ВЫВОДЫ

В работе рассматриваются алгебраические методы построения топологического рисунка несепарабельного непланарного графа. Исходной информацией для построения служит топологический рисунок планарной части графа. Построение дуального графа позволяет находить маршруты для проведения соединений, удаленных в процессе планаризации. При проведении соединений, соответствующих выбранному маршруту, пересечение ребер рассматривается как образование в рисунке плоского графа дополнительных вершин. Вновь введенные вершины описываются вращением вершин графа. Это позволяет рассматривать проведение пересекающихся соединений как построение нового топологического рисунка G, $\hbar(v+v')$ с добавленными вершинами v'. Рассмотрены алгебраические операции включения ранее не проведенных ребер в плоский топологический рисунок. Приведен алгоритм для построения диаграммы вращения вершин относительно заданной системы простых ориентированных циклов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Лейн С. Комбинаторное условие для плоских графов. *Кибернетический сборник. Новая серия*. 1970. Вып. 7. С. 68–77.
2. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. Москва: Мир, 1984. 455 с.
3. Рингель Г. Теорема о раскраске карт. Москва: Мир, 1977. 126 с.
4. Харари Ф. Теория графов. Москва: Мир, 1973. 300 с.
5. Cycle bases in graphs: characterization, algorithms, complexity, and applications / T. Kavitha et al. *Computer Science Review*. 2009. Vol. 3, Issue 4. P. 199–243.

REFERENCES

1. McLane, S. (1970). Combinatorial condition for planar graphs. In: Cybernetic collection. New episode, Issue 7, pp. 68–77.
2. Swami, M. & Thulasaraman, K. (1984). Graphs, networks and algorithms. Moscow: Mir.
3. Ringel, G. (1977). A theorem on the coloring of maps. Moscow: Mir.
4. Harari, F. (1973). Theory of graphs. Moscow: Mir.
5. Kavitha, T., Liebchen, C., Mehlhorn, K., Michail, D., Rizzi, R., Ueckerdt, T. & Zweig, K. (2009). Cycle spaces in graphs: characterization, algorithms, complexity, and applications. Computer Science Review, Volume 3, Issue 4, pp. 199-243.

УДК 539.3 DOI: 10.26661/2413-6549-2018-1-07

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОБЛЕГЧЕННЫХ ПОДПОРНЫХ СТЕН, СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, КОНТАКТИРУЮЩИХ С ГРУНТОМ

Латифов Ф. С., д. ф.-м. н., профессор, Ганиев Д. С., докторант

Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет,
ул. А. Султановой, 5, г. Баку, Азербайджан 1073/1

flatifov@mail.ru

В работе рассматривается система цилиндрических подпорных стен, которая используется для обеспечения сейсмоустойчивости сооружений. Подпорные стены моделируются двумя цилиндрическими оболочками с ортотропными механическими характеристиками в условиях динамического нагружения. В математической модели данной оболочечной системы учитывается влияние грунта, действие которого заменяется компонентами вектора внешних сил. При этом предполагается что действуют как нормальные, так и сдвигающие составляющие. Для системы цилиндрических оболочек определена полная энергия, включающая потенциальную и кинетическую энергии и работу внешних сил. Между собой оболочки соединяются упруго. Предполагается, что торцевые части системы цилиндрических оболочек расположены на идеальных диафрагмах. На основе этого сформулированы граничные условия – условия шарнирного опирания.

Перемещения точек цилиндрических оболочек представляется на основе тригонометрических функций с неизвестными коэффициентами. Их подстановка в выражение для полной энергии и последующее применение принципа Остроградского-Гамильтона дает однородную систему линейных уравнений. Из условия ее нетривиальных решений получаем частотное уравнение. Это уравнение решается численно при конкретных значениях входящих в него параметров. В результате найдены зависимости частотных характеристик от различных параметров системы. Установлена взаимосвязь между геометрическими характеристиками оболочек и их характеристиками. Определено влияние ортотропии материалов на величину частотных параметров оболочек.

Ключевые слова: ортотропная оболочка, подпорные стены, грунт, свободные колебания, частотное уравнение, вариационный принцип.

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ПОЛЕГШЕНИХ ПІДПІРНИХ СТІН, СКЛАДЕНИХ З ОРТОТРОПНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК, ЩО КОНТАКТУЮТЬ З ГРУНТОМ

Латіфов Ф. С., д. ф.-м. н., професор, Ганієв Д. С., докторант

Азербайджанський Архітектурно-будівельний університет,
вул. А. Султанової 5, м. Баку, Азербайджан 1073/1

flatifov@mail.ru

В роботі розглядається система циліндричних підпірних стін, яка використовується для забезпечення сейсмостійкості споруд. Підпірні стіни моделюються двома циліндричними оболонками з ортотропними механічними характеристиками в умовах динамічного навантаження. У математичній моделі даної оболонкової системи враховується вплив ґрунту, дія якого замінюється компонентами вектора зовнішніх сил. При цьому передбачається, що діють як нормальні, так і зсувні складові. Для системи циліндричних оболонок визначена повна енергія, що включає потенційну і кінетичну енергії і роботу зовнішніх сил. Між собою оболонки з'єднуються пружно. Передбачається, що торцеві частини системи циліндричних оболонок розташовані на ідеальних діафрагмах. На основі цього сформульовані граничні умови – умови шарнірного обпирання.

Переміщення точок циліндричних оболонок представляється на основі тригонометричних функцій з невідомими коефіцієнтами. Їх підстановка в вираз для повної енергії і подальше застосування принципу Остроградського-Гамільтона дає однорідну систему лінійних рівнянь. З умови її нетривіальних рішень отримуємо частотне рівняння. Це рівняння вирішується чисельно при конкретних значеннях назв параметрів. В результаті знайдені залежності частотних характеристик від різних параметрів системи. Встановлено взаємозв'язок між геометричними характеристиками оболонок і їх характеристиками. Визначено вплив ортотропії матеріалів на величину частотних параметрів оболонок.

Ключові слова: ортотропна оболонка, підпірні стіни, ґрунт, вільні коливання, частотне рівняння, варіаційний принцип.

FREE VIBRATIONS OF LIGHT SUPPRESSED WALLS MADE OF ORTHOTROPIC CYLINDRICAL SHELLS CONTACT WITH GROUND

Latifov F. S., doctor of physical and mathematical sciences, professor,
Ganiev D. S., doctoral studen

Azerbaijan Architecture and Construction University,
Str. A. Sultanovoy, 5, Baku, 1073/1, Azerbaijan

flatifov@mail.ru

In this article, we study the system of supporting cylindrical walls as earthquake-resistant structures. A pair of cylindrical orthotropic shells under dynamic loading simulates a supporting wall. The simulation considers an impact of ground using external forces. At the same time, we suggests that there are both normal and shear forces.

Full energy has been obtained for a system of cylindrical shells including kinetic and potential energy and virtual work of external forces. Shells are elastic joined together. We suggest that edges of shells are placed on perfect apertures. Thus, boundary conditions allow rotations at edges.

Displacements of cylindrical shells are defined using trigonometric functions with unknown coefficients. Substitution of trigonometric functions into energy expression and application of the Ostrogradsky-Hamilton principle give homogeneous system of linear equations. The frequency equation is obtained using conditions of nontrivial solution existence. This equation could be solved numerically for concrete values of its parameters. Finally, dependences of frequency characteristics from parameters of the system are obtained. Dependence of shell's characteristics from its geometry are also obtained. Influence of orthotropic material on frequency characteristics is studied.

Key words: orthotropic shell, retaining walls, ground, free oscillations, frequency equation, variational principle.

Распространением тонкостенных конструкций или элементов конструкций в машиностроении, в системе передач, в области строительства делают актуальным вычисление их динамических прочностных характеристик и выбор их оптимальных вариантов. Основы подпорных стен составляют объеденные цилиндрические оболочки открытого профиля, и их форма принимается оптимальной. Заменой массивных подпорных стен на тонкостенные оболочки получается пустая система. Для обеспечения устойчивости этой системы пустые части заполняются грунтом, что приводит к экономии бетона.

Учитывая, что Азербайджанская Республика находится в активной сейсмической зоне, расчет собственных колебаний и нахождение резонансных частот таких конструкций имеет большое практическое значение.

Отметим, что расчет подпорных стен, состоящих из двух изотропных цилиндрических оболочек, выполнен для статических случаев в [1-3]. В работе [1] изучены статические деформации подпорных стен, состоящих из двух изотропных цилиндрических оболочек. При решении задачи используется методика, представленная в работе [4]. В работе [2] приведены расчеты подпорных стен, состоящих из трех изотропных цилиндрических оболочек при плоском деформировании. Задача сведена к решению обыкновенных дифференциальных уравнений и построены их решения. Работа [3] посвящена методике расчета подпорных стен, состоящих из изотропных цилиндрических оболочек с учетом работы грунта при сжатии и сдвиге. Расчеты приведены на основе моментной теории цилиндрических оболочек. В научных работах [5-8], рассматривая различные варианты объединений цилиндрических оболочек открытого профиля, построены дифференциальные уравнения моментной теории при различных условиях стыковки.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Напишем потенциальную и кинетическую энергии цилиндрических подпорных стен [9]:

$$\begin{aligned}Э_i=\frac{h_iR_i}{2}\iint\limits_{s_i}\Bigg\{&b_{11i}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x}\right)^2-2(b_{11i}+b_{12i})\frac{w_i}{R}\frac{\partial u_i}{\partial x}+\frac{w_i^2}{R^2}(b_{11i}+b_{12i}+b_{22i})+\frac{b_{22i}}{R^2}\left(\frac{\partial\vartheta_i}{\partial\theta}\right)^2-\\&-2(b_{12i}+b_{22i})\frac{w_i}{R^2}\frac{\partial\vartheta_i}{\partial\theta}+2b_{12i}\frac{1}{R^2}\frac{\partial u_i}{\partial x}\frac{\partial\vartheta_i}{\partial\theta}+b_{66i}\frac{1}{R^2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial\theta}\right)^2+b_{66i}\left(\frac{\partial\vartheta_i}{\partial x}\right)^2+\\&+b_{66i}\frac{1}{R}\frac{\partial\vartheta_i}{\partial x}\frac{\partial u_i}{\partial\theta}\Bigg\}dxd\theta,\end{aligned}\tag{1}$$

$$K_i=\frac{E_ih_i}{2R_i^2(1-\nu_i^2)}\iint\limits_{s_i}\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial\vartheta_i}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w_i}{\partial t}\right)^2\right]dxdy.$$

Здесь $i=1$ соответствует первой цилиндрической оболочке в подпорных стенах, $i=2$ соответствует второй цилиндрической оболочке в подпорных стенах (рис. 1); u_i, ϑ_i, w_i – перемещение оболочек, R_i, h_i – радиусы и толщины цилиндрических оболочек соответственно, b_{11}, b_{22}, b_{12}, b_{66} – основные модули упругости ортотропных материалов цилиндрических оболочек и выражается через модули упругости в координатных направлениях E_{1i}, E_{2i}, через коэффициенты Пуассона ν_{1i}, ν_{2i} следующим образом:

$$b_{11i}=\frac{E_{1i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}},\ \ b_{22i}=\frac{E_{2i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}},\ \ b_{12i}=\frac{\nu_{2i}E_{1i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}}=\frac{\nu_{1i}E_{2i}}{1-\nu_{1i}\nu_{2i}},$$

s_i – поверхности цилиндрических оболочек, фигурирующих в подпорных стенах. Влияние грунта на цилиндрические оболочки заменяются внешними силами q_{xi}, q_{yi}, q_{zi}. Работа, совершаемая этими силами в перемещениях оболочек, имеет вид:

$$A_i=-\int_0^{x_1}\int_0^{2\pi}\left(q_{xi}u_i+q_{yi}\vartheta_i+q_{zi}w_i\right)dxdy. \quad (2)$$

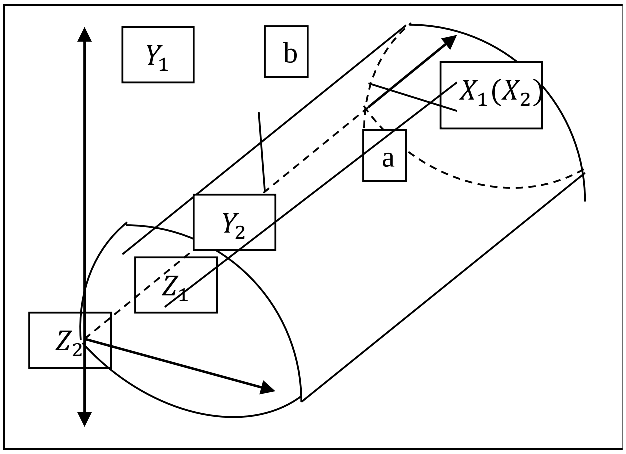

Рис. 1. Схема подпорной стены, состоящая из ортотропных цилиндрических оболочек

В результате для полной энергии подпорных стен получим:

$$\Pi=\sum_{i=1}^{2}(Э_i+K_i+A_i). \quad (3)$$

К выражениям (1) и (2) прибавляются контактные и граничные условия. Будем предполагать, что цилиндрические оболочки соединены упруго между собой, т.е. в контакте выполняются:

$$w_1(x)\big|_{y_1=0}=\vartheta_2(x)\big|_{y_2=0};\ \ \vartheta_1(x)\big|_{y_1=0}=w_2(x)\big|_{y_2=0};$$
$$u_1(x)\big|_{y_1=0}=u_2(x)\big|_{y_2=0};\ \ \frac{\partial w_1(x)}{\partial x}\bigg|_{y_1=0}=\frac{\partial\vartheta_2(x)}{\partial x}\bigg|_{y_2=0}. \quad (4)$$

Предполагается, что цилиндрические оболочки расположены на идеальных диафрагмах как на шарнирах по линиям $x=0$ и $x=a$. В этом случае граничные условия имеют вид:

$$u=0,\ \ w=0,\ \ T_1=0,\ \ M_1=0. \quad (5)$$

Здесь T_1, M_1 – сила и моменты в поперечном сечении цилиндрической оболочки.

Используя принцип стационарности Остроградского-Гамильтона, можно получить частотное уравнение колебания подпорных стен, состоящих из соединения двух цилиндрических оболочек открытого профиля

$$\partial W=0. \quad (6)$$

Здесь $W=\int_{t_1}^{t_2}\Pi dt$ – влияние Гамильтона. Выполняя операции варьирования в равенстве $\partial W=0$ и учитывая независимости и произвольности вариаций ∂u, $\partial\vartheta$, ∂w, получим частотное уравнение колебаний подпорных стен, состоящих из соединения двух цилиндрических оболочек открытого профиля, контактирующих с грунтом. Итак, построение частотного уравнения колебаний подпорных стен, состоящих из соединения двух цилиндрических оболочек открытого профиля, контактирующих с грунтом, сводится к совместному интегрированию полной энергии системы (3) при контактных (4) и граничных условиях (5).

Силы со стороны грунта на цилиндрические оболочки q_{xi}, q_{yi}, q_{zi}, входящие в (1), будем представлять в виде:

$$q_{xi} = q_{yi} = 0; \quad q_{z1} = k_1 w_1; \quad q_{z2} = k_2 w_2 - k_s\left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2}\right). \tag{7}$$

Здесь k_1, k_2, k_s – коэффициенты жесткостей грунта при сжатии и сдвиге.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Перемещения цилиндрических оболочек будем искать в виде:

$$\begin{gathered} u_i = u_{0i} \cos\chi\xi\,(\cos n\theta_i + \sin n\theta_i)\sin\omega_1 t_1, \\ \vartheta_i = \vartheta_{0i} \sin\chi\xi\,(\cos n\theta_i + \sin n\theta_i)\sin\omega_1 t_1, \\ w_i = w_{0i} \sin\chi\xi\,(\cos n\theta_i + \sin n\theta_i)\sin\omega_1 t_1. \end{gathered} \tag{8}$$

Здесь u_{0i}, ϑ_{0i}, w_{0i} – неизвестные постоянные, $\xi = \frac{x}{a}$, $t_1 = \omega_0 t$, χ, $n = 2k+1$ – волновые числа в направлении образующей и круговом направлении цилиндрических оболочек, $\theta_i = \frac{y_i}{R}$, $0 \le \theta_i \le \frac{3\pi}{4}$. При выполнение этих условий на границах $\theta_i = \frac{3\pi}{4}$ цилиндрических оболочек выполняются условия шарнирного опирания.

Подставляя решения (8) в (3), учитывая контактные условия (4) и выражение (7), выражая постоянные u_{02}, ϑ_{02}, w_{02} через постоянные u_{01}, ϑ_{01}, w_{01}, для полной энергии (3) получим полином второго порядка относительно постоянных u_{01}, ϑ_{01}, w_{01}:

$$\Pi = \breve{\varphi}_{11} u_{01}^2 + \breve{\varphi}_{22} \vartheta_{01}^2 + \breve{\varphi}_{33} w_{01}^2 + \breve{\varphi}_{44} u_{01}\vartheta_{01} + \breve{\varphi}_{55} u_{01} w_{01} + \breve{\varphi}_{66} \vartheta_{01} w_{01}.$$

Из-за сложности коэффициентов $\breve{\varphi}_{11}$, $\breve{\varphi}_{22}$, $\breve{\varphi}_{33}$, $\breve{\varphi}_{44}$, $\breve{\varphi}_{55}$, $\breve{\varphi}_{66}$ выражение их здесь не приводится. Выполняя операции варьирования в выражении П относительно независимых постоянных u_{01}, ϑ_{01}, w_{01} и приравнивая коэффициенты независимых вариаций к нулю, получим следующую систему алгебраических однородных уравнений:

$$\begin{cases} 2\breve{\varphi}_{11} u_{01} + \breve{\varphi}_{44} \vartheta_{01} + \breve{\varphi}_{55} w_{01} = 0, \\ \breve{\varphi}_{44} u_{01} + 2\breve{\varphi}_{22} \vartheta_{01} + \breve{\varphi}_{66} w_{01} = 0, \\ \breve{\varphi}_{55} u_{01} + \breve{\varphi}_{66} \vartheta_{01} + 2\breve{\varphi}_{33} w_{01} = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Так как система (9) линейная и однородная, то для существования ее нетривиальных решений необходимым и достаточным условием является равенство нулю ее главного определителя. В результате получим частотное уравнение:

$$\begin{vmatrix} 2\breve{\varphi}_{11} & \breve{\varphi}_{44} & \breve{\varphi}_{55} \\ \breve{\varphi}_{44} & 2\breve{\varphi}_{22} & \breve{\varphi}_{66} \\ \breve{\varphi}_{55} & \breve{\varphi}_{66} & 2\breve{\varphi}_{33} \end{vmatrix} = 0. \tag{10}$$

Уравнение (10) напишем в виде:

$$4\breve{\varphi}_{11}\breve{\varphi}_{22}\breve{\varphi}_{33} + \breve{\varphi}_{44}\breve{\varphi}_{55}\breve{\varphi}_{66} - \breve{\varphi}_{55}^2\breve{\varphi}_{22} - \breve{\varphi}_{66}^2\breve{\varphi}_{11} - \breve{\varphi}_{44}^2\breve{\varphi}_{33} = 0. \tag{11}$$

Уравнение (10) реализовано численно. Для параметров задач, входящих в решение, приняты:

$$k_1 = k_2 = 7 \cdot 10^8 \frac{N}{m^2}, \quad k_s = 11 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}, \quad \frac{a}{R} = 3, \quad \frac{h}{R} = \frac{1}{6}, \quad \nu_1 = \nu_2 = 0{,}35.$$

Результаты вычислений приведены на рис. 2 в виде зависимости параметра частот от θ_1, на рис. 3 параметра частот от отношений a/R. Из рис.2 видно, что с увеличением угла θ_1 значение параметра частот увеличивается. С увеличением длины оболочек значение параметра частот уменьшается. Кроме того, с увеличением ортотропности материала оболочек значения параметра частот увеличиваются.

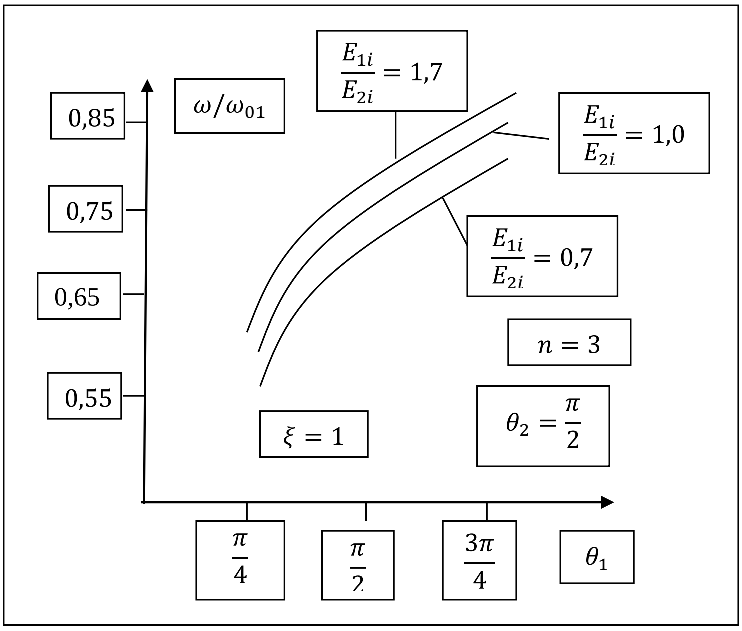

Рис. 2. Зависимость параметра частот от θ_1

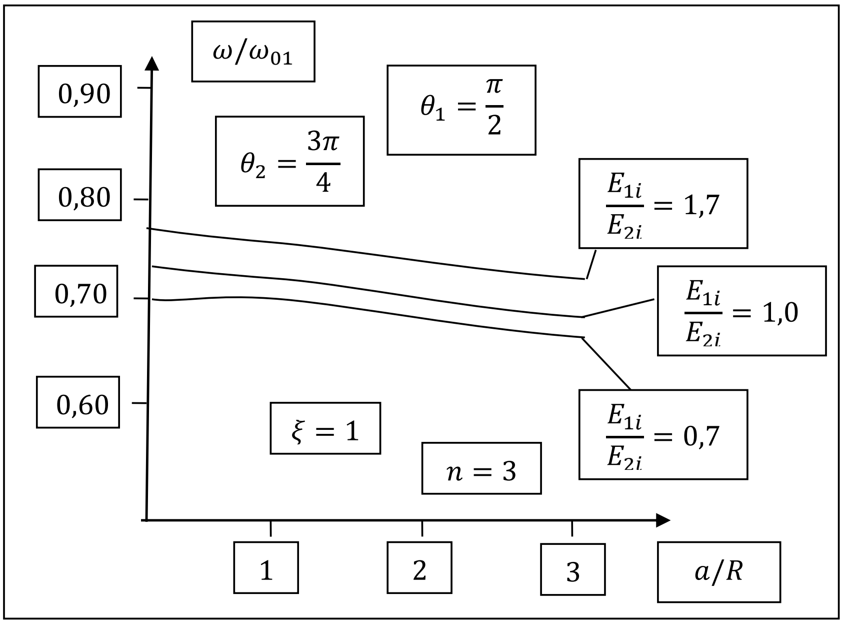

Рис. 3. Зависимость параметра частот от a/R

ЛИТЕРАТУРА

1. Ганиев Д. С. Применение и расчеты цилиндрических оболочек в подпорных стенах. *Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет. Теоретическая и прикладная механика*. 2006. № 2. С. 7–10.

2. Ганиев Д. С. Исследование облегченных подпорных стен при плоской деформации. *Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет. Теоретическая и прикладная механика*. 2013. № 1. С. 43–47.

3. Ганиев Д. С. Решение задачи подпорных стен, состоящих из цилиндрических оболочек, лежащих на упругом основании. *Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Теоретическая и прикладная механика*. 2007. № 1. С. 103–107.

4. Сейфуллаев Х. К. Об одном методе решения краевых задач пологих оболочек. *Изв.вузов «Строительство и архитектура»*. 1975. № 7. С. 56–61.

5. Сейфуллаев Х. К. К расчету пологих оболочек с большим прямоугольным отверстием, открытых на упругий контур. *Изд. вузов «Строительство и архитектура»*. 1978. № 4.
6. Сейфуллаев Х. К. Об одном методе исследования несущей способности пологих оболочек при больших прогибах. *Ст. научных трудов по механике*. 1994. № 4. С. 4–7.
7. Сейфуллаев Х. К., Азимов Н. А. К решению уравнений теории пологих оболочек переменной толщины и кривизны при произвольных граничных условиях. *Прикладная механика*. 1980. Вып. XVI, № 10. С. 47–53.
8. Сейфуллаев Х. К., Гусейнли Х. Расчет пологих ребристых оболочек на основе модели конструктивно-ортотропных систем. *Сборник научных трудов по механике* 1997. Ч. 1, № 7. С. 112–116.
9. Босяков С. М., Чживэй В. Анализ свободных колебаний цилиндрической оболочки из стеклопластика при граничных условиях Навье. *Механика машин, механизмов и материалов*. 2011. № 3(10).
10. Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Поляков П. С. Ребристые цилиндрические оболочки. Киев: Наукова думка, 1973. 245 с.

REFERENCES

1. Ganiev, D. S. (2006). Application and calculation of cylindrical shells in retaining walls. Azerbaydzhanskiy Arkhitekturno-Stroitel'nyy Universitet. Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika, No. 2, pp. 7-10.
2. Ganiev, D. S. (2013). nvestigation of lightweight retaining walls with planar deformation. Azerbaydzhanskiy Arkhitekturno-Stroitel'nyy Universitet. Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika, No. 1, pp. 43-47.
3. Ganiev, D. S. (2007). Solution of the problem of retaining walls consisting of cylindrical shells lying on an elastic foundation. Azerbaydzhanskiy Arkhitekturno-Stroitel'nyy Universitet. Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika, No. 1, pp. 103-107.
4. Seyfullaev, X. K. (1975). On a method for solving boundary value problems of shallow shells. Izd. vuzov "Stroitel'stvo i arkhitektura", No. 7, pp. 56-61.
5. Seyfullaev, X. K. (1978). To the calculation of shallow shells with a large rectangular opening open to the elastic contour. Izd. vuzov "Stroitel'stvo i arkhitektura", No. 4.
6. Seyfullaev, X. K. (1994). On a method for studying the load-bearing capacity of shallow shells with large deflections. Sb. nauchnykh trudov po mekhanike, No. 4, pp. 4-7.
7. Seyfullaev, X. K. & Azimov, N. A. (1980). To the solution of the equations of the theory of shallow shells of variable thickness and curvature under arbitrary boundary conditions. Prikladnaia mekhanika, Iss. XVI, No. 10, pp. 47-53.
8. Seyfullaev, X. K. & Guseynli, Kh. (1997). Calculation of gently sloping ribbed shells on the basis of the model of constructive-orthotropic systems. Sbornik nauchnykh trudov po mekhanike, Iss. 1, No. 7, pp. 112-116.
9. Bosyakov, S. M. & Chzhivey, V. (2011). Analysis of free vibrations of a cylindrical shell of fiberglass with the boundary conditions Navie. Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov, No. 3(10).
10. Amiro, I. Ya., Zarutskiy, V. A. & Polyakov, P. S. (1973). Ribbed cylindrical shells. Kiev: Naukova dumka.