23. (in Ukrainian).

НЕЙРОМЕРЕЖЕВІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМИХ І ОБЕРНЕНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Ярош А. О.

*аспірантка кафедри програмної інженерії
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0009-0003-3495-9009
yarosh.anastasiya@gmail.com*

Кудін О. В.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри програмної інженерії
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-5917-9127
avk256@gmail.com*

Ключові слова: *крайові задачі,
пряма задача, обернена
задача, рівняння Бюргерса,
нейронні мережі з фізичною
інформацією*

Розвиток наближених методів розв'язання диференціальних рівнянь є важливим для багатьох галузей науки та техніки. Чисельні методи дозволяють здійснювати розрахунки складних фізичних процесів. Ці методи необхідні для комп'ютерного моделювання та симуляції поведінки складних технічних систем. Класичні методи розв'язання диференціальних рівнянь (метод колокації, метод Гальоркіна, метод Рітца) потребують вибору базисних функцій для побудови наближеного розв'язку. Хибний вибір може призвести до некоректних результатів. Крім того, збільшення кількості базисних функцій для поліпшення точності може призвести до зростання обчислювальної складності, особливо для великих систем диференціальних рівнянь. Використання нейронних мереж із фізичною інформацією для розв'язання крайових задач має кілька переваг порівняно із класичними методами. По-перше, нейронні мережі дозволяють здійснювати апроксимацію складних фізичних процесів без потреби у виборі певних базисних функцій. По-друге, нейронні мережі здатні автоматично виявляти нелінійні залежності у даних, що робить їх ефективними для моделювання складних фізичних явищ. Крім того, нейронні мережі можуть адаптуватися до нових даних і змінювати умови задачі без необхідності перегляду аналітичних апроксимацій, що робить їх більш гнучкими та придатними для застосування у різних галузях фізики й інженерії. Нейромережеві методи також ефективно використовуються для розв'язання обернених задач. Вони дозволяють визначати параметри системи або властивості середовища на основі вимірювань або спостережень. Невідомі константи оберненої задачі, що підлягають визначенню, вводяться у число параметрів нейронної мережі й оптимізуються під час навчання. У роботі розроблено архітектури нейронних мереж із фізичною інформацією для розв'язання прямих та обернених задач рівняння Бюргерса. Продемонстровано збіжність на декількох числових прикладах із різними крайовими умовами та параметрами задач.

NEURAL NETWORK METHODS FOR SOLVING FORWARD AND INVERSE PROBLEMS

Yarosh A. O.

*Postgraduate Student at the Department of Software Engineering
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0009-0003-3495-9009
yarosh.anastasiya@gmail.com*

Kudin O. V.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Professor at the Department of Software Engineering
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-5917-9127
avk256@gmail.com*

Key words: *boundary value problems, forward problem, inverse problem, Burgers equation, physics informed neural networks*

The development of the approximation methods for solving differential equations is important for many fields of science and technology. Numerical methods allow evaluation of the complex physical processes. These methods are necessary for computer modeling and simulation of technical systems. Classical methods of solving differential equations (collocation method, Galerkin method, Ritz method) require selection of the basis functions to construct an approximate solution. The wrong choice can lead to incorrect results. In addition, increasing the number of the basis functions to improve accuracy can lead to an increase in computational complexity, especially for large systems of differential equations. The use of physics informed neural networks for solving boundary value problems has several advantages compared to classical methods. First, neural networks allow approximation of complex physical processes without the need to select certain basis functions. Second, neural networks are able to automatically detect nonlinear dependencies in data, which makes them effective for modeling complex physical phenomena. In addition, neural networks can adapt to new data and change the conditions of the problem without the need to revise analytical approximations, which makes them more flexible and suitable for application in various fields of physics and engineering. Neural network methods are also effectively used to solve inverse problems. They allow the determination of system parameters or environmental properties based on measurements or observations. The unknown constants of the inverse problem to be determined are entered into the number of neural network parameters and optimized during training. In the paper, neural network architectures with physical information are developed for solving direct and inverse problems of the Burgers equation. Convergence is demonstrated on several numerical examples with different boundary conditions on the parameters of the problems.

Вступ. Розвиток нейромережових методів у застосуванні до наукових та інженерних задач набуває дедалі більшого значення. Зокрема, розвиваються напрями «scientific machine learning» (SciML) або «Physics-informed machine learning» (PIML) [1; 2], особливістю яких є застосування методів машинного навчання у моделюванні вимогливих до ресурсів наукових задач. Осно-

вою для таких методів є теореми про збіжність апроксимації нейронними мережами [3]. Ідея цих підходів полягає у заміні невідомої функції та її похідних нейронною мережею та застосування додаткової інформації з диференціальних рівнянь і граничних умов при навчанні мережі. Такі нейронні мережі із застосуванням додаткової інформації отримали назву мереж із

фізичною інформацією (Physics Informed Neural Networks, PINN), вони відкривають нові можливості завдяки своїй універсальності та гнучкості, які дозволяють адаптуватися до різних фізичних умов і граничних умов без необхідності підбору апроксимуючих функцій на початковому етапі розв'язання. Однією із ключових переваг PINN є їх здатність інтегрувати фізичні закони або рівняння у розв'язок, що робить їх більш точними та фізично обґрунтованими. Крім того, нейромереві методи дозволяють ефективно використовувати експериментальні дані для покращення точності моделей і зменшення обчислювальних витрат порівняно із традиційними чисельними методами. Розвиток цих підходів відкриває нові перспективи у дослідженні різних галузей, де важливо розв'язувати складні крайові задачі, такі як фізика, інженерія, медицина та інші, що вимагають комплексного аналізу та моделювання систем із нелінійністю.

Об'єктом дослідження є нейронні мережі з фізичною інформацією, які застосовуються для розв'язання крайових задач.

Метою роботи є застосування PINN підходу до розв'язання прямих та обернених задач для рівняння Бюргерса та проведення обчислювальних експериментів для різних граничних умов і параметрів рівняння.

Основна гіпотеза дослідження полягає у тому, що нейромереві методи розв'язання прямих та обернених задач є однаково ефективними для різних крайових умов і параметрів диференціальних рівнянь.

Огляд літератури. Стаття [4] присвячена розробці загального методу розв'язання звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних, який базується на використанні нейронних мереж для апроксимації невідомої функції. Метод використовує мережу прямого поширення сигналу, параметри якої налаштовуються шляхом мінімізації відповідної функції втрат. Сама функція втрат складається із двох частин: перший компонент відображає початкові або граничні умови задачі, а другий – відповідає вимогам, щоб нейронна мережа задовольняла диференціальне рівняння. Цей метод відрізняється тим, що його розв'язок представлений у замкнутій диференційованій формі, яку можна використовувати для подальших обчислень, відмінно від традиційних методів, що пропонують дискретні розв'язки (такі як метод Рунге-Кутта, послідовні наближення тощо). Демонструється збіжність запропонованого методу з точними розв'язками модельних задач.

У [5] розробляється підхід до навчання нейронних мереж на основі даних, котрі описують деякий фізичний процес. Автори пропонують використовувати апріорні знання про відповідні

фізичні закони та гіпотетичні залежності як регуляризатори функції втрат нейромережі. Залежно від характеристик наявних даних розроблено два типи моделей: із неперервною та дискретною часовою шкалою. Перший тип може використовуватися для апроксимації просторово-часових функцій. Моделі другого типу передбачають ітераційний процес із кроком за часом. У роботі розглянуто параметричні та нелінійні диференціальні рівняння у частинних похідних.

У [6] нейронні мережі з фізичною інформацією застосовуються у задачах оптимізації, а саме у задачах підйому маятника вгору для досягнення цільового стану, визначення найкоротшого шляху, що з'єднує дві задані точки, і знаходження траєкторії розгойдування з мінімальною тягою для космічного апарату.

Статті [4–6] присвячено розв'язанню прямих задач, тобто необхідно знайти розв'язок диференціального рівняння із заданими коефіцієнтами, визначеними граничними та початковими умовами. Не менш актуальними є обернені задачі, у яких за наявним розв'язком необхідно встановити параметри задачі [7].

У [8] розглядається керований даними розв'язок прямих та обернених задач для рівняння Хіроті зі змінними коефіцієнтами. Використовується варіант мереж PINN із локальними функціями активації. Результати, отримані у цій роботі, підтверджують, що прями й обернені проблеми, включаючи виявлення керованої даними функції рівняння зі змінними коефіцієнтами, можуть бути розв'язані на основі глибокого навчання.

Статтю [9] присвячено розв'язанню прямих та обернених проблем хаотичних систем, пов'язаних із системами Лоренца та Ресслера, за допомогою двох алгоритмів машинного навчання, а саме нейронних операторів Фур'є.

У роботах [10–11] PINN мережі використовуються для розв'язання задачі дифузії [10], параметричних диференціальних рівнянь [11].

Для тестування різних чисельних методів часто використовується рівняння Бюргерса, оскільки, незважаючи на те, що це є нелінійне рівняння, відомі точні розв'язки. У [12] розв'язується рівняння Бюргерса методом сплайнів. Проводяться обчислювальні експерименти з різними граничними умовами. Одновимірні обернені задачі для рівняння Бюргерса розглядаються у [13]. Визначаються діапазони параметрів для розв'язків із різними властивостями. Статтю [14] присвячено оберненим задачам для рівняння Бюргерса.

У [15; 16] PINN мережі використовуються для розв'язання обернених задач рівняння Бюргерса.

Отже, з аналізу літератури можна зробити висновок про перспективність застосування нейромеревих обчислювальних методів для розв'язання

прямих та обернених задач. Слід відзначити велику кількість публікацій, що розглядають саме розв'язання прямих задач, і відносно меншу кількість із застосування нейромереж до обернених задач.

Методи. Нейромережа може бути описана як складена нелінійна функція, яка складається з різних шарів або рівнів обчислень. Кожен рівень мережі (або шар) містить набір вагових коефіцієнтів і зсувів, що використовуються для обчислення зваженої суми вхідних даних [17].

У кожному шарі нейромережі вхідні дані змінюються за допомогою нелінійної функції активації, наприклад, сигмоїди, ReLU (Rectified Linear Unit), тангенса гіперболічного і т.д. Ці нелінійності дозволяють нейромережі моделювати складні залежності між вхідними та вихідними даними.

Отже, коли дані проходять через всі шари нейромережі, це призводить до виходу, який є результатом складеної нелінійної функції, що враховує взаємозв'язки між вхідними характеристиками. Вагові коефіцієнти та зсуви у кожному шарі нейромережі оптимізуються під час тренування, щоб максимально точно апроксимувати бажані вихідні значення на основі наданих вхідних даних [17].

Розглянемо одношарову нейронну мережу з вектором входу x , виходом y та матрицею ваг W , а також вектором зсуву b . Математично цю мережу можна описати таким чином:

$$y = f(Wx + b),$$

де

$f(\cdot)$ – активаційна функція, яка додає нелінійність до моделі.

Наведене рівняння відображає просту трансформацію вхідних даних x у вихід y . Активаційна функція важлива для того, щоб дати нейронній мережі можливість навчатися складніших взаємозв'язків і нелінійних шаблонів у даних [17].

Багатошарова нейромережа прямого поширення має кілька прихованих шарів нейронів між вхідними та вихідними шарами. Ця архітектура дозволяє моделювати складніші залежності між вхідними та вихідними даними, оскільки кожен прихований шар оброблює інформацію і використовується для поетапного виділення корисних ознак і підготовки даних для наступних шарів. Таким чином, багатошарова нейромережа може автоматично виявляти складніші шаблони та взаємозв'язки у даних, що дозволяє покращити точність і загальну ефективність моделі порівняно з одношаровою мережею, яка має обмежені можливості у виразності та моделюванні складних функцій.

Нехай маємо L шарів у багатошаровій нейронній мережі. Кожен шар має свою матрицю ваг $W^{[l]}$ та зсув $b^{[l]}$, а також активаційну функцію $f^{[l]}$.

Вхідний вектор позначений x , а вихідний вектор мережі – y . Опис функції мережі для одного прикладу може бути подано таким чином [17]:

$$z^{[l]} = W^{[l]} \cdot a^{[l-1]} + b^{[l]},$$

$$a^{[l]} = f^{[l]}(z^{[l]}),$$

де

l – індекс шару (від 1 до L),

$z^{[l]}$ – лінійна комбінація входів та параметрів шару,

$a^{[l]}$ – вихідний вектор шару після застосування активаційної функції.

Для багатошарової мережі вивід буде остаточним результатом останнього шару: $y = a^{[L]}$. Отже, загальна функція, яка описує багатошарову нейронну мережу прямого поширення сигналу, може бути визначена як композиція функцій, представлена таким чином [17]:

$$y = f^{[L]}(W^{[L]} \cdot f^{[L-1]}(W^{[L-1]} \cdot (\dots \cdot f^{[1]}(W^{[1]} \cdot x + b^{[1]}) + b^{[L-1]}) + b^{[L]}),$$

де

L – кількість шарів у нейронній мережі,

x – вхідний вектор,

$W^{[l]}$ та $b^{[l]}$ – ваги та зсуви шару l ,

$f^{[l]}(\cdot)$ – функція активації шару l .

Ця функція представляє собою послідовність лінійних і нелінійних операцій для обробки вхідного вектора й отримання вихідного результату. Кожен шар мережі вносить власний вклад у зміну структури та формування складної залежності між вхідними та вихідними даними.

Ваги $W^{[l]}$ та $b^{[l]}$ мережі є параметрами, які оптимізуються під час навчання для досягнення певного вихідного результату.

Оптимізація у багатошаровій мережі прямого поширення зазвичай виконується за допомогою алгоритму зворотного поширення помилки, який базується на методі градієнтного спуску. Під час навчання мережі зворотне поширення обчислює градієнти функції втрат відносно параметрів мережі, а потім використовує ці градієнти для оновлення параметрів із метою мінімізації функції втрат. Вибір правильної функції втрат є критичним, оскільки ця функція визначає, яким чином мережа оцінює свою власну точність [17].

Нейронні мережі з фізичною інформацією представляють собою підхід, який поєднує потужність нейронних мереж із диференціальними рівняннями для розв'язання завдань, пов'язаних із фізичними процесами. Нейронна мережа навчається на основі даних, де вхідні та вихідні пари відображають точки в домені (x, u) , де x – це точка у просторі, а u – відповідне значення фізичної величини. Причому точки у геометричній області визначення включають граничні та початкові умови. Функція витрат нейромережі

містить метрику відповідності нейромережі диференціальним рівнянням і граничним умовам. Це дозволяє моделі не лише апроксимувати дані, а й ураховувати фізичні обмеження та відомі закони. Під час оптимізації, PINN шукає розв'язок, який відповідає фізичним законам і навчальним даним, забезпечуючи таким чином фізичну правдоподібність та ефективність у вирішенні задач фізики й інженерії [5].

Нейронні мережі з фізичною інформацією також використовуються для розв'язання обернених задач [15; 16]. У параметри нейроної мережі вводяться невідомі коефіцієнти диференціального рівняння. Отже, під час пошуку розв'язку, який задовільняє крайовій задачі, налаштовуються не тільки ваги мережі, а також коефіцієнти, котрі необхідно визначити за умовами оберненої задачі. Вхідними даними для розв'язання оберненої задачі нейромережевими методами є розв'язок прямої задачі, отриманий будь-яким наближенням або точним методом.

Результати. Розглянемо застосування нейромереж із фізичною інформацією для розв'язання прямих та обернених задач рівняння Бюргерса [12; 18]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

де:

$u(t, x)$ – функція, що описує швидкість потоку (наприклад, швидкість руху рідини або газу) залежно від часу t і координати x .

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості середовища, який визначає внутрішню тертя у рідині чи газі.

Рівняння Бюргерса є одним із фундаментальних нелінійних рівнянь у математичній фізиці, котре описує рух неідеальної рідини або газу з урахуванням ефектів дифузії та конвекції [18]. Поширеним є використання саме цього рівняння

для тестування наближених обчислювальних методів, оскільки є відомими точні розв'язки для різних початкових і граничних умов [18].

Далі наводяться приклади розв'язання прямих та обернених задач рівняння Бюргерса методом PINN мереж для п'яти крайових умов. Виконується порівняння з відповідними точними розв'язками, відомими з літератури.

Приклад 1. Область визначення $x \in [0, 1]$, $\nu = 0.01$. Граничні умови $u(0, t) = u(1, t) = 0$. Початкова умова:

$$u(x, 1) = \frac{x}{1 + \sqrt{\frac{t}{t_0}} e^{\left(\frac{x^2}{4\nu}\right)}}, t \geq 1, t_0 = e^{\left(\frac{1}{8\nu}\right)}.$$

Точний розв'язок має вигляд [12]:

$$u(x, t) = \frac{x/t}{1 + \sqrt{\frac{t}{t_0}} e^{\left(\frac{x^2}{4\nu t}\right)}}, t \geq 1.$$

На рис. 1 зображено точні та наближені розв'язки

Як метрику схожості точних і прогнозованих значень функції $u(t, x)$ використаємо коефіцієнт детермінації R^2 [19]. Значення $R^2 = 1$ означає, що всі спостереження точного розв'язку збігаються із прогнозованими значеннями. Для цього прикладу $R^2 = 0,996$.

Обернену задачу визначення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν як параметра нейромережі ν_{PINN} розв'язано з відносною похибкою

$$\frac{|\nu - \nu_{PINN}|}{\nu} \cdot 100\% = 0,15\%.$$

Приклад 2. Область визначення, початкові та граничні умови такі ж, як у прикладі 1, відрізняється тільки коефіцієнт $\nu = 0.005$.

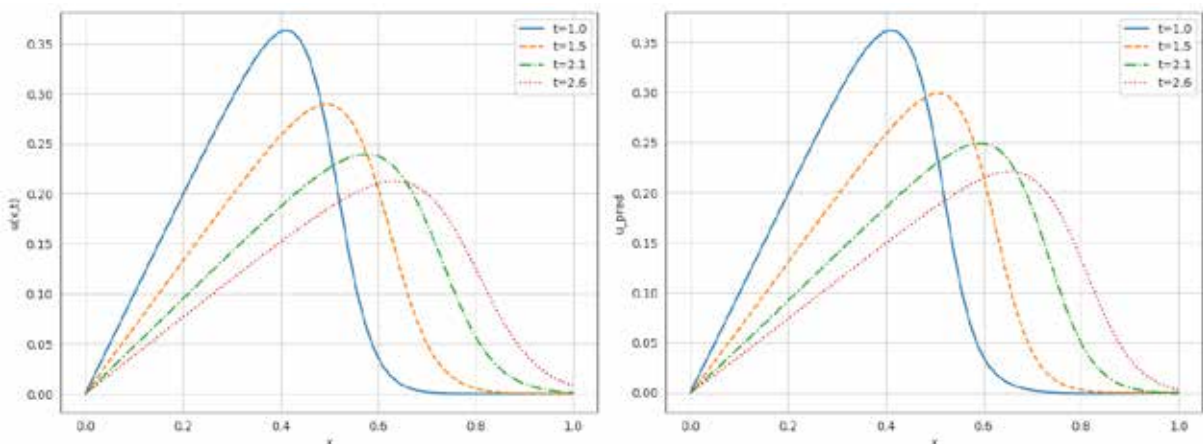


Рис. 1. Точний (u) та наближений (u_{pred}) розв'язки прикладу 1

На рис. 2 зображено точні та наближені розв'язки.

Коефіцієнт детермінації точного та наближеного розв'язку становить $R^2 = 0,994$. Відносна похибка визначення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν становить 0,11%.

Приклад 3. Коефіцієнт в'язкості $\nu = 0,0015$. Область визначення, початкові та граничні умови такі ж, як у прикладі 1.

Коефіцієнт детермінації точного та наближеного розв'язку становить $R^2 = 0,991$. Відносна похибка визначення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν становить 2,18%.

На рис. 3 зображено точні та наближені розв'язки.

Приклад 4. Область визначення $x \in [0, 1.2]$, $\nu = 0,005$. Граничні умови $u(0, t) = u(1.2, t) = 0$. Початкова умова:

$$u(x, 1) = \frac{x}{1 + \exp\left(\frac{x^2 - 0.25}{4\nu}\right)}, t \geq 1$$

Точний розв'язок збігається з попередніми прикладами.

На рис. 4 зображено точні та наближені розв'язки

Коефіцієнт детермінації точного та наближеного розв'язку становить $R^2 = 0,997$. Відносна похибка визначення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν становить 0,47%.

Приклад 5. Область визначення $x \in [0, 2]$, $\nu = 0,01$. Граничні умови $u(0, t) = u(2, t) = 0$. Початкова умова:

$$u(x, 0) = 2\nu\pi \frac{\sin(\pi x) + 4 \sin(2\pi x)}{4 + \cos(\pi x) + 2 \cos(2\pi x)}$$

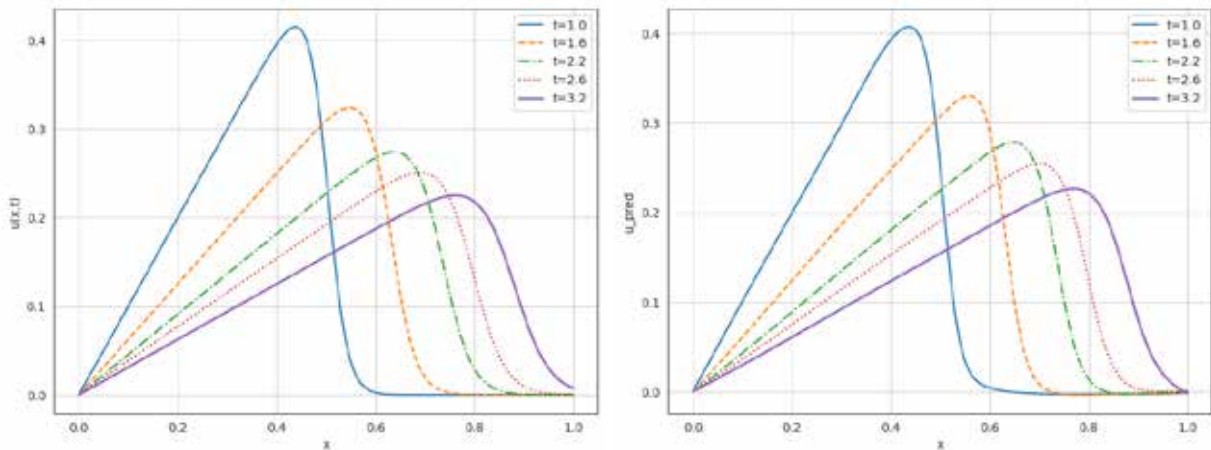


Рис. 2. Точний (u) та наближений (u_pred) розв'язки прикладу 2

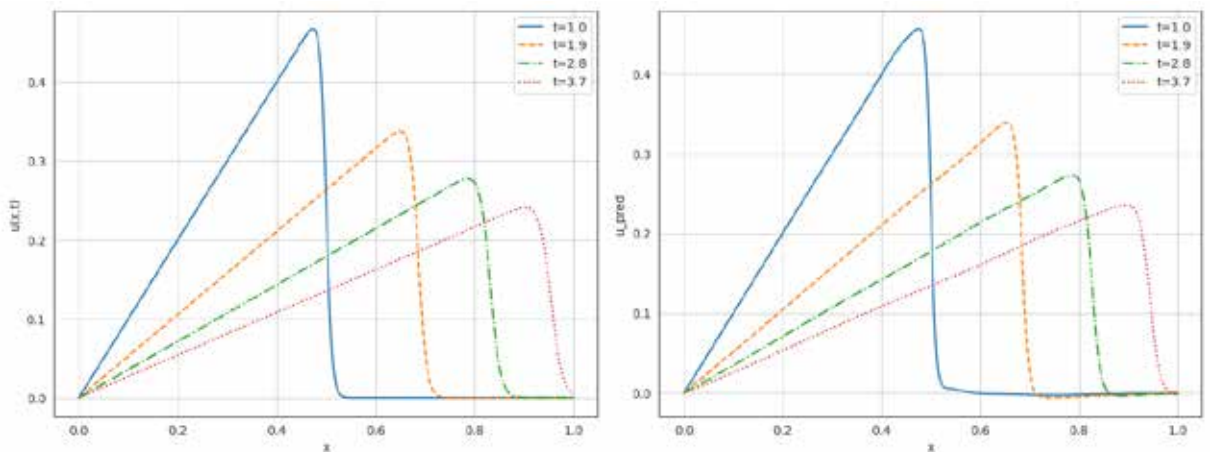


Рис. 3. Точний (u) та наближений (u_pred) розв'язки прикладу 3

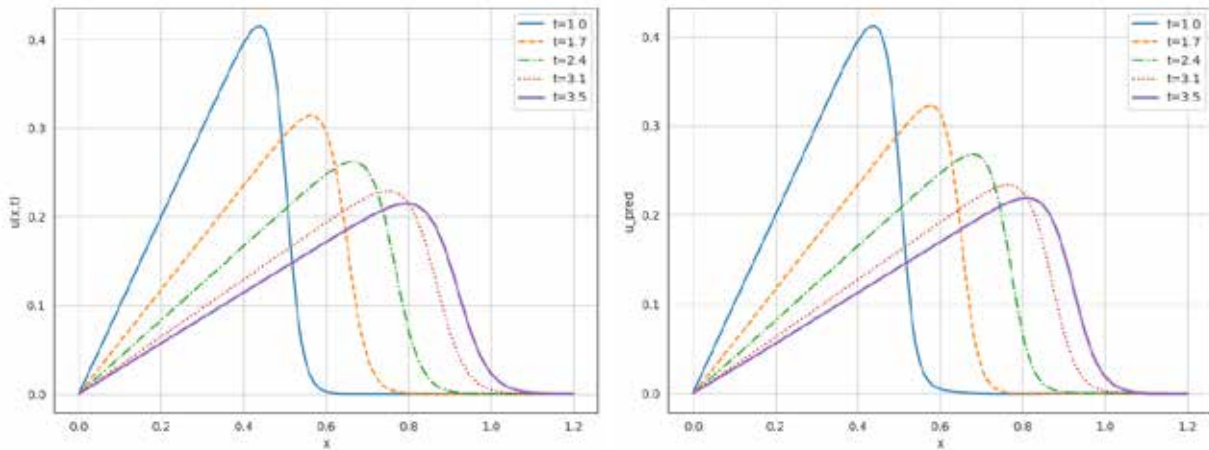


Рис. 4. Точний (u) та наближений (u_pred) розв'язки прикладу 4

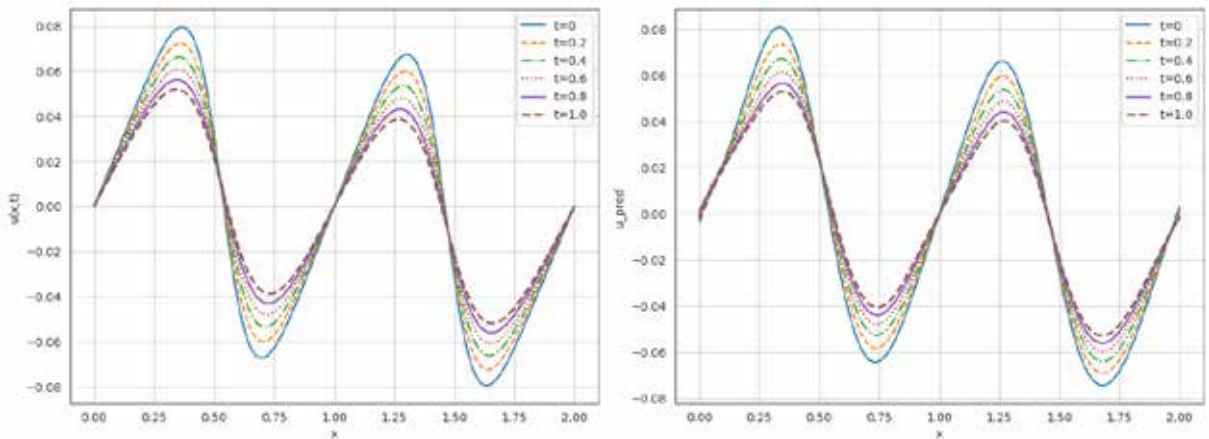


Рис. 5. Точний (u) та наближений (u_pred) розв'язки прикладу 5

Точний розв'язок [12; 19]:

$$u(x,t) = 2v\pi \frac{\sin(\pi x)e^{-\pi^2 vt} + 4\sin(2\pi x)e^{-4\pi^2 vt}}{4 + \cos(\pi x)e^{-\pi^2 vt} + 2\cos(2\pi x)e^{-4\pi^2 vt}}$$

На рис. 5 зображено точні та наближені розв'язки.

Коефіцієнт детермінації точного та наближеного розв'язку становить $R^2 = 0,993$. Відносна похибка визначення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν становить 4,58%.

Репозиторій із програмною реалізацією наведених обчислювальних експериментів засобами бібліотеки PyTorch знаходиться за посиланням <https://github.com/avk256/AutoPINN>.

Висновки. Розглянуто застосування нейронних мереж із фізичною інформацією для розв'язання прямих та обернених крайових задач. Перевагами цього підходу є те, що нейронмережі можуть автоматично апроксимувати шукані функції, оскільки при навчанні використовується інформація про диференціальне рівняння та граничні умови, які

достатньо для розв'язання задачі. Отже, із процесу розв'язку виключається вибір базисних або пробних функцій, що сприяє автоматизації цього підходу.

Наведені числові приклади демонструють задовільну збіжність нейромережевого методу до точного розв'язку. Використано три різні початкові умови, діапазон коефіцієнта кінематичної в'язкості ν від 0,0015 до 0,01. Проведено порівняння з точними та наближеними результатами робіт [12; 18]. Продемонстровано задовільну збіжність результатів.

Середній коефіцієнт детермінації точного та наближеного розв'язку прямих задач становить $R^2 = 0,994$. Середня відносна похибка визначення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν при розв'язанні обернених задач становить 1,57%.

Перспективи подальших досліджень полягають у розробці методів автоматичного налаштування гіперпараметрів нейронмереж із фізичною інформацією та розширенні цього підходу на інші класи задач.

ЖИТЕПАТЫПА

1. Karniadakis G.E., Kevrekidis I.G., Lu L., Perdikaris P., Wang S., Yang L., Physics-informed machine learning. *Nat Rev Phys*. 2021. Vol. 3. № 6. P. 422–440. doi: 10.1038/s42254-021-00314-5.
2. Willard J., Jia X., Xu S., Steinbach M., Kumar V. Integrating Scientific Knowledge with Machine Learning for Engineering and Environmental Systems. *ACM Comput. Surv.*, 2022, <https://doi.org/10.1145/3514228>
3. Cybenko G.V. Approximation by Superpositions of a Sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*. 1989. Vol. 2. № 4. P. 303–314
4. Lagaris I.E., Likas A., Fotiadis D.I. Artificial Neural Networks for Solving Ordinary and Partial Differential Equations. arXiv:physics/9705023v1, 1997, <https://doi.org/10.1109/72.712178>
5. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. № 378. 2019. P. 686–707.
6. Seo J. Solving real-world optimization tasks using physics-informed neural computing. *Scientific Reports*. № 14 (1). P. 202. 2024.
7. Vauhkonen M., Tarvainen T., Lähivaara T. Inverse Problems. *Mathematical Modelling*. Springer / Pohjolainen, S. (eds), Cham, 2016, https://doi.org/10.1007/978-3-319-27836-0_12
8. Huijuan Z., Juncai P., Yong C. Data-driven forward-inverse problems for the variable coefficients Hirota equation using deep learning method. <https://arxiv.org/abs/2210.09656>, 2022
9. Ming Z., Zhenya Y., Data-driven forward and inverse problems for chaotic and hyperchaotic dynamic systems based on two machine learning architectures. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. Vol. 446. 2023. P. 133656. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2023.133656>.
10. Yinlin Y., Hongtao F., Yajing L., Xinyi L., Hongbing Z. Deep neural network methods for solving forward and inverse problems of time fractional diffusion equations with conformable derivative. *Neurocomputing*. Vol. 509. 2022. P.177–192. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2022.08.030>.
11. Vadeboncoeur A., Akyildiz Ö.D., Kazlauskaitė I., Girolami M., Cirak F. Fully probabilistic deep models for forward and inverse problems in parametric PDEs. *Journal of Computational Physics*. Vol. 491. 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112369>.
12. Başhan A. Nonlinear dynamics of the Burgers' equation and numerical experiments. *Math Sci*. № 16. P. 183–205. 2022. <https://doi.org/10.1007/s40096-021-00410-8>
13. Apraiz J., Doubova A., Fernández-Cara E., Yamamoto M. Some inverse problems for the Burgers equation and related systems, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. Vol. 107. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2021.106113>.
14. Oanh N.T.N. On the inverse problem for one-dimensional Burgers' equation from the interior observation. *J Elliptic Parabol Equ*. № 9. P. 1329–1339. 2023. <https://doi.org/10.1007/s41808-023-00244-6>
15. Depina I., Jain S., Mar Valsson S., Gotovac H. Application of physics-informed neural networks to inverse problems in unsaturated groundwater flow. *Georisk. Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*. № 16 (1). 2022. P. 21–36. <https://doi.org/10.1080/17499518.2021.1971251>
16. Garay J., Dunstan J., Uribe S., Costabal F.S. Physics-informed neural networks for blood flow inverse problems. 2023. <https://arxiv.org/abs/2308.00927>
17. Haykin S. *Neural Networks and Learning Machines*. Prentice Hall, 2009.
18. Benton E.R., Platzman G.W. A table of solutions of the one-dimensional Burgers equation. *Quarterly of Applied Mathematics*. № 30 (2). P. 195–212, 1972.
19. Devore J.L. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. Boston, MA : Cengage Learning. 2011. P. 508–510.

REFERENCES

1. Karniadakis G.E., Kevrekidis I.G., Lu L., Perdikaris P., Wang S., Yang L. (2021) Physics-informed machine learning, *Nat Rev Phys*, vol. 3, no. 6, pp. 422–440, doi: 10.1038/s42254-021-00314-5.
2. Willard J., Jia X., Xu S., Steinbach M., Kumar V. (2022) Integrating Scientific Knowledge with Machine Learning for Engineering and Environmental Systems. *ACM Comput. Surv.*, 2022, <https://doi.org/10.1145/3514228>
3. Cybenko G.V. (1988) Approximation by Superpositions of a Sigmoidal function, *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 2 no. 4 pp. 303–314.
4. Lagaris I.E., Likas A., Fotiadis D.I. (1997) Artificial Neural Networks for Solving Ordinary and Partial Differential Equations. arXiv:physics/9705023v1, <https://doi.org/10.1109/72.712178>
5. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. (2019) Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics* 378, 686–707.

6. Seo J. (2024) Solving real-world optimization tasks using physics-informed neural computing. *Scientific Reports*, 14(1), 202.
7. Vauhkonen, M., Tarvainen, T., Lähivaara, T. (2016). Inverse Problems. In: Pohjolainen, S. (eds) *Mathematical Modelling*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-27836-0_12
8. Huijuan Z., Juncai P., Yong C. (2022) Data-driven forward-inverse problems for the variable coefficients Hirota equation using deep learning method. <https://arxiv.org/abs/2210.09656>
9. Ming Z., Zhenya Y. (2023) Data-driven forward and inverse problems for chaotic and hyperchaotic dynamic systems based on two machine learning architectures, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Volume 446, 133656, <https://doi.org/10.1016/j.physd.2023.133656>.
10. Yinlin Y., Hongtao F., Yajing L., Xinyi L., Hongbing Z. (2022) Deep neural network methods for solving forward and inverse problems of time fractional diffusion equations with conformable derivative, *Neurocomputing*, Volume 509, pp. 177–192, <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2022.08.030>.
11. Vadeboncoeur A., Akyildiz Ö.D., Kazlauskaitė I., Girolami M., Cirak F. (2023) Fully probabilistic deep models for forward and inverse problems in parametric PDEs, *Journal of Computational Physics*, Volume 491, <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112369>.
12. Başhan A. (2022) Nonlinear dynamics of the Burgers' equation and numerical experiments. *Math Sci* 16, 183–205. <https://doi.org/10.1007/s40096-021-00410-8>
13. Apraiz J., Doubova A., Fernández-Cara E., Yamamoto M. (2022) Some inverse problems for the Burgers equation and related systems, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Volume 107, <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2021.106113>.
14. Oanh N.T.N. (2023) On the inverse problem for one-dimensional Burgers' equation from the interior observation. *J Elliptic Parabol Equ* 9, 1329–1339. <https://doi.org/10.1007/s41808-023-00244-6>
15. Depina I., Jain S., Mar Valsson S., Gotovac H. (2022) Application of physics-informed neural networks to inverse problems in unsaturated groundwater flow. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 16(1), 21–36. <https://doi.org/10.1080/17499518.2021.1971251>
16. Garay J., Dunstan J., Uribe S., Costabal F.S. (2023) Physics-informed neural networks for blood flow inverse problems, <https://arxiv.org/abs/2308.00927>
17. Haykin S. (2009) *Neural Networks and Learning Machines* (3rd Edition), Prentice Hall
18. Benton E.R., Platzman G.W. (1972) A table of solutions of the one-dimensional Burgers equation. *Quarterly of Applied Mathematics*, 30(2):195–212.
19. Devore J.L. (2011) *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. Boston, MA: Cengage Learning, pp. 508–510.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У ЖУРНАЛІ «COMPUTER SCIENCE AND APPLIED MATHEMATICS»

Вимоги до оформлення статей:

До друку приймаються статті, що мають наукову і практичну цінність. Автор має право представити тільки одну наукову статтю в один номер, яка раніше не публікувалася. Автор несе відповідальність за оригінальність тексту статті, точність наведених фактів, цитат, статистичних даних, власних назв, географічних назв та інших відомостей, а також за те, що в матеріалах не містяться дані, що не підлягають відкритій публікації. Редакція не несе відповідальності за викладену в статті інформацію. Остаточне рішення про публікацію ухвалюється редакцією, яка також залишає за собою право на додаткове рецензування, редагування і відхилення статей.

Технічні вимоги:

- до друку приймаються статті українською, російською та англійською мовами;
- електронний варіант статті у форматі *.doc, *.docx або *.rtf, підготовлений у текстовому редакторі Microsoft Word;
- формат А4 через 1,5 інтервал;
- шрифт Times New Roman, розмір 14;
- поля: ліве – 3 см, праве – 1,5 см, верхнє, нижнє – 2 см.

Структура статті:

- рядок 1** – УДК (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 2** – назва тематичного розділу (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 3** – назва статті (вирівнювання по центру, напівжирний шрифт, великі літери);
- рядок 4** – прізвище та ініціали автора статті; науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри (вирівнювання по центру);
- рядок 5** – місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора (вирівнювання по центру).

Якщо автор не має orcid-коду, його можна отримати за посиланням <https://orcid.org/>

абзац 1 – розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані мовою, як і уся стаття;

абзац 2 – назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, **розширена** анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані **англійською мовою**. Переклад англійською мовою повинен бути достовірним (не машинним).

У випадку, якщо стаття не українською мовою, обов'язково подаються назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані українською мовою.

Основний текст статті повинен відповідати структурі IMRAD (Introduction, Methods, Results, and Discussion) + Literature Review:

Вступ – короткий вступ (1-2 сторінки), який повинен дати відповіді на запитання «чому проведено дослідження?», «які об'єкт, мета й основні гіпотези дослідження?»; Огляд літератури - розділ, що містить аналіз останніх публікацій за темою дослідження (переважна більшість публікацій повинна бути за останні 5 років, самоцитовання не більше 30% від кількості літературних джерел), з огляду літератури читачі повинні мати змогу оцінити стан проблеми у світі, аналіз літературних джерел повинен мати критичний характер;

Методи – розділ, який може включати 2-3 рівнозначних за обсягом параграфи, що висвітлюють основні методи, підходи, алгоритми дослідження;

Результати – розділ, який містить аналіз основних результатів дослідження (графіки, таблиці з чисельними даними, загалом, результати обчислювальних експериментів); Дискусія – розділ (до 1 сторінки), який також можна назвати Висновок або Висновки, що містить порівняння отриманих результатів з результатами інших досліджень (як власних так інших авторів), а також дає відповідь на запитання «які перспективи дослідження?», формулює наукову новизну результатів.

Література розміщується після статті у порядку згадування; друкується через 1,5 інтервал, 14 розміром, шрифтом Times New Roman і оформляється у відповідності вимог міждержавного стандарту ДСТУ 8302:2015.

Посилання на літературу в тексті слід давати в квадратних дужках, наприклад, [2, с. 25; 5, с. 33], в яких перша цифра вказує порядковий номер джерела в списку літератури, а друга – відповідну сторінку в цьому джерелі; одне джерело (без сторінок) відокремлюється від іншого крапкою з комою [3; 4; 6; 8; 12; 15].

Наприкінці статті розміщується транслітерована і перекладена англійською версія літератури (References), оформлена згідно з вимогами APA (American Psychological Association).

Порядок подання матеріалів:

Для публікації статті у фаховому науковому виданні необхідно надіслати на електронну адресу редакції editor@physmath.journalsofznu.zp.ua наступні матеріали:

добре вчитану наукову статтю, обов'язково оформлену відповідно до вказаних вимог;
інформаційну довідку про автора;
відскановане **підтвердження сплати коштів** (реквізити для сплати надаються автору після вдалого проходження рецензування).

Зразок оформлення назви електронних файлів: Іваненко_І.І._стаття, Іваненко_І.І._оплата.

Адреса та контактні дані:

Редакція журналу «Computer Science and Applied Mathematics»
вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216, м. Запоріжжя, Україна, 69060
Телефон: +38 (066) 53 57 687
Електронна пошта: editor@physmath.journalsofznu.zp.ua
Офіційний сайт: www.journalsofznu.zp.ua/index.php/comp-science

НОТАТКИ

Науковий журнал

Computer Science and Applied Mathematics

№ 1, 2024

Комп'ютерна верстка – Н.С. Кузнєцова
Коректура – В.І. Вишнякова

Підписано до друку: 22.05.2024.
Формат 60x84/8. Гарнітура Times New Roman.
Папір офсет. Цифровий друк. Ум. друк. арк. 12,09.
Замов. № 0524/364. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефони: +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 7623 від 22.06.2022 р.