

ISSN 2413-6549 (Print)
ISSN 2518-1785 (Online)

Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет

Заснований
у 1997 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію
друкованого засобу масової інформації
Серія ДК № 5229 від 11 жовтня 2016 р.

Адреса редакції:
вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216,
м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон
для довідок:
+38 066 53 57 687

Вісник

**Запорізького національного
університету**

Фізико-математичні науки

№ 2, 2020



Видавничий дім
«Гельветика»
2020

DOI Вісник Запорізького національного університету:
Збірник наукових праць. Фізико-математичні науки
DOI № 2/2020

<https://doi.org/10.26661/2413-6549>
<https://doi.org/10.26661/2413-6549-2020-2>

Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових праць. Фізико-математичні науки. Запоріжжя: Видавничий дім «Гельветика», 2020. № 2. 62 с.

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Internet вченою радою ЗНУ (протокол засідання № 5 від 22.12.2020 р.)

На підставі Наказу Міністерства освіти і науки України № 886 від 02.07.2020 р. (додаток 4) збірник включено до Переліку наукових фахових видань України категорії «Б» у галузі фізико-математичних наук (113 – Прикладна математика, 121 – Інженерія програмного забезпечення, 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології).

Журнал індексується в міжнародній наукометричній базі даних Index Copernicus

Статті у виданні перевірені на наявність плагіату за допомогою програмного забезпечення StrikePlagiarism.com від польської компанії Plagiat.pl.

РЕДАКЦІЙНА РАДА:

Головний редактор – Гоменюк С. І., доктор технічних наук, професор

Відповідальні

редактори:

– Стеганцев Є. В., кандидат фізико-математичних наук, доцент

– Швидка С. П., кандидат фізико-математичних наук, доцент

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

- Гребенюк С. М. – доктор технічних наук, доцент (Україна)
Гришак В. З. – доктор технічних наук, професор (Україна)
Єрмолаєв В. А. – кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Кеберле Н. Г. – кандидат технічних наук, доцент (Україна)
Клименко М. І. – кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Козін І. В. – доктор фізико-математичних наук, професор (Україна)
Кудін О. В. – кандидат фізико-математичних наук (Україна)
Панасенко Є. В. – кандидат фізико-математичних наук, доцент (Україна)
Чопоров С. В. – доктор технічних наук, доцент (Україна)
Шило Г. М. – доктор технічних наук, доцент (Україна)
Breslavsky I. – PhD in Mechanics, Docent (Канада)
Gerasimov T. – PhD in Mathematics, Docent (Німеччина)
Kolakowski Z. – Doctor of Science in Engineering, Professor (Польща)

ЗМІСТ

РОЗДІЛ I. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Grebenyuk S. M., Smoliankova T. M., Klymenko M. I. <i>MODEL OF HOMOGENIZATION OF THE MULTI-MODULAR TRANSTROPIC FIBROUS COMPOSITE</i>	5
Лимар О. О. <i>ПРО УТОЧНЕННЯ УМОВ СТІЙКОСТІ КОЛИВАНЬ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНИ, ЯКА ПОДІЛЯЄ ДВОЩАРОВУ ІДЕАЛЬНУ РІДИНУ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ</i>	11
Турчин І. М., Турчин О. Ю. <i>НЕСТАЦІОНАРНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ШАРУВАТОЇ ПІВ БЕЗМЕЖНОЇ ПЛИТИ</i>	21

РОЗДІЛ II. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

Коваленко Ю. Б., Козлюк І. О. <i>РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ РОЗРОБЛЕННЯ ДОДАТКА ІНТЕГРОВАНОЇ МОДУЛЬНОЇ АВІОНІКИ ЗА СТАНДАРТОМ ARINC653</i>	27
Ковальов Д. І. <i>АВТОМАТИЧНА ГЕНЕРАЦІЯ НАВЧАЛЬНИХ ТЕСТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОЇ ОБРОБКИ ПРИРОДНО-МОВНИХ ТЕКСТІВ</i>	36
Polska O. V., Kudermetov R. K., Shcherbak N. V. <i>MODEL OF WEB SERVICES QUALITY CRITERIA HIERARHY</i>	43
Тіменко А. В., Шкарупило В. В., Смолій В. В. <i>НЕЙРОМЕРЕЖЕВА МОДЕЛЬ КОНТРОЛЮ АПАРАТНОЇ СУМІСНОСТІ КОМПОНЕНТІВ ІОТ-СИСТЕМИ</i>	52

CONTENTS

SECTION I. APPLIED MATHEMATICS

Grebenyuk S. M., Smoliankova T. M., Klymenko M. I. <i>MODEL OF HOMOGENIZATION OF THE MULTI-MODULAR TRANSTROPIC FIBROUS COMPOSITE</i>	5
Lymar O. O. <i>ON REFINING THE CONDITIONS OF VIBRATION STABILITY A RECTANGULAR PLATE DIVIDING A TWO-LAYER IDEAL LIQUID WITH A FREE SURFACE</i>	11
Turchyn I. M., Turchyn O. Yu. <i>UNSTEADY HEAT CONDUCTIVITY PROBLEM FOR LAYERED SEMIINFINITE PLATE</i>	21

SECTION II. COMPUTER SCIENCE

Kovalenko Yu. B., Kozlyuk I. O. <i>LINUX OS INTEGRATED MODULAR AVIONICS APPLICATION DEVELOPMENT FRAMEWORK WITH APEX API OF ARINC653 SPECIFICATION</i>	27
Kovaliov D. I. <i>AUTOMATIC GENERATION OF EDUCATIONAL TESTS WITH THE HELP OF SOFTWARE PROCESSING OF NATURAL LANGUAGE TEXTS</i>	36
Polska O. V., Kudermetov R. K., Shcherbak N. V. <i>MODEL OF WEB SERVICES QUALITY CRITERIA HIERARHY</i>	43
Timenko A. V., Shkarupylo V. V., Smolii V. V. <i>NEURAL NETWORK BASED MODEL FOR IOT-SYSTEM COMPONENTS HARDWARE INTEROPERABILITY CONTROL</i>	52

РОЗДІЛ І. ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

UDC 539.3

DOI <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2020-2-01>

MODEL OF HOMOGENIZATION OF THE MULTI-MODULAR TRANSTROPIC FIBROUS COMPOSITE

Grebenyuk S. M.

*Doctor of Technical Sciences, Associate Professor,
Head of the Department of Fundamental Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-5247-9004
gsm1212@ukr.net*

Smoliankova T. M.

*Postgraduate Student at the Department of Fundamental Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0003-1679-6501
t.smolyankova@ukr.net*

Klymenko M. I.

*PhD, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Fundamental Mathematics
Zaporizhzhia National University
Zhukovskoho str., 66, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0001-5065-0341
m1655291@gmail.com*

Key words: *multi-modular theory of elasticity, composite, shift module, matrix, fiber, torsion, relative torsion angle, terms of conditions*

In this article we solve the problem of following effective mechanical constants determination: the transverse elasticity modulus and the Poisson's ratio in the plane of isotropy for the transtropic composite. We consider the fibrous unidirectional composite material composed of the isotropic elastic matrix and the fiber. We assume that mechanical characteristics of components are different for stretching and compression. So materials of the matrix and the fiber are multi-modular. For composite's properties modeling we consider its unit cell. It is an endless cylinder. It is made of a solid cylinder as a fiber, and a hollow cylinder as a matrix. On the contacting surface between the matrix and the fiber the relative torsion angle is continuous. Composite's material is modeled by a solid homogeneous transversally-isotropic multi-modular material. Its isotropy plane is perpendicular to the fiber axis. We solve the problem of torsion of the cylinder unit cell under the action of constant torque applied to determine the effective transverse shift module of composite. The non-zero component of the stress-strain state of composite's cell is a tangent stress in the plane of isotropy. We find the relative torsion angle for the matrix and the fiber. We also solve the similar problem for the homogeneous transversally-isotropic cylinder cell as a composite. We determine the shift module according to kinematic terms of the displacement of a relative torsion angle on an outer matrix surface and the same angle of the outer surface of a cell of a homogeneous composite. The transverse shift module of the composite we use to determine other effective constants: the transverse elasticity modulus and the Poisson's ratio in the plane of isotropy of the composite. These constants are functions of mechanical characteristics of the matrix and the fiber, also depend on the volume fraction of the fiber in the composite. Obtained formulas could be used for the stress-strain state calculation of composite constructions.

МОДЕЛЬ ГОМОГЕНІЗАЦІЇ РІЗНОМОДУЛЬНОГО ТРАНСТРОПНОГО ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТУ

Гребенюк С. М.

*доктор технічних наук, доцент,
професор кафедри фундаментальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-5247-9004
gsm1212@ukr.net*

Смолянкова Т. М.

*аспірант кафедри фундаментальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0003-1679-6501
t.smolyankova@ukr.net*

Клименко М. І.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фундаментальної математики
Запорізький національний університет
вул. Жуковського, 66, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0001-5065-0341
m1655291@gmail.com*

Ключові слова: *різномодульна теорія пружності, композит, модуль зсуву, матриця, волокно, кручення, відносний кут закручування, умови узгодження.*

У роботі виконано завдання з визначення таких ефективних механічних сталих, як поперечний модуль пружності та коефіцієнт Пуассона у площині ізоотропії транструпного композиту. Розглянуто волокнистий односпрямований композит, що складається з ізоотропних пружних матриці та волокна. Припускається, що під час розтягування та стискання механічні властивості компонентів відрізняються між собою, тобто матеріали матриці та волокна є різномодульними. Для моделювання властивостей композитного матеріалу використовується його елементарна комірка. Вона є нескінченним циліндром. Він складається із суцільного циліндра, що моделює волокно, вкладеного в порожнинний циліндр, що моделює матрицю. На межі контакту матриці та волокна відносний кут закручування вважаємо неперервним. Матеріал композиту моделюється суцільним однорідним трансверсально-ізоотропним різномодульним матеріалом. Його площина ізоотропії перпендикулярна осі волокна.

Для визначення ефективного поперечного модуля зсуву композиту розв'язується завдання кручення циліндричної елементарної комірки під дією прикладеного до неї сталого крутного моменту. Ненульовим складником напружено-деформованого стану комірки композиту є дотичне напруження, що діє у площині ізоотропії. Визначається відносний кут закручування для матриці та волокна. Аналогічне завдання розв'язане для однорідної трансверсально-ізоотропної циліндричної комірки, що моделює композит. Модуль зсуву визначається з кінематичної умови узгодження відносного кута закручування на зовнішній поверхні матриці та значення цього кута на зовнішній поверхні представницької комірки однорідного композиту. Знайдений поперечний модуль зсуву було застосовано для визначення таких ефективних сталих, як поперечний модуль пружності та коефіцієнт Пуассона у площині ізоотропії композиту. Ці співвідношення отримано у вигляді функцій механічних характеристик матриці та волокна, а також об'ємної частки волокна в матеріалі композиту. Визначені у роботі ефективні пружні сталі можна використовувати для розрахунку напружено-деформованого стану елементів конструкцій, виготовлених із композитів.

Introduction. Mechanical characteristics of composite materials are necessary to determine the stress-strain state. Therefore, problem of homogenization of a composite implies calculation of its mechanical characteristics as homogeneous materials. In many cases, this problem also complicated by differences in meanings of these characteristics depends on character of material's deformation. Particularly elastic constants of composite are different under tension and compression. In these cases of homogenization of a composite, we use models of the multi-modular theory of elasticity.

Different models of the multi-modular environment are developed in researches [1; 2]. Results of experimental researches of multi-modular grainy composites are summarized in [3; 4]. Author of [5] considers isotropic multi-modular composites. The phenomenon of multi-modularity for reinforced concrete is developing in [6].

Solution of the problem of homogenization of transversally-isotropic elastic composites regardless multi-modularity is in monograph [7]. Defining of effective elastic components of multi-modular transtropic composite includes in [8; 9]. Meanwhile, in [8] considered the formula for effective elastic constant as transverse module of elasticity Type I and Poisson's ratio in the plane of isotropy of composite. In [9] we determined longitudinal module of elasticity under tension and compression of multi-modular composite.

We analyzed publications and come to the conclusion that problem of determine of complete system of elastic constants for its mechanical characteristics are unsolved yet. The main purpose of following research is to determine effective characteristics as the transverse modulus of elasticity and the Poisson's ratio in the plane of isotropy of multi-modular transtropic composite. We use methods proposed in [7]. In this case we have to solve problem of transverse shift for system "matrix – fiber" and for similar homogeneous composite's cell. However, at the same time appears difficulties depend on multi-modularity of materials. In this article, we solve problems considering problem of torsion of elementary cylinder composite's cell. So we can find the effective transverse shift module of the composite. According to it, we determine required constants.

Problem statement. We consider the problem of homogenization of transtropic fibrous composite with multi-modular properties. It includes following isotropic elastic multi-modular components: matrix and fiber. In [8] we found the ratio $\frac{1-\nu_{23}}{E_2}$ for tension and compression. E_2 is the elasticity module and ν_{23} is the Poisson's ratio for the isotropy plane of composite. To obtain formulas for its constants we define an effective shift module as following formula:

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})}. \quad (1)$$

Elementary composite's cells are made of a solid cylinder ($0 \leq r \leq a$), as a fiber, and a hollow cylinder ($a \leq r \leq b$), as a matrix. We model the composite as a cylinder ($a \leq r \leq b$) made of a homogeneous transtropic material. The isotropy plane is perpendicular to the cylinder cell's axial. We solve two tasks to determine the effective shift module G_{23} . Firstly, we solve the problem of torsion of a compound cylinder making the system "matrix – fiber". Secondly, we solve the problem of torsion of a homogeneous cylinder modeling a composite.

Determination of the effective shift module in the isotropy plane of the transtropic composite. We suppose that the twisting moment M is attached to the outer surface of elementary composite's cell. We consider the cross section of the cell perpendicular to its axial. The torque cased field of the tangent stress at each point. In this case, the tangent stress is divided linearly over the cylinder thickness. Symbol $*$ is used for a matrix and symbol $^{\circ}$ is for a fiber. We use the cylindrical coordinate system (r, θ, z) , where z -axis the same to the cylinder axial. The tangent stress at each points of a fiber can be written as:

$$\tau^* = \tau_a \cdot \frac{r}{a}, \quad (2)$$

In our notation r represents radial coordinates (the distance between point to the cylinder axis), a is the fiber radius, τ_a is the tangent stress for $r = a$.

The relative torsion angle $\frac{d\varphi}{dz}$ depends on the tangent stress as the following formula:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\tau}{G \cdot r}. \quad (3)$$

In (3) $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$ is the shift module.

For the relative torsion angle at the point of matrix and fiber equality holds:

$$\frac{d\varphi^{\circ}}{dz} = \frac{\tau^{\circ}}{G^{\circ} \cdot r}, \quad \frac{d\varphi^*}{dz} = \frac{\tau^*}{G^* \cdot r}. \quad (4)$$

On the surface of the contact between the matrix and the fiber $r = a$ the relative torsion angle is a continuous function, so we have

$$\left. \frac{d\varphi^{\circ}}{dz} \right|_{r=a} = \left. \frac{d\varphi^*}{dz} \right|_{r=a}. \quad (5)$$

From the eq. (4) and (5) using the equality $r = a$ in tangent tensions for matrix and fiber, the following formula could be obtained:

$$\tau^*(a) = \frac{G^*}{G^{\circ}} \tau^{\circ}(a) = \frac{G^*}{G^{\circ}} \tau_a. \quad (6)$$

In the matrix, the tangent stress is also disturbed by the linear principle: $\tau^* = k \cdot r$. We determine the constant k from the following condition:

$$\tau^*(a) = ka = \frac{G^*}{G^o} \cdot \tau_a \quad (7)$$

The formula for the coefficient k can be written as:

$$k = \frac{G^* \tau_a}{G^o \cdot a} \quad (8)$$

We obtain the tangent stress at points of matrix as follows:

$$\tau^* = \frac{G^*}{G^o} \cdot \frac{r}{a} \cdot \tau_a \quad (9)$$

The twisting moment M , put in the outer surface of cylinder cell $r = b$, add the tangent stress τ_b . So we obtain the following formula:

$$\tau^* = \tau_b \cdot \frac{r}{b} \quad (10)$$

We denominate the tangent stress τ_b using the tension τ_a :

$$\tau^*(a) = \tau_b \cdot \frac{a}{b} = \frac{G^*}{G^o} \tau_a \Rightarrow \tau_b = \frac{G^*}{G^o} \cdot \frac{b}{a} \cdot \tau_a \quad (11)$$

The formula (10) for the tangent stress in the matrix can be written as:

$$\tau^* = \frac{G^*}{G^o} \cdot \frac{r}{a} \cdot \tau_a \quad (12)$$

We define a formula for the twisting moment M using the equality $r = b$ as the following formula:

$$M = 2\pi \int_0^a \tau^* r^2 dr + 2\pi \int_a^b \tau^* r^2 dr = 2\pi \int_0^a \tau_a \cdot \frac{r^3}{a} dr + 2\pi \int_a^b \tau_a \cdot \frac{G^*}{G^o} \cdot \frac{r^3}{a} dr = \frac{\pi \cdot \tau_a}{2a} \left[a^4 + \frac{G^*}{G^o} (b^4 - a^4) \right] \quad (13)$$

Consider the torsion of the homogeneous transtropic cylinder adding the twisting moment M and the equality $r = b$ to it. Hence the relative torsion angle could be obtained as:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M}{G_{23} \cdot J_r} = \frac{2M}{\pi \cdot G_{23} \cdot b^4} \quad (14)$$

If $r = b$ then the relative torsion angle of the twisting matrix is equal to the relative torsion angle of twisting on outer surface of the homogeneous cylinder.

Using the formula (13), we obtain the previous angle:

$$\frac{d\varphi}{dz} \Big|_{r=b} = \frac{2M}{\pi \cdot G_{23} \cdot b^4} = \frac{\tau_a}{a \cdot G_{23}} \left[f^2 + \frac{G^*}{G^o} (1 - f^2) \right] \quad (15)$$

In (15) $f = \frac{a^2}{b^2}$ is the volume ratio of the fiber in the composite. The relative torsion angle of the twisting matrix for $r = b$ could be written as follows:

$$\frac{d\varphi^*}{dz} \Big|_{r=b} = \frac{\tau^*}{G^* b} = \frac{\tau_a}{a \cdot G^o} \quad (16)$$

We equate (15) and (16). So we find the effective transverse shift module as

$$G_{23} = G^o f^2 + G^* (1 - f^2) \quad (17)$$

So we define the ratio:

$$\frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} = G^o f^2 + G^* (1 - f^2) \quad (18)$$

E_2 and ν_{23} are effective values of the transverse elasticity modulus and the Poisson's ratio in the plane of isotropy of the composite.

Defining the effective shift module and the poisson's ratio in the plane of isotropy of the composite. All components of tensions among the tangent stress in the plane of isotropy are equal to the zero while torsion. Therefore, G_{23} is value under tension and compression have to be equal:

$$\frac{E_2^+}{2(1 + \nu_{23}^+)} = \frac{E_2^-}{2(1 + \nu_{23}^-)} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} \quad (19)$$

In our notation the symbol “+” is used for tension and the symbol “-” is used for compression. In (8) we determined ratio between the transverse shift module and the Poisson's ratio under tension and compression. In the case of tension, we have the following equation:

$$\frac{1 - \nu_{23}^+}{E_2^+} = \frac{(1 - \nu_+^*)(f(1 + \nu_+^*) + (1 - \nu_+^*))}{d_2 - d_1} + \frac{E_+^*(1 + \nu_+^*)(1 - \nu_+^*)(1 - f)}{E_+^*(d_2 - d_1)} + \frac{d^o f (f - 1) (\nu_+^* E_+^o (1 + \nu_+^*) + E_+^* (\nu_+^* (1 - \nu_+^o) - 2\nu_+^o))}{E_+^*(d_2 - d_1) (d^* f + d^o (1 - f))} \quad (20)$$

Denote

$$d_0 = \frac{4\nu_+^o E_+^* - 2\nu_+^* (E_+^o (1 + \nu_+^*) + E_+^* (1 - \nu_+^o))}{E_+^*},$$

$$d_1^- = -d^* = \frac{(E_+^o (f(1 - \nu_+^* - 2\nu_+^* \nu_+^*) + (1 + \nu_+^*)) + E_+^* (1 - f)(1 - \nu_+^* - 2\nu_+^* \nu_+^*))}{E_+^o}$$

$$d_1^+ = d^* = \frac{(E_+^o (f - 1)(1 - \nu_+^* - 2\nu_+^* \nu_+^*) - E_+^* (f(1 - \nu_+^* - 2\nu_+^* \nu_+^*) + (1 + \nu_+^*)))}{E_+^o}$$

The right part of (18) under tension we denote as A_1^+ , and the right part of (20) we denote as A_2^+ :

$$A_1^+ = \frac{E_+^o}{2(1 + \nu_+^o)} \cdot f^2 + \frac{E_+^*}{2(1 + \nu_+^*)} (1 - f^2) \quad (21)$$

Thus we have the following system of equations:

$$\frac{E_2^+}{2(1 + \nu_{23}^+)} = A_1^+,$$

$$\frac{1 - \nu_{23}^+}{E_2^+} = A_2^+ \quad (22)$$

Finally, we get from this system:

$$E_2^+ = \frac{4A_1^+}{1 + A_1^+ A_2^+}, \quad (23)$$

$$\nu_{23}^+ = \frac{1 - 2A_1^+ A_2^+}{1 + 2A_1^+ A_2^+}. \quad (24)$$

To obtain values of other effective constants under compression we have to change in formulas (20) – (23) the index symbol to the opposite sign.

Thus, we determined formulas for effective constants of the transtropic fibrous composite such as the transverse elasticity modulus and the Poisson's ratio in the plane of isotropy of the composite.

Conclusions. Thus, we obtained formulas that gave us a possibility to define effective characteristics of the multi-modular composites such as the transverse elasticity modulus and the Poisson's ratio in the plane of isotropy of the composite. So we devised formulas that complemented the system of analytic formulas for the effective characteristics of the multi-modular composites in [8; 9]. To obtain a complete system for all elastic effective constants properly-related parameters as multi-modular transtropic composites, we have to define analytic formulas for the transverse shift G_{12} . We hope to solve this problem in future articles.

Note, obtained formulas for the effective values E_2 and ν_{23} without multi-modularity of the matrix and the fiber are the same to formulas for transtropic composites in [7].

We can conclude that to define the stress-strain state of constructions element made of composites we have to know effective constants of their characteristics. While homogenization of composites we have to consider differences in their mechanical characteristics under tension and compression available for some materials.

For solving the problem of determination of effective constants of fibrous composite, we can take into terms conditions of displacements of homogeneous composite and its components. We may define the transverse elasticity modulus and the Poisson's ratio in the plane of isotropy of the composite according to the conditions of the equality of the relative torsion angle on the outer surface of a matrix and the elementary homogeneous composite cell.

The opportunity for future researches in the field of homogenization of the transtropic multi-modular composites relates with formulas for G_{12} and development of improved mathematical models for defining effective mechanical characteristics of the materials.

BIBLIOGRAPHY

1. Цвелодуб И.Ю. О разномодульной теории упругости. *Прикладная математика и теоретическая физика*. 2008. Т. 49. № 1. С. 157–164.
2. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. Москва : Наука, 1982. 320 с.
3. Ершова А.Ю., Мартиросов М.И. Экспериментальное исследование разномодульных полимерных композитов с мелкодисперсным наполнителем. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. № 5. С. 68–72.
4. Бессонов Д.Е., Зезин Ю.Л., Ломакин Е.В. Разносopотивляемость зернистых композитов на основе ненасыщенных полиэфиров. *Известия Саратовского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика*. 2009. Т. 9. Вып. 4. Ч. 2. С. 9–13.
5. Пахомов Б.М. Вариант модели изотропного разномодульного материала. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2017. № 6. С. 35–45.
6. Nassef A.S.E., Dahim M.A. (2016). New Bi-modular Material Approach to Buckling Problem of Reinforced Concrete Columns. *Mechanical Engineering Research*. Vol. 6. № 1, P. 19–28. URL: https://www.researchgate.net/publication/293190889_New_Bi-modular_Material_Approach_to_Buckling_Problem_of_Reinforced_Concrete_Columns
7. Гребенюк С.М., Гоменюк С.І., Климченко М.І. Напружено-деформований стан просторових конструкцій на основі гомогенізації волокнистих композитів: монографія. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2019. 300 с.
8. Grebenyuk S., Klymenko M., Smoliankova T., Koval R. (2019). Effective Characteristics of the Multi-Modular Composites under Transverse Stretching. *Actual Problems of Engineering Mechanics, Materials Science Forum. Trans Tech Publication Ltd*. Vol. 968, P. 511–518. URL: https://www.researchgate.net/publication/335347326_Effective_Characteristics_of_the_Multi-Modular_Composites_under_Transverse_Stretching
9. Grebenyuk S., Smoliankova T., Klymenko M., Kudin O. (2020). The homogenization of multi-modular composites at their longitudinal deformation. *Eastern European Journal of enterprise technologies*. Vol. 3/7 (105). URL: journals.uran.ua/ejet/article/download/199968/205671

REFERENCES

1. Tsvlodub I.Yu. (2008) O raznomodul'noy teorii uprugosti [About multi-modular theory of elasticity]. *Prikladnaya matematika i teoreticheskaya fizika*, vol. 49, no. 1, pp. 157–164.

2. Ambartsumyan S.A. (1982) *Raznomodul'naya teoriya uprugosti* [Theory of different modulus elasticity]. *Moskva: Nauka.* (in Russian)
3. Ershova A.Yu., Martirosov M.I. (2015) Eksperimental'noe issledovanie raznomodul'nykh polimernykh kompozitov s melkodispersnym napolnitelem [Experimental study heterogeneous polymer composites with finely divided filler]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy*, no. 5, pp. 68–72.
4. Bessonov D.E., Zezin Yu.L., Lomakin E.V. (2009) Raznosoprotivlyaemost' zernistykh kompozitov na osnove nenasyshchennykh poliefirov [Multimodulus Behavior of the Grained Composites on the Base of Unsaturated Polyethers]. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, vol. 9, vipusk 4, ch. 2, pp. 9–13.
5. Pakhomov B.M. (2017) Variant modeli izotropnogo raznomodul'nogo materiala [Alternative Model of Isotropic Material with Different Modulus]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie*, no. 6, pp. 35–45.
6. Nassef A.S.E., Dahim M.A. (2016). New Bi-modular Material Approach to Buckling Problem of Reinforced Concrete Columns. *Mechanical Engineering Research*. Vol. 6. № 1, 19–28. URL: https://www.researchgate.net/publication/293190889_New_Bi-modular_Material_Approach_to_Buckling_Problem_of_Reinforced_Concrete_Columns
7. Ghrebenjuk S.M., Ghomenjuk S.I., Klymenko M.I. (2019) *Napruzhenno-deformovanyj stan prostorovykh konstrukcij na osnovi ghomoghenizaciji voloknistykh kompozytiv: monografija* [Stress-strain state of spatial constructions based on homogenization of fibrous composites]. Kherson: Vydavnychyj dim «Gheljvetyka». (in Ukrainian)
8. Grebenyuk S., Klymenko M., Smoliankova T., Koval R. (2019). Effective Characteristics of the Multi-Modular Composites under Transverse Stretching. *Actual Problems of Engineering Mechanics, Materials Science Forum. Trans Tech Publication Ltd.* Vol. 968, 511-518. URL: https://www.researchgate.net/publication/335347326_Effective_Characteristics_of_the_Multi-Modular_Composites_under_Transverse_Stretching
9. Grebenyuk S., Smoliankova T., Klymenko M., Kudin O. (2020). The homogenization of multi-modular composites at their longitudinal deformation. *Eastern European Journal of enterprise technologies*. Vol. 3/7 (105). URL: journals.uran.ua/eejet/article/download/199968/205671

УДК 533.6.013.4:533.6.013.42
DOI <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2020-2-02>

ПРО УТОЧНЕННЯ УМОВ СТІЙКОСТІ КОЛИВАНЬ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНИ, ЯКА ПОДІЛЯЄ ДВОШАРОВУ ІДЕАЛЬНУ РІДИНУ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Лимар О. О.

*кандидат фізико-математичних наук,
асистент*

*Миколаївський національний аграрний університет
вул. Георгія Гонгадзе, 9, Миколаїв, Україна
orcid.org/0000-0002-0301-7313
aleksandr1402aa@gmail.com*

Ключові слова:

*гідропружність, прямокутна
пластина, ідеальна рідина,
плоскі коливання, стійкість.*

У лінійній постановці отримано і досліджено частотне рівняння власних коливань пластини, яка горизонтально розділяє двошарову ідеальну рідину з вільною поверхнею в прямокутному каналі. Контури пластини можуть мати довільні закріплення. Спільні коливання пружної пластини і двошарової рідини з вільною поверхнею моделюються з допомогою системи інтегро-диференціальних рівнянь. Для затиснених контурів пластини отримано єдину форму частотного рівняння як для симетричних, так і несиметричних спільних коливань пластини і рідини. Розглянуто граничні випадки виродження пластини в мембрану та її відсутність. Показано, що при глибині верхньої рідини більшої ширини каналу впливом вільної поверхні на частотний спектр можна нехтувати. Уточнено умови стійкості спільних коливань пластини і рідини з вільною поверхнею для таких трьох випадків, як відсутність розтягувальних зусиль у пластині, виродження пластини в мембрану і випадок рідин з однаковою щільністю за умов дії на пластину стискальних зусиль. Показано, що в першому випадку наближені значення умов стійкості занижено для несиметричних частот у 1,050 разів, а для симетричних – у 1,075 разів. У випадку мембрани наближені значення занижено для несиметричних частот у 1,251 раз, а для симетричних – у 1,222 рази. У третьому випадку наближені значення занижено для несиметричних частот у 1,002 рази, а для симетричних – у 1,010 разів. Таким чином, для пластини наближені значення умов стійкості з достатньою для практики точністю збігаються з точними, а у разі мембрани для наближених обчислень слід урахувати більше двох членів ряду. На підставі проведених досліджень і результатів попередніх робіт можна стверджувати, що наближені й точні умови стійкості спільних коливань пластини і двошарової рідини не залежать від наявності вільної поверхні, її відсутності і навіть від наявності пружної пластини на вільній поверхні верхньої рідини.

ON REFINING THE CONDITIONS OF VIBRATION STABILITY A RECTANGULAR PLATE DIVIDING A TWO-LAYER IDEAL LIQUID WITH A FREE SURFACE

Lymar O. O.

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Assistant*

*Mykolaiv National Agrarian University
George Gongadze str., 9, Mykolaiv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-0301-7313
aleksandr1402aa@gmail.com*

Key words: *hydroelasticity,
rectangular plate, ideal fluid,
plane vibrations, stability.*

In a linear formulation, the frequency equation of natural vibrations of a plate horizontally separating a two-layer ideal fluid with a free surface in a rectangular channel is derived and investigated. The contours of the plate can have arbitrary fixings. Joint vibrations of an elastic plate and a two-layer fluid with a free surface are reduced to a system of integro-differential equations. For the clamped contours of the plate, a unified form of the frequency equation is obtained for both symmetric and asymmetric joint vibrations of the plate and fluid. It is shown that if the depth of filling the upper liquid is greater than the channel width, then the effect of the free surface on the frequency spectrum can be neglected. The limiting cases of degeneration of a plate into a membrane and its absence are considered. The conditions for the stability of joint vibrations of a plate and a fluid with a free surface are specified for three cases: the absence of tensile forces in the plate, degeneration of the plate into a membrane, and the case of fluids with the same densities under compressive forces acting on the plate. It is shown that, in the first case, the approximate values of the stability conditions are underestimated for asymmetric frequencies by a factor of 1.050, and for symmetric frequencies – by a factor of 1.075. In the case of a membrane, the approximate values are underestimated for unbalanced frequencies by 1.002 times, and for symmetrical frequencies by 1.010 times. In the third case, the approximate values are underestimated for unbalanced frequencies by 1.002 times, and for symmetric ones – by 1.010 times. Thus, for a plate, the approximate values of the stability conditions coincide with the exact ones with sufficient accuracy for practice, and in the case of a membrane, for approximate calculations it is necessary to take into account more than two terms of the series. Based on the studies carried out and the results of previous works, it can be argued that the approximate and exact conditions for the stability of joint vibrations of a plate and a two-layer liquid do not depend on the presence of a free surface, its absence, and even in the presence of an elastic plate on the free surface of the liquid.

Вступ. Для безпеки транспортування і зберігання рідких вантажів великі резервуари поділяють на відсіки. Зважаючи на це, виникає питання про вплив пружних і масових характеристик пластин, які поділяють рідини, на частотний спектр і стійкість коливань механічної системи. Найбільш актуальною є ця проблема під час роботи й охолодження ядерних реакторів.

На основі єдиного лагранжевого підходу завдання щодо коливання і стійкості пружної прямокутної пластинки, що розділяє ідеальні рідини різної щільності в прямокутному каналі, вперше розглянуто в роботах [1; 2]. Повне дослідження вільних коливань мембрани на вільній поверхні рідини в прямокутному каналі проведено в [3; 4]. У роботі [5] завдання (з урахуванням пружності дна) досліджувалось для мембран і двошарової рідини. У роботах [6–9] розглядалось більш складне завдання про коливання пластини (мембрани), що розділяє ідеальні рідини в прямокутному каналі з однією або двома пружними основами у вигляді пластин або мембран. Для вирішення цього завдання в разі пружного дна необхідно враховувати статичний прогин пластин (мембран) [9]. Питання стійкості спільних коливань пластин (мембран) і рідини досліджувалися в статтях [10–14]. Вплив різних способів закріплення контурів пластин на частотний спектр розглянуто в [15–16]. Для нескінченно довгого прямокутного контейнера із жорсткими стінками в статті [17] проведено аналіз таких двох систем, як резервуар із жорстким дном і бічною стінкою, вільна поверхня якого вкрита мембраною, і контейнер із мембранним дном і вільною поверхнею. Під час аналізу враховувалися нелінійна залежність напруження від деформації і велика амплітуда руху мембрани. Для обмежених розмірів контейнерів у літературі доступні тільки чисельні підходи [18–19].

Багато робіт присвячено гідропружним коливанням ідеальної рідини в кругових і кільцевих циліндрах із жорстким і пружним дном, зокрема, роботи [20–23] і багато інших. Асиметричні коливання круглої пластини на вільній поверхні ідеальної рідини в круговому циліндрі досліджувалися у [20]. У статті [21] розглядаються коливання ідеальної рідини в круглому циліндричному резервуарі з пружними підставами у вигляді круглих пластин. Запропоновано аналітичний метод, що ґрунтується на розвиненні у ряду Фур'є-Бесселя і методі Релея-Рітца. У статті [22] отримано частотне рівняння осесиметричних коливань важкої двошарової ідеальної рідини в жорсткому кільцевому циліндричному резервуарі з пружними верхом і днищем у вигляді затиснутих кільцевих пластин. Роботу [23] присвячено дослідженню частотних рівнянь несиметричних і симетричних власних коливань ідеальної двошарової рідини в

жорсткому круглому циліндричному резервуарі з пружним верхом і днищем у вигляді затиснутих круглих пластин. На прикладі однорідної рідини з вільною поверхнею і пружним дном у вигляді мембрани проаналізовано аналітично і чисельно частотний спектр спільних коливань.

Як уже зазначалося, в роботах [6–9] розглянуто загальне завдання з коливання пластини (мембрани), що розділяє ідеальні рідини в прямокутному каналі з пружними підставами. У [6] наведено частотне рівняння коливань пластини, що розділяє двошарову рідину з вільною поверхнею й отримані достатні умови стійкості. У цій роботі отримано це частотне рівняння, підтверджено зроблені припущення в роботах [6–9] і уточнено умови стійкості за відсутності розтягувальних зусиль у пластині й для рідин однакової щільності під час дії стискальних зусиль. У статті [6] отримано наближені умови стійкості з урахуванням двох членів ряду частотного рівняння. Під точними умовами стійкості в цій роботі, як і в роботі [10], будемо розуміти умови, які виписані окремо від кількості членів ряду частотного рівняння.

Постановка завдання. Розглянемо плоскі коливання пружної прямокутної пластини, яка горизонтально поділяє двошарову ідеальну нестисливу рідину зі щільністю ρ_i ($i = 1, 2$) в прямокутному каналі шириною b ($b = 2a$). Пластина має постійну згинальну жорсткість D і допускається наявність розтягувальних та стискальних зусиль у серединній поверхні інтенсивності T . Контури пластини можуть мати довільне закріплення, наприклад, бути затиснені, оперті або вільні. Верхня рідина щільності ρ_1 заповнює канал до глибини h_1 , а нижня рідина щільності ρ_2 – до глибини h_2 . Верхня рідина має вільну поверхню.

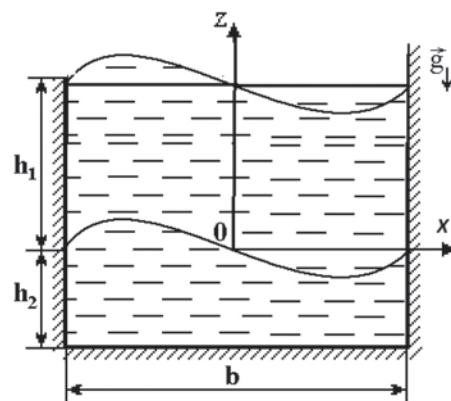


Рис. 1. Прямокутна пластина розділяє двошарову ідеальну рідину з вільною поверхнею в прямокутному каналі

Систему координат Oxz розташуємо так, щоб площина Oxy перебувала на незбуреній серединній поверхні пластини, вісь Oy була направлена

вздовж каналу, а вісь $Oz\bar{g}$ – протилежно вектору прискорення сили тяжіння \bar{g} (рис.1). Коливання пластини й рідини розглядатимемо в лінійній постановці, вважаючи спільні коливання пластини і рідини безвідривними, а руху рідин потенційними.

Рівняння плоских коливань пружної пластини і рідини мають вигляд [6; 7]:

$$k_{01} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + D \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + g\Delta p W = \rho_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + Q, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (i = 1, 2)$$

з граничними умовами:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad \text{при} \quad z = 0, \quad (2)$$

$$(\mathcal{L}_{jp}[W])|_{\gamma_j} = 0 \quad (j, p = 1, 2), \quad (3)$$

$$\int_{-a}^a W dx = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \Big|_{\gamma_j} = 0 \quad (i, j = 1, 2),$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + g\zeta = 0 \quad \text{при} \quad z = h_1; \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = -h_2. \quad (5)$$

Тут $k_{01} = \rho_0 \cdot \delta_0$; $W(y, t)$, ρ_0 , δ_0 – відповідно нормальний прогин, щільність і товщина пластини; $\Delta p = \rho_2 - \rho_1$; $\Phi_i(y, z, t)$ – потенціал швидкостей i -ої рідини ($i = 1, 2$); $z = \zeta(y, t)$ – форма вільної поверхні верхньої рідини; \mathcal{L}_{j1} і \mathcal{L}_{j2} – диференціальні оператори граничних умов закріплення пластини на контурі γ_j ; наприклад, у разі жорсткого защемлення пластини оператор \mathcal{L}_{j1} буде одиничним, а $\mathcal{L}_{j2} = d/dx$; γ_j ($j = 1, 2$) – позначення контура, причому індекс $j = 1$ відповідає контуру $x = -a$, а $j = 2 - x = a$.

Метод розв'язання. Як і в [6; 7], представимо функції $\Phi_i(y, z, t)$ і $\zeta(y, t)$ та у вигляді рядів Фур'є за власними функціями $\psi_n(y)$

$$\Phi_i(x, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(t)e^{k_n z} + B_n(t)e^{-k_n z}] \psi_n(x) \quad (i = 1, 2), \quad (6)$$

$$\zeta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_n(t) \psi_n(x), \quad (7)$$

де $\psi_n(y) = \cos k_n(x+a)$, а відповідні їм власні числа $k_n = \pi n/2a$.

Підставивши ряди (6)–(7) в (2) і (5), скориставшись ортогональністю функцій ψ_n , отримаємо

$$A_{1n} = \frac{\dot{\zeta}_n - \dot{W}_n e^{-k_{1n}}}{2k_n \sinh k_{1n}}, \quad B_{1n} = \frac{\dot{\zeta}_n - \dot{W}_n e^{k_{1n}}}{2k_n \sinh k_{1n}},$$

$$A_{2n} = \frac{\dot{W}_n e^{k_{2n}}}{2k_n \sinh k_{2n}}, \quad B_{2n} = \frac{\dot{W}_n e^{-k_{2n}}}{2k_n \sinh k_{2n}} \quad (8)$$

Тут

$$W_n = \frac{1}{N_n^2} \int_{-a}^a W \psi_n dy, \quad N_n^2 = \int_{-a}^a \psi_n^2 dx = a, \quad \kappa_{in} = h_i k_n. \quad (9)$$

З урахуванням співвідношень (6)–(9), рівняння (1) набуде вигляду

$$k_{01} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + D \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} - T \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + g\Delta p W = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \dot{\zeta}_n - a_n \dot{W}_n}{k_n} \psi_n + Q, \quad (10)$$

де $a_n = \rho_1 \coth \kappa_{1n} + \rho_2 \coth \kappa_{2n}$.

Із другого співвідношення у (5) і співвідношень (9) отримаємо

$$\ddot{\zeta}_n + \sigma_n^2 \zeta_n - \frac{\dot{W}_n}{\cosh \kappa_{1n}} = 0. \quad (11)$$

Тут $b_n = \frac{\rho_1}{\sinh \kappa_{1n}}$; $\sigma_n^2 = gk_n \tanh \kappa_{1n}$ – квадрат частоти коливань вільної поверхні верхньої рідини у випадку абсолютно жорсткої пластини ($W = 0$).

Таким чином, спільні коливання пружної пластини і рідини з вільною поверхні знаходять із системи інтегро-диференціальних рівнянь (9)–(10), граничних умов (3), умов нестисливості рідини (4) і заданих початкових умов.

Власні частоти спільних коливань пружної пластини і рідини. Для знаходження власних частот спільних коливань пружної пластини і рідини покладемо

$$W(x, t) = w(x)e^{i\omega t}, \quad \zeta(y, t) = \tilde{\zeta}(y)e^{i\omega t}, \quad Q = C_0 e^{i\omega t}. \quad (12)$$

Підставивши (12) в (10)–(11), в граничні умови (3) і умови (4), будемо мати

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - P \frac{d^2 w}{dx^2} + qw = \frac{\omega^2}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^* w_n}{k_n} \psi_n + C, \quad (13)$$

$$w_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^a w \psi_n dx, \quad (14)$$

$$\int_{-a}^a w dx = 0, \quad (15)$$

$$(\mathcal{L}_{jp} w)|_{\gamma_j} = 0, \quad (j, p = 1, 2). \quad (16)$$

Тут $P = T/D$, $q = (g\Delta p - k_0 \omega^2)/D$

$$(D \neq 0), \quad a_n^* = a_n - \tilde{b}_n, \quad C = C_0/D,$$

$$\tilde{b}_n = \frac{\omega^2 b_n}{(\omega^2 - \sigma_n^2) \cosh \kappa_{1n}} = \frac{2\omega^2 \rho_1}{(\omega^2 - \sigma_n^2) \sinh 2\kappa_{1n}}.$$

Отже, власні частоти і форми спільних коливань пружної пластини і рідини знаходять із системи інтегро-диференціальних рівнянь (13)–(15) і граничних умов (16).

Розв'язок рівняння (13) будемо шукати у вигляді

$$w = \sum_{k=1}^4 A_k^0 w_k^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{C}_n \psi_n + w_0, \quad (17)$$

де w_k^0 ($k = \overline{1,4}$) – фундаментальна система розв'язків однорідного рівняння

$$\frac{d^4 w_k^0}{dx^4} - P \frac{d^2 w_k^0}{dx^2} + q w_k^0 = 0, \quad (18)$$

Невідомі константи \tilde{C}_n і w_0 виразимо через константи A_k^0 , які будуть знайдені з умов закріплення пластини.

Підставивши (17) у рівняння (13) і скориставшись співвідношеннями $\frac{d^2 \psi_n}{dx^2} = -k_n^2 \psi_n$, $\frac{d^4 \psi_n}{dx^4} = k_n^4 \psi_n$, виразимо константу \tilde{C}_n через w_n

$$\tilde{C}_n = \omega^2 a_n^* w_n / k_n d_n, \quad (19)$$

де $d_n = (Dk_n^2 + T)k_n^2 + g\Delta\rho - k_0\omega^2$.

Підставивши (17) у (14) і враховуючи (19), отримаємо вирази для w_0 і w_n

$$w_0 = -\sum_{k=1}^4 \tilde{w}_k^0 A_k^0, \quad w_n = \frac{k_n d_n}{k_n d_n - \omega^2 a_n^*} \sum_{k=1}^4 A_k^0 E_{kn}^0. \quad (20)$$

Тут

$$\tilde{w}_k^0 = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a w_k^0 dx, \quad E_{kn}^0 = \frac{1}{a} \int_{-a}^a w_k^0 \psi_n dx. \quad (21)$$

З урахуванням (15), (19) і (20), остаточний вираз для форми прогину пластини w набуде вигляду

$$w = \sum_{k=1}^4 \left(w_k^0 - \tilde{w}_k^0 - \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^* E_{kn}^0}{\omega^2 a_n^* - k_n d_n} \psi_n \right) A_k^0. \quad (22)$$

У формулу (22) входить чотири невідомі константи A_k^0 . Із граничних умов закріплення пластини (16) маємо чотири лінійних однорідних рівняння щодо A_k^0

$$\sum_{k=1}^4 \left(\mathcal{L}_{jpk}^0 - \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{jpn} \right) A_k^0 = 0 \quad (p, j = 1, 2). \quad (23)$$

Тут

$$\mathcal{L}_{jpk}^0 = \left(\mathcal{L}_{jp} [w_k^0 - \tilde{w}_k^0] \right) \Big|_{\gamma_j}, \quad \mathcal{L}_{jpn} = \left(\mathcal{L}_{jp} [\psi_n] \right) \Big|_{\gamma_j}, \quad \alpha_n = a_n^* / (\omega^2 a_n^* - k_n d_n).$$

Із рівності нулю визначника однорідної системи (23) випливає частотне рівняння власних спільних коливань пружної пластини і рідини [6]:

$$\left\| \left\| C_{qk} \right\| \right\|_{q, k=1}^4 = 0, \quad (24)$$

де

$$C_{pk} = \mathcal{L}_{jpk}^0 - \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{jpn} \quad (j = 1, p = 1, 2; k = \overline{1,4}),$$

$$C_{p+2,k} = \mathcal{L}_{jpk}^0 - \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{jpn} \quad (j = 2, p = 1, 2; k = \overline{1,4}).$$

Скориставшись розвиненнями функцій w_k^0 в ряд на повній і ортогональній системі функцій ψ_n , умовою $\int \psi_n dx = 0$ і позначенням (21), рівняння (24) можна переписати так:

$$\left\| \left\| C_{qk} \right\| \right\|_{q, k=1}^4 = 0, \quad (25)$$

де

$$C_{1k} = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{j1n}, \quad C_{2k} = \mathcal{L}_{j2k}^0 - \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{j2n}$$

$$(j = 1, k = \overline{1,4}),$$

$$C_{3k} = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{j1n}, \quad C_{4k} = \mathcal{L}_{j2k}^0 - \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n E_{kn}^0 \mathcal{L}_{j2n}$$

$$(j = 2, k = \overline{1,4}).$$

Тут $\beta_n = k_n d_n / (\omega^2 a_n^* - k_n d_n)$.

Так, наприклад, у разі жорсткого защемлення контурів пластини значення величин \mathcal{L}_{jpn} ($p = 1, 2$) будуть такі:

$$\mathcal{L}_{j1n} = \begin{cases} 1, & j = 1, \\ (-1)^n, & j = 2, \end{cases} \quad \mathcal{L}_{j2n} = 0.$$

Рівняння (24) і (25) при $a_n^* = a_n$ ($b_n^* = 0$) збігаються з рівнянням роботи [10]. У цій роботі верхня основа була тверда. Отже, власні спільні частоти коливання пружної пластини і рідини в прямокутному каналі із жорсткими основами (тобто з «кришкою» на вільній поверхні) впливають із рівнянь (24) і (25), якщо покласти коефіцієнт $b_n^* = 0$. З зростання h_1/b цей коефіцієнт прагне до нуля як $e^{-2\pi h_1/b}$. Таким чином, при $h_1/b > 1$ впливом вільної поверхні на частотний спектр можна знехтувати [6].

Рівняння (25) за формою збігається з рівнянням статті [10]. Його можна спростити, провівши обчислення і перетворення коефіцієнтів визначника цього рівняння аналогічно цій роботі. У статтях [6; 8; 10] показано, що для мембрани та для затиснених контурів пластини частотне рівняння (25) спрощується і розпадається на два рівняння, які описують непарні й парні частоти, вони можуть бути записані в єдиній формі для цих частот.

Таким чином, для затиснених контурів частотне рівняння (25) спрощується і розпадається на два рівняння, що описують несиметричні ($n = 2m - 1$) і симетричні ($n = 2m$) частоти, та може бути записане в єдиній формі для цих частот

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n}{\omega^2 a_n^* - k_n d_n} = 0. \quad (26)$$

Уточнені умови стійкості коливань прямокутної пластини, яка поділяє двошарову ідеальну рідину з вільною поверхнею. З урахуванням двох членів ряду в роботі [6], розглянуто рівняння (26) й отримано достатні умови стійкості

сумісних коливань пластини і рідини. Для непарних і парних форм коливань ці умови мають вигляд:

$$2.05\pi^2 D/a^2 + T > 4g(\rho_1 - \rho_2)a^2/5\pi^2, \quad (n = 1, 3), \quad (27)$$

$$3.4\pi^2 D/a^2 + T > 2g(\rho_1 - \rho_2)a^2/5\pi^2, \quad (n = 2, 4). \quad (28)$$

Умови стійкості (27)–(28) збігаються з необхідними умовами стійкості в разі наявності «кришки» на вільній поверхні [10]. Вони не залежать від глибини заповнення рідин і маси пластини. Для стійкості несиметричних коливань, на відміну від симетричних, як видно з указаних умов, потрібна значно більша згинальна жорсткість і величина попереднього натягу. З умов (27)–(28) випливає, що при $g \geq 0$ і природної стратифікації $\rho_1 \leq \rho_2$ частотне рівняння (26) завжди має додатні корені, а плоска форма рівноваги пружної пластини стійка. Нестійкість може мати місце тільки в разі $g\Delta\rho < 0$, а при $g > 0$ (без урахування негативного переважання) – тільки якщо порушується природна стратифікація, тобто за умови $\rho_1 > \rho_2$. Слід зазначити, що наближені умови стійкості (27)–(28) можна уточнити з урахуванням трьох і більше членів ряду частотного рівняння, але при цьому доведеться скористатися умовами додатності коренів полінома n -го ступеня, що значно ускладнило б аналітичні дослідження.

Для знаходження критичних значень механічних параметрів, за яких відбувається втрата стійкості, як і в роботі [10], покладемо в частотному рівнянні (26) $\omega^2 = 0$. Воно буде мати вигляд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(Dk_n^2 + T)k_n^2 + g\Delta\rho} = 0. \quad (29)$$

Рівняння (29) збігається з рівнянням цієї роботи, в якій отримано точні умови стійкості у разі мембрани та пластини за відсутності натягу ($T = 0$). Тому точні умови стійкості коливань пластини, яка поділяє двошарову рідину з вільною поверхнею, будуть такими:

$$D > 0.0042066g(\rho_1 - \rho_2)a^4 \quad (n = 2m - 1). \quad (30)$$

$$D > 0.00129876g(\rho_1 - \rho_2)a^4 \quad (n = 2m). \quad (31)$$

Наближені значення умови стійкості, виписані з умови (27)–(28) при $T = 0$, запишуться так:

$$D > 0.39024439g(\rho_1 - \rho_2)a^4/\pi^4 = 0.00400624g(\rho_1 - \rho_2)a^4, \quad (n = 1, 3). \quad (32)$$

$$D > 0.1176471g(\rho_1 - \rho_2)a^4/\pi^4 = 0.0012077626g(\rho_1 - \rho_2)a^4, \quad (n = 2, 4). \quad (33)$$

Із (30)–(33) слідує, що наближені значення умов стійкості для пластини занижено для несиметричних частот у 1,050 разів, а для симетричних – у 1,075 разів.

У разі виродження пластини в мембрану в рівнянні (26), (29) і нерівностях (27)–(28) треба покласти $D = 0$. Точні умови стійкості коливань

мембрани, яка поділяє двошарову рідину з вільною поверхнею мають вигляд [10]:

$$T > g(\rho_1 - \rho_2)a^2/\pi^2 = 0.1013g(\rho_1 - \rho_2)a^2 \quad (n = 2m - 1), \quad (34)$$

$$T > 0.0495277g(\rho_1 - \rho_2)a^2 \quad (n = 2m). \quad (35)$$

Наближені значення умови стійкості, виписані з умови (27)–(28) при $D = 0$, запишуться так:

$$T > 4g(\rho_1 - \rho_2)a^2/5\pi^2 = 0.0810g(\rho_1 - \rho_2)a^2 \quad (n = 1, 3), \quad (36)$$

$$T > 2g(\rho_1 - \rho_2)a^2/5\pi^2 = 0.04052847g(\rho_1 - \rho_2)a^2 \quad (n = 2, 4). \quad (37)$$

Із (34)–(37) бачимо, що наближені значення умов стійкості для мембрани занижені для несиметричних частот у 1,251 раз, а для симетричних – у 1,221 раз.

Слід указати на достатню близькість наближеного значення і точного для пластини, тобто врахування двох членів ряду дає достатню для практики точність. У разі мембрани для наближених обчислень слід урахувувати більше двох членів ряду.

Розглянемо ще випадок, коли можна отримати точні умови стійкості для розглянутого завдання. Нехай $\rho_1 = \rho_2$ ($\Delta\rho = 0$). Із нерівностей (27)–(28) випливає, що під час дії розтягувальних зусиль або за їх відсутності ($T \geq 0$) вони завжди будуть виконані. Нестійкість може виникнути тільки під час дії стискальних зусиль ($T < 0$).

Для знаходження критичних значень механічних параметрів, за яких відбувається втрата стійкості, як і раніше, в частотному рівнянні (26) покладемо $\omega^2 = 0$. Воно отримає такий вигляд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(Dk_n^2 + T)k_n^2} = 0.$$

Це рівняння можна переписати так:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 - \beta^2 n^2} = 0. \quad (38)$$

Тут $\beta^2 = 4\tilde{T}a^2/D\pi^2 > 0$, $\tilde{T} = -T > 0$.

Числові ряди $\sum_{n=1}^{\infty} 1/[n^2(n^2 - \beta^2)]$ для непарних і парних значень n мають уявлення:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2[(2m-1)^2 - \beta^2]} = \pi^4 \frac{\tan x - x}{32x^3}, \quad (39)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m)^2[(2m)^2 - \beta^2]} = -\pi^4 \frac{x^2 + 3x \cot x - 3}{96x^4}, \quad (40)$$

де $x = \pi\beta/2$.

Перший корінь рівняння (38) для непарних n з урахуванням (39) має значення $x = 4.49341$, наступна точна умова стійкості

$$D > 0.04953\tilde{T}a^2 \quad (n = 2m - 1).$$

Перший корінь рівняння (38) для парних n з урахуванням (40) має значення $x = 5.76346$, із якого також випливає така уточнена умова стійкості:

$$D > 0.03011 \tilde{T} a^2 \quad (n = 2m).$$

Наближені значення умови стійкості, виписані з умови (27)–(28) при $\Delta\rho = 0$ і $\tilde{T} = -T > 0$, запишуться так:

$$D > 0.04943 \tilde{T} a^2 \quad (n = 1, 3),$$

$$D > 0.02980 \tilde{T} a^2 \quad (n = 2, 4).$$

Таким чином, наближені значення умов стійкості занижені для несиметричних частот у 1,002 рази, а для симетричних – у 1,010 разів.

Слід також зазначити близькість наближеного значення і точного, тобто врахування двох членів ряду дає достатню точність для практики.

У разі відсутності пластини або мембрани ($D = 0$, $T = 0$, $k_{01} = 0$) із рівнянь (10)–(11) маємо таке частотне рівняння коливання двошарової рідини в прямокутному каналі:

$$(\rho_1 + \rho_2 \operatorname{cth} \kappa_{1n} \operatorname{cth} \kappa_{2n}) x^2 - \rho_2 (\operatorname{cth} \kappa_{1n} + \operatorname{cth} \kappa_{2n}) x + \Delta\rho = 0, \quad (41)$$

$$\text{Тут } x = \omega_n^2 / g k_n.$$

Для нескінченно глибокої нижньої рідини ($h_2 = \infty$) рівняння (41) має такий розв'язок:

$$x_1 = \Delta\rho / (\rho_1 + \rho_2 \operatorname{cth} \kappa_{1n}), \quad x_2 = 1,$$

де $g k_n \Delta\rho / (\rho_1 + \rho_2 \operatorname{cth} \kappa_{1n})$ – власна частота коливань внутрішньої поверхні за наявності «кришки» на вільній поверхні, а $g k_n$ – власна частота коливань нескінченно глибокої рідини з вільною поверхнею.

Висновки. У лінійній постановці отримано і досліджено частотне рівняння власних коливань пластини, яка горизонтально розділяє двошарову ідеальну рідину з вільною поверхнею в прямокутному каналі. Контури пластини можуть мати довільні закріплення. Спільні коливання пружної пластини і двошарової рідини з вільною поверхнею моделюються системою інтегро-диференціальних рівнянь. Форму прогину пластини

подано у вигляді суми фундаментальних розв'язків однорідного рівняння для пластини і частинного розв'язку неоднорідного рівняння. Частинний розв'язок представлено у вигляді розкладання за власними функціями коливань ідеальної рідини в прямокутному каналі. Для затиснених контурів пластини отримано єдину форму частотного рівняння як для симетричних, так і для несиметричних спільних коливань пластини і рідини. Розглянуто граничні випадки виродження пластини в мембрану та її відсутність. Якщо глибина заповнено верхню рідини більше за ширину каналу, то впливом вільної поверхні на частотний спектр можна нехтувати, тобто в цьому разі можна замінити вільну поверхню твердої «кришкою». Уточнені умови стійкості спільних коливань пластини і рідини з вільною поверхнею для трьох випадків: відсутність розтягувальних зусиль у пластині, виродження пластини в мембрану і випадок рідин з однаковою щільністю під час дії на пластину стискальних зусиль. Показано, що в першому випадку наближені значення умов стійкості занижені для несиметричних частот у 1,050 разів, а для симетричних – у 1,075 разів. У випадку мембрани наближені значення занижено для несиметричних частот у 1,251 раз, а для симетричних – у 1,222 рази. У третьому випадку наближені значення занижено для несиметричних частот у 1,002 рази, а для симетричних – у 1,010 разів.

Таким чином, наукове і практичне значення роботи полягає в тому, що для пластини наближені значення умов стійкості з достатньою для практики точністю збігаються з точними, а у разі мембрани для наближених обчислень слід урахувати більше двох членів ряду. Наближені й точні умови стійкості спільних коливань пластини і двошарової рідини не залежать від наявності вільної поверхні, «твердої» кришки на вільній поверхні і навіть від наявності пружної пластини на вільній поверхні двошарової рідини.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ильгамов М.А., Сахабутдинов Ж.М. Об устойчивости упругой пластины между жидкостями разной плотности. *Избранные проблемы прикладной механики. Сборник статей к шестидесятилетию академика Н. Челомея*. Москва : Машиностроение, 1974. С. 341–346.
2. Ильгамов М.А. Введение в нелинейную гидроупругость. Москва : Наука, 1991. 200 с.
3. Троценко В.А. Свободные колебания жидкости в прямоугольном канале с упругой мембраной на свободной поверхности. *Прикладная механика*. 1995. Т. 31, №8. С. 74–80.
4. Богун Р.І., Троценко В.А. Вільні коливання рідини в прямокутному каналі з довільним симетричним дном та пружною мембраною на вільній поверхні. *Проблеми динаміки та стійкості багатовимірних систем : збірник праць Інституту математики НАН України*. 2009. Т. 6, № 3. С. 53–76.
5. Кононов Ю.Н., Татаренко Е.А. Свободные колебания упругих мембран и двухслойной жидкости в прямоугольном канале с упругим дном. *Прикладна гідромеханіка*. 2008. № 1. С. 33–38.
6. Кононов Ю.Н., Лимарь А.А. О колебании прямоугольной пластины, разделяющей идеальные жидкости разной плотности в прямоугольном канале с одним упругим основанием. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій : збірник наукових праць*. 2017. Вип. 26. С. 79–96.

7. Кононов Ю.Н., Лимарь А.А. Колебания прямоугольной пластины, разделяющей идеальные жидкости разной плотности в прямоугольном канале с упругими основаниями. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2017. № 1. С. 190–204.
8. Лимарь А.А. Об упрощении частотных уравнений в задаче о колебании прямоугольной пластины, разделяющей идеальные жидкости разной плотности в прямоугольном канале. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій : збірник наукових праць*. 2017. Вип. 27. С. 106–128.
9. Лимарь А.А. Статический прогиб упругих оснований прямоугольного канала с жидкостью. *Вісник Донецького університету. Серія А : Природничі науки*. 2017. № 1–2. С. 87–95.
10. Кононов Ю.Н., Лимарь А.А. Об устойчивости колебания прямоугольной пластины, разделяющей идеальные жидкости разной плотности в прямоугольном канале с жесткими основаниями. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій : збірник наукових праць*. 2016. Вип. 25. С. 69–84.
11. Лимарь А.А., Кононов Ю.Н. Об уточнении условий устойчивости колебаний мембраны, разделяющей идеальные жидкости в прямоугольном канале с жесткими основаниями. *Праці ІПММ НАН України*. 2017. Т. 31. С. 81–91.
12. Kononov Yu.N., Lyumar A.A. On the update of the conditions of the stability of vibrations of the plate separating ideal liquids in a rectangular channel with hard foundations. *Intern. Journal of Mechanical Engineering and Information Technology*. 2018. Vol. 06, Issue 1. P. 1755–1760.
13. Kononov Y., Lyumar A. On the stability of coupled oscillations of the elastic bottom of a rigid rectangular channel and ideal liquid. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Fluid mechanics, Sofia*. 2020. Vol. 50. P. 292–303.
14. Кононов Ю.Н., Шевченко В.П., Лимарь А.А. Об устойчивости колебаний прямоугольной пластины в идеальной жидкости. *Механіка та математичні методи*. 2019. Т. 1, Вип. 2. С. 6–17.
15. Кононов Ю.Н., Шевченко В.П., Лимарь А.А. О колебании прямоугольной пластины в идеальной жидкости с учетом различных способов закрепления ее контуров. *Механіка та математичні методи*. 2020. Т. 2, Вип. 1. С. 6–19.
16. Кононов Ю.М., Шевченко В.П., Лимарь А.А. Коливання прямокутної пластини в ідеальній рідині з урахуванням різних способів її закріплення. *Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»*. URL: <http://iapmm.lviv.ua/chyt2020/abstracts/Kononov2.pdf>.
17. Bauer H.F., Eidel W. Non-linear hydroelastic vibration in rectangular container. *Journal of Sound and Vibration*. 1988. Vol. 125. P. 93–114.
18. Jeong K.-H., Yoo G.H., Lee S.C. Hydroelastic vibration of two identical rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*. 2004. Vol. 272. P. 539–555.
19. Zhou D., Liu W. Hydroelastic vibrations of flexible rectangular tanks partially filled with liquid. *Int. J. Numer Methods Eng.* 2007. Vol. 71. P. 149–174.
20. Jeong K.-H. Free vibration of two circular plates coupled with bounded fluid. *Journal of Sound and Vibration*. 2003. Vol. 260. P. 653–670.
21. Tariverdilo S., Shahmardani M., Mirzapour J., Shabani R. Asymmetric free vibration of circular plate in contact with incompressible fluid. *Appl. Math. Model.* 2013. Vol. 37(1-2). P. 228–239.
22. Kononov Y.M., Shevchenko V.P., Dzhukha Y.O. Axially symmetric oscillations of elastic annular bases and a perfect two-layer liquid in a rigid annular cylindrical reservoir. *Journal of Mathematical Sciences*. 2019. Vol. 240, № 1. P. 98–112.
23. Kononov Y.M., Dzhukha Y.O. Vibrations of Two-Layer Ideal Liquid in a Rigid Cylindrical Vessel with Elastic Bases. *Journal of Mathematical Sciences*. 2020. Vol. 246, № 3. P. 365–383.

REFERENCES

1. Il'gamov M.A., Sahabutdinov J.M. (1974) Ob ustoychivosti uprugoy plastiny mezhdru zhidkostyami raznoy plotnosti [On the stability of elastic plates between liquids of different density]. *Izbrannie problemi prikladnoy mekhaniki. Sbornik statiy k shistidesyatiletuyu acad. Chelomei*. Moscow: Mashinostroenie, pp. 341–346 (in Russian).
2. Il'gamov M.A. (1991) *Vvedenie v nelineynuyu gidrouprugost* [Introduction to nonlinear hydroelasticity]. Moscow: Nauka (in Russian).
3. Trotsenko V.A. (1995) Svobodnye kolebaniya zhidkosti v pryamougol'nom kanale s uprugoy membranoy na svobodnoy poverkhnosti [Free oscillations fluid in a rectangular channel with an elastic membrane on the free surface]. *Prikladnaya mekhanika*, vol. 31, no.8, pp. 74–80.
4. Bogun R.I., Trotsenko V.A. (2009) Viljni kolyvanni ridyny v prjamokutnomu kanali z doviljnym symmetrychnym dnom ta pruzhnoju membranoju na viljnij poverkhni [Free oscillations of the fluid in a rectangular channel with an arbitrary symmetrical bottom and an elastic membrane on the free surface].

Problemy dynamiky ta stiičnosti bahatovymirnykh system : zb. prats In-tu matematyky NAN Ukrainy, vol.6, no 3, pp. 53–76.

5. Kononov Yu.N., Tatarenko K.A. (2008) Svobodnye kolebaniya uprugikh membran i dvukhsloynoy zhidkosti v pryamougol'nom kanale s uprugim dnom [Free oscillations of elastic membranes and two-layer liquid in a rectangular channel with elastic bottom]. *Prikladnaya gidromekhanika*, no. 1, pp. 33–38.
6. Kononov Yu.N., Lyamar A.A. (2017) O kolebanii pryamougol'noy plastyny, razdelyayushchey ideal'nye zhidkosti raznoy plotnosti v pryamougol'nom kanale s odnim uprugim osnovaniyami [On the oscillation of a rectangular plate separating ideal liquids of different densities in a rectangular channel with one elastic base]. *Problemu obchislyvalnoi mehaniki i mitsnosti konstruktsiy: zb. nauk. prats*, vol. 26, pp. 79–96.
7. Kononov Yu.N., Lyamar A.A. (2017) Kolebaniya pryamougol'noy plastyny, razdelyayushchey ideal'nye zhidkosti raznoy plotnosti v pryamougol'nom kanale s uprugimi osnovaniami [Oscillations of a rectangular plate separating ideal liquids of different densities in a rectangular channel with elastic bases]. *Visnuk Zaporizkogo natsionalnogo universitetu. Ser. Fiz.-math. nauk*, no. 1, pp. 190–204.
8. Lyamar A.A. (2017) Ob uproshtchenii chastotnykh uravneniy v zadache o kolebanii pryamougol'noy plastyny, razdelyayushchey ideal'nye zhidkosti raznoy plotnosti v pryamougol'nom kanale [On the simplification of frequency equations in the problem of oscillation of a rectangular plate separating ideal liquids of different densities in a rectangular channel]. *Problemu obchislyvalnoi mehaniki i mitsnosti konstruktsiy : zb. nauk. prats*, vol. 26, pp. 106–128.
9. Lyamar A.A. (2017) Statcheskiy progib uprugikh osnovaniy pryamougol'nogo kanala s zhidkost'yu [Simplification of frequency equations in the problem of oscillation of a rectangular plate separating ideal liquids of different densities in a rectangular channel Static deflection of elastic bases of a rectangular channel with liquid]. *Visnuk. Donetskogo natsionalnogo universitetu. Ser. A: Pryrodnychi nauky*, no. 1-2, pp. 87–95.
10. Kononov Yu.N., Lyamar A.A. (2016) Ob ustoychivosti kolebaniya pryamougol'noy plastyny, razdelyayushchey ideal'nye zhidkosti raznoy plotnosti v pryamougol'nom kanale s zhestkimi osnovaniyami [On the oscillation stability of a rectangular plate separating ideal liquids of different densities in a rectangular channel with rigid bases]. *Problemu obchislyvalnoi mehaniki i mitsnosti konstruktsiy: zb. nauk. prats*, vol. 25, pp. 69–84.
11. Lyamar A.A., Kononov Yu.N. (2017) Ob utochnenii usloviy ustoychivosti kolebaniy membrany, razdelyayushchey ideal'nye zhidkosti v pryamougol'nom kanale s zhestkimi osnovaniami [About specification of conditions of stability of fluctuations of the membrane separating ideal liquids in the rectangular channel with rigid bases]. *Pratsi IPMM NAN Ukrainy*, vol. 31, pp. 81–91.
12. Kononov Yu.N., Lyamar A.A. (2018) On the update of the conditions of the stability of vibrations of the plate separating ideal liquids in a rectangular channel with hard foundations. *Intern. Journal of Mechanical Engineering and Information Technology*, vol. 06, issue 1, pp. 1755–1760.
13. Kononov Y., Lyamar A. (2020) On the stability of coupled oscillations of the elastic bottom of a rigid rectangular channel and ideal liquid. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Fluid mechanics*, Sofia, vol. 50, pp. 292–303.
14. Kononov Yu.N., Shevchenko V.P., Lyamar A.A. (2019) Ob ustoychivosti kolebaniy pryamougol'noy plastyny v ideal'noy zhidkosti [On the stability of oscillations of a rectangular plate in an ideal fluid]. *Mekhanika ta matematychni metody*, vol. 1, no. 2, pp. 6–17.
15. Kononov Yu.N., Shevchenko V.P., Lyamar A.A. (2020) Okolebanii pryamougol'noy plastyny v ideal'noy zhidkosti s uchptom razlichnykh sposobov zakrepleniya ee konturov [On the oscillation of a rectangular plate in an ideal fluid, taking into account different ways of fixing its contours]. *Mekhanika ta matematychni metody*, vol. 2, no. 1, pp. 6–19.
16. Kononov Yu.M., Shevchenko V.P., Lyamar O.O. (2020) Kolyvannja prjamokutnoji plastyny v ideal'noji ridyny z urakhuvannjam riznykh sposobiv jiji zakriplennja [Oscillations of a rectangular plate in an ideal liquid taking into account different ways of its fixing]. *Conference of Young Scientists “Pidstryhachivski chitannia – 2020”*. URL: <http://iapmm.lviv.ua/chyt2020/abstracts/Kononov2.pdf>.
17. Bauer H.F., Eidel W. (1988) Non-linear hydroelastic vibration in rectangular container. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 125, pp. 93–114.
18. Jeong K.-H., Yoo, G.H., Lee S.C. (2004) Hydroelastic vibration of two identical rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 272, pp. 539–555.
19. Zhou D., Liu W. (2007) Hydroelastic vibrations of flexible rectangular tanks partially filled with liquid. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 71, pp. 149–174.
20. Jeong K.-H. (2003) Free vibration of two circular plates coupled with bounded fluid. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 260, pp. 653–670.

21. Tariverdilo S., Shahmardani M., Mirzapour J., Shabani R. (2013) Asymmetric free vibration of circular plate in contact with incompressible fluid. *Appl. Math. Model.*, vol. 37(1-2), pp. 228–239.
22. Kononov Y.M., Shevchenko V.P., Dzhukha Y.O. (2019) Axially symmetric oscillations of elastic annular bases and a perfect two-layer liquid in a rigid annular cylindrical reservoir. *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 240, no 1, pp. 98–112.
23. Kononov Y.M., Dzhukha Y.O. (2020) Vibrations of Two-Layer Ideal Liquid in a Rigid Cylindrical Vessel with Elastic Bases. *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 246, no 3, pp. 365–383.

УДК 539.3
DOI <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2020-2-03>

НЕСТАЦІОНАРНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ШАРУВАТОЇ ПІВ БЕЗМЕЖНОЇ ПЛИТИ

Турчин І. М.

*доктор фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри механіки
Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Університетська, 1, Львів, Україна
orcid.org/0000-0003-0345-1467
ihorturchyn@gmail.com*

Турчин О. Ю.

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики і фізики
Національний лісотехнічний університет України
вул. Генерала Чупринки, 103, Львів, Україна
orcid.org/0000-0002-0046-3131
turchyn@nltu.edu.ua*

Ключові слова: нестационарна задача теплопроводности, шарувата пів безмежна плита, поліноми Лагерра, інтегральне перетворення Фур'є.

У багатьох задачах про поширення тепла в неоднорідних тілах слід урахувати нестационарність процесу. Під час побудови точних аналітичних розв'язків просторових нестационарних задач теплопроводности неоднорідних тіл на дослідників чекають значні труднощі математичного характеру, пов'язані із застосуванням інтегрального перетворення Лапласа. Особливо це стосується випадків, коли одночасно з цим перетворенням застосовується інтегральне за просторовою змінною. У роботі до таких задач пропонується застосовувати новий метод – інтегральне перетворення Лагерра.

Розглянуто нестационарну задачу теплопроводности про нагрів пів безмежною плити тепловим потоком, який діє на її боковій поверхні. На межах поділу матеріалів плити виконуються умови ідеального теплового контакту. На нижній і верхній основах неоднорідної плити відбувається теплообмін за законом Ньютона. До рівнянь нестационарної теплопроводности для кожного шару, крайових умов та умов спряження застосовано спочатку інтегральне перетворення Лагерра за часовою змінною, а потім інтегральне cos-перетворення Фур'є за просторовою змінною. Як наслідок, отримано трикутні послідовності звичайних диференціальних рівнянь, у які ввійшли задані інтенсивності теплових потоків на бічній поверхні. Загальний розв'язок цих послідовностей отримано у вигляді алгебричної згортки фундаментальних розв'язків та набору сталих. Фундаментальні розв'язки трикутних послідовностей побудовано методом невизначених коефіцієнтів, а набір сталих визначено з трансформованих за Лагерром і Фур'є крайових умов та умов ідеального теплового контакту складників півсмуги у вигляді рекурентних співвідношень. Остаточний розв'язок вихідної задачі записано у вигляді ряду за поліномами Лагерра з коефіцієнтами у вигляді інтегралів Фур'є. Числовий експеримент проведено для пів безмежною плити з двостороннім покриттям і з тепловими властивостями алюмінієвого стопу та кераміки. Виявлено фізично обґрунтовані закономірності нестационарного поширення тепла в таких шаруватих тілах.

UNSTEADY HEAT CONDUCTIVITY PROBLEM FOR LAYERED SEMIINFINITE PLATE

Turchyn I. M.

*Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor,
Professor at the Department of Mechanics
Ivan Franko National University of Lviv
Universytetska str., 1, Lviv, Ukraine
orcid.org/0000-0003-0345-1467
ihorturchyn@gmail.com*

Turchyn O. Yu.

*Philosophy Doctor, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Mathematic and Physic
Ukrainian Forestry National University
Generala Chupryny str., 103, Lviv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-0046-3131
turchyn@nltu.edu.ua*

Key words: *unsteady heat conductivity problem, moving heat load, layered semiinfinite plate, Laguerre polynomials, Fourier transform.*

The study of the process of heat propagation in coated bodies is used in many engineering studies. In many cases, for more adequate modeling, the nonstationarity of the process should be taken into account. When constructing accurate analytical solutions of nonstationary problems of thermal conductivity, researchers face significant mathematical difficulties associated with the application of the Laplace integral transformation. This is especially true when the size of one of the components is much larger than the size of the others and this component is modeled by a half-boundless body, such as half-space. In this paper, we propose to apply a new method - integral Laguerre transformation. The nonstationary problem of thermal conductivity about the heating of a massive body with a covering by a heat stream, that is moving on a covering surface considers. At the boundary of the coating and the base, we have the conditions of ideal thermal contact. The basis is modeled by a half-space and a covering – a layer. The equation of nonstationary thermal conductivity and boundary conditions is applied first by the integral Laguerre transform with respect to the time variable, and then by the integral Fourier transform with respect to the spatial variable. The result is a triangular sequence of ordinary differential equations. The general solution of this sequence obtains in the form of an algebraic convolution of fundamental solutions and a set of constants. We propose to construct the fundamental solutions of triangular sequences by the method of indeterminate coefficients and to determine the set of constants from the boundary conditions transformed by Laguerre and Fourier and the conditions of ideal thermal contact of the base and coating in the form of recurrent relations. Ultimately, the final solution of the initial problem writes in the form of a series of Laguerre polynomials with coefficients in the form of Fourier integrals. A numerical experiment for a half-space with thermal properties of aluminum alloy and a coating made of ceramics performs. Physically substantiated regularities of nonstationary heat distribution in inhomogeneous bodies under moving heat load reveals.

Вступ. Тенденції розвитку сучасного матеріалознавства багато років сконцентровувались на отриманні гомогенних якісних сплавів й інших матеріалів, що мають певні задані властивості та експлуатаційні характеристики. Звичайні композиційні матеріали, отримані шляхом інтегрування металеві або керамічної матриці й дисперсної фази, мають синергетичні характеристики кожного з цих складників. Ці композити володіють рівномірно розподіленою зміцнювальною, ізолювальною або провідною фазами і їх результувальні властивості є гомогенними. Однак у багатьох сферах сучасної інженерії виникли завдання створення функціональних структур матеріалів із високим ступенем релаксації термічних напружень і великим опором окисленню, корозії й термічному удару, що вимагає отримання поєднання різних властивостей у певній анізотропії структури матеріалів [1]. Найпростішими з них є шаруваті структури, для яких характерна стрибкоподібна зміна фізико-механічних властивостей під час збереження неперервності розподілу фізичних полів.

Теорію і методи дослідження нестационарних температурних полів і фізико-механічних явищ, які їх супроводжують, викладено в багатьох роботах, огляд яких можна знайти, наприклад, у [2]. Однак слід зазначити, що використання в таких задачах класичного методу – інтегрального перетворення Лапласа – призводить до значних труднощів обчислювального характеру. Так, рівняння для визначення нулів знаменника трансформант і його коренів, які використовуються під час обернення інтегрального перетворення Лапласа, залежать від кількості шарів композиту, а в разі просторових задач – і від параметра обраного інтегрального перетворення за просторовою змінною [2]. У таких випадках спільне чисельне обернення інтегрального перетворення Лапласа й інтегрального перетворення на просторовій змінній (Фур'є, Ханкеля тощо) може не тільки істотно впливати на точність отриманих результатів, а й спотворювати якісну картину досліджуваного явища.

Метою роботи є розроблення ефективної аналітичної методики побудови розв'язку нестационарних задач теплопровідності для пів безмежних шаруватих тіл, яка ґрунтується на використанні інтегрального перетворення Лагерра [4; 5; 6].

Формулювання задачі. Розглянемо пів безмежну плиту $0 \leq x < \infty$, $0 \leq y \leq H$, яка складається з M шарів різної товщини h_i ($\sum_{i=1}^M h_i = H$) і з різними коефіцієнтами теплопровідності $\lambda_T^{(i)}$ і температуропровідності $a_T^{(i)}$. Починаючи з моменту часу $t = 0$, плита нагрівається на бічній поверхні $x = 0$ потоком тепла інтенсивності $q(t)$, а на граничних поверхнях $y = 0$, $y = H$ відбувається теплообмін за законом Ньютона із зовнішнім середовищем нульової температури.

Розглянемо знерозмірені змінні й величини $\alpha = x/H$, $\gamma = y/H$, $\tau = a_T^{(0)}t/H^2$, $\gamma_i = h_i/H$, $\text{Bi}_i = \kappa_i H / \lambda_T^{(i)}$, $\tilde{a}_T^{(i)} = a_T^{(0)} / a_T^{(i)}$, $\tilde{\lambda}_T^{(i)} = \lambda_T^{(i)} / \lambda_T^{(0)}$, $\tilde{q}(\tau) = q(H^2\tau / a_T^{(0)})H / \lambda_T^{(0)}$, де κ_i – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні $y = 0$ ($i = 1$) і з поверхні $y = H$ ($i = M$), а $a_T^{(0)}$ і $\lambda_T^{(0)}$ – розмірні величини, які визначаються згідно завдань числового аналізу відповідно.

Уважаючи, що між складниками плити виконуються умови ідеально теплового контакту, температурне поле $T^{(i)}(\alpha, \gamma, \tau)$, $i = 1, 2, \dots, M$ в кожному шарі визначимо з рівнянь нестационарної теплопровідності

$$\partial_{\alpha\alpha}^2 T^{(i)} + \partial_{\gamma\gamma}^2 T^{(i)} = \tilde{a}_T^{(i)} \partial_{\tau} T^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad (1)$$

за нульових початкових умов

$$T^{(i)}(\alpha, \gamma, 0) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

за крайових умов

$$\tilde{\lambda}_T^{(i)} \partial_{\alpha} T^{(i)} = -\tilde{q}(\tau), \quad \alpha = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad (3)$$

$$\partial_{\gamma} T^{(1)} - \text{Bi}_1 T^{(1)} = 0, \quad \gamma = 0;$$

$$\partial_{\gamma} T^{(M)} + \text{Bi}_M T^{(M)} = 0, \quad \gamma = 1, \quad (4)$$

за умов спряження шарів

$$T^{(i)} = T^{(i+1)}; \quad \tilde{\lambda}_T^{(i)} \partial_{\gamma} T^{(i)} = \tilde{\lambda}_T^{(i+1)} \partial_{\gamma} T^{(i+1)}, \quad (5)$$

$$\gamma = \gamma_i, \quad i = 1, 2, \dots, M - 1$$

Побудова розв'язку задачі. Застосуємо до рівняння (1) інтегральне перетворення Лагерра [5] та cos-перетворення Фур'є [3]. Ураховуючи нульові початкові умови (2) та умови на поверхні $\alpha = 0$ (3), одержимо послідовності диференціальних рівнянь:

$$\partial_{\alpha\alpha}^2 \bar{T}_n^{(i)} - (\xi^2 + \lambda \tilde{a}_T^{(i)}) \bar{T}_n^{(i)} = \lambda \tilde{a}_T^{(i)} \sum_{m=0}^{n-1} \bar{T}_m^{(i)} - \tilde{q}_n^{(i)}, \quad (6)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

де

$$\bar{T}_n^{(i)}(\xi, \gamma) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \exp(-\lambda\tau) T^{(i)}(\alpha, \gamma, \tau) L_n(\lambda\tau) d\tau \left] \cos(\xi\alpha) d\alpha \right. \\ \left. - \text{трансформанти за Лагерром і Фур'є,} \right. \\ \tilde{q}_n^{(i)} = \tilde{q}_n / \tilde{\lambda}_T^{(i)},$$

$$\tilde{q}_n = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda\tau) \tilde{q}(\tau) L_n(\lambda\tau) d\tau \quad - \text{трансформанта за Лагерром.}$$

Загальний розв'язок послідовностей (6) має такий вигляд:

$$\bar{T}_n^{(i)}(\xi, \gamma) = \sum_{j=0}^n [A_{n-j}^{(i)}(\xi) G_j^{(i)}(\xi, \gamma) + B_{n-j}^{(i)}(\xi) W_j^{(i)}(\xi, \gamma)] + Q_n^{(i)}, \quad (7)$$

де $G_j^{(i)}(\xi, \gamma)$, $W_j^{(i)}(\xi, \gamma)$ – лінійно незалежні фундаментальні розв'язки однорідних послідовностей:

$$d_{\gamma\gamma}^2 G_j^{(i)} - (\xi^2 + \lambda \tilde{a}_i) G_j^{(i)} = \lambda \tilde{a}_T^{(i)} \sum_{m=0}^{j-1} G_m^{(i)}, \\ d_{\gamma\gamma}^2 W_j^{(i)} - (\xi^2 + \lambda \tilde{a}_i) W_j^{(i)} = \lambda \tilde{a}_T^{(i)} \sum_{m=0}^{j-1} W_m^{(i)}, \quad (8)$$

а $Q_n^{(i)}$ – частковий розв'язок неоднорідної послідовності, яка, враховуючи те, що $\tilde{q}_n^{(i)}$ не залежить

від змінної γ , має вигляд рекурентного рівняння

$$Q_n^{(i)} = \frac{1}{\xi^2 + \lambda \tilde{a}_T^{(i)}} \left[\tilde{q}_n^{(i)} - \lambda \tilde{a}_T^{(i)} \sum_{m=0}^{n-1} Q_m^{(i)} \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

розв'язок якого, використовуючи метод математичної індукції, можна знайти у вигляді

$$Q_n^{(i)} = \frac{1}{\xi^2 + \lambda \tilde{a}_T^{(i)}} \left\{ \tilde{q}_n^{(i)} - \frac{\lambda \tilde{a}_T^{(i)}}{\xi^2 + \lambda \tilde{a}_T^{(i)}} \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{\xi^2}{\xi^2 + \lambda \tilde{a}_T^{(i)}} \right)^{n-1-k} \tilde{q}_k^{(i)} \right\}. \quad (10)$$

Загальні розв'язки однорідних послідовностей (8) (згідно з методом невизначених коефіцієнтів) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} G_j^{(i)}(\xi, \gamma) &= \exp(-\omega_i \gamma) \sum_{k=0}^j a_{j,k}^{(i)} \frac{(\omega_i \gamma)^k}{k!}, \\ W_j^{(i)}(\xi, \gamma) &= \exp(\omega_i \gamma) \sum_{k=0}^j a_{j,k}^{(i)} \frac{(-\omega_i \gamma)^k}{k!}, \end{aligned} \quad (11)$$

де введено позначення $\omega_i = \sqrt{\xi^2 + \lambda \tilde{a}_T^{(i)}}$.

Безпосередня підстановка розв'язків (11) у послідовності (8) приводить до рекурентних співвідношень щодо $a_{j,k}^{(i)}$:

$$a_{j,k+1}^{(i)} = 0.5 \left(a_{j,k+2}^{(i)} - \frac{\lambda \tilde{a}_T^{(i)}}{\omega_i^2} \sum_{m=k}^{j-1} a_{m,k}^{(i)} \right). \quad (12)$$

за довільних $a_{j,0}^{(i)}$ і $a_{j,k}^{(i)} \equiv 0$ при $k > j$.

Для знаходження невідомих $A_k^{(i)}(\xi)$ і $B_k^{(i)}(\xi)$, які входять у розв'язок (7), використаємо крайові умови (4) й умови спряження (5), які після застосування до них інтегральних перетворень Лагерра і Фур'є матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned} d_\gamma \bar{T}_n^{(1)} - \text{Bi}_1 \bar{T}_n^{(1)} &= 0, \quad \gamma = 0; \\ d_\gamma \bar{T}_n^{(M)} + \text{Bi}_M \bar{T}_n^{(M)} &= 0, \quad \gamma = 1 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_n^{(i)} &= \bar{T}_n^{(i+1)}; \quad \tilde{\lambda}_T^{(i)} d_\gamma \bar{T}_n^{(i)} = \tilde{\lambda}_T^{(i+1)} d_\gamma \bar{T}_n^{(i+1)}, \\ \gamma &= \gamma_i, \quad i = 1, 2, \dots, M-1 \end{aligned} \quad (14)$$

Покладемо в рекурентних співвідношеннях (12) $a_{0,0}^{(i)} = 1, a_{j,0}^{(i)} = 0, j = 1, 2, \dots$, тоді

$$\begin{aligned} G_0^{(i)}(\xi, \gamma) &= \exp(-\omega_i \gamma), \quad d_\gamma G_0^{(i)}(\xi, \gamma) = -\omega_i \exp(-\omega_i \gamma), \\ W_0^{(i)}(\xi, \gamma) &= \exp(\omega_i \gamma), \quad d_\gamma W_0^{(i)}(\xi, \gamma) = \omega_i \exp(\omega_i \gamma) \end{aligned} \quad (15)$$

і розглянемо, враховуючи (7), першу умову (13):

$$\sum_{j=0}^n \left[A_{n-j}^{(1)}(\xi) (d_\gamma G_j^{(1)}(\xi, 0) - \text{Bi}_1 G_j^{(1)}(\xi, 0)) + B_{n-j}^{(1)}(\xi) (d_\gamma W_j^{(1)}(\xi, 0) - \text{Bi}_1 W_j^{(1)}(\xi, 0)) \right] + Q_n^{(1)} = 0.$$

Залишимо в лівій частині цих співвідношень невідомі доданки з індексом n , а решту перенесемо в праву частину. Враховуючи подання (11) і (15), одержимо таку послідовність:

$$\begin{aligned} &A_n^{(1)}(\xi) (-\omega_1 - \text{Bi}_1) + B_n^{(1)}(\xi) (\omega_1 - \text{Bi}_1) = \\ &= -\sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(1)}(\xi) (d_\gamma G_j^{(1)}(\xi, 0) - \text{Bi}_1 G_j^{(1)}(\xi, 0)) + B_{n-j}^{(1)}(\xi) (d_\gamma W_j^{(1)}(\xi, 0) - \text{Bi}_1 W_j^{(1)}(\xi, 0)) \right] - Q_n^{(1)}. \end{aligned}$$

Вчиняючи так само з умовами спряження (14) та другою умовою (13), одержимо послідовності систем рівнянь, які можна записати в матричному вигляді

$$\begin{aligned} [b_{k,l}] \{A_n^{(1)}, B_n^{(1)}, \dots, A_n^{(i)}, B_n^{(i)}, \dots, A_n^{(M)}, B_n^{(M)}\}^T = \\ \{c_{k,n}\}^T, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (16)$$

Матриця $[b_{k,l}]$ має блокову структуру, а її коефіцієнти, що не дорівнюють нулю, та стовбець вільних членів мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} b_{1,1} &= -\omega_1 - \text{Bi}_1; \quad b_{1,2} = \omega_1 - \text{Bi}_1; \quad b_{2M-1,2M} = \\ &= -\omega_M + \text{Bi}_2; \quad b_{2M,2M} = \omega_M + \text{Bi}_2 \end{aligned}$$

$$b_{2i,2i-1} = \exp(-\omega_i \gamma_i); \quad b_{2i,2i} = \exp(\omega_i \gamma_i);$$

$$b_{2i,2i+1} = -\exp(-\omega_{i+1} \gamma_i); \quad b_{2i,2i+2} = -\exp(\omega_{i+1} \gamma_i)$$

$$b_{2i+1,2i-1} = -\tilde{\lambda}_T^{(i)} \omega_i \exp(-\omega_i \gamma_i); \quad b_{2i+1,2i} = \tilde{\lambda}_T^{(i)} \omega_i \exp(\omega_i \gamma_i);$$

$$b_{2i+1,2i+1} = \tilde{\lambda}_T^{(i+1)} \omega_{i+1} \exp(-\omega_{i+1} \gamma_i);$$

$$b_{2i,2i+2} = \tilde{\lambda}_T^{(i+1)} \omega_{i+1} \exp(-\omega_{i+1} \gamma_i), \quad i = \overline{1, M-1}$$

$$c_{1,n} = -\sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(1)}(\xi) (d_\gamma G_j^{(1)}(\xi, 0) - \text{Bi}_1 G_j^{(1)}(\xi, 0)) + B_{n-j}^{(1)}(\xi) (d_\gamma W_j^{(1)}(\xi, 0) - \text{Bi}_1 W_j^{(1)}(\xi, 0)) \right] - Q_n^{(1)}$$

$$\begin{aligned} c_{2M,n} &= -\sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(M)}(\xi) (d_\gamma G_j^{(M)}(\xi, \gamma_M) + \text{Bi}_M G_j^{(M)}(\xi, \gamma_M)) + \right. \\ &\quad \left. + B_{n-j}^{(M)}(\xi) (d_\gamma W_j^{(M)}(\xi, \gamma_M) + \text{Bi}_M W_j^{(M)}(\xi, \gamma_M)) \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{2i,n} &= -\sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(i)}(\xi) G_j^{(i)}(\xi, \gamma_i) + B_{n-j}^{(i)}(\xi) W_j^{(i)}(\xi, \gamma_i) \right] + \\ &\quad + \sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(i+1)}(\xi) G_j^{(i+1)}(\xi, \gamma_i) + B_{n-j}^{(i+1)}(\xi) W_j^{(i+1)}(\xi, \gamma_i) \right]; \end{aligned} \quad (17)$$

$$c_{2i+1,n} = -\tilde{\lambda}_T^{(i)} \sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(i)}(\xi) d_\gamma G_j^{(i)}(\xi, \gamma_i) + B_{n-j}^{(i)}(\xi) d_\gamma W_j^{(i)}(\xi, \gamma_i) \right] +$$

$$c_{2i+1,n} = -\tilde{\lambda}_T^{(i)} \sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(i)}(\xi) d_\gamma G_j^{(i)}(\xi, \gamma_i) + B_{n-j}^{(i)}(\xi) d_\gamma W_j^{(i)}(\xi, \gamma_i) \right] +$$

$$+\tilde{\lambda}_T^{(i+1)} \sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(i+1)}(\xi) d_\gamma G_j^{(i+1)}(\xi, \gamma_i) + B_{n-j}^{(i+1)}(\xi) d_\gamma W_j^{(i+1)}(\xi, \gamma_i) \right], \quad i = \overline{1, M-1}$$

$$\begin{aligned} c_{n,4} &= -\text{Bi}_2 Q_n^{(i)} - \bar{q}_n^{(2)}(\xi) - \sum_{j=1}^n \left[A_{n-j}^{(2)}(\xi) (d_\gamma G_j^{(2)}(\xi, 1) + \text{Bi}_2 G_j^{(2)}(\xi, 1)) + \right. \\ &\quad \left. + B_{n-j}^{(2)}(\xi) (d_\gamma W_j^{(2)}(\xi, 1) - \text{Bi}_2 W_j^{(2)}(\xi, 1)) \right]; \end{aligned}$$

Із використанням алгоритму Гауса системи (16) приведено в трикутний вигляд та одержано їх рекурентний розв'язок

$$B_n^{(M)} = \frac{c_{2M,n}^*}{b_{2M,2M}^*}, \quad A_n^{(M)} = \frac{1}{b_{2M,2M}^*} (c_{2M-1,n}^* - B_n^{(M)} b_{2M-1,2M}^*);$$

$$B_n^{(i)} = \frac{1}{b_{2i,2i}^*} (c_{2i,n}^* - B_n^{(i+1)} b_{2i,2i+2}^* - A_n^{(i+1)} b_{2i,2i+1}^*),$$

$$A_n^{(i)} = \frac{1}{b_{2i-1,2i-1}^*} (c_{n,2i-1}^* - B_n^{(i)} b_{2i-1,2i}^*), \quad i = \overline{M-1, 1}, \quad (18)$$

де нові коефіцієнти пов'язані зі старими рекурентними співвідношеннями.

Остаточний розв'язок задачі (1)-(5) (згідно з формулою обернення інтегрального перетворення Лагерра [5] і формулою обернення \cos -перетворення Фур'є [3]) має такий вигляд:

$$T^{(i)}(\alpha, \gamma, \tau) = \lambda \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(\lambda \tau) \int_0^{\pi} \bar{T}_n^{(i)}(\xi, \gamma) \cos(\xi \alpha) d\xi. \quad (19)$$

Числові результати. За формулою (20) проведено розрахунок температурного поля в тришаровій плиті у випадку, коли інтенсивність потоку тепла на торцевій поверхні задається виразом $\tilde{q}(\tau) = q^* (1 - \exp(-\tau_0 \tau))$, де q^* – величина, що має розмірність температури, а τ_0 визначає час виходу теплового навантаження на стаціонарне. Тоді $\tilde{q}_n = \tilde{q}^* [\delta_{0n} / \lambda - (\tau_0)^n / (\lambda + \tau_0)^{n+1}]$, де δ_{0n} – символ Кронекера.

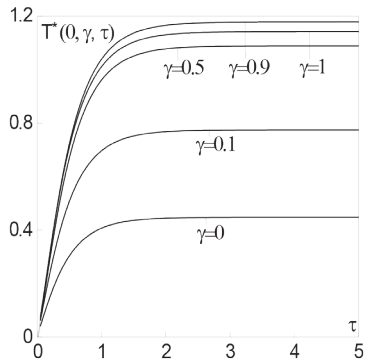


Рис. 1. Температура точок бічної поверхні плити при $\lambda_T^{(1)} / \lambda_T^{(2)} = a_T^{(1)} / a_T^{(2)} = 0.5$

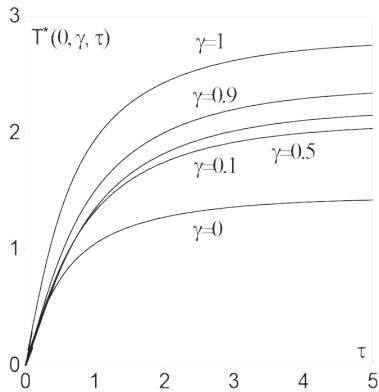


Рис. 2. Температура точок бічної поверхні плити при $\lambda_T^{(1)} / \lambda_T^{(2)} = a_T^{(1)} / a_T^{(2)} = 0.1$

Теплофізичні властивості покриттів і основ, на які вони наносяться, на практиці можуть сильно відрізнятися [2]. У роботі під час чисельних розрахунків розглядалася фізично і геометрично симетрична тришарова плита: $\lambda_T^{(1)} = \lambda_T^{(3)}, a_T^{(1)} = a_T^{(3)}, h_1 = h_3$, а також два варіанти співвідношення теплофізичних властивостей покриття й основи: $\lambda_T^{(1)} / \lambda_T^{(2)} = a_T^{(1)} / a_T^{(2)} = 0.5$ і $\lambda_T^{(1)} / \lambda_T^{(2)} = a_T^{(1)} / a_T^{(2)} = 0.1$, які дають можливість визначити характерні особливості трансформації температурного поля в градієнтних композитних плитах і вплив зміни їх градієнтних властивостей на розподіл температур.

На рисунках 1 і 2 показано результати розрахунку залежності від часової змінної τ знерозміреної температури $T^*(\alpha, \gamma, \tau) = T^{(i)}(\alpha, \gamma, \tau) / \tilde{q}^*$ точок на бічній поверхні плити при $Bi_1 = 10, Bi_M = 1, \tau_0 = 4$ для першого (рис. 1) і другого (рис. 2) варіантів співвідношення теплофізичних властивостей. При цьому (за знерозмірювальні величини $\lambda_T^{(0)}$ і $a_T^{(0)}$) обрано відповідні величини серединного шару.

Як видно з рисунків, зниження відносних теплових властивостей покриттів призводить до зростання температури у всіх точках поверхні нагрівання і до збільшення тривалості перехідного періоду (періоду виходу на стаціонарний стан). Крім того, якщо для другого варіанта співвідношення теплофізичних властивостей температура поступово підвищується на глибині плити (від поверхні з більш інтенсивним теплообміном до поверхні з менш інтенсивним теплообміном), то для першого варіанта температура граничної поверхні $\gamma = 1$ нижче за температуру поверхні поділу матеріалів покриття й основи $\gamma = 0.9$.

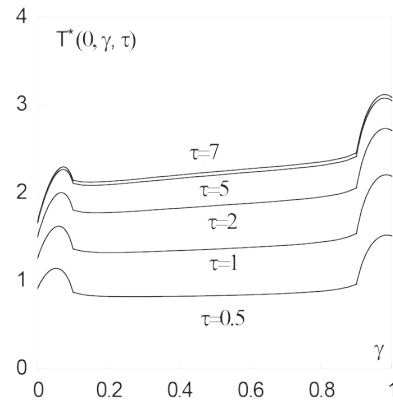


Рис. 3. Температура бічної поверхні плити в різні моменти часу

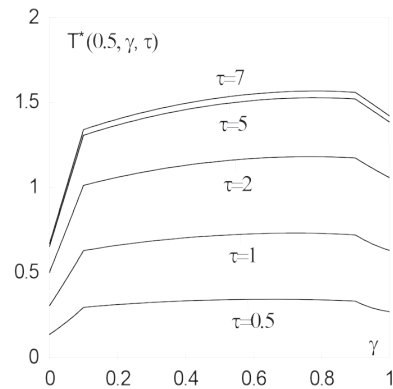


Рис. 4. Температура поверхні $\alpha = 0.5$ в різні моменти часу

На рисунках 3 і 4 показано результати розрахунку безрозмірної температури на торцевій поверхні плити і поверхні, яка перебуває від неї на відстані половини товщини плити в різні моменти безрозмірного τ часу при $\lambda_T^{(1)} / \lambda_T^{(2)} = a_T^{(1)} / a_T^{(2)} = 0.1$. Як слідує з рисунків, процеси нагрівання поверхонь, розташованих безпосередньо під джерелами тепла і на деякій відстані від них, якісно і кількісно різні. Безпосередня близькість джерел тепла викликає найбільш інтенсивне підвищення температури в покриттях, із віддаленням від поверхні нагрівання температура в них різко знижується, а сам процес нагріву покриттів у глибині плити здійснюється за рахунок теплопередачі від основи плити.

Насамкінець хочеться зазначити, що наведені числові результати, безумовно, не претендують на детальний аналіз температурного поля в плиті

з покриттями і з'ясування впливу кожного геометричного і теплофізичного параметра на розподіл температури, а слугують ілюстрацією можливостей реалізації запропонованої методики побудови розв'язків двовимірних нестационарних задач теплопровідності пів безмежних шаруватих тіл.

Висновки. Таким чином, у роботі отримано точний аналітичний розв'язок плоскої нестационарної задачі теплопровідності для шаруватої напів безмежної плити, що нагрівається на бічній (торцевій) частині поверхні змінним у часі тепловим потоком. Розв'язок отримано з використанням інтегрального перетворення Лагерра за часовою змінною та інтегрального перетворення Фур'є у вигляді ряду за поліномами Лагерра. Коефіцієнти цього ряду знаходяться із рекурентних співвідношень. Наведено результати тестового прикладу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Tamarin Y. Protective coatings for turbine blades: monograph. USA : ASM International, 2002. 248 p.
2. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела : монографія. Киев : Наук. думка, 1992. 280 с.
3. Sneddon I. Fourier transforms: monograph. New York : McCraw-Hill Book Company, 1951. 542 p.
4. Galazyuk V.A., Turchyn I.M. Quasistatic thermal stress state of a layer with mixed heating conditions. International Applied Mechanics. 1998. V. 34. No 9. P. 886-893.
5. Sulym H.T., Turchyn I.M. Axisymmetric quasistatic thermal stressed state in a half space with coating. Journal of Mathematical Science. 2014. V. 198, No. 1. P. 103–117.
6. Turchin I.M., Timar I., Kolodiy Yu.O. Nonstationary axisymmetric temperature field in a two-layer slab under mixed heating conditions. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2015. Vol.88. Iss. 5. P. 1135–1144.

REFERENCES

1. Tamarin Y. (2002). Protective coatings for turbine blades. ASM International, USA.
2. Kolyano, Yu. M. (1992). Metody teploprovodnosti i termouprugosti neodnorodnogo tela. [Methods of thermal conductivity and thermoelasticity of an inhomogeneous body]. Kiev: Naukova Dumka. (In Russian)
3. Sneddon, I. (1951). Fourier transforms. McCraw-Hill Book Company. New York.
4. Galazyuk, V.A. & Turchin I.M. (1998). Quasistatic thermal stress state of a layer with mixed heating conditions. International Applied Mechanics, Volume 34, No 9, pp. 886–893.
5. Sulym H.T. & Turchyn I.M. (2014). Axisymmetric quasistatic thermal stressed state in a half space with coating. Journal of Mathematical Science, Volume 198, No. 1. pp. 103–117.
6. Turchin, I.M., Timar, I. & Kolodiy, Yu.O. (2015). Nonstationary axisymmetric temperature field in a two-layer slab under mixed heating conditions. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, Volume 88, Issue 5, pp. 1135–1144.

РОЗДІЛ II. КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ

УДК 004.422

DOI <https://doi.org/10.26661/2413-6549-2020-2-04>

РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ РОЗРОБЛЕННЯ ДОДАТКА ІНТЕГРОВАНОЇ МОДУЛЬНОЇ АВІОНІКИ ЗА СТАНДАРТОМ ARINC653

Коваленко Ю. Б.

*кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри безпеки інформаційних технологій,
докторант
Національний авіаційний університет
пр. Любомира Гузара, 1, Київ, Україна
orcid.org/0000-0002-6714-4258
yleejulee22@gmail.com*

Козлюк І. О.

*доктор технічних наук,
професор кафедри телекомунікаційних систем
Національний авіаційний університет
пр. Любомира Гузара, 1, Київ, Україна
orcid.org/0000-0001-8239-8937
avia_ira@ukr.net*

Ключові слова: *інтегрована модульна авіоніка, підтримка програмного забезпечення, архітектура програмного забезпечення, програмний інтерфейс АРЕХ, стандарт ARINC-653, операційні систем реального часу, OpenVZ, періодичний квант часу.*

Сучасні інтегровані модульні системи авіоніки привносять значну гнучкість у розроблення систем авіоніки, але з такою гнучкістю виникає більш складний процес проектування для точного налаштування програмно-апаратної платформи виконання. Це значно збільшує труднощі в проектуванні системи ІМА порівняно з федеративними архітектурою, де прикладне програмне забезпечення статично розподіляється між її виконавчим обладнанням. Метою розроблення програмного комплексу є надання засобів розроблення прикладних програм ІМА і подальший їх запуск на цільовій платформі LynxOS-178 без зміни вихідного коду. Використання цього комплексу дозволить як формувати нові навички для розроблення сучасних модулів авіоніки, так і отримати більш глибокі знання для формування компетенцій у сфері новітніх технологій. У статті пропонується архітектура програмного комплексу розроблення прикладних програм інтегрованої модульної авіоніки (далі – ІМА) з інтерфейсом АРЕХ за стандартом ARINC-653 в операційній системі Linux, особливості її реалізації, а також методи розроблення програмного комплексу. Запропонований підхід спрощує процес розроблення додатків ІМА і зменшує ціну розроблення, включаючи тестування і налагодження. Також використання як загальнодоступної операційної системи реального часу ОСРЧ Linux із відкритим вихідним кодом з інтерфейсом АРЕХ за стандартом ARINC-653 під час розроблення прикладних програм ІМА є рішенням, що лежить у межах програми імпортозаміщення. Запропонований програмний комплекс можна використовувати для забезпечення дисциплін, пов'язаних із вбудованими обчислювальними системами як засіб для розроблення додатків ІМА, у межах освоєння таких компетенцій, як здатність освоювати методики використання програмних

засобів для розв'язання практичних завдань, здатність розробляти компоненти апаратно-програмних комплексів і баз даних, використовуючи сучасні інструментальні засоби і технології програмування, здатність сполучати апаратні й програмні засоби в складі інформаційних і автоматизованих систем, готовність застосовувати основи інформатики та програмування до проектування, конструювання та тестування програмних продуктів, готовність застосовувати основні методи і інструменти розроблення програмного забезпечення, володіння навичками використання різних технологій розроблення програмного забезпечення.

LINUX OS INTEGRATED MODULAR AVIONICS APPLICATION DEVELOPMENT FRAMEWORK WITH APEX API OF ARINC653 SPECIFICATION

Kovalenko Yu. B.

Ph.D. in Pedagogy,

Associate Professor at the Department of Information Technology Security,

Postdoctoral Student

National Aviation University

Liubomyra Huzara ave., 1, Kyiv, Ukraine

orcid.org/0000-0002-6714-4258

yleejulee22@gmail.com

Kozlyuk I. O.

Doctor of Technical Sciences,

Professor at the Department of Telecommunication Systems

National Aviation University

Liubomyra Huzara ave., 1, Kyiv, Ukraine

orcid.org/0000-0001-8239-8937

avia_ira@ukr.net

Key words: *integrated modular avionics, software support, software architecture, APEX software interface, ARINC-653 standard, real-time operating systems, Linux, OpenVZ, maintenance; retrofitting; periodic quantum of time, LXC.*

The study analyzes the functional principles and approaches to determining the main features of the software used to operate aircraft. This software package provides tools for developing IMA applications and their subsequent launch on the target platform LynxOS-178 without changing their source code. The use of such a complex makes it possible to form new skills for the development of modern avionics modules, as well as acquire in-depth knowledge and skills for the formation of competencies in the field of the latest technologies. The article discusses the architecture of a software package for the development of integrated modular avionics (IMA) applications with the APEX interface according to the ARINC-653 standard in the Linux operating system, reveals the features of its implementation, as well as methods for developing the software package. The proposed approach simplifies and reduces the cost of the development of IMA applications, including testing and debugging. Also, the use of an open source Linux RTOS as a public operating system with an APEX interface according to the ARINC-653 standard in the development of IMA application programs is the basis of the import substitution program. The proposed software package can be used for disciplines related to embedded computing systems, such as tools for developing IMA applications, within the framework of mastering the following competencies: the ability to master the methods of using software for solving practical problems; the ability to develop components of hardware and software systems and databases using modern tools, tools and programming technologies; the ability to combine hardware and software as part of information and automated systems; willingness to apply the basics of computer science and programming in the design, construction and testing of software products; the ability to apply the basic methods and tools of software development, possession of the skills to use various software development technologies.

Вступ. У сфері додатків обчислювальної техніки сучасного світу стали широко застосовуватися бортові обчислювальні комплекси (далі – БОК). Цей факт пояснюється їх величезною роллю у виконанні різних завдань в авіації, космонавтиці, робототехніці, автомобілебудуванні, управлінні морськими автономними об'єктами тощо.

Натепер для нашої країни гострим є питання розвитку власних досліджень і розробок у сфері новітніх технологій.

Сьогодні бортовий обчислювальний комплекс включає такі групи бортових інформаційних систем: збирання даних, відображення інформації, радіонавігації, автономні системи радіонавігації, радіозв'язку, автоматичного пілотування та інші. Кожна група систем спрямована на виконання певної групи завдань. Наприклад, система збирання даних призначена для збирання сигналів, що надходять, вимірювання фізичних показників, за якими можна визначити статус літального апарата. А система відображення інформації видає членам екіпажу інформацію, зібрану з інших систем. Ці системи виконуються на обчислювальних модулях, які розробляють відповідно до певних стандартів, як і програмне забезпечення для цих обчислювальних модулів. Наразі розроблення бортових комплексів ведеться за такими двома основними концепціями побудови авіоніки, як федеративна авіоніка й інтегрована модульна авіоніка (далі – ІМА).

Аналіз стану проблеми. До ІМА в основі архітектури авіоніки лежали принципи федеративної структури. У федеративній авіоніці (англ. Federated Avionics) для виконання одного завдання розроблялася система з одним обчислювальним модулем [1]. Із розвитком авіоніки системи почали виконувати більше функцій, самі функції стали складнішими, а також необхідно було вирішити проблему зменшення вартості й тривалості

розроблення комплексу систем [2]. Паралельно з розвитком авіоніки відбувався розвиток обчислювальної техніки, за якого досягалося зменшення фізичного розміру зі збільшенням продуктивності без збільшення вартості. Сукупність цих факторів призвела до виникнення нової архітектури авіоніки – інтегрованої модульної авіоніки. ІМА представила нову архітектуру системи, надаючи можливість використовувати один і той же обчислювальний модуль для одночасного обслуговування різних систем за допомогою ізольованих розділів, які мають на увазі ізоляцію процесів систем, розподіл процесорного часу і пам'яті між системами [3; 4; 5]. Для формалізації вимог до розроблення систем і додатків авіоніки нового покоління було розроблено стандарт ARINC-653 [3]. Він визначає вимоги до операційних систем (далі – ОС), до ізольованих розділів, на яких виконуються додатки ІМА, а також до планування розділів і процесів розділів і надає інтерфейс програмування додатків APEX. Програмний інтерфейс APEX стандарту ARINC-653 включає 6 сервісів: управління розділами, управління процесами, керування часом, управління пам'яттю, комунікація між розділами, комунікації між процесами розділу, сервер моніторингу і оброблення помилок [3].

Стандарт передбачає виконання додатків в ізольованих розділах на одному обчислювальному модулі, при цьому розділи повинні мати жорстке розділення процесорного часу. Для роботи програми повинні користуватися функціями програмного інтерфейсу APEX. Архітектуру інтегрованого модуля, що працює відповідно до стандарту ARINC-653, наведено на рис. 1.

Мета і завдання дослідження. Метою статті є розроблення програмного комплексу, який надає засоби розроблення прикладних програм ІМА і подальший їх запуск на цільовій платформі LynxOS-178 без зміни їх вихідного коду.



Рис. 1. Архітектура модуля за стандартом ARINC-653

Завдання дослідження – проаналізувати та виявити основні принципи розвитку структур комплексу бортового обладнання; дослідити характерні особливості комплексів, що проектуються на основі інтегральної модульної авіоніки, та зміни, які необхідно внести в процес проектування, для отримання більш оптимальних рішень структур комплекс бортового обладнання на основі інтегральної модульної авіоніки; визначити місце процедури проектування структури функцій у загальному процесі проектування комплексу бортового обладнання.

Виклад основного матеріалу.

Способи вирішення проблеми розроблення додатків ІМА. Натепер є безліч комерційних операційних систем реального часу (далі – ОСРЧ) і дослідницьких проектів, які реалізують стандарт ARINC-653 із програмним інтерфейсом APEX.

До комерційних ОСРЧ належать такі: ОСРЧ LynxOS-178, ОСРЧ PikeOS, ОСРЧ VxWorks 653 [6; 7; 8; 9; 10]. Ці проекти є закордонними розробками без вільного доступу до вихідного коду. Ці ОСРЧ підтримують стандарт POSIX і відповідають стандарту DO-178. Також вони включають засоби розроблення прикладних програм ІМА для подальшого їх використання. Наразі вони активно використовуються (наприклад ОСРЧ LynxOS-178 застосовується в літаку Bombardier Challenger 300).

До дослідницьких проектів належать такі: Patmos і проект корейського університету Konkuk з реалізації програмного інтерфейсу APEX в операційній системі Linux [11; 12]. Patmos – одна з ОСРЧ, що працює за стандартом ARINC-653, є ОСРЧ для процесора архітектури Patmos. Ця архітектура процесорів є розробкою Технічного університету Данії, мало поширена на ринку, а проект є закритим продуктом без доступу до вихідного коду.

Оскільки кошти для розроблення програмних додатків ІМА не поставляються окремо від комерційної ОСРЧ, то розроблення додатків стає дорогим заходом, тому що вже на початковому етапі розроблення додатків ІМА виникає необхідність використання таких ОСРЧ. За наявності коштів для розроблення прикладних програм ІМА доцільно використовувати загальнодоступні ОСРЧ на етапі, коли тимчасова відповідність не є значущою. Таким чином, можна зменшити вартість розроблення цих додатків, тому що буде достатньо однієї системи з ОСРЧ для налагодження тимчасових характеристик розроблених додатків. Також зникає залежність від цільової ОС, тому що завдяки підтримці програмного інтерфейсу APEX загальнодоступною ОС розроблені на ній прикладні програми ІМА будуть готові для запуску на будь-якій цільовій ОСРЧ. Тому виникла необхідність у розробленні про-

грамного комплексу (далі – ПК), який би був засобом розроблення програмних додатків ІМА для загальнодоступної ОС. У цій статті цільовою ОС авторами використовується ОСРЧ LynxOS-178.

Результати розроблення програмного комплексу прикладних програм ІМА з інтерфейсом APEX за стандартом ARINC-653 в операційній системі Linux. Для виконання поставленого завдання ПК повинен підтримувати такі функції:

- надавати реалізацію програмного інтерфейсу APEX стандарту ARINC-653;
- підтримувати ізольовані розділи;
- симулювати розділи відповідно до стандарту ARINC-653.

Вибір ОС РЧ Linux пов'язаний із низкою таких її особливостей, як відкритість доступу до вихідного коду цієї ОС і наявність сертифікованих ОС в Україні, що є необхідною умовою в межах програми імпортозаміщення. Також ОС РЧ Linux (порівняно з іншими ОС) має такі переваги:

- вбудовані методи віртуалізації;
- cross-platform (кросплатформність);
- невеликі потреби в ресурсах.

На основі обраної ОС розроблено власну архітектуру ПК для розроблення прикладних програм ІМА з інтерфейсом APEX за стандартом ARINC-653, що використовує переваги цієї ОС. Розроблену архітектуру представлено на рис. 2.

Архітектура програмного комплексу містить такі компоненти:

- програму-сервер, що керує роботою ПК. Для правильної роботи програми-сервера необхідні конфігураційні файли;
- бібліотеку APEX, що реалізує програмний інтерфейс APEX;
- допоміжні бібліотеки, необхідні роботи ПК і симуляції розділів за стандартом ARINC-653.

Оскільки ПК повинен симулювати розділи за стандартом ARINC-653, необхідно домогтися ізолювання розділів один від одного, а також диспетчеризації розділів і процесів відповідно до стандарту. Для реалізації розділів вирішено використовувати технологію віртуалізації, а саме віртуалізацію на рівні ОС. У цій технології віртуалізації гостьовими ОС є контейнери, які використовують одне і те ж ядро разом із хостовою ОС. Також відбувається ізолювання процесів, файлових систем тощо між контейнерами та хостовою ОС. Перевагами цієї технології є:

- відсутність віртуалізованого обладнання (контейнери мають безпосередній доступ до апаратної частини комп'ютера);
- проста підтримка через використання єдиної ОС;
- гнучке налаштування і масштабування (можливість керування доступом до обладнання комп'ютера).

Унаслідок наявності у контейнерів властивостей з ізолювання, які задовольняють вимоги стандарту ARINC-653, вирішено реалізувати розділи за допомогою контейнерів. Авторами розглянуто такі дві технології реалізації контейнерів в ОС Linux, як LXC і OpenVZ. У результаті аналізу обрано технологію LXC, тому що (порівняно з OpenVZ) вона підтримує роботу в немодифікованому ядрі Linux і доступна прикладному програмному інтерфейсу (API) на мовах програмування C, Lua, Go, Ruby, Python, Haskell [13; 14; 15]. Результати порівняння технологій LXC і OpenVZ представлено в таблиці 1.

Ядром ПК є програма-сервер, що виконує такі функції:

- керує розділами (створення, запуск, зупинка, знищення, диспетчеризація);
- керує процесами (створення, запуск, припинення, зупинення, диспетчеризація);
- забезпечує роботу сервісів програмного інтерфейсу APEX;
- забезпечує роботу ПК відповідно до конфігураційних файлів.

Оскільки LXC контейнери є ізольованими один від одного, як і від системи, на якій вони запущені, забезпечення взаємодії між ними виконано за архітектурою «клієнт-сервер», де сервером є програма-сервер, а клієнтами – розділи. Взаємодія/обмін даними відбувається за допомогою повідомлень.

Таблиця 1

Порівняння технологій віртуалізації OpenVZ і LXC

	OpenVZ	LXC
Робота в немодифікованому ядрі Linux		•
Керування виділенням пам'яті	•	•
Керування використанням пам'яті ядром	•	•
Доступність прикладного програмного інтерфейсу (API) на мовах програмування	C	C, Lua, Go, Ruby, Python, Haskell

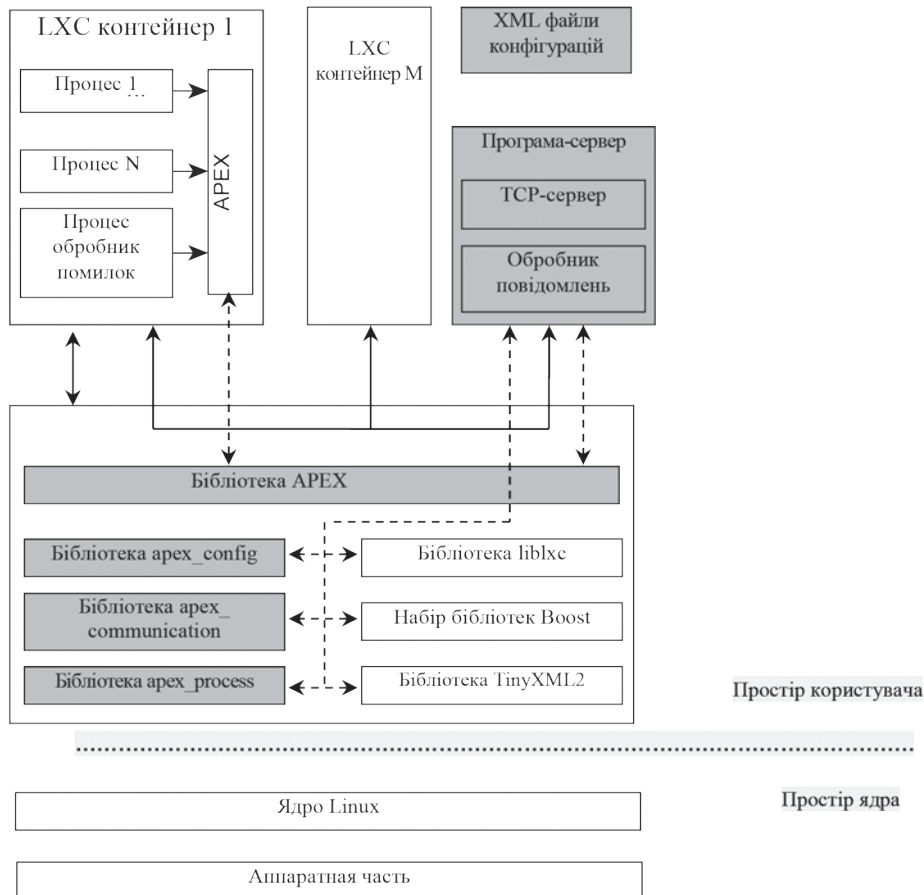


Рис. 2. Архітектура ПК для розроблення прикладних програм ІМА з інтерфейсом APEX за стандартом ARINC-653

Для управління розділами програма-сервер підключає бібліотеку `liblxc`, яка реалізує програмний інтерфейс `LXC`. Ця бібліотека є сторонньою розробкою і поставляється разом з ОС Linux. У цих ізольованих розділах виконують процеси, які є додатками ІМА. Цими процесами також керує програма-сервер, яка займається їх запуском і диспетчеризацією. Оскільки симуляція розділів за стандартом ARINC-653 включає диспетчеризацію розділів і процесів, що виконуються в них, у програмі-сервері реалізовано диспетчер розділів і процесів. Стандарт ARINC-653 описує диспетчеризацію так: є основний квант часу, який розділений на більш дрібні кванти часу розділів, які розділені на кванти часу процесів, що показано на рис. 3 [3]. Розділи плануються циклічно, а процеси – за принципом «перший прийшов – перший виконав» із пріоритетом. Для диспетчеризації розділів досить використовувати таймер, який після закінчення кванта часу розділу призупиняє поточний розділ і запускає наступний. Для диспетчеризації процесів усередині розділу необхідно вибрати алгоритм диспетчеризації, тому що (відповідно до стандарту) процеси можуть бути періодичними й аперіодичними.

Отже, обрано алгоритм, який пропонує виділити спеціальний періодичний квант часу (далі – СПКЧ) для аперіодичних процесів, роботу в часі якого представлено на рис. 4 [16].

Цей алгоритм виділяє СПКЧ, який впливає на диспетчеризацію періодичних процесів. Пріоритет СПКЧ дорівнює пріоритету поточного аперіодичного процесу. Цей спосіб переважає в тому, що диспетчеризація процесів є єдиною для всіх типів, а тому не вимагає розроблення додаткової логіки диспетчера. Недоліком цього алгоритму є штучне обмеження часу виконання аперіодичного процесу. Значення квантів часу розділів і проце-

сів, а також іншу необхідну інформацію програма-сервер зчитує і зберігає протягом роботи ПК в конфігураційних файлах, які в ПК можуть бути трьох типів:

- основний конфігураційний файл, визначений стандартом ARINC-653, що включає основні налаштування (таблицю розділів, налаштування для моніторингу сервера й оброблення помилок тощо);
- файл конфігурації процесів, у якому міститься таблиця процесів;
- файл конфігурації засобів міжпроцесної комунікації, в якому задається таблиця коштів міжпроцесної комунікації.

Для розроблення прикладних програм ІМА, а також подальшого їх запуску в ПК розроблено бібліотеку, яка реалізує програмний інтерфейс `APEX`. Більшість функцій цієї бібліотеки залежать від програми-сервера, тому що вона зберігає всю необхідну інформацію про систему, на основі якої відбувається необхідна дія. Наприклад, під час виконання функції `GET_PARTITION_STATUS` відбувається надсилання повідомлення програмі-серверу, яка надсилає необхідні дані обернено до викликального процесу.

Оскільки цільовою ОС обрано ОСРЧ LynxOS-178, то виникає необхідність у трансляції конфігураційного файла формату XML у формат VCT, що застосовується в ОСРЧ LynxOS-178. Для цього розроблено і реалізовано спеціальну програму, яка на основі шаблону файла формату VCT транслює файл формату XML, запропонований стандартом. Конфігураційний файл, отриманий за допомогою цієї програми, готовий до використання в ОСРЧ LynxOS-178 без будь-яких змін.

Обговорення результатів тестування розробленого ПК. Тестування розробленого ПК передбачає розроблення і тестування приклад-

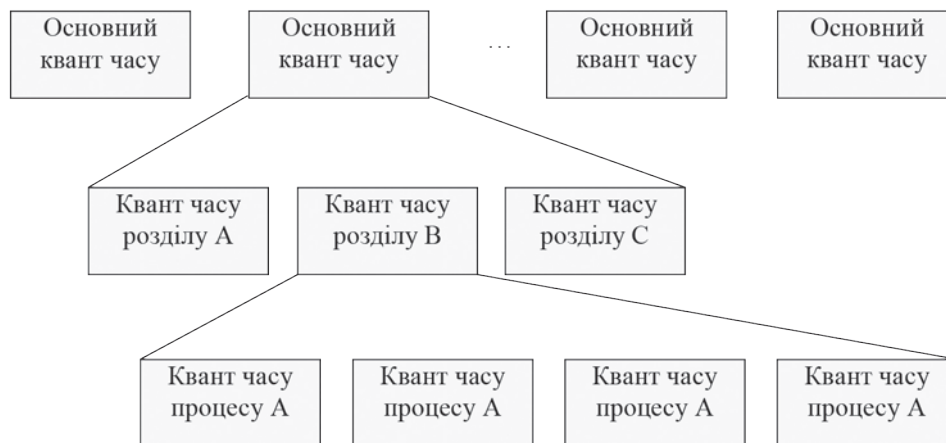


Рис. 3. Диспетчеризація розділів і процесів

них програм у ПК на основі ОС Linux із подальшим запуском розроблених додатків в ОСРЧ LynxOS-178.

Для тестування ПК системи було налаштовано так:

- два розділи з квантом часу, що дорівнює 500 000 наносекунд;
- у кожному розділі єдиний аперіодичний процес;
- на один розділ виділено два порти, що працюють у режимі черги: один порт типу «джерело», інший – типу «одержувач». Ці порти мають такі параметри: максимальна довжина черги дорівнює 10 повідомленням, максимальний розмір повідомлення дорівнює 512 байтам.

Як прикладні програми ІМА реалізовано дві програми, алгоритми роботи яких представлено в лістингу 1.

Лістинг 1. Алгоритми роботи програм тестування.

Програма 1:

1. Початок.
2. Надіслати повідомлення програмі розділу 2.
3. Засікти час відправки повідомлення програмі розділу 2.
4. Отримати повідомлення від програми розділу 2.
5. Витягнути час отримання повідомлення програмою з розділу 2 з отриманого повідомлення.
6. Обчислити різницю між часом отримання і часом відправлення.
7. Вивести його на екран.
8. Кінець.

Програма 2:

1. Початок.
2. Отримати повідомлення від програми розділу 1.
3. Засікти час отримання повідомлення від програми розділу 1.

4. Записати час отримання в повідомленні.
5. Надіслати повідомлення програмі розділу 1.
6. Кінець.

Кожна програма виконується на окремому розділі, обмінюючись один з одним повідомленнями, при цьому відбувається підрахунок часу між відправленням і отриманням кожного повідомлення.

Це тестування включає кілька етапів:

- розроблення вищеприписаних програм у ПК;
- запуск і тестування розроблених програм у ПК;
- генерування конфігураційного файлу для цільової ОСРЧ за допомогою програми, яка транслює конфігураційний файл стандарту ARINC-653 у файл конфігурації для LynxOS-178 формату VCT;
- запуск розроблених програм у ПК на основі цільової ОСРЧ;
- порівняння й аналіз результатів виконання програм.

Тестування показало, що:

- програмний комплекс має можливість розробляти додатки ІМА без зміни вихідного коду програм;
- програмний комплекс симулює розділи за стандартом ARINC-653;
- диспетчеризацію розділів реалізовано за стандартом ARINC-653;
- диспетчеризація процесів досить близько реалізована до стандарту ARINC-653, що допустимо на першому етапі розроблення додатків ІМА;
- програма, яка транслює файли конфігурації програмного комплексу у файл конфігурації формату VCT, формує синтаксично правильні файли конфігурації й вихідні коди ініціувальних процесів, які безпомилково компілюються з підключенням бібліотеки libarinc653 ОС LynxOS-178.

Висновки. ПК надає засіб розроблення прикладних програм ІМА в ОС Linux для подальшого їх використання на цільових ОСРЧ. При цьому на

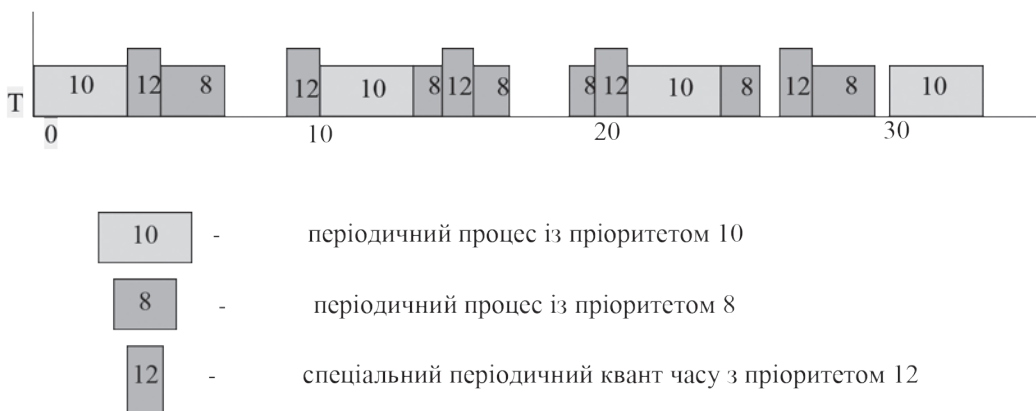


Рис. 4. Одночасна диспетчеризація аперіодичних і періодичних процесів

Безперервна лінія відповідає точці запуску періодичного процесу з пріоритетом 10, пунктирна – точці запуску періодичного процесу з пріоритетом 8, точкова – точці запуску СПКЧ

етапі розроблення і налагодження прикладних програм ІМА розроблений ПК дозволяє виробляти основне розроблення в загальнодоступних ОС, які не вимагають великих витрат, і, як наслідок, відмовитися від необхідності використання дорогих ОСРЧ, таких як LynxOS-178, VxWorks-653 тощо. Також під час розроблення прикладних програм ІМА використані як загальнодоступної ОС ОСРЧ Linux із відкритим вихідним кодом з інтерфейсом APEX за стандартом ARINC-653 є рішенням, що лежить у межах програми імпортозаміщення.

Реалізований програмний комплекс має перспективи розвитку, які полягають у:

- модифікуванні диспетчера процесів для підтримки останніх термінів виконання;
- реалізації інтегрованого середовища розроблення на основі програмного комплексу для швидкого та ефективного розроблення додатків ІМА;
- реалізації текстового інтерфейсу користувача для керування роботою
- програмного комплексу, а також відстеження стану системи;

– реалізації можливості поширювати програмний комплекс у вигляді єдиного установчого пакета для полегшення установки програмного комплексу на систему розробника.

Запропонований програмний комплекс можна використовувати для забезпечення дисциплін, пов'язаних із вбудованими обчислювальними системами, як засіб для розроблення додатків ІМА, в межах освоєння таких компетенцій, як здатність освоювати методики використання програмних засобів для виконання практичних завдань, здатність розробляти компоненти апаратно-програмних комплексів і баз даних, використовуючи сучасні інструментальні засоби і технології програмування, здатність сполучати апаратні й програмні засоби в складі інформаційних і автоматизованих систем, готовність застосовувати основи інформатики та програмування до проектування, конструювання та тестування програмних продуктів, готовність застосовувати основні методи й інструменти розроблення програмного забезпечення, володіння навичками використання різних технологій розроблення програмного забезпечення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Harish K. An Approach to Electrical Integration: Integrated Modular Avionics. *FAVIT*. 2014.
2. Федосов Е.А., Квочур А.Н. Авионика ближайшей перспективы. *АвиоПанорама*. 2013. № 4 (100). С. 4–6.
3. Конахович Г.Ф., Козлюк І.О., Коваленко Ю.Б., Оптимізація показників ефективності організаційної системи технічної експлуатації та оновлення радіоелектронних систем повітряних суден. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2020. № 3. С. 41–54.
4. Aeronautical Radio Inc. Avionics application software standard interface part 1 required services. ARINC Specification 653P1-2. Aeronautical Radio Inc. 2005.
5. Роль и место бортового оборудования воздушных судов на современном этапе развития авиации. URL: <http://www.modern-avionics.ru/analytics/2014/modern-role-of-avionics-aircraft/> (дата звернення 04.09.2020).
6. Gitsuzo B.S. Tagawa, Marcelo Lopes de Oliveira e Souza. An overview of the integrated modular avionics (IMA) concept. *DINCON*. 2011.
7. Золотарев С. LynxOS-178 – коммерческая ОСРЧ для авиации. *PCWeek*. 2005. № 22.
8. Baumann C., Bormer T. Verifying the PikeOS Microkernel: First Results in the Verisoft XT Avionics Project. *Aachener Informatik Berichte*. 2009. pp. 20–22.
9. Benjamin Ip. Performance Analysis of VxWorks and RTLinux. Languages of Embedded Systems Department of Computer Science. 2001.
10. Ramesh Yerraballi. Real-Time Operating Systems: An Ongoing Review. The 21'st IEEE Real-Time Systems Symposium, WIP Section, Orlando Fl, 2000.
11. Wind River VxWorks 653 Операционная система реального времени для ИМА (Интегрированной Модульной Авионики) и средства разработки ПО критических для безопасности встраиваемых компьютерных систем. URL: http://www.vxworks.ru/V653flyer_rus.pdf (дата звернення 04.09.2020).
12. A real-time operating system for Patmos. Исходный код. URL: <https://github.com/t-crest/ospat> (дата звернення 04.09.2020).
13. Sanghyun Han, Hyun-Wook Jin. Kernel-Level Arinc 653 Partitioning for Linux. SAC '12 Proceedings of the 27th Annual ACM Symposium on Applied Computing. 2011. pp. 1632–1637. DOI:10.1145/2245276.
14. Kovalenko Y., Konakhovych H., Kozlyuk I. Specificity of optimization of performance indicators of technical operation and updating of radio electronic systems of aircraft. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*. 2020. Т. 10, № 9. P. 48–58.
15. Документация по ядру Linux. URL: <http://git.kernel.org/cgi/linux/kernel/git/torvalds/linux.git/tree/documentation> (дата звернення 04.09.2020).

16. Козлюк І.О., Коваленко Ю.Б. Функціональні засади розробки та експлуатації програмного забезпечення в авіоніці. *Проблеми інформатизації та управління*, № 63, 2020, С. 49-63.
17. Зеленев С.В. Планирование строго периодических задач в системах реального времени. *Труды Института системного программирования РАН*. 2011, Т. 20.

REFERENCES

1. Harish K. (2014) *An Approach to Electrical Integration: Integrated Modular Avionics*. FAVIT.
2. Fedosov E.A., Kvochur A.N. (2013) Avionika blizhayshey perspektivy. *AvioPanorama*, no. 4 (100), pp. 4–6 (in Russ.).
3. Konakhovych H., Kozlyuk I., Kovalenko Y. (2020) Specificity of optimization of performance indicators of technical operation and updating of radio electronic systems of aircraft. *System research and information technologies*, no. 3, pp. 41–54.
4. Aeronautical Radio Inc. Avionics application software standard interface part 1 required services. ARINC Specification 653P1-2. Aeronautical Radio Inc. 2005.
5. Rol' i mesto bortovogo oborudovaniya vozdushnykh sudov na sovremennom etape razvitiya aviatsii. URL: <http://www.modern-avionics.ru/analytics/2014/modern-role-of-avionics-aircraft/> (accessed 04.09.2020).
6. Gitsuzo B.S. Tagawa, Marcelo Lopes de Oliveira e Souza (2011) *An overview of the integrated modular avionics (IMA) concept*. DINCON.
7. Zolotarev S. (2005) LynxOS-178 – kommercheskaya OSRV dlya aviatsii. *PCWeek*, no. 22.
8. Baumann C., Borner T. (2009) Verifying the PikeOS Microkernel: First Results in the Verisoft XT Avionics Project. *Aachener Informatik Berichte*, pp. 20–22.
9. Benjamin Ip. (2001) *Performance Analysis of VxWorks and RTLinux. Languages of Embedded Systems Department of Computer Science*.
10. Ramesh Yerraballi (2000) Real-Time Operating Systems: An Ongoing Review. *The 21st IEEE Real-Time Systems Symposium, WIP Section, Orlando FL*.
11. Wind River VxWorks 653 Operatsionnaya sistema real'nogo vremeni dlya IMA (Integrirovannoy Modul'noy Avioniki) i sredstva razrabotki PO kriticheskikh dlya bezopasnosti vstraivaemykh komp'yuternykh sistem. URL: http://www.vxworks.ru/V653flyer_rus.pdf (accessed 04.09.2020).
12. A real-time operating system for Patmos. Iskhodnyy kod. URL: <https://github.com/t-crest/ospat> (accessed 04.09.2020).
13. Sanghyun Han, Hyun-Wook Jin. (2011) Kernel-Level Arinc 653 Partitioning for Linux. *SAC '12 Proceedings of the 27th Annual ACM Symposium on Applied Computing*, pp. 1632–1637. DOI:10.1145/2245276.
14. Kovalenko Y., Konakhovych H., Kozlyuk I. (2020) Specificity of optimization of performance indicators of technical operation and updating of radio electronic systems of aircraft. *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*, vol. 10 (09), pp. 48–58.
15. Dokumentatsiya po yadru Linux. URL: <http://git.kernel.org/cgit/linux/kernel/git/torvalds/linux.git/tree/Documentation> (accessed 04.09.2020).
16. Kozlyuk I., Kovalenko Y. (2020) Functional bases of the software development and operation in avionics. *Problems of Informatization and Management*, no. 63, pp. 49–63.
17. Zelenov S.V. (2011) Planirovanie strogo periodicheskikh zadach v sistemakh real'nogo vremeni. *Trudy Instituta sistemnogo programmirovaniya RAN*, vol. 20 (in Russ.).

АВТОМАТИЧНА ГЕНЕРАЦІЯ НАВЧАЛЬНИХ ТЕСТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОЇ ОБРОБКИ ПРИРОДНО-МОВНИХ ТЕКСТІВ

Ковальов Д. І.

аспірант

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

пр. Глушкова, 4Д, Київ, Україна

orcid.org/0000-0002-6014-4474

daniil.kovaliov@gmail.com

Ключові слова: *формальна семантика, семантичний аналіз, обробка мови, генерація навчальних тестів, лінгвістичний процесор.*

У статті розглядаються основні технології, які сьогодні використовуються в електронному навчанні в багатьох вищих навчальних закладах. Згадано пакет програм SMPR, створений студентами факультету кібернетики та інформаційних технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка протягом декількох років. Їх метою є спрощення процесу навчання, консультування та перевірки знань учнів як для викладачів, так і для студентів. SMPR використовується для навчання викладачами кількох університетів для підтримки курсу «Теорія рішень» та інших предметів прикладних наук. У 2014 році цей програмний пакет удосконалено за допомогою автоматизованої підсистеми оцінки знань, що є основною темою статті. У межах автоматизованого оцінювання є проблема оцінювання відкритих текстових відповідей. Викладачі хотіли б знати якість знань учнів, ставлячи відповідні запитання, що вимагають опису процесів мислення. Однак немає жодних автоматизованих рішень, які могли хоча б попередньо оцінити такі відповіді. Рішення, певно, лежить у галузі NLP та видобутку даних. Після деяких досліджень із цих тем автор натрапив на статті, що описують підходи до аналізу даних та тексту, а основа для цих рішень лежить у базах знань. Також у тексті виокремлюються фрагменти інтенсивної логіки з точки зору впровадження технічної системи, яка спрямована на роботу з природними текстовими даними. Розглянуто принципи застосування інтенсивної логіки Р. Монтегю для формалізації текстових даних, представлених природною мовою, з метою створення баз даних знань, необхідних для подальшої реалізації автоматичної генерації навчальних тестів. Далі пропонується практичний підхід до завдання генерації навчальних тестів, заснований на технології вилучення знань із природно-мовних текстів із використанням програмного лінгвістичного процесора.

AUTOMATIC GENERATION OF EDUCATIONAL TESTS WITH THE HELP OF SOFTWARE PROCESSING OF NATURAL LANGUAGE TEXTS

Kovaliov D. I.

Postgraduate Student

Taras Shevchenko National University of Kyiv

Glushkova str., 4D, Kyiv, Ukraine

orcid.org/0000-0002-6014-4474

daniil.kovaliov@gmail.com

Key words: *formal semantics, semantic analysis, language processing, generation of educational tests, linguistic processor.*

The article reviews the main technologies used today in e-learning across multiple institutions of higher education. Also mentioned the SMPR software package created by students of the faculty of Cybernetics and Information Technology in Taras Shevchenko National University of Kyiv over several years. The purpose of the program is to simplify the process of education, consultation and testing students' knowledge for both – teachers and students. SMPR used for education by teachers of several universities to support the course “Decision Theory” and other subjects of applied science. In 2014, this software package have been improved with automated knowledge evaluation sub system, which is the main topic of the article. As part of automated evaluation, the problem of evaluating open text answers raised. Teachers would like to know the quality of student knowledge by providing appropriate questions that require thought processes to be described. Meanwhile there's no any automated solutions that can at least make a pre-evaluation of such answers. Solution seems to be lying in a field of NLP and data mining. After some basic research in those topics author came across articles that describes approaches to data mining and text analysis, and the base for this solutions lies in databases of knowledge. The article separates fragments of intensive logic in terms of implementing a technical system that aims to work with natural text data. The principles of application of intensive logic of Richard Montague for formalization of the textual data presented in natural language for the purpose of creation of databases of knowledge necessary for the further realization of automatic generation of educational tests are considered. Next, a practical approach to the problem of generating educational tests, based on the technology of extracting knowledge from natural language texts using a software linguistic processor.

Вступ. Відомо, що освітні технології (згідно з визначенням Асоціації освітніх комунікацій та технологій) – це «дослідження й етичні практики сприяння навчальному процесу та підвищенню його продуктивності шляхом створення, використання й управління відповідних технологічних процесів і ресурсів» [1].

Освітні технології належать як до фізичних компонентів, так і до освітніх теорій.

Вони включають кілька доменів, серед яких є теорія навчання, комп'ютерне навчання, навчання в онлайн-режимі, а також мобільне навчання (з використанням мобільних технологій). Відповідно, є декілька дискретних аспектів опису інтелектуального і технічного розвитку освітніх технологій:

- в теорії і практиці освітніх підходів до навчання;

- як технічні засоби і засоби масової інформації, які допомагають у переданні знань, а також у їх розвитку й обміні;

- для систем управління навчанням (далі – LMS), такі як інструменти для студентів або системи управління навчальними програмами, а також інформаційні системи управління освітою;

- як тематика навчального предмета; такі курси можуть бути названі «Комп'ютерні дослідження» або «Інформаційні та комунікаційні технології».

Стрімкий розвиток інформаційних технологій останніми десятиріччями ставить перед суспільством низку завдань ефективної обробки великих масивів слабо структурованої інформації, представленої у вигляді програмних ресурсів та вебсторінок. Серед них виділяють створення стандартів розроблення програмних ресурсів визначених типів, пошук, видобування, оброблення, аналіз, збереження та відображення інформації.

Експоненціальне зростання кількості інформаційних джерел зумовлює розвиток таких напрямів, як інтелектуальний аналіз даних (Data mining),

видобування даних із вебсторінок (Web mining), методи інтелектуального пошуку інформації, машинне навчання, кластерний та регресійний аналіз.

Пошук та аналіз текстової інформації досліджували видатні вітчизняні та зарубіжні вчені (А.В. Анісімов, Т.В. Виноград, І.Р. Гальперін, А.М. Глибовець, М.М. Глибовець, А.Ж. Греймас, І.М. Кобозева, М.А. Кронгауз, Дж. Лакофф, Д.В. Ланде, Н.Н. Леонтєв, Д.Ф. Люгер, Д. Маккарті, О.О. Марченко, І.А. Мельчук, А. Ньюелл, С. Осуга, У. Піттс, Е.В. Попов, Д.А. Поспелов, В.Ш. Рубашкін, І.П. Севбо, Д.М. Фостер, Дж. Хопкрофт, Ю.І. Шемакін, В.А. Широков). Відкритими залишаються питання створення методів автоматичного видобування інформації з програмних та текстових ресурсів.

У цій статті ми більш детально розглянемо LMS-систему SMPR.

Система SMPR – додаток до курсу «Теорія прийняття рішень». У 2006 році командою студентів факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка започатковано проект під назвою «SMPR (система та методи прийняття рішень)». Його основна мета – надання методичних даних із предмета «Теорія прийняття рішень» студентам, проведення тестування за деякими з модулів предмета та виконання завдань із предмета.

На початку 2014 року ухвалено рішення «розширити» проект. Він дозволив створювати та проводити тестування з будь-якого предмета. За основу взято платформу ASP.NET C# [5], а саме MVC Framework.

Причиною такого вибору стала необхідність задовольнити потребу максимальної доступності програмного забезпечення та його незалежність від платформи. Вищезазначені технології володіють указаними властивостями та дозволяють створити вебсайт, що має простий та зрозумілий зовнішній вигляд і складні алгоритми та обчислення на сервері.

Вебсайт дозволяє викладачам створювати серії питань різного типу, об'єднані до тестів.

Оцінку за кожне питання буде окреслено алгоритмами, що згадувалися вище, після того, як група студентів, визначена викладачем, завершить проходження тесту. Це сесія в термінах програми. Викладач може власноруч виставляти початкову оцінку з кожного питання або дочекатись результатів першої сесії, щоб почав працювати алгоритм вибору наступного питання відповідно до середньої оцінки студента та його відповіді на попереднє запитання.

Протягом 2014–2016 навчальних років вебсайт уведено в тестову експлуатацію за участю студентів 3 курсу факультету кібернетики. Тоді в тестуванні взяли участь близько 90 студентів. Як наслідок,

значно скоротився час перевірки знань, що могло викладачам визначити обсяг знань кожного студента за темами. Про результати використання системи в навчальному процесі Київського національного університету імені Тараса Шевченка доповідано на міжнародній конференції [4].

Для подальшого ефективного розроблення розглянутої системи постало завдання впровадження методів формалізації створення вихідної бази навчальних знань та автоматичної генерації навчальних тестів із використанням технологій розпізнавання природно-мовних текстів.

Використання логіки Монтегіо для створення баз знань. Ефективне використання знань у текстах вимагає нових стратегій оброблення інформації, що відрізняються від традиційних підходів. Вони повинні враховувати семантичні закони природної мови.

Вивчення семантики речення тісно пов'язане з мисленням. Зважаючи на актуалізацію проблеми автоматизації оброблення природно-мовних текстів за допомогою комп'ютера, з'явилися спроби формалізації методів роботи з семантикою в межах логіки.

Проста паралелізація одного завдання. Символьні формули досить просто розділяються на підформули. Виводимість окремої підформули найчастіше можна перевіряти окремо від інших. Ця властивість особливо важлива, зокрема, з огляду на тенденцію широкого поширення розподіленого оброблення даних.

Множинність виконуваних завдань на єдиному наборі знань. Логічне уявлення дозволяє на єдиному наборі даних/знань виробляти різні операції.

Природне пояснення результатів операцій. Логіка формалізує правила мислення, тому результати набору логічних операцій (за достатньої дружності призначеного для користувача інтерфейсу) можуть легко розумітися користувачем. У логічній пошуковій системі можна показати ланцюжок умовиводів, на основі яких пропонується текст зараховано до релевантних результатів пошуку. Більшість наявних методів не дають такої можливості пояснення результату, оскільки набори векторних і статистичних даних, із якими вони працюють, набагато складніше уявити в доступному для непідготовленого користувача вигляді. Так, на одній базі можуть функціонувати пошукові системи, питально-відповідні системи, системи розпізнавання образів тощо.

Розвиток логічного підходу до вивчення семантики можна простежити на основі наявних семантик неklasичних логік: семантики сенсу і денотата Г. Фреге, теорії об'єктів і пропозицій Б. Рассела, теорії істини А. Тарського, семантики можливих світів С. Крипке, логіки сенсу і денотата А. Черча. Найбільш перспективним із точки зору засто-

сування в автоматичному семантичному аналізі є підхід, запропонований Р. Монтегю. Він сформував цілий напрям, що отримав назву «формальна семантика» [9]. Основна ідея робіт Монтегю виражена в назві однієї з його основних праць «English as a formal language». Будь-яку природну мову (зокрема, англійську) пропонується розуміти як формальну логічну мову, яка є більш складною відповідно до наявних формальних мов. Отже, під час описування природної мови можна використовувати ті ж поняття і конструкції, що й для інших логічних мов [10].

Центральний принцип формальної семантики полягає в композиційному відношенні між синтаксисом і семантикою. Принцип композиційності можна описати так: значення виразу – функція його частин та способу їх синтаксичної комбінації. При цьому істинність визначається не абсолютно, а в межах певної моделі [10].

Є два підходи до вивчення семантико-синтаксичних зв'язків:

- опис синтаксису природної мови (тут – української) й інтерпретація мовних виразів у моделях;
- використання проміжної логічної мови, для чого необхідно описати синтаксис і семантику досить близького до природної логічної мови; при цьому опис семантики природної мови зводиться до подання тексту в сконструйованій логічній мові.

Для досягнення більшості практичних цілей другий підхід є більш перспективним, оскільки дозволяє реалізувати вищеописані переваги логічного представлення мов.

У роботі [9] Монтегю використовує таку пару координат, як можливі світи і тимчасові проміжки, щодо яких для кожного виразу визначаються інтенціонал й екстенціонал. Моделлю для інтенціональної логіки Монтегю є така п'ятірка виду: $M = D, W, T, \leq, I$, де D – множина індивідів; W – множина можливих світів; T – множина моментів; \leq – відношення порядку, задане на T ; I – інтерпретувальна функція, яка надає семантичні значення всім константам.

Семантична інтерпретація інтенціональної логіки використовує множину оцінок $S = \{g_i \mid i = 1, \dots, n\}$, які є множиною функцій, що відображають змінні всіх типів у множині відповідних значень (g – функція приписування значення змінній); $\pm^{M,g}$ – інтенціонал вираження щодо моделі M і функції приписування g ; $\pm^{M,w,t,g}$ – екстенціонал виразу α щодо M , g і точки співвіднесення w, t , де $w \in W, t \in T$.

Із точки зору реалізації технічної системи можна виділити такі фрагменти обробки текстової інформації засобами формальної семантики (рис. 1) [9].

Схема наочно показує, як відбувається функціональний розподіл частин єдиної системи під назвою «логіка Монтегю». У блоці «мовний складник» об'єднано елементи, характерні для конкретної природної мови.

Формальне представлення не залежить від конкретної мови і є єдиним для багатьох реалізацій мовних складників. Зараз основні дослідження зосереджені у сфері природно-мовного складника (із внесенням необхідних змін до постулату значення).

На мовний складник вводяться обмеження таким чином, щоб він представляв підмножину природної мови, мінімально необхідну для подання простих мовних фраз.

Сучасне вивчення формальної семантики зводиться саме до визначення способів переходу від природно-мовного уявлення до формалізованого логічного. Можуть бути різні способи таких переходів.

Для реалізації механізму заповнення бази знань пропонується розширити тлумачення терміна «інтерпретація», використовуюваного у формальній семантиці. Під інтерпретацією тут розуміється не просто обчислення істинного значення формули, але й відображення знакового подання виразу на певну картину світу. При цьому може проводитися інтерпретація як із метою обчислення виразу, так і для зміни моделі предметної сфери, в якій проводиться відображення. Для заповнення бази знань на основі даних тексту будується формальне подання природно-мовного тексту у вигляді множини набору формул інтенціональної логіки. Потім визначається цільова семантична мережа і здійснюється її клонування, результатом якого є семантична мережа, що має позначки на всіх вузлах, які показують її належність до певного тексту. Далі відбувається інтерпретація кожної формули з метою нанесення ознак об'єктів, представлених у формулі, на семантичну мережу.

Принципи розроблення системи автоматичної генерації навчальних тестів. Із метою практичної апробації підходу пропонується розроблення окремого програмного модуля, що дозволяє фор-



Рис. 1. Обробка текстової інформації у формальній семантиці на основі інтенціональної логіки Монтегю

мувати тестові завдання для подальшого їх передавання до загальної системи тестування

Основна ідея запропонованого методу полягає у створенні системи, яка автоматично генерує тестові завдання до електронних навчальних посібників і представляє їх викладачеві, який може використовувати їх для завершення тесту і для оцінювання студентів.

Система зважає на текст інструкцій для вступу і форми випробування завдань на вихід. Потім згенеровані завдання тесту представлені викладачеві, який обирає та редагує завдання, якщо вони будуть корисними.

Основними засобами, що реалізують цей підхід, є лінгвістичні процесори, які одне за одним обробляють вхідний текст.

Вхід одного процесора є виходом іншого.

Процесори виконують аналіз тексту на різних рівнях мови:

- графематичному (виділення речень, слів, чисел, формул тощо);
- морфологічному (побудова морфологічної інтерпретації слів вхідного тексту);
- синтаксичному (побудова дерева залежностей речень);
- семантичному (побудова семантичного графу тексту).

Необхідною попередньою процедурою для подальшого аналізу тексту в будь-якій системі аналізу природних мов є виділення речень із суцільного тексту. У першому приближенні речення є послідовністю символів, закінчується такими символами, як «.», «!» або «?»), однак на практиці слід урахувувати можливість використання точки як символу скорочення та інші нюанси [9]. У запропонованому графематичному алгоритмі використовуються зумовлені набори загальноприйнятих («р», «рр.», «і т.д.») і поширених («тому що», «тобто», «т.зв.») скорочень, а також урахується можливість скорочення ініціалів у власних іменах («Т.Г. Шевченко» тощо). Наслідком роботи алгоритму є масив речень (фраз), які в подальшому можуть оброблятися алгоритмами морфологічного й синтаксичного аналізів.

Для отримання тестових завдань різних видів у цьому підході застосовують різні види алгоритмів синтезу питань. Ці алгоритми відрізняються глибиною аналізу природної мови, їх можна розділити на дві групи.

Алгоритми першої групи здійснюють заміну шуканого слова в реченні на комбінацію символів «?» (за кожним реченням вихідного тексту може бути побудовано не більше одного питання).

До цієї групи належать такі алгоритми: пошук скорочень (абревіатур), пошук чисельних значень, генерація на основі визначень, генерація з конструкцій «якщо ..., то ...».

Алгоритми цієї групи ґрунтуються на тривіальному перегляді фрази й пошуку необхідних символів (або ж конкретних слів). Ці алгоритми реалізуються на практиці і відрізняються порівняно високою швидкістю, однак часто показують неприйнятні результати.

Алгоритми другої групи виконують побудову питання за результатами синтаксичного аналізу тексту. Сюди належать такі: питання до підмета (що?, хто?, ...), питання до прикметника (який?, яка?, ...), питання до обставини місця (де?), питання до обставини часу (коли?). Ці алгоритми вимагають наявності розвинутого морфологічного словника. Для запропонованого програмного продукту вони можуть бути реалізовані за допомогою синтаксичних бібліотек вебресурсів типу ru.glosbe.com/ru/uk.

Для прикладу опишемо алгоритм формування питання до прикметника. Блок-схему цього алгоритму представлено на рис. 2. На початку роботи ініціалізуються змінні А, В, С: А – обробляється речення з масиву тексту; В – відповідь на запитання (присвоюється порожній рядок); С – готове речення для тестування (за замовчуванням дорівнює А). Потім за допомогою методу FindSituation() синтаксичних бібліотек здійснюється синтаксичний аналіз речення А. Далі ініціалізуються допоміжні змінні для роботи алгоритму: flag = істина (сигналізатор знайденої фрази для генерації питання), j = 0 (змінна циклу, номер поточного вузла речення). До змінної К записується кількість вузлів у вже згаданому реченні. Потім починається цикл із передумовою: поки j менше або одне (K-1) і flag = істина. У циклі послідовно аналізується кожен синтаксичний вузол речення. Якщо у вузлі визначається тип відносин «власність», то за допомогою методу GetGramInfo() описуються граматичні характеристики залежного слова. Якщо це слово є прикметником, то воно записується до змінної В. Нарешті, формується питання з урахуванням форми прикметника (його характеристик, одержуваних від зазначеного вище методу). Для закриття циклу змінної flag присвоюється значення неправди.

Якщо текст обробляється тільки до рівня синтаксису без урахування семантики, то не всі згенеровані питання можуть бути доречними в цій предметній сфері. Зважаючи на це, на користувача може лягти досить складне завдання вибору питань. Проте випробування підходу на конкретних навчальних дисциплінах показали, що навіть за такої реалізації підхід дає порівняно непогані результати. Наприклад, щодо навчального посібника з дисципліни «Моделі та методи прийняття рішень» (авт. О.Ф. Волошин та С.О. Машенко), то за допомогою алгоритмів другої групи вдалося отримати 42% завдань, придатних для використання в тесті без зміни, і 24% завдань, із яких можна

отримати придатні завдання шляхом редагування (тобто більше половини отриманих завдань виявилися придатними для складання тестів за меншого чи більшого ступеня участі викладача). Алгоритми першої групи демонстрували користь під час аналізу посібників, що містять велику кількість чисел, але в інших випадках часто виявлялися малоефективними (близько 15% придатних завдань).

Висновки. Розглянутий метод із використанням логіки Монтегію має практичні перспективи щодо полегшення роботи викладача під час складання тестів. На його основі можуть бути побудовані програмні засоби для автоматичної генерації навчальних тестів. Цей метод можна легко доповнити нейроме-

режевими технологіями для підвищення різноманітності та складності створюваного навчального матеріалу. У методі виділяють такі етапи:

- 1) формалізацію природно-мовної фрази;
- 2) інтерпретацію формули формальної семантики;
- 3) заповнення бази знань.

Новизна роботи полягає в розробленні та використанні лінгвістичних процесорів, які одне за одним обробляють вхідний текст з урахуванням особливостей понять теорії ухвалення рішень. Це відбувається за рахунок створеної семантичної мережі, що має позначки на всіх вузлах, що показують її належність до певного тексту.

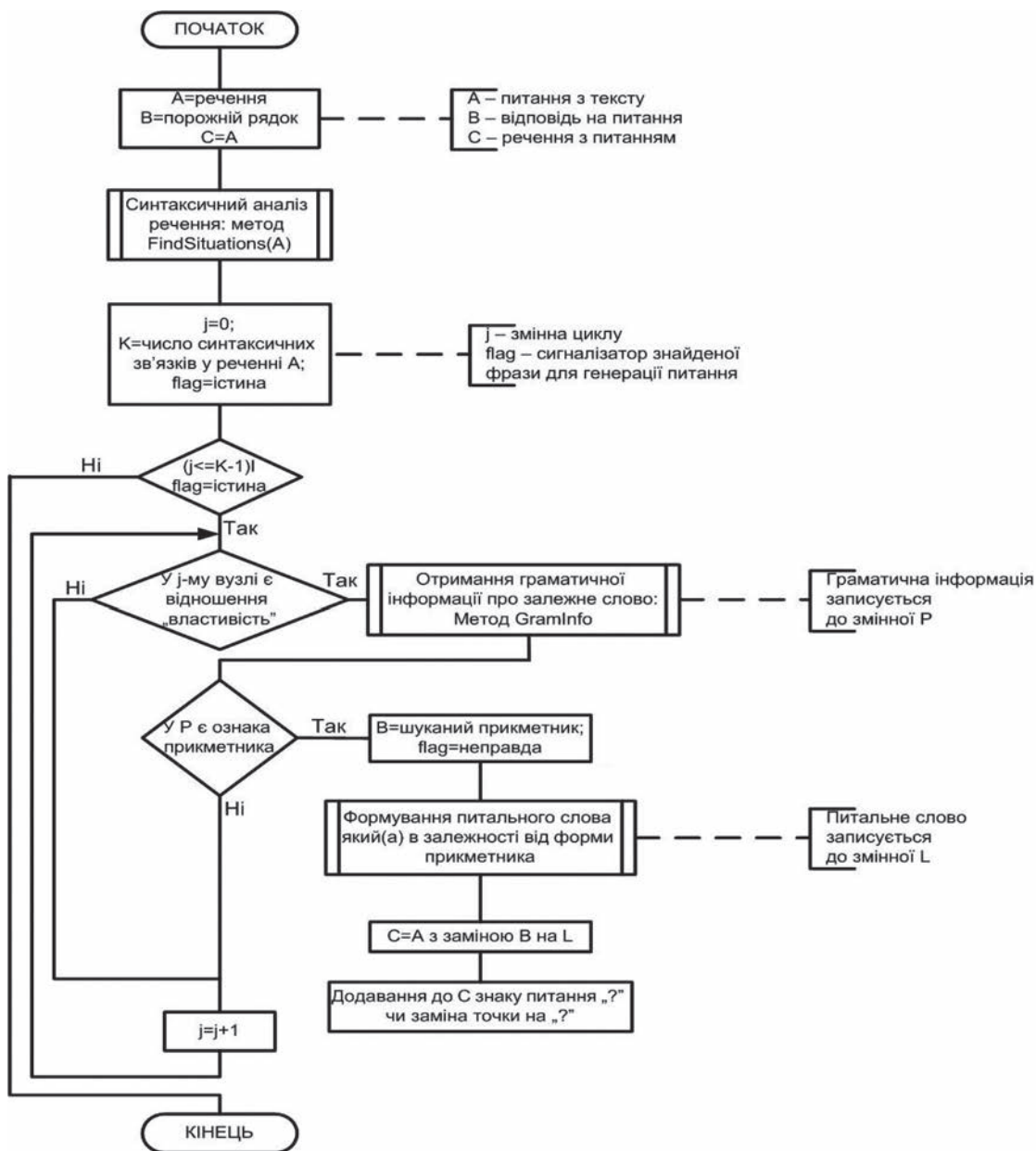


Рис. 2. Блок-схема алгоритму генерації питань до прикметником

ЛІТЕРАТУРА

1. Robinson, Rhonda; Molenda, Michael; Rezabek, Landra. "Facilitating Learning" (PDF). Association for Educational Communications and Technology. Retrieved 18 March 2016.
2. Courts, B., & Tucker, J. Using Technology To Create A Dynamic Classroom Experience. *Journal of College Teaching & Learning (TLC)*, 9(2), 2012, pp. 121–128.
3. Снитюк В.Е., Юрченко К.М. Интеллектуальное управление оцениванием знаний, Маклаут, Черкассы 2013. 224 с.
4. O.F. Voloshyn, D.I. Kovaliov "Educational system support to decision making theory", *Computer Science And Information, Technologies Conference, Yerevan 2013*, P. 433–434.
5. A. Freeman, M. MacDonald, M. Szpuszta, "Pro ASP.NET 4.5 in C#" [5th Edition] Apress, 2013.
6. H. Kniberg "Scrum and XP from the Trenches (Enterprise Software Development)", www.lulu.com 2007.
7. Волошин О.Ф., Кудін В.І. Використання новітніх навчальних технологій у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка. Класичний університет у контексті викликів епохи (Classic University in the Context of Challenges of the Epoch) : матеріали українсько-польської міжнародної наукової конференції (м. Київ, 22–23 вересня 2016 року) / уклад.: А.С. Філіпенко та ін. Київ : Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2016. С. 167.
8. Ковальов Д.І. Сервіс Дистанційного навчання у форматі соціальної мережі. Вісник КНУ. Серія фізико-математичні науки. 2015.
9. Montague, R. English as a formal language / edited by R. H. Thomason. *Formal Philosophy*. Yale University Press, 1974.
10. Швецов А.Н., Алешин В.С. Построение приближенной концептуальной модели предметной области на основе анализа смысла естественно-языковых текстов. Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям SCM'2003 : сб. докл. Т. 2. Санкт-Петербург, 2003. С. 120–123.

REFERENCES

1. Robinson, Rhonda; Molenda, Michael; Rezabek, Landra. "Facilitating Learning" (PDF). Association for Educational Communications and Technology. Retrieved 18 March 2016.
2. Courts, B., & Tucker, J. Using Technology To Create A Dynamic Classroom Experience. *Journal of College Teaching & Learning (TLC)*, 9(2), 2012, pp121-128.
3. Snityuk V. Ye., Yurchenko K. M. Intellektual'noye upravleniye otsenivaniyem znaniy [Intelligent knowledge assessment management], Maklout, Cherkassy 2013. – 224 с,
4. O. F. Voloshyn, D. I. Kovaliov, "Educational system support to decision making theory", *Computer Science And Information, Technologies Conference, Yerevan 2013*, 433-434 с.
5. A. Freeman, M. MacDonald, M. Szpuszta, "Pro ASP.NET 4.5 in C#" [5th Edition] Apress, 2013,
6. H. Kniberg "Scrum and XP from the Trenches (Enterprise Software Development)", www.lulu.com 2007.
7. Voloshyn O. F., Kudin V. I. Vykorystannya novitnikh navchal'nykh tekhnolohiy u Kyivskomu natsional'nomu universyteti imeni Tarasa Shevchenka [Use of the latest educational technologies at Taras Shevchenko National University of Kyiv] // *Klasychnyy universytet u konteksti vyklykiv epokhy (Classic University in the Context of Challenges of the Epoch) : materialy ukrayins'ko-pol's'koyi mizhnarodnoyi naukovoyi konferentsiyi (m. Kyiv, 22–23 veresnya 2016 roku) / [uklad.: A. S. Filipenko ta in.]. – K. : Kyivskyy natsional'nyy universytet imeni Tarasa Shevchenka, 2016. -C.16*
8. Koval'ov D. I. Servis Dystantsiynoho navchannya u formati sotsial'noyi merezhi [Distance learning service in the format of a social network], *Visnyk KNU, Seriya fizyko-matematychni nauky*, 2015.
9. Montague, R. English as a formal language / R. Montague, edited by R. H. Thomason // *Formal Philosophy*. – Yale University Press, 1974.
10. Shvetsov, A.N. Postroyeniye priblizhennoy kontseptual'noy modeli predmetnoy oblasti na osnove analiza smysla yestestvenno-yazykovykh tekstov [Construction of an approximate conceptual model of the subject area based on the analysis of the meaning of natural language texts] / A.N. Shvetsov, V.S. Aleshin // *Mezhdunarodnaya konferentsiya po myagkim vychisleniyam i izmereniyam SCM'2003: sb. dokl. T. 2. – SPb., 2003. – S. 120 – 123.*

MODEL OF WEB SERVICES QUALITY CRITERIA HIERARHY**Polska O. V.**

*Senior Lecturer at the Department of Computer Systems and Networks
 “Zaporizhzhia Polytechnic” National University
 Zhukovsky str., 64, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-1654-0082
ol.polsk@gmail.com*

Kudermetov R. K.

*Ph.D., Associate Professor,
 Head of the Department of Computer Systems and Networks
 “Zaporizhzhia Polytechnic” National University
 Zhukovsky str., 64, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-6766-8780
kudermetov@gmail.com*

Shcherbak N. V.

*Senior Lecturer at the Department of Computer Systems and Networks
 “Zaporizhzhia Polytechnic” National University
 Zhukovsky str., 64, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-2583-0938
shcherbaknat13@gmail.com*

Key words: *quality of service,
 Web service, criteria, model,
 classification*

Internet services technologies offer advanced solutions for creating distributed business processes and applications. Nowadays, the number of Internet services continues to grow constantly. Consumers of Internet services are faced with the problem of selecting from services with the same or similar functionality, exactly the service that suits them best according to a set of criteria, for instance, cost, response time, throughput, security, reliability. Such criteria of the Web services quality are named non-functional characteristics of services or Quality of Service (QoS). Depending on the domain and the user categories and on the context of service usage the service may have many specific properties and QoS characteristics. There are many standards and specifications for the quality of Web services. Despite that, the researchers, developers, and customers often understand QoS differently. They can reduce or expand the list and even the meanings of the quality characteristics of Web services. The aim of this paper is to develop a model of criteria for the quality of Web services, which could take various aspects of the impact on the quality of Web services into account. In this paper, the specifications and standards of organizations such as OASIS, ISO/IEC and OMG was considered. The information retrieval was carried out in international citation databases such as Scopus and Web of Science. From the standards reviewed and relevant research papers, quality characteristics and criteria were selected to develop hierarchical quality models. The model for synthesizing collections of Web service QoS characteristics based on QoS meta-model standard of Object Management Group was proposed. As the result of study, the model based on the analysis of existing standards, scientific studies and reviews devoted to the study and classification of QoS characteristics and attributes of Web services was developed. The model can be useful when selecting Web service for direct applying, building composite Web and cloud services, and creating systems based on Service Oriented Architecture and the Internet of Things.

МОДЕЛЬ ІЄРАРХІЇ КРИТЕРІЇВ ЯКОСТІ ВЕБСЕРВІСІВ

Польська О. В.

*старший викладач кафедри комп'ютерних систем та мереж
Національний університет «Запорізька політехніка»
вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-1654-0082
ol.polsk@gmail.com*

Кудерметов Р. К.

*кандидат технічних наук, доцент,
завідувач кафедри комп'ютерних систем та мереж
Національний університет «Запорізька політехніка»
вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-6766-8780
kudermetov@gmail.com*

Щербак Н. В.

*старший викладач кафедри комп'ютерних систем та мереж
Національний університет «Запорізька політехніка»
вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-2583-0938
shcherbaknat13@gmail.com*

Ключові слова: *якість сервісу, вебсервіс, критерії, модель, класифікація.*

Технології інтернет-сервісів пропонують передові рішення для створення розподілених бізнес-процесів та додатків. У наш час кількість інтернет-сервісів продовжує постійно зростати. Перед споживачами інтернет-сервісів постає проблема вибору із сервісів з однаковою або подібною функціональністю саме того сервісу, який їм найбільше підходить за набором критеріїв, наприклад, вартість, час відгуку, пропускна здатність, безпека, надійність. Такі критерії якості вебсервісів називають нефункціональними характеристиками сервісів або якістю сервісу (Quality of Service, QoS). Залежно від домену та категорій користувачів, а також контексту використання сервісу вебсервіс може мати багато специфічних властивостей та характеристик якості. Є багато стандартів та специфікацій якості вебсервісів. Незважаючи на це, дослідники, розробники та замовники часто по-різному розуміють якість вебсервісів. Вони можуть зменшити або розширити перелік і навіть значення характеристик якості вебсервісів. Метою цієї роботи є розроблення моделі критеріїв якості вебсервісів, яка могла б урахувати різні аспекти впливу на якість вебсервісів. У цій роботі розглянуто специфікації та стандарти таких організацій, як OASIS, ISO/IEC та OMG. Здійснено пошук інформації у наукометричних базах даних, таких як Scopus та Web of Science. Із розглянутих стандартів та відповідних наукових робіт обрано характеристики якості та критерії для розроблення ієрархічних моделей якості. На основі стандарту метамоделі QoS від Object Management Group запропоновано модель для синтезу колекцій характеристик вебсервісу QoS. У результаті дослідження розроблено модель, засновану на аналізі наявних стандартів, наукових досліджень та оглядів, присвячених вивченню та класифікації характеристик якості та атрибутів якості вебсервісів. Ця модель може бути корисною для вибору вебсервісу з метою безпосереднього застосування, побудови композитних вебсервісів та хмарних сервісів, створення систем на основі сервіс-орієнтованої архітектури та інтернету речей.

Introduction. Progress does not stand still, and with the development of the Internet, applications with a monolithic architecture began to be replaced by applications with a distributed architecture. Service Oriented Architecture (SOA) refers to such architectures, and its main components are services [1].

Internet services are used in all spheres of human life. Every day the Internet resources provide diverse services: information services, search services, banking services, ticket booking services, services of transport companies, parcel tracking services, document sharing services, remote equipment management services, etc. By accessing the Internet through devices (computers, tablets, smartphones, i.e. desktop and mobile), there are possible to use many kinds of services such as Web services, Grid services, cloud services, the Internet of Things (IoT) services, etc.

There are a huge number of services on the Internet with the same functionality. Therefore, the problem of selecting a service with needed functionality arises, but with the quality characteristics that satisfy his quality requirements [2].

For over 20 years, researches have been carried out on the quality of Internet services. Publication statistics for scientific papers in international citation databases such as Scopus and Web of Science, and in digital databases such as ACM Digital Library and IEEE Xplore demonstrate this. International standards organizations and consortia such as W3C, The Open Group, ISO/IEC [3; 4; 5], OASIS [6; 7], OMG [8] have developed and continue to work on standards and specifications that define the quality of services at all stages of life cycle of services. The quality of communications of Internet services at the world level is supported by the recommendations and regulatory policies of the Telecommunication Standardization Sector of ITU [9; 10; 11].

The aim of this paper is to develop a model of criteria for the quality of Web services, which could take into account various aspects of the impact on the quality of Web services. The object of the research is the characteristics and attributes of the quality of Web services.

To achieve the research goal, the criteria and attributes for the quality of Web services need to be defined, the categories of users and other factors influencing the quality characteristics of Web services, and to develop a hierarchy of Web services quality characteristics.

Literature Review. In the last decade, SOA has received increasing attention [1; 12]. Many studies have highlighted the benefits of employing SOA for new technologies such as IoT [13; 14; 15], cloud computing [16; 17] and microservices [18]. This is because SOA offers flexible integration and service reuse through its service-based modular architecture.

Service providers offer a wide variety of simple, complex and composite Web services to integrate

into business processes [19; 20]. The consumer faces the problem of selection a Web service from Web services with the same functionality, one that most satisfies the consumer in terms of the non-functional characteristics of the service [21]. Quality of Service (QoS) represents a set of quality criteria, e.g., cost, reliability, availability, security, etc [12; 22; 23].

Many standards, specifications and publications by researchers are devoted to the quality of Web services that are software kind. The ISO/IEC 9126 [3] and ISO/IEC 25010 [4] standards include descriptions of the non-functional properties of traditional software applications, but are not adapted for Web services. The OASIS quality model for Web services [5; 7] defines characteristics and attributes of the Web services but does not consider aggregation functions [2]. Many researchers, when developing their own quality model of Web services, take into account some aspects of software quality standards [12; 24; 25; 26; 27]. Although quality standards exist, studies of QoS attributes and their classifications are ongoing [23; 24; 25; 28].

ISO/IEC 25010:2011 provides the quality models for systems and software. The standard pays attention that in most cases it is practically not applicable to define or measure quality when used for all possible scenarios of user tasks. The relative importance of quality characteristics depends on the high-level goals and project objectives. In this regard, before being used to isolate those characteristics and subcharacteristics from the requirements that are most important, the quality model must be appropriately adapted, and resources must be allocated between different types of indicators depending on the goals of the stakeholders and the goals of the product [4]. The hierarchical structure of characteristics and attributes of quality model of this standard is shown in fig. 1.

One of the classification of Web service QoS elements from the article [28] is compiled and shown in fig. 2.

OASIS in 2012 presented standard [5] (Web Services Quality Factors Version 1.0) and specified Web services quality factors conceptually along with definition and explanation of sub-factors. The hierarchical structure of characteristics and attributes of quality model of this standard is shown in fig. 3.

Despite the existing standard [5], the characteristics (factors) of the quality of Web services were determined and described in the works [12; 23; 24; 25]. The hierarchical structure of characteristics and attributes of quality model [23] is shown in fig. 4.

The authors [25] conducted a study of the quality models of software and Web services and compiled a vocabulary of non-functional requirements of business processes and Web services. The standard [4] was used as the main reference document. This

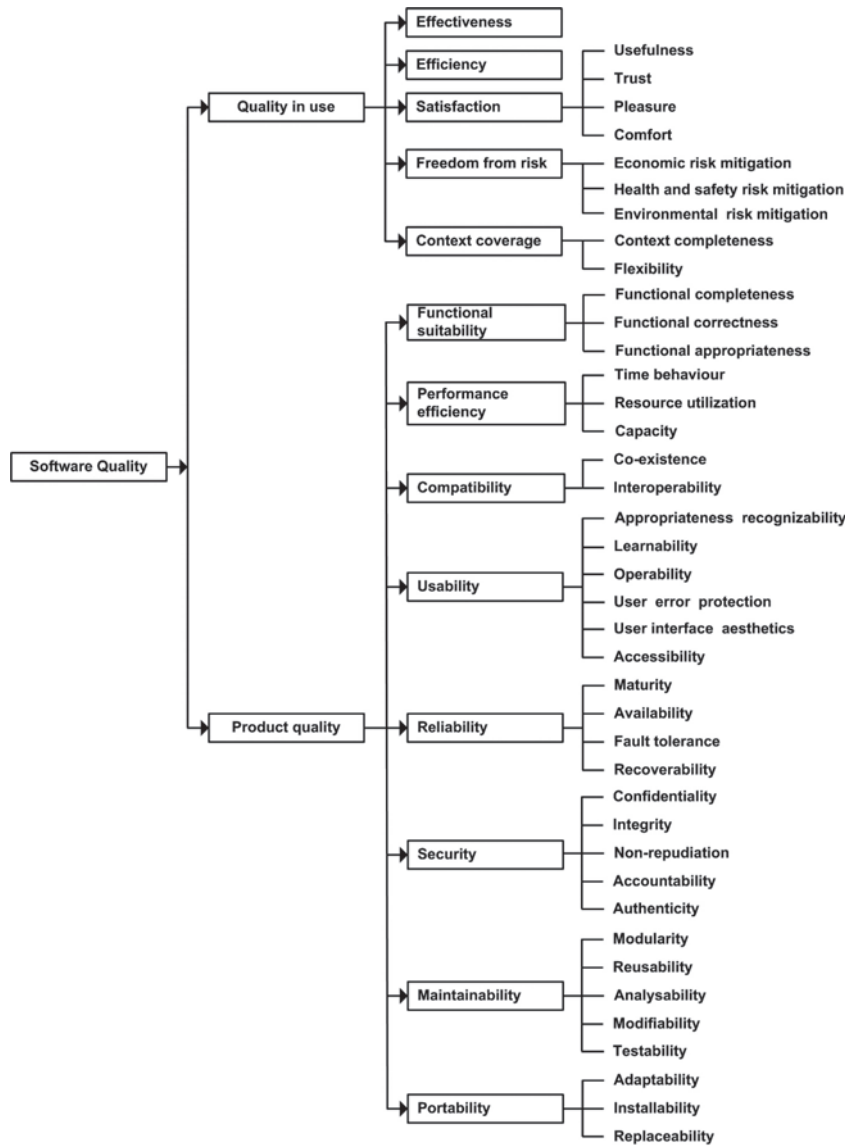


Fig. 1. System and software quality model (compiled from [4])

vocabulary contains 93 terms and is the first step towards simplifying the decomposition of non-functional requirements from process to service level, which is an important task in the context of business process automation through service composition.

Methods. In this paper, the research methods were used: information search, statistical analysis or data analysis, empirical analysis, modelling.

This study designed to answer the following research questions.

RQ1. What is the relevance of research on the quality of Internet services?

RQ2. How the existing quality standards influence the relevant research work?

RQ3. What characteristics and attributes of the quality of Web services are defined in the publications for review?

RQ4. What hierarchical structures of characteristics and attributes of quality of Web services are developed and proposed?

The model for further synthesis of qualitative characteristics collections presented in the UML class diagram (fig. 5). This diagram reproduces a piece of the QoS metamodel from the OMG standard [8], supplemented by two classes: *Collection* and *Aspect*. The class *Collection* is intended to model the structure of QoS criteria, which can define the target bundle and associations of QoS criteria. The class *Aspect* models such aspects as the type of Web service users, domain, location, scale, life cycle stage of Web service, etc. Class *Aspect* can specify the QoS characteristics usage context (e.g. running in real time or under critical condition) and constraints (e.g. range of values).

The conducted research consists of the following steps.

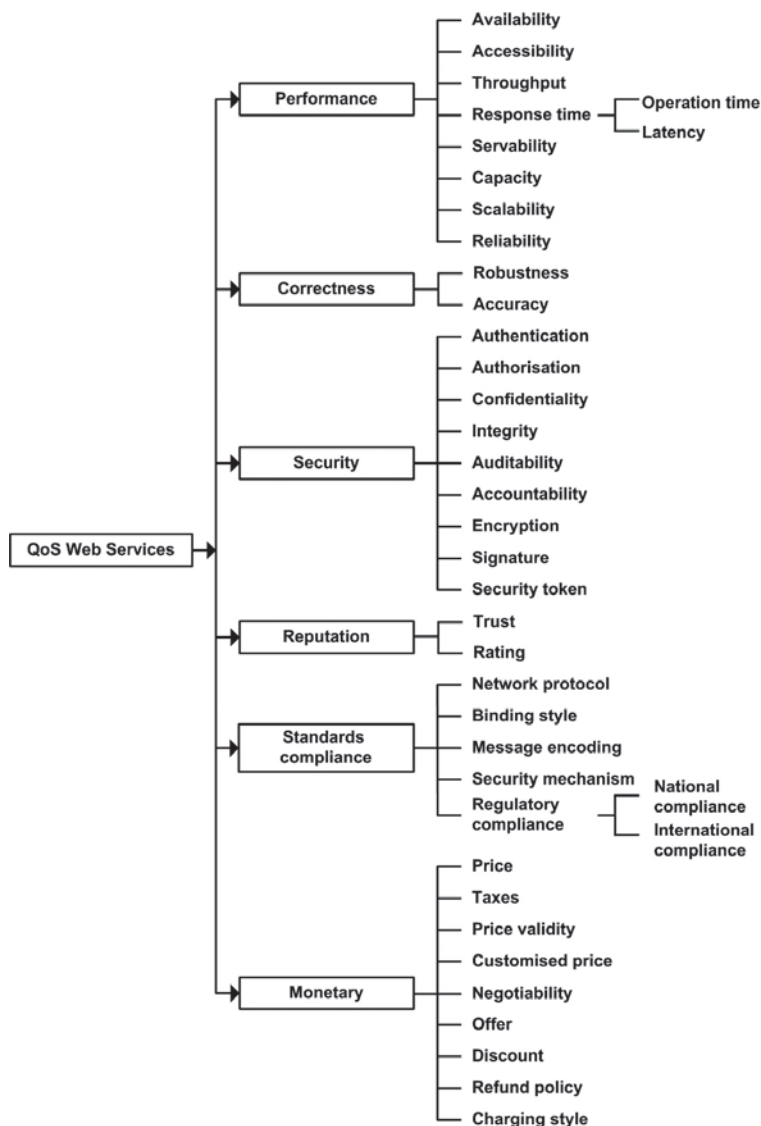


Fig. 2. QoS attributes and categories of Web Service (compiled from [28])

The international citation databases as data sources for searching information about publications were selected: Scopus (<https://www.scopus.com>) and Web of Science (<https://www.webofknowledge.com>).

The search query was compiled using keywords and Boolean expressions. The combination of the keywords “quality” and “web (grid/cloud/IoT) services” was applied. The search by publication was limited: the date from 2000 to 2019; and the field of scientific research was computer science; and the type of publications was the article, conference proceedings, reviews; and the language of publications was English. The statistics for graphing were received.

The search query was compiled using with combination of keywords “quality” and “web services” (or “software”). The next request was made for the characteristics and attributes of the quality of Web services. The statistics for analysis were

collected. The relevant papers that described the characteristics and attributes of the quality of Web services were selected. The hierarchical structures of characteristics and attributes of quality of Web services have been depicted.

Results. Analysis of statistical data showed that research on the quality of Internet services is relevant (fig. 6). Also, the graphs indicated the growth of interest in the quality of cloud and IoT services. In addition, more research publications were found in Scopus. Therefore, further research was carried out in this database.

Citation analysis showed that the quality standards were little used in the relevant works ([4] in 650 citing publications, [6] in 9). That was less than 2% of the number of these publications.

The characteristics and attributes of the quality of Web services from the standards and relevant

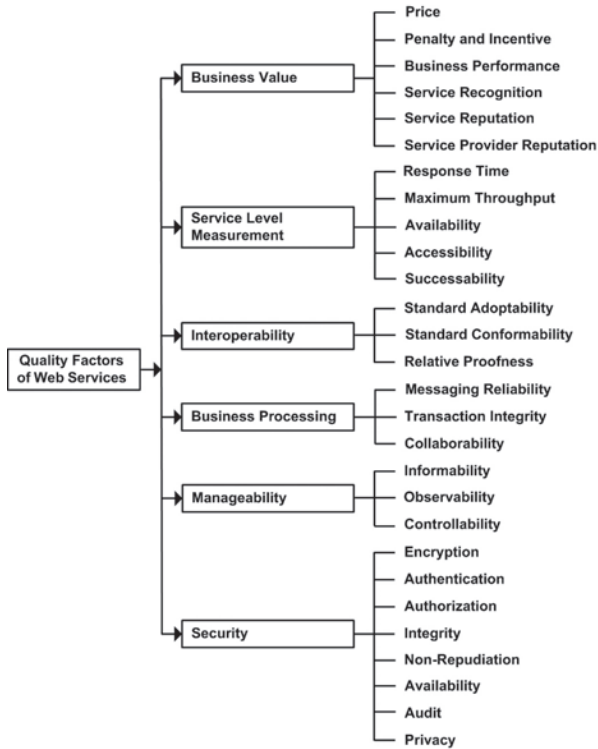


Fig. 3. Web services quality model (compiled from [5])

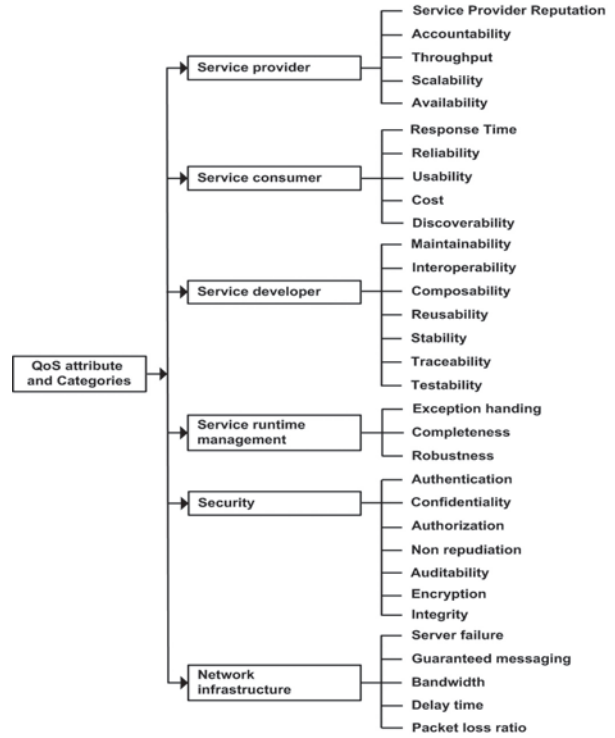


Fig. 4. QoS attributes and categories of Web Service (from [23])

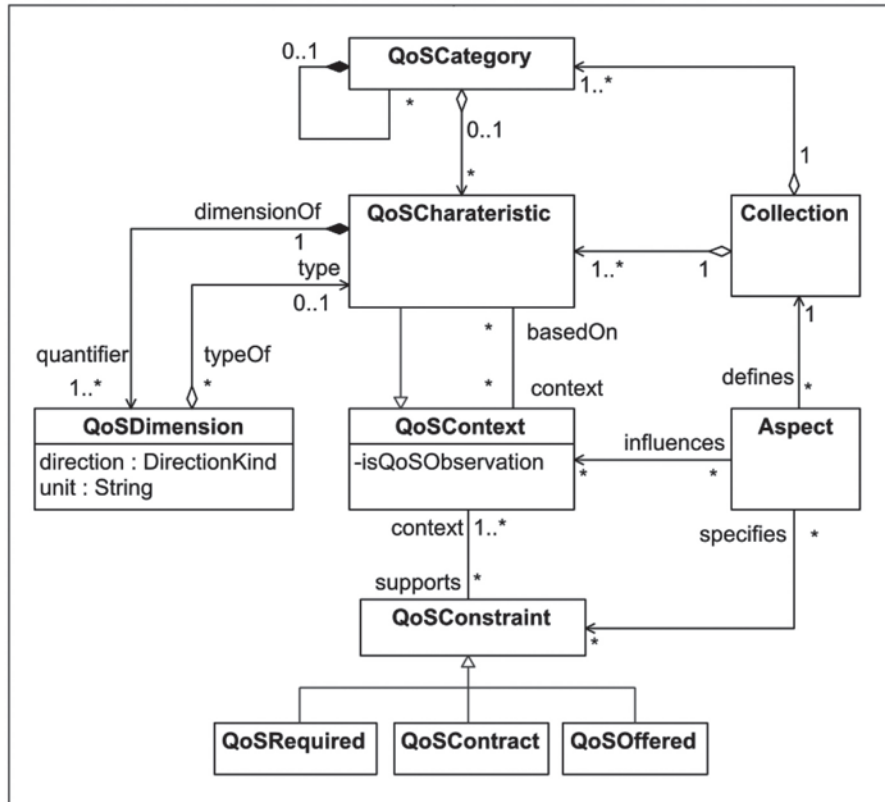


Fig. 5. Model for synthesis of QoS characteristics collections

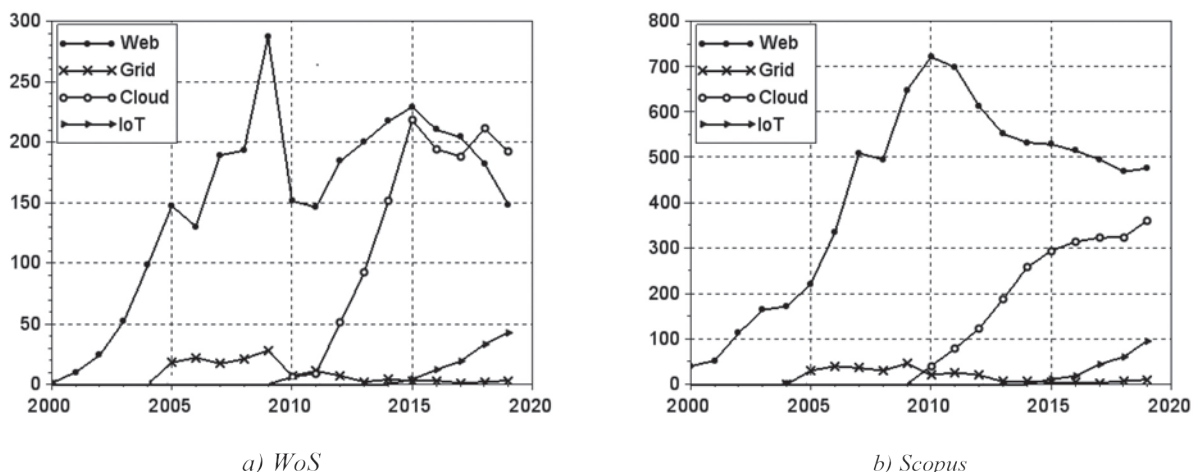


Fig. 6. Number of research papers on the topic quality of services in database

works were compiled and analyzed. The hierarchical structure of characteristics and attributes of quality of Web services were built (fig. 1–4).

Web services quality model (from [5], fig. 3) of the hierarchical structure of characteristics and attributes of quality of Web services were modified for further research (fig. 7).

Discussion. In this paper, a comparison of hierarchical representations of quality criteria models for systems, software applications and Internet services was performed. Such quality criteria are proposed in existing standards and discussed in numerous publications. A comparative analysis showed that there is no generally accepted approach to the presentation and interpretation of quality criteria in the IT community. Apparently, the reason for this is a very wide range of applications and a wide range of stakeholders in software and Internet services. The analysis of relevant publications shows that the process of selecting Web services based on quality characteristics remains relevant in the practical selection and use of Web services. Most likely, research on quality models of Web services will continue for a long time. This is due to unresolved problems in the development and use of Web services, in particular, the automation of the creation of composite Web services, security, and the absence of metrics for some criteria. Also, one of the unsolved problems is the lack of a generally accepted approach to declaring quality criteria in Web service artifacts, such as describing a Web service using WSDL-files and messages using SOAP, Rest, and other protocols. These issues can be partially addressed by revising existing standards [6; 8] and developing new standards on Web service quality.

The main results achieved in the study are as follow. It was revealed that, despite the growth in the number of publications devoted to quality

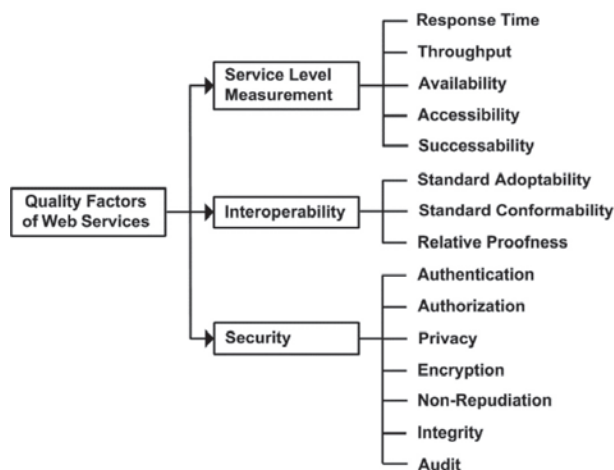


Fig. 7. Modified Web services quality model

models of Web services, they do not always use the recommendations of existing standards. This fact may indicate the need to develop new standards. A modified model of the quality of Web services was proposed (Fig. 5). In this model, the need to take into account aspects (a type of user, domain, etc.) was explicitly indicated. This ability was realized through the introduction of the Aspect, Collection classes, as well as associations with other elements of the existing OMG model [8]. The hierarchy of the minimum necessary collection of quality criteria (Fig. 7) was compiled on the basis of the OASIS standard [6] and will be used to develop methods for ranking Web services based on quality criteria. The statistical analysis of publications devoted to models of the quality of Internet services was performed. It showed that the issues of modelling the quality of Web services and cloud services continue to be relevant, and interest in the quality of IoT services is growing.

REFERENCES

1. Pulparambil, S., & Baghdadi, Y. (2019). Service oriented architecture maturity models: A systematic literature review. *Computer Standards and Interfaces*, 61, 65-76. doi:10.1016/j.csi.2018.05.001
2. Becha, H., & Amyot, D. (2014). Consumer-centric non-functional properties of SOA-based services. Paper presented at the *6th International Workshop on Principles of Engineering Service-Oriented and Cloud Systems, PESOS 2014 – Proceedings*, 18-27. doi:10.1145/2593793.2593796 Retrieved from www.scopus.com
3. OMG (2008). UML Profile for Modeling QoS and FT Version 1.1. Retrieved from <https://www.omg.org/spec/QFTP/1.1>
3. ISO/IEC (2001). ISO/IEC 9126-1:2001. Software Engineering - Product Quality - Part 1: Quality Model. Retrieved from <https://www.iso.org/standard>
4. ISO/IEC (2011). ISO/IEC 25010:2011. Systems and Software engineering – systems and Software Quality Requirements and Evaluation (SQuaRE) – System and software quality models. Retrieved from <https://www.iso.org/standard>
5. ISO/IEC (2015). ISO/IEC TR 12182:2015. Systems and software engineering – Framework for categorization of IT systems and software, and guide for applying it. Retrieved from <https://www.iso.org/standard>
6. OASIS (2012). Web Services Quality Factors Version 1.0. Retrieved from <http://docs.oasis-open.org/ws-qm/WS-Quality-Factors/v1.0/cos01/WS-Quality-Factors-v1.0-cos01.html>
7. OASIS (2005). OASIS WS Quality Model TC – Quality Model for Web Services, 2005
8. OMG (2008). UML Profile for Modeling QoS and FT Version 1.1. Retrieved from <https://www.omg.org/spec/QFTP/1.1>
9. ITU (2016). ITU-T E.800 series Suppl.10 – QoS/QoE framework for the transition from network oriented to service oriented operations Retrieved from <https://www.itu.int/rec/T-REC-E.800SerSup10/en>
10. ITU (2013). ITU-T E.800 series Suppl.9 – Recommendations (Guidelines on regulatory aspects of QoS) Retrieved from <https://www.itu.int/rec/T-REC-E.800SerSup9/en>
11. ITU (2001). ITU-T G.1000 – Communications Quality of Service: A framework and definitions Retrieved from <https://www.itu.int/rec/T-REC-G.1000/en>
12. Kudermetov, R., & Polska, O. (2016). Towards a formalization of the fundamental concepts of SOA. Paper presented at the *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science, Proceedings of the 13th International Conference on TCSET 2016*, 492-494. doi:10.1109/TCSET.2016.7452096 Retrieved from www.scopus.com
13. Kumar, S., Tiwari, P., & Zymbler, M. (2019). Internet of things is a revolutionary approach for future technology enhancement: A review. *Journal of Big Data*, 6(1) doi:10.1186/s40537-019-0268-2
14. Li, S., Xu, L. D., & Zhao, S. (2015). The internet of things: A survey. *Information Systems Frontiers*, 17(2), 243-259. doi:10.1007/s10796-014-9492-7
15. Shkarupylo, V., Kudermetov, R., Golub, T., Polska, O., & Tiahunova, M. (2019). Towards model checking of the internet of things solutions interoperability. Paper presented at the *2018 International Scientific-Practical Conference on Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2018 - Proceedings*, 465-468. doi:10.1109/INFOCOMMST.2018.8632037 Retrieved from www.scopus.com
16. Henzel, R., & Herzwurm, G. (2018). Cloud manufacturing: A state-of-the-art survey of current issues. Paper presented at the *Procedia CIRP*, 72 947-952. doi:10.1016/j.procir.2018.03.055 Retrieved from www.scopus.com
17. Wang, X. V., Givehchi, M., & Wang, L. (2017). Manufacturing system on the cloud: A case study on cloud-based process planning. Paper presented at the *Procedia CIRP*, 63 39-45. doi:10.1016/j.procir.2017.03.103 Retrieved from www.scopus.com
18. Jamshidi, P., Pahl, C., Mendonca, N. C., Lewis, J., & Tilkov, S. (2018). Microservices: The journey so far and challenges ahead. *IEEE Software*, 35(3), 24-35. doi:10.1109/MS.2018.2141039
19. Castro, C. F., Fantinato, M., Aksu, Ü., Reijers, H. A., & Thom, L. H. (2019). Towards a conceptual framework for decomposing non-functional requirements of business process into quality of service attributes. Paper presented at the *ICEIS 2019 - Proceedings of the 21st International Conference on Enterprise Information Systems*, 2 481-492. doi:10.5220/0007656504810492 Retrieved from www.scopus.com
20. Lemos, A. L., Daniel, F., & Benatallah, B. (2015). Web service composition: A survey of techniques and tools. *ACM Computing Surveys*, 48(3) doi:10.1145/2831270
21. Polska O. V., Kudermetov, R. K., & Shkarupylo, V. V. (2015). Discovery and selection of web-services. *Electrotechnic and computer systems*, 19(95), 169-173
22. Kudermetov, R., Polska O., Shkarupylo, V., & Shcherbak N. (2018). Quality of services in scientific workflows. *Electrotechnic and computer systems*, 28(104), 170-177

23. Kaewbanjong, K. & Intakosum, S. (2015). QoS Attributes of Web Services: A Systematic Review and Classification. *Journal of Advanced Management Science*, 3(3), 194-202. doi:10.12720/joams.3.3.194-202
24. Zhu, H., Liu, D., Bayley, I., Aldea, A., Yang, Y., & Chen, Y. (2017). Quality model and metrics of ontology for semantic descriptions of web services. *Tsinghua Science and Technology*, 22(3), 254-272. doi:10.23919/TST.2017.7914198
25. Dee Castro, C. F., & Fantinato, M. (2018) Dictionary of Non-Functional Requirements of Business Process and Web Services Technical Report 003/2018, Graduate Program of Information Systems, Univ. of São Paulo Retrieved from <https://www.researchgate.net/publication/>
26. Calero, C., Ruiz, J., & Piattini, M. (2005). Classifying web metrics using the web quality model. *Online Information Review*, 29(3), 227-248. doi:10.1108/14684520510607560
27. Oriol, M., Marco, J., & Franch, X. (2014). Quality models for web services: A systematic mapping. *Information and Software Technology*, 56(10), 1167-1182. doi:10.1016/j.infsof.2014.03.012
28. Godse, M., Bellur, U., & Sonar, R. (2011). A taxonomy and classification of web service QoS elements. *International Journal of Communication Networks and Distributed Systems*, 6(2), 118-141. doi:10.1504/IJCND.2011.038521.

НЕЙРОМЕРЕЖЕВА МОДЕЛЬ КОНТРОЛЮ АПАРАТНОЇ СУМІСНОСТІ КОМПОНЕНТІВ ІОТ-СИСТЕМИ

Тіменко А. В.

*асистент кафедри комп'ютерних систем та мереж
Національний університет «Запорізька політехніка»
вул. Жуковського, 64, Запоріжжя, Україна
orcid.org/0000-0002-7871-4543
timenko.artur@gmail.com*

Шкарупило В. В.

*кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж
Національний університет біоресурсів і природокористування України
вул. Героїв Оборони, 15, Київ, Україна
orcid.org/0000-0002-0523-8910
shkarupylo.vadym@nubip.edu.ua*

Смолій В. В.

*кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж
Національний університет біоресурсів і природокористування України
вул. Героїв Оборони, 15, Київ, Україна
orcid.org/0000-0003-2834-6989
dr.v.smoliy@gmail.com*

Ключові слова: *апаратна сумісність, інтернет речей, моделювання, нейронна мережа, пристрій, функціональна безпека.*

У наш час парадигма інтернету речей здобуває більш широке розповсюдження. Прикладна її реалізація в глобальному масштабі потребує залучення спеціалізованих технологій та засобів. Один із напрямів, що потребує опрацювання, є забезпечення сумісності компонентів відповідних систем. Цю роботу присвячено розвитку вказаного напрямку. Для цього у роботі розв'язується завдання розроблення моделі контролю сумісності компонентів системи інтернету речей на рівні апаратного забезпечення, що дозволить своєчасно попереджувати відмови та/або виходи зі строю компонентів системи.

У межах роботи розкривається складник представленого комплексного підходу до контролю сумісності компонентів системи інтернету речей на рівнях як програмного, так і апаратного забезпечень. При цьому акцент робиться саме на апаратній сумісності компонентів системи.

Запропоновано модель контролю апаратної сумісності компонентів системи інтернету речей, що будується на основі математичного апарату нейронних мереж. Апаратна сумісність компонентів системи розглядається з позиції функціональної безпеки останньої. Компонентами розглянуто пристрої на базі мікроконтролерів ESP 8266 і ESP 8285, що набули значного поширення, зокрема, завдяки низькій вартості їх придбання.

Практична значущість отриманих у роботі результатів полягає у такому: запропоновано засіб оцінювання актуального стану компонентів системи

інтернету речей, що дозволяє своєчасно виявити й усунути загрозу функціональній безпеці системи в цілому на рівні окремого компонента системи; запропоновано засіб прогнозування кількості таких компонентів упродовж заданого інтервалу часу.

Перевірку розробленої моделі побудовано на розв'язанні завдань апроксимації й екстраполяції. Показано, що прикладне використання запропонованої моделі дозволяє виявляти компоненти системи, що потребують налаштування або заміни, тобто порушують функціональну безпеку системи в цілому. Розв'язання задачі екстраполяції дозволяє прогнозувати кількість таких компонентів через заданий час.

NEURAL NETWORK BASED MODEL FOR IOT-SYSTEM COMPONENTS HARDWARE INTEROPERABILITY CONTROL

Timenko A. V.

*Assistant at the Department of Computer Systems and Networks
“Zaporizhzhia Polytechnic” National University
Zhukovskoho str., 64, Zaporizhzhia, Ukraine
orcid.org/0000-0002-7871-4543
timenko.artur@gmail.com*

Shkarupylo V. V.

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Computer Systems and Networks
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
Heroiv Oborony str., 15, Kyiv, Ukraine
orcid.org/0000-0002-0523-8910
shkarupylo.vadym@nubip.edu.ua*

Smolii V. V.

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Computer Systems and Networks
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
Heroiv Oborony str., 15, Kyiv, Ukraine
orcid.org/0000-0003-2834-6989
dr.v.smolii@gmail.com*

Key words: *hardware interoperability, Internet of Things, simulation, neural network, device, functional safety.*

Nowadays, the Internet of Things paradigm is constantly becoming more and more widespread. Its implementation on a global scale requires the involvement of specialized technologies and tools. Among the directions to be worked out during that is to ensure the interoperability between the components of the corresponding systems. Given work is devoted to elaborate the specified direction. To this end, the following task is resolved: to develop the model of the Internet of Things system components interoperability control on a hardware plane – to provide an opportunity to detect the “potentially unsafe” components on time.

In presented work, the constituent of the proposed complex approach to the Internet of Things system components interoperability is revealed. Named approach encompasses the aspects of both software and hardware planes of interoperability. Within the given paper, the emphasis is put on a hardware plane though.

The model of hardware interoperability control between the components of the Internet of Things system has been proposed. The model is constructed on the basis of neural networks mathematical apparatus. Hardware interoperability between system components is approached from the standpoint of functional safety of a system as a whole. Devices based on ESP 8266 and ESP 8285 microcontrollers are considered as the components: in particular, due to being thoroughly widespread and accessible.

Practical significance of obtained results: proposed model allows identify and eliminate threats to the functional safety of the system as a whole at a component level by way of assessing the actual state of the latter. Moreover, an instrument for predicting the number of such components during a given time interval has been proposed.

Verification of the model proposed is based on solving the tasks of approximation and extrapolation. It has been demonstrated that implementation of the model allows to identify system components that need to be adjusted or replaced, i.e., violate the functional safety of the system as a whole. In turn, solving the extrapolation task makes it possible to predict the number of such components after a given time.

Вступ. Поточний характер застосування розподілених комп'ютерних систем можна охарактеризувати як всеохопний, адже тут мають місце чисельні сценарії успішної реалізації парадигми інтернету речей (IoT, Internet of Things) на практиці. Взаємодія компонентів відповідних систем здійснюється, зокрема, у межах концепцій «розумний дім», «розумне місто» тощо. Ураховуючи специфіку названої парадигми, пристрої, призначені до взаємодії, мають бути сумісними на рівнях як програмного, так і апаратного забезпечення. При цьому питання програмної сумісності вирішуються, як правило, на рівні протоколів взаємодії [1]. На рівні контролю апаратної сумісності компонентів системи першорядного значення набуває питання забезпечення функціональної безпеки – режимів роботи, за яких система і відповідні компоненти функціонуватимуть згідно з очікуваннями, формалізованими у специфікації вимог, де регламентуються вимоги як до функціональних, так і до нефункціональних характеристик системи і компонентів.

Ідеєю, яка лежить в основі представленої роботи, є те, що апаратна сумісність компонентів IoT-системи розглядається з точки зору функціональної безпеки.

Згідно з положеннями стандарту ISO/IEC 21823-1:2019, сумісність (інтероперабельність) визначається як можливість двох або більше систем (компонентів систем) або додатків проводити обмін інформацією та спільно її використовувати [2]. При цьому виокремлюють, зокрема, такі площини функціональної сумісності компонентів IoT-системи: синтаксичну, семантичну, політичну (взаємодії компонентів), поведінкову, транспортну. Однак варто зазначити, що проведено класифікацію саме на програмному рівні сприйняття системи. Водночас питання оцінювання рівню впливу чинників, що мають місце на апаратному рівні і є факторами, що порушують функціональну сумісність, потребує додаткового опрацювання. Сприяння вирішенню зазначеного питання і присвячено представлену роботу.

Центральна гіпотеза, що зумовлює актуальність проведених досліджень, – можливість реалізації функціональних характеристик IoT-системи будується, зокрема, на справності апаратного складника кожного з компонентів системи, тобто названа сумісність може бути порушена на апарат-

ному рівні у зв'язку з виникненням збоїв та відмов обладнання. При цьому порушується питання забезпечення функціональної безпеки системи на рівні компонентів. Поняття «функціональна безпека» регламентується, зокрема, стандартом ІЕС 61508 [3]. Воно полягає у здатності системи виконувати свої функції та зберігати зазначені властивості в межах визначених режимів експлуатації.

Отже, питання сумісності розглядається з точки зору апаратного складника системи: зчитувані значення заданих показників функціонування компонентів системи використовуються як параметри розробленої моделі. У результаті застосування моделі робиться висновок про рівень критичності цих значень (критичний/некритичний).

Огляд літератури. Результати попередніх досліджень показали, що математичний апарат нейронних мереж є дієвим механізмом оцінювання і прогнозування стану компонентів розподіленої комп'ютерної системи [4]. Він забезпечує необхідний рівень гнучкості і масштабованості, надає зручний механізм варіювання складу параметрів моделі. Такими можуть виступати, зокрема, температура процесора, кількість обертів системи охолодження тощо [5].

У загальному сенсі забезпечення сумісності компонентів системи реалізується шляхом стандартизації (наприклад протокол IPv6, технологія RFID (Radio Frequency Identification)) [6].

Водночас вагомий внесок у напрямі розв'язання проблеми забезпечення сумісності компонентів IoT-системи викладається у нижченаведених підходах. Наприклад, для забезпечення сумісності пропонується залучати спеціалізовані програмні шлюзи (засоби сполучення) [7; 8], використовувати семантичні засоби [9; 10]. Однак такий підхід характеризується як прив'язкою до заданої предметної сфери, що суперечить парадигмі IoT, так і необхідністю ускладнення програмного складника, що породжує труднощі в масштабуванні системи. Перший зазначений недолік пропонується усувати шляхом забезпечення сумісності на рівні предметно орієнтованих застосунків [11]. Альтернативний підхід, у якому оминається останній зазначений недолік, базується на застосуванні спеціалізованих засобів трансляції протоколів взаємодії компонентів системи [12]. Це може створити перешкоди для реалізації сценаріїв взаємодії, сприйнятливих до

пропускної спроможності каналів обміну даними між пристроями.

Підсумувати доробок вищерозглянутих праць можна так: питання забезпечення сумісності охоплюється на програмному рівні. На протипагу цьому серед нечисленних вітчизняних публікацій з окресленої тематики можна виокремити роботи професора Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» В.В. Пілінського, де проблема сумісності компонентів IoT-системи розглядається з точки зору електромагнітної сумісності пристроїв у складі системи, тобто вирішується вже на рівні апаратного забезпечення [13].

Узагальнити розглянуті підходи можна так: сумісність компонентів IoT-системи не розглядається з позиції функціональної безпеки. Це породжує сумніви стосовно тривалості реалізації функціональних характеристик результувальною системою у заданих режимах роботи, з огляду на вимушену тимчасову несумісність певних компонентів системи, зумовлену апаратним складником відповідних компонентів. Зважаючи на це, в межах представленої роботи окреслена специфіка опрацьовується на рівні апаратного забезпечення: поточний стан апаратного забезпечення окремо взятого компонента системи розглядається як чинник, що зумовлює результувальну функціональну безпеку системи в цілому. Для комплексного оцінювання названого стану залучається математичний апарат нейронних мереж.

Як предметну сферу розглянемо бездротову сенсорну мережу (WSN, Wireless Sensor Network), що є фундаментальним складником глобальної IoT-системи [14]. Як апаратне забезпечення компонентів системи розглянемо пристрої на базі мікроконтролерів ESP 8266 і ESP 8285, що набули значного поширення [15].

Методи. В основі роботи лежить математичний апарат нейронних мереж, що застосовується як засіб отримання кількісних оцінок показників апаратної сумісності компонентів системи інтернету речей.

Для перевірки розробленої моделі в роботі застосовано метод дискретно-подійного імітаційного моделювання, а також виконано задачу апроксимації й екстраполяції. Вирішення задачі апроксимації дозволило одержати апроксимальну функцію, що є базисом для розв'язання задачі екстраполяції. Розв'язання задачі екстраполяції дозволило прогнозувати кількість компонентів системи, що перешкоджатимуть реалізації функціональних характеристик останньої через заданий відрізок часу.

На підставі вищезазначеного стверджуємо, що розв'язуване в роботі завдання формулюється так: розробити модель контролю сумісності компонен-

тів IoT-системи на рівні апаратного забезпечення, що дозволить своєчасно попереджувати відмови та/або виходи зі строю компонентів системи.

Ухвалено рішення сприяти розв'язанню завдання забезпечення сумісності на апаратному рівні в межах розробленого підходу на основі математичного апарату нейронних мереж шляхом оцінювання та прогнозування кількості відмов компонентів системи за заданий інтервал часу.

Результати. Поданий у роботі матеріал є викладенням складника запропонованого комплексного підходу до контролю сумісності компонентів IoT-системи та є присвяченим апаратному рівню останніх (рис. 1).

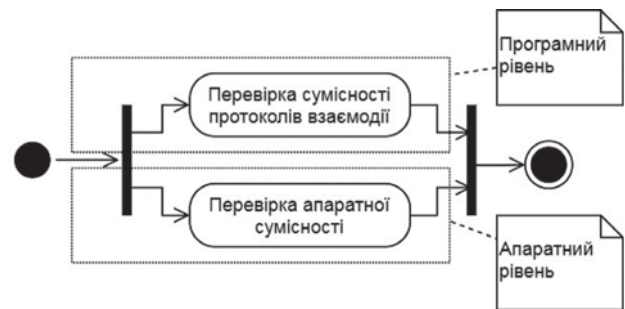


Рис. 1. Концептуальне подання розробленого підходу

Згідно із запропонованим підходом (рис. 1), контроль сумісності на програмному рівні має забезпечуватися шляхом здійснення формальної верифікації методом перевірки на моделі в автоматизованому режимі [1]. Як засіб контролю сумісності на апаратному рівні пропонується застосувати математичний апарат нейронних мереж. Архітектуру побудованої мережі подано на рис. 2.

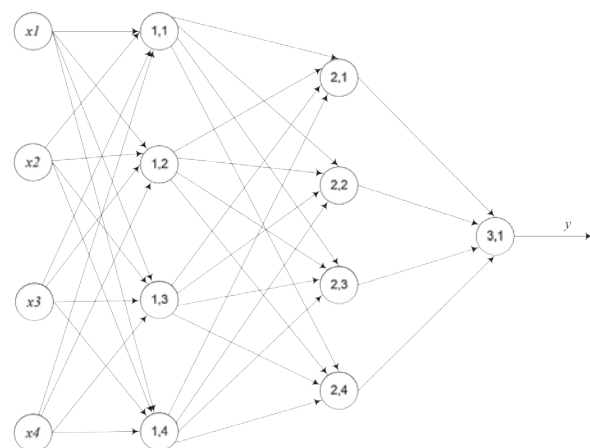


Рис. 2. Архітектура розробленої моделі

На рис. 2 на кожен елемент вхідного шару мережі подається по чотири параметри: значення температури

навколишнього середовища (x_1), рівнів вологості (x_2), вібрації (x_3), а також куту нахилу IoT-пристрою (x_4). При цьому кожен елемент кожного з трьох шарів мережі пронумеровано парою значень, де перше значення є порядковим номером шару мережі, друге – номером елемента в межах заданого шару. Результат роботи мережі зчитується на виході елемента (3,1). Відповідна математична модель представлена системою рівнянь такого вигляду:

$$\begin{cases} Y_{NN} = \lambda_{(3,1)} = (1 + e^{-(12.21+18.86\lambda_{(2,1)}-7.32\lambda_{(2,2)}+16.74\lambda_{(2,3)}-6.51\lambda_{(2,4)})})^{-1}; \\ \lambda_{(2,1)} = (1 + e^{-(5.83+8.97\lambda_{(1,1)}-4.97\lambda_{(1,2)}-5.53\lambda_{(1,3)}+5.89\lambda_{(1,4)})})^{-1}; \\ \lambda_{(2,2)} = (1 + e^{-(4.03+5.32\lambda_{(1,1)}+1.12\lambda_{(1,2)}+6.09\lambda_{(1,3)}-6.21\lambda_{(1,4)})})^{-1}; \\ \lambda_{(2,3)} = (1 + e^{-(5.05+6.12\lambda_{(1,1)}-4.74\lambda_{(1,2)}+2.32\lambda_{(1,3)}+2.34\lambda_{(1,4)})})^{-1}; \\ \lambda_{(2,4)} = (1 + e^{-(1.12+5.09\lambda_{(1,1)}+2.34\lambda_{(1,2)}-0.95\lambda_{(1,3)}+5.74\lambda_{(1,4)})})^{-1}; \\ \lambda_{(1,1)} = (1 + e^{-(1.73+0.27x_1-4.27x_2-4.15x_3-2.07x_4)})^{-1}; \\ \lambda_{(1,2)} = (1 + e^{-(4.42-0.81x_1+0.36x_2-3.42x_3+5.39x_4)})^{-1}; \\ \lambda_{(1,3)} = (1 + e^{-(2.32-5.39x_1+1.89x_2+1.42x_3-1.89x_4)})^{-1}; \\ \lambda_{(1,4)} = (1 + e^{-(6.09+2.13x_1-2.73x_2-1.12x_3-2.07x_4)})^{-1}; \end{cases} \quad (1)$$

де Y_{NN} – результат роботи вихідного шару нейронної мережі, представлена єдиним елементом (3,1) (рис. 2).

Отримані експериментальні дані подано в табл. 1. При цьому варто зазначити, що в табл. 1 наведено лише 5 із $1,92 \cdot 10^2$ проведених замірів, аби підкреслити найбільш показовий випадок (№ 5 з/п), за якого $x_4 = 149^\circ$. Така ситуація демонструє випадок, коли положення пристрою в просторі порушено (як результат впливу вібрації). Установлено, що це стало наслідком неякісної фіксації пристрою в просторі.

Як наслідок, відповідний пристрій охарактеризовано як «несумісний», з огляду на те, що він є джерелом недостовірних даних. Недостовірними при цьому вважаються дані, що виходять за межі встановлених лімітів. Ужитими заходами є відновлення положення пристрою в просторі.

Таблиця 1

Вихідні дані та результати роботи моделі

№ з/п	Значення показників				Y_{NN}
	$x_1, ^\circ\text{C}$	$x_2, \%$	$x_3, \text{Гц}$	$x_4, ^\circ$	
1	70	11	4	3	1
2	46	31	10	5	1
3	39	33	9	3	1
4	41	39	16	4	1
5	92	10	10	149	0

Із табл. 1 видно, що у випадку № 5 з/п одержуємо значення $Y_{NN} = 0$. Воно означає, що відповідний пристрій є несумісним, адже потребує налагодження або заміни. Фрагмент матриці вагових коефіцієнтів – співмножників показників x_1, \dots, x_4 – подано в табл. 2.

Таблиця 2

Елементи матриці вагових коефіцієнтів

№ шару мережі	№ нейрона у шарі	Значення зміщення w_0	Параметри мережі та вагові коефіцієнти	
			Параметр	Значення w
1	1	1,73	x_1	0,27
			x_2	-4,27
			x_3	-4,15
			x_4	-2,07
2	2	4,42	x_1	-0,81
			x_2	0,36
			x_3	-3,42
			x_4	-5,39

У табл. 2 значення коефіцієнтів w_0 і w отримано в результаті налаштування мережі.

Побудована нейромережева модель є ієрархічною структурою, елементами кожного з трьох ієрархічних рівнів якої є нейрони. При цьому верхній ієрархічний рівень представлений єдиним елементом (3,1) (рис. 2). Прикладне застосування моделі дозволяє отримати оціночне значення агрегованого показника придатності заданого IoT-пристрою до використання як компонента цільової системи з позиції його апаратної сумісності. Значення середньоквадратичної помилки навчання склало $1,41 \cdot 10^{-14}$. Для тестової вибірки значення помилки склало вже $2,84 \cdot 10^{-5}$.

Проведене дослідження полягало в такому: впродовж року розроблена модель щомісяця застосовувалася як засіб аналізу параметрів кожного з компонентів. У результаті цього модель продукувала значення 1 або 0 для кожного із 16 компонентів щомісяця. Упродовж року щомісяця фіксувалася сума значень y за всіма компонентами. На основі одержаних даних вирішено задачу апроксимації (рис. 3).

На рис. 3 довірчі інтервали побудовано для довірчої імовірності 0,95. Із рис. 3 видно, що впродовж року безперервної роботи IoT-системи на основі 16 IoT-пристроїв вже на восьмому місяці експлуатації характеристики двох компонентів системи не відповідали штатному режиму їх функціонування. Застосування розробленої моделі дозволило виявити ці компоненти і виробити комплекс заходів, спрямованих на повернення зазначених компонентів до штатного режиму роботи.

До того ж розроблену модель можна застосовувати для прогнозування кількості компонентів сис-

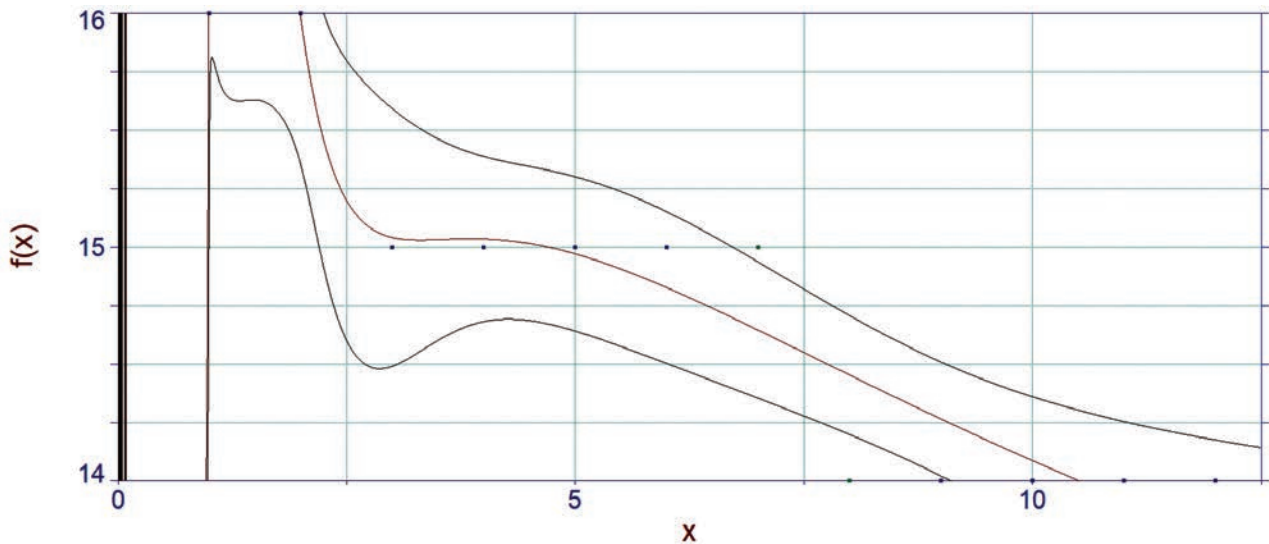


Рис. 3. Результат вирішення задачі апроксимації

теми, що вийдуть із ладу за заданий проміжок часу. Для дослідженого випадку апроксимувальну функцію представлено поліномом четвертого порядку:

$$f(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3} + \frac{e}{x^4}, \quad (2)$$

де $a = 11,0009$; $b = 47,5262$; $c = -198,7787$; $d = 338,4551$; $e = -182,2033$; x – порядковий номер місяця від початку відліку. Значення коефіцієнта детермінації при цьому таке: $R^2 = 0,92$. Для прогнозування кількості компонентів системи, ознаки функціонування яких не відповідатимуть штатному режиму, створено відповідний програмний засіб на основі апроксимувальної функції $f(x)$. Результат його застосування показав, що через 18 місяців безперервної роботи системи вже три її компоненти функціонуватимуть не в штатному режимі. Такий результат можна охарактеризувати як індикативний засіб для вироблення комплексу заходів, направлених на усунення змушувальних чинників потенційних збоїв у роботі IoT-системи.

Висновки. Таким чином, у роботі розроблено модель контролю сумісності компонентів IoT-системи на апаратному рівні, що базується на математичному апараті нейронних мереж.

Було отримано такі результати:

1) продемонстровано дієвість використання запропонованої моделі як засобу оцінювання при-

датності апаратного складника компонентів IoT-системи до цільового застосування для виявлення компонентів, що є несумісними з рештою компонентів системи за рівнем функціональної безпеки. При цьому як предметну сферу розглянуто сценарій згідно з концепцією «розумний дім». Для проведення дослідження залучено 16 пристроїв на основі мікроконтролерів ESP 8266 і ESP 8285. У результаті було виявлено один несумісний пристрій;

2) у результаті розв'язання завдань апроксимації й екстраполяції встановлено, що впродовж 18 місяців експлуатації системи вже три пристрої з 16 матимуть незадовільне значення показника сумісності. Отримане значення коефіцієнта детермінації для результату розв'язання задачі апроксимації – 0,92.

Запропонована модель на основі математичного апарату нейронних мереж є засобом оцінювання і прогнозування сумісності компонентів IoT-системи на апаратному рівні (з позиції функціональної безпеки). Особливістю представленого рішення є безпосередня залежність результату такого оцінювання як від складу вихідних даних (параметрів оцінювання), так і від установлених обмежень на допустимі значення цих параметрів.

Подальша робота орієнтована на узагальнення отриманих результатів шляхом розширення спектра охоплених сценаріїв прикладного використання досліджуваної IoT-системи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Timenko A.V., Shkarupylo V.V., Oliinyk A.O., Hrushko S.S. Formal Model for Checking the Interoperability Between the Components of the IoT system. *Problemele Energeticii Regionale*. 2019. Vol. 40, No. 1-1. P. 69–78. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.3239196>
2. ISO/IEC 21823-1:2019 Internet of things (IoT) - Interoperability for IoT systems - Part 1: Framework. [Active since 2019-02]. URL: <https://www.iso.org/standard/71885.html> (access date: 05.01.2021).

3. IEC 61508 Edition 2.0. Functional safety of electrical/electronic/programmable electronic safety-related systems. [Approved: April 2010]. URL: <https://www.iec.ch/functionalsafety/standards/page2.htm>. (access date: 05.01.2021).
4. Tang J., Liu F., Zhang W., Ke R. Zoue Y. Lane-changes prediction based on adaptive fuzzy neural network. *Expert Systems with Applications*. 2018. Vol. 91. P. 452–463. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.09.025>
5. Тіменко А.В., Скрупська Л.С. Нейромережева модель прогнозування ймовірності безвідмовної роботи CPU на основі вимірювання температурних показників. *Наукові праці ДонНТУ: серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*. 2018. № 1 (26). С. 106–111.
6. Al-Fuqaha A., Guizani M., Mohammadi M., Aledhari M., Auyash M. Internet of things: a survey on enabling technologies protocols and applications. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2015. Vol. 17, No. 4. P. 2347–2376. DOI: http://www.arnjournals.org/jeas/research_papers/rp_2020/jeas_1220_8427.pdf
7. Blackstock M., Lea R. IoT interoperability: A hub-based approach. *Internet of Things (IOT): proc. 2014 International Conference (Cambridge, MA, USA, 6–8 Oct. 2014)*. 2014. P. 79–84. DOI: <https://doi.org/10.1109/IOT.2014.7030119>
8. Pereira C., Pinto A., Aguiar A., Rocha P., Santiago F., Sousa J. IoT interoperability for actuating applications through standardised m2m communications. *A World of Wireless, Mobile and Multimedia Networks (WoWMoM): proc. 2016 IEEE 17th International Symposium (Coimbra, Portugal, 21–24 June 2016)*. 2016. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/WoWMoM.2016.7523564>
9. Desai P., Sheth A., Anantharam P. Semantic Gateway as a Service Architecture for IoT Interoperability. *Mobile Services: proc. 2015 IEEE International Conference (New York, NY, USA, 27 June – 2 July 2015)*. 2015. P. 313–319. DOI: <https://doi.org/10.1109/MobServ.2015.51>
10. Aloï G., Caliciuri G., Fortino G., Gravina R., Pace P., Russo W., Savaglio C., Enabling IoT interoperability through opportunistic smartphone-based mobile gateways. *Journal of Network and Computer Applications*. 2017. Vol. 81, No. C. P. 74–84. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.10.013>
11. Soursos S., Podnar-Zarko I., Zwickl P., Gojmerac I., Bianchi G., Carozzo G. Towards the Cross-Domain Interoperability of IoT Platforms. *Networks and Communication (EUCNC 2016): proc. 2016 European Conference (Athens, Greece, 27–30 June 2016)*. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/EuCNC.2016.7561070>
12. Derhamy H., Eliasson J., Delsing J. Iot interoperability: On-demand and low latency transparent multiprotocol translator. *IEEE Internet of Things Journal*. 2017. Vol. 4, No. 5. P. 1754–1763. DOI: <https://doi.org/10.1109/JIOT.2017.2697718>
13. Пілінський В. В., Ратушний О. С., Тітков Д. В. Аналіз електромагнітної обстановки пристроїв Інтернету речей у приміщенні. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія : Техніка та електрофізика високих напруг*. 2019. № 27 (1352). С. 50–54. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vspitevn_2019_27_10 (дата звернення: 20.12.2020).
14. Kocakulak M., Butun I. An overview of Wireless Sensor Networks towards Internet of Things. *Proc. 2017 IEEE 7th Annual Computing and Communication Workshop and Conference, CCWC (Las Vegas, NV, USA, 9-11 Jan. 2017)*. 2017. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/CCWC.2017.7868374>
15. Mesquita J., Guimaraes D., Pereira C., Santos F., Almeida L. Assessing the ESP8266 WiFi module for the Internet of Things. *Proc. 2018 IEEE 23rd International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, ETFA (Turin, Italy, Sept. 4-7, 2018)*. 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/ETFA.2018.8502562>

REFERENCES

1. Timenko, A.V., Shkarupylo, V.V., Oliinyk, A.O., & Hrushko, S.S. (2019). Formal Model for Checking the Interoperability Between the Components of the IoT system. *Problemele Energeticii Regionale*, 40(1-1), 69–78. <https://doi.org/10.5281/zenodo.3239196>
2. International Organization for Standardization (2019). *Internet of things (IoT) - Interoperability for IoT systems - Part 1: Framework (ISO/IEC Standard No. 21823-1:2019)*. <https://www.iso.org/standard/71885.html>
3. International Electrotechnical Commission (2010). *Functional safety of electrical/electronic/programmable electronic safety-related systems (IEC 61508 Edition 2.0)*. <https://www.iec.ch/functionalsafety/standards/page2.htm>
4. Tang, J., Liu, F., Zhang, W., Ke, R. & Zoue, Y. (2018). Lane-changes prediction based on adaptive fuzzy neural network. *Expert Systems with Applications*, 91, 452–463. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.09.025>
5. Timenko, A.V., & Skrupskaya, L.S. (2018). Neural network model for predicting the probability of the CPU failure-free operation based on the measured temperature indicators. *Scientific papers of Donetsk National Technical University. Series: "Informatics, Cybernetics and Computer Science"*, 1(26), 106–111.

6. Al-Fuqaha, A., Guizani, M., Mohammadi, M., Aledhari, M., & Ayyash, M. (2015). Internet of things: a survey on enabling technologies protocols and applications. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 17(4), 2347–2376. <https://doi.org/10.1109/COMST.2015.2444095>
7. Blackstock, M., & Lea, R. (Oct. 2014). IoT interoperability: A hub-based approach. *Proc. 2014 International Conference on the Internet of Things (IOT)*, Cambridge, MA, USA. <https://doi.org/10.1109/IOT.2014.7030119>
8. Pereira, C., Pinto, A., Aguiar, A., Rocha, P., Santiago, F., & Sousa, J. (June 2016). IoT interoperability for actuating applications through standardised m2m communications. *Proc. 2016 IEEE 17th International Symposium on A World of Wireless, Mobile and Multimedia Networks (WoWMoM)*, Coimbra, Portugal. <https://doi.org/10.1109/WoWMoM.2016.7523564>
9. Desai, P., Sheth, A., & Anantharam, P. (July 2015). Semantic Gateway as a Service Architecture for IoT Interoperability. *Proc. 2015 IEEE International Conference on Mobile Services*, New York, NY, USA. <https://doi.org/10.1109/MobServ.2015.51>
10. Aloï, G., Caliciuri, G., Fortino, G., Gravina, R., Pace, P., Russo, W., & Savaglio, C. (2017). Enabling IoT interoperability through opportunistic smartphone-based mobile gateways. *Journal of Network and Computer Applications*, 81(C), 74–84. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.10.013>
11. Soursos, S., Podnar-Zarko, I., Zwickl, P., Gojmerac, I., Bianchi, G., & Carrozzo, G. (June 2016). Towards the Cross-Domain Interoperability of IoT Platforms.: *Proc. 2016 European Conference on Networks and Communication (EUCNC 2016)*, Athens, Greece. <https://doi.org/10.1109/EuCNC.2016.7561070>
12. Derhamy, H., Eliasson, J., & Delsing, J. (2017). Iot interoperability: On-demand and low latency transparent multiprotocol translator. *IEEE Internet of Things Journal*, 4(5), 1754–1763. <https://doi.org/10.1109/JIOT.2017.2697718>
13. Pilinsky, V.V., Ratushnyi, O.S., & Titkov, D.V. (2019). Analysis of the electromagnetic environment of internet of things devices indoors. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Ser. : Technique and Electrophysics of High Voltage*. 27(1352), 50–54. <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43637> (in Ukrainian)
14. Kocakulak, M., & Butun, I. (Jan. 2017). *An overview of Wireless Sensor Networks towards Internet of Things*. 2017 IEEE 7th Annual Computing and Communication Workshop and Conference (CCWC), Las Vegas, NV, USA. <https://doi.org/10.1109/CCWC.2017.7868374>
15. Mesquita, J., Guimaraes, D., Pereira, C., Santos, F., & Almeida, L. (Sept. 2018). *Assessing the ESP8266 WiFi module for the Internet of Things*. 2018 IEEE 23rd International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), Turin, Italy. <https://doi.org/10.1109/ETFA.2018.8502562>

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ У ЗБІРНИКУ НАУКОВИХ ПРАЦЬ «ВІСНИК ЗАПОРІЗЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ. ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ»

Вимоги до оформлення статей:

До друку приймаються статті, що мають наукову і практичну цінність. Автор має право представити тільки одну наукову статтю в один номер, яка раніше не публікувалася. Автор несе відповідальність за оригінальність тексту статті, точність наведених фактів, цитат, статистичних даних, власних назв, географічних назв та інших відомостей, а також за те, що в матеріалах не містяться дані, що не підлягають відкритій публікації. Редакція не несе відповідальності за викладену в статті інформацію. Остаточне рішення про публікацію ухвалюється редакцією, яка також залишає за собою право на додаткове рецензування, редагування і відхилення статей.

Технічні вимоги:

- до друку приймаються статті українською, російською та англійською мовами;
- електронний варіант статті у форматі *.doc, *.docx або *.rtf, підготовлений у текстовому редакторі Microsoft Word;
- формат А4 через 1,5 інтервал;
- шрифт Times New Roman, розмір 14;
- поля: ліве – 3 см, праве – 1,5 см, верхнє, нижнє – 2 см.

Структура статті:

- рядок 1** – УДК (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 2** – назва тематичного розділу (вирівнювання по лівому краю);
- рядок 3** – назва статті (вирівнювання по центру, напівжирний шрифт, великі літери);
- рядок 4** – прізвище та ініціали автора статті; науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри (вирівнювання по центру);
- рядок 5** – місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора (вирівнювання по центру).

Якщо автор не має orcid-коду, його можна отримати за посиланням <https://orcid.org/>

абзац 1 – розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані мовою, як і уся стаття;

абзац 2 – назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані **англійською мовою**. Переклад англійською мовою повинен бути достовірним (не машинним).

У випадку, якщо стаття не українською мовою, обов'язково подаються назва статті (напівжирний шрифт, усі літери великі), прізвище, ініціали автора, науковий ступінь, вчене звання, посада із зазначенням кафедри, місце роботи (навчання), адреса роботи (навчання), orcid-код, електронна адреса автора, розширена анотація (1800 знаків без пробілів) та ключові слова (мінімум 5 слів), написані українською мовою.

Основний текст статті повинен відповідати структурі IMRAD (Introduction, Methods, Results, and Discussion) + Literature Review:

Вступ – короткий вступ (1-2 сторінки), який повинен дати відповіді на запитання «чому проведено дослідження?», «які об'єкт, мета й основні гіпотези дослідження?»; Огляд літератури - розділ, що містить аналіз останніх публікацій за темою дослідження (переважна більшість публікацій повинна бути за останні 5 років, самоцитовання не більше 30% від кількості літературних джерел), з огляду літератури читачі повинні мати змогу оцінити стан проблеми у світі, аналіз літературних джерел повинен мати критичний характер;

Методи – розділ, який може включати 2-3 рівнозначних за обсягом параграфи, що висвітлюють основні методи, підходи, алгоритми дослідження;

Результати – розділ, який містить аналіз основних результатів дослідження (графіки, таблиці з чисельними даними, загалом, результати обчислювальних експериментів); Дискусія – розділ (до 1 сторінки), який також можна назвати Висновок або Висновки, що містить порівняння отриманих результатів з результатами інших досліджень (як власних так інших авторів), а також дає відповідь на запитання «які перспективи дослідження?», формулює наукову новизну результатів.

Література розміщується після статті у порядку згадування; друкується через 1,5 інтервал, 14 розміром, шрифтом Times New Roman і оформляється у відповідності вимог міждержавного стандарту ДСТУ 8302:2015.

Посилання на літературу в тексті слід давати в квадратних дужках, наприклад, [2, с. 25; 5, с. 33], в яких перша цифра вказує порядковий номер джерела в списку літератури, а друга – відповідну сторінку в цьому джерелі; одне джерело (без сторінок) відокремлюється від іншого крапкою з комою [3; 4; 6; 8; 12; 15].

Наприкінці статті розміщується транслітерована і перекладена англійською версія літератури (References), оформлена згідно з вимогами APA (American Psychological Association).

Порядок подання матеріалів:

Для публікації статті у фаховому науковому виданні необхідно надіслати на електронну адресу редакції editor@physmath.journalsofznu.zp.ua наступні матеріали:

добре вичитану наукову статтю, обов’язково оформлену відповідно до вказаних вимог;
інформаційну довідку про автора;
відскановане **підтвердження сплати коштів** (реквізити для сплати надаються автору після вдалого проходження рецензування).

Зразок оформлення назви електронних файлів: Іванов_І.І._стаття, Іванов_І.І._оплата.

Адреса та контактні дані:

Редакція збірника наукових праць «Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки»

вул. Жуковського 66, корп. 1, ауд. 216, м. Запоріжжя, Україна, 69060

Телефон: +38 (066) 53 57 687

Електронна пошта: editor@physmath.journalsofznu.zp.ua

Офіційний сайт: www.journalsofznu.zp.ua/index.php/phys-math

Збірник наукових праць

**ВІСНИК ЗАПОРІЗЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ.
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ**

№ 2, 2020

Комп'ютерна верстка – Н.С. Кузнєцова
Коректура – В.В. Ізак

Підписано до друку: 24.12.2020.
Формат 60x84/8. Гарнітура Times New Roman.
Папір офсет. Цифровий друк. Ум. друк. арк. 7,21.
Замов. № 0321/79. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
69063, Україна, м. Запоріжжя, вул. Олександрівська, 84, оф. 414
Телефони: +38 (048) 709 38 69, +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.com.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.