

УДК 539.3

DOI: 10.26661/2413-6549-2019-2-06

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ПРО РЕЗОНАНСНІ КОЛИВАННЯ І ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ ГНУЧКОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З П'ЄЗОАКТИВНИМИ ШАРАМИ З ВРАХУВАННЯМ ДЕФОРМАЦІЙ ЗСУВУ

І. Ф. Киричок¹, Я. О. Жук², О. А. Чернюшок³, А. П. Тарасов²

¹Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ,

²Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,

³Національний університет харчових технологій,

term@inmech.kiev.ua, angrybeaver315@gmail.com, y.zhuk@i.ua, chernyshokolga@ukr.net

Ключові слова:

резонансні коливання, дисипативний розігрів, нееластичний матеріал, п'єзоелектричні датчики.

Розглядається задача про вимушені резонансні коливання та дисипативний розігрів шарнірно закріпленої циліндричної оболонки з п'єзоелектричним сенсором. Постановка задачі виконана у межах уточненої теорії оболонок С. П. Тимошенка. Об'єктом дослідження є тришарова циліндрична оболонка, навантажена осесиметричним поверхневим тиском. Зовнішнє навантаження змінюється у часі за гармонічним законом. Задача електротермомеханіки, що розглядається, є взаємозв'язаною та нелінійною. Для цієї задачі отримано фізичні, геометричні рівняння та рівняння руху. Її розв'язання зводиться до інтегрування нормальної системи диференціальних рівнянь. Для її інтегрування застосовано покроковий за часом метод. Наведено чисельний розв'язок задачі, здійснено його аналіз.

FORMULATION OF THE PROBLEMS ON RESONANCE VIBRATIONS AND DISIPATIVE HEATING OF THE FLEXIBLE CYLINDRICAL SHEETS WITH PIEZOACTIVE BALLS TAKING INTO CONSIDERATION OF SHIFT DEFORMATION

I. F. Kyrychok¹, Ya. O. Zhuk², O. A. Chernyushok³, A. P. Tarasov²

¹S. P. Timoshenko Institute of Mechanics,

²Taras Shevchenko National University of Kyiv,

³National University of Food Technologies

term@inmech.kiev.ua, angrybeaver315@gmail.com, y.zhuk@i.ua, chernyshokolga@ukr.net

Key words:

resonance vibration, dissipative heating, inelastic material, piezoelectric sensors.

The problem of forced resonance oscillations and dissociative heating of a hinged cylindrical shell with a piezoelectric sensor is considered. The formulation of the problem is carried out within the framework of the refined theory of shells by S.P. Tymoshenko. The object of study is a three-layer cylindrical shell loaded with axisymmetric surface pressure. The external load changes in time according to the harmonic law. The inner layer of the shell is made of passive transversal-isotropic material. The outer layers are made of sandstone, polarized in thickness in opposite directions. The materials of the layers are viscoelastic and their properties are temperature dependent. The surfaces in contact with the passive layer are covered with continuous, infinitesimally thin electrodes on which the electric potential is given. The problem of electrothermomechanics under consideration is interconnected and non-linear. For this problem, physical, geometric and motion equations are obtained. The method of its solving is constructed and implemented. The problem of forced oscillation and vibration of the shell is reduced to the solution of the partial differential equation system with known boundary and initial conditions. A step-by-step method is used to integrate it. The numerical solution of the problem is given. The calculations were performed in the vicinity of the first frequency of the bending mode oscillations of the shell. The obtained numerical solution is analyzed.

1. Вступ

Широке застосування в якості функціональних складових конструкцій сучасної техніки мають конструктивні елементи типу балок, пластинок і оболонок із непружних матеріалів з характерними властивостями шаруватості, анізотропії матеріалів та піддатливості на зсув. В більшості випадків вони знаходяться в стані вимушених коливань під дією інтенсивних гармонічних навантажень з частотою, що близька до резонансної. При цьому через внутрішні гістерезисні втрати в непружних матеріалах процес експлуатації тонкостінних елементів супроводжується дисипативним розігрівом [2, 3]. Такі умови експлуатації можуть призвести до втрати працездатності конструктивних елементів через високі рівні динамічних напружень, амплітуд прогинів, температури вібророзігріву та ін. Для зниження рівня амплітуд коливань тонкостінних елементів конструкцій (балок, пластин і оболонок) широко використовують розподілені актуатори і сенсори, які зазвичай виготовляють з п'єзоактивних матеріалів [8, 9, 14-16]. Для активного гасіння вимушених коливань широко використовується спосіб нанесення на зовнішні поверхні тонкостінного елемента п'єзоелектричних шарів, до електродів яких подається різниця електричних потенціалів відповідної амплітуди і фази, для нейтралізації дії механічного збудження. Через те, що у багатьох випадках тонкостінні елементи з п'єзоелектричними включеннями знаходяться під дією інтенсивних циклічних навантажень (які зумовлюють високий рівень механічних напружень, прогинів та дисипативного розігріву), необхідно враховувати ефекти фізичної і геометричної нелінійностей, а також їх вплив на термомеханічний стан конструкції.

Побудова електротермомеханічних моделей та розв'язок конкретних задач про вимушені коливання і дисипативний розігрів тонкостінних шаруватих балок, пластинок і оболонок із непружних пасивних (без п'єзоєфекта) і п'єзоактивних матеріалів та їх контроль п'єзоелектричними складовими містяться в багатьох наукових працях [5-7, 12, 13] та ін., результати яких узагальнені в оглядах [10, 11]. Зокрема, в рамках класичної теорії оболонок Кірхгофа-Лява задача

про вимушені коливання і вібророзігрів в'язкопружних циліндричних оболонок і їх контроль п'єзоелектричними актуаторами та сенсорами розглядається в [4-7].

В цій статті в рамках уточненої теорії оболонок С. П. Тимошенка проводиться постановка задачі про вимушені резонансні коливання і дисипативний розігрів шарнірно закріпленої циліндричної оболонки з п'єзоелектричним сенсором.

2. Постановка задачі. Основні рівняння

Розглянемо тришарову циліндричну оболонку довжиною l , віднесено до ортогональної системи координат α, θ, z координатою $z = 0$ на середині внутрішнього шару радіуса R і товщини h_0 . Внутрішній шар виготовлено із пасивного трансверсально-ізотропного матеріалу, а зовнішній товщиною h_1 – із поляризованої по товщині в протилежних напрямках п'єзокераміки. Матеріали шарів вважаємо в'язкопружними, властивості яких залежать від температури. Поляризація верхнього ($z \geq h_0/2$) і нижнього ($z \leq -h_0/2$) п'єзошарів характеризуються значеннями п'єзомодулів $+d_{31}$ і $-d_{31}$ відповідно. Поверхні, що контактують з пасивним шаром, покриті суцільними нескінченно тонкими електродами, на яких задано електричний потенціал $\varphi(\pm h_0/2) = 0$. Поверхні $z = \pm(h_0/2 + h_1)$ електродовані на ділянці $s^\pm = 2\pi R \Delta_\alpha$ ($\Delta_\alpha = \alpha_1 + \alpha_0$ та неелектродовані поза s^\pm , де виконуються такі електростатичні граничні умови:

$$\iint_{s^\pm} D_z^\pm dz = 0, \quad (\alpha_0 < \alpha \leq \alpha_1);$$

$$D_z^\pm = 0, \quad (0 \leq \alpha < \alpha_0, \alpha_1 < \alpha \leq l), \quad (1)$$

де D_z^\pm – нормальна складова електричної індукції в п'єзоелектричних шарах.

Оболонка навантажена осесиметричним поверхневим тиском $q_z = q_z(\alpha) \dot{\cos} \omega t$, що змінюється за часом t з амплітудою \dot{q}_z і круговою частотою ω , яка близька до резонансної. В результаті гармонічного деформування на розімкнутих електродах сенсора s^\pm виникають електричні потенціали $\pm V_s$, амплітудні значення яких розраховуються або визначаються експериментально. Приймаємо, що торці оболонки вільні в тангенціальному і шарнірно закріплені в поперечному

напрямок, а на її граничних поверхнях виконуються умови конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем температури T_c .

При математичному моделюванні поставленої задачі приймаємо, що по всьому пакету шарів виконуються гіпотези С. П. Тимошенка для механічних величин. Відносно електричних змінних допускаємо, що складовими D_α, D_θ вектора електричної індукції в п'єзошарах можна знехтувати, а складові вектора електричної напруженості E_α, E_θ знаходяться із визначальних рівнянь $D_\alpha = 0, D_\theta = 0$. При цьому із рівнянь електростатики випливає, що нормальна складова $D_z = \text{const}$ в п'єзошарах не залежить від товщинної координати [2]. В'язкопружні властивості матеріалів описуються концепцією комплексних модулів [2, 3], складові яких залежать від температури. Температуру дисипативного розігріву оболонки вважаємо постійною по товщині пакету шарів.

З використанням методології [2, 4] та прийнятих припущень задача про вимушені коливання і вібророзігрів розглядуваної оболонки відносно шуканих комплексних величин зводиться до розв'язку: рівнянь гармонічних коливань (множник $e^{i\omega t}$ опускаємо)

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_\alpha}{\partial \alpha} + \rho \cdot \omega^2 u &= 0, \\ \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \alpha} - \frac{N_\theta}{R} + \rho \cdot \omega^2 + q_z &= 0, \\ \frac{\partial M_\alpha}{\partial \alpha} - Q_\alpha + \rho \cdot \omega^2 \psi_\alpha &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

визначальних співвідношень для зусиль і моментів

$$\begin{aligned} N_\alpha &= C_{11} \varepsilon_\alpha + C_{12} \varepsilon_\theta, \\ N_\theta &= C_{12} \varepsilon_\alpha + C_{11} \varepsilon_\theta, \\ Q_\alpha &= k_S C_{44} \varepsilon_{\alpha z}, \\ M_\alpha &= D_{11} \kappa_\alpha + M_E, \\ M_\theta &= D_{12} \kappa_\alpha + M_E; \end{aligned} \quad (3)$$

залежностей між амплітудними значеннями деформацій і переміщень

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{du}{d\alpha}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{w}{R}, \\ \kappa_\alpha &= \frac{d\psi_\alpha}{d\alpha}, \end{aligned}$$

$$\vartheta_\alpha = -\frac{dw}{d\alpha},$$

$$\varepsilon_{\alpha z} = \psi_\alpha - \vartheta_\alpha; \quad (4)$$

виразів для електричної індукції в п'єзошарах

$$\pm D_z = -b_{33} \frac{V_\alpha}{h_1} \pm b_{31} (\varepsilon \mp \bar{h}_1 \kappa_\alpha) \quad (5)$$

$$(z \leq -h_0/2, z \geq h_0/2),$$

усередненого за період коливань і по товщині оболонки рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial \alpha^2} - \frac{2\alpha_S}{\lambda H} (T - T_c) + \frac{\omega}{2\lambda H} \langle W \rangle; \quad (6)$$

дисипативної функції

$$\begin{aligned} \langle W \rangle &= N''_\alpha \varepsilon'_\alpha - N'_\alpha \varepsilon''_\alpha + N''_\theta \varepsilon'_\theta - N'_\theta \varepsilon''_\theta + \\ &+ M''_\alpha \kappa'_\alpha - M'_\alpha \kappa''_\alpha + Q''_\alpha \varepsilon'_{\alpha z} - Q'_\alpha \varepsilon''_{\alpha z}. \end{aligned} \quad (7)$$

Механічні граничні умови такі:

$$N_\alpha = 0, w = 0, M_\alpha = 0 \quad (\alpha = 0, l). \quad (8)$$

Граничні і початкові умови для рівнянь теплопровідності мають вигляд

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial \alpha} = \pm \alpha_{0,l} (T - T_c) \quad (9)$$

$$(\alpha = 0, l) T = T_0 (t = 0).$$

Обумовлена гармонічним деформуванням оболонки амплітуда електричних потенціалів на розімкнутих електродах сенсора на основі розв'язку задачі (2)- (9) і першої граничної умови (1) обчислюється за формулою

$$\frac{V_S}{h_1} = \frac{\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} b_{31} (\varepsilon + \bar{h} \kappa_\alpha) d\alpha}{\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} b_{33} d\alpha}. \quad (10)$$

У співвідношеннях (2)-(10) введені наступні позначення:

$$\begin{aligned} C_{1n} &= c_{1n} h_0 + (c_{1n}^E + \gamma_{33}) h_1, \\ C_{44} &= G_{\alpha z} h_0 + 2c_{44}^E h_1, \\ D_{1n} &= (c_{1n} h_0^3 + 2(c_{1n}^E + \gamma_{33}) \bar{h}_{13}) / 12, \\ c_{11} &= \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad c_{12} = \nu c_{11}, \\ c_{11}^E &= 1/s_{11}^E (1 - \nu_E^2), \\ c_{12}^E &= \nu_E c_{11}^E, \quad \nu_E = -\frac{S_{12}^E}{S_{11}^E}, \\ c_{44}^E &= \frac{1}{S_{44}^E - \frac{d_{15}^2}{\varepsilon_{11}^T}}, \\ b_{31} &= \frac{d_{31}}{S_{11}^E (1 - \nu_E)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_{33} &= \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2), \\
k_p^2 &= \frac{2d_{31}^2}{[\varepsilon_{33}^T s_{11}^E (1 - \nu_E)]}, \\
\gamma_{33} &= \frac{b_{31}^2}{b_{33}}, \\
\rho_{\bullet} &= 2\rho_1 h_1 + \rho_0 h_0, \\
\rho_{\bullet\bullet} &= \frac{2\rho_1 \bar{h}_{13} + \rho_{\bullet} h_0^3}{12}, \\
\bar{h}_{13} &= 4h_1^3 + 6h_1 h_0^2 + 3h_1 h_0^2, \\
\bar{h}_1 &= \frac{h_0 + h_1}{2}, \\
H &= 2h_1 + h_0, \\
\varepsilon &= \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\theta}, \\
s_{kk}^E &= s'_{kk} (1 - i\delta_{kk}^s), \\
d_{ik} &= d'_{ik} (1 - i\delta_{ik}^d), \\
\varepsilon_{kk}^T &= \varepsilon'_{kk} (1 - i\delta_{kk}^{\varepsilon}) \quad (11)
\end{aligned}$$

– залежні від температури комплексні податливості, п'єзомодулі і діелектричні проникливості п'єзокераміки; $E = E' + iE''$, $G_{\alpha z} = G'_{\alpha z} + iG''_{\alpha z}$, $\nu = const$ – модулі Юнга і поперечного зсуву та коефіцієнт Пуассона пасивного матеріалу; k_s – коефіцієнт поперечного зсуву, $w = w' + iw''$, $u = u' + iu''$, $\psi_{\alpha} = \psi'_{\alpha} + i\psi''_{\alpha}$ – амплітуди прогинів, поздовжніх переміщень і кута повороту нормального елемента; N_{α} , N_{θ} , Q_{α} і M_{α} , M_{θ} – амплітуди зусиль і згинаючих моментів; ρ_0 , ρ_1 – питомі густини пасивного і п'єзоактивного матеріалів; λ , a – усереднені коефіцієнти тепло- і температуропровідності; $\alpha_s = (\alpha_+ + \alpha_-)/2$; α_{\pm} , $\alpha_{0,l}$ – коефіцієнти теплообміну на відповідних поверхнях і торцях оболонки; T_0 – початкова температура оболонки.

3. Методика побудови розв'язку задачі

Задача електротермомеханіки (2)-(9) через залежність властивостей матеріалів від температури є взаємозв'язаною і нелінійною. Для її розв'язання застосовується покроковий за часом метод [2]. При цьому рівняння (2)-(4) записуються відносно шуканих величин N_{α} , Q_{α} , M_{α} , u , w , ψ_{α} у вигляді звичайних диференціальних рівнянь нормальної форми

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial \alpha} = -\rho_{\bullet} \omega^2 u,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_{\alpha}}{\partial \alpha} &= Q_{\alpha} - \rho_{\bullet\bullet} \omega^2 \psi_{\alpha}, \\
\frac{\partial Q_{\alpha}}{\partial \alpha} &= \frac{\nu_c}{R} N_{\alpha} + \frac{\tilde{C}_{11}}{R^2} w - q_z - \rho_{\bullet} \omega^2 w, \\
\frac{du}{d\alpha} &= J_c N_{\alpha} - \frac{\nu_c}{R} w, \\
\frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial \alpha} &= J_D M_{\alpha}, \\
\frac{\partial w}{\partial \alpha} &= -\psi_{\alpha} + J_{SD} Q_{\alpha}, \quad (12)
\end{aligned}$$

де $J_c = 1/C_{11}$, $J_D = 1/D_{11}$, $\nu_c = C_{12}/C_{11}$, $\tilde{C}_{11} = C(1 - \nu^2)$, $J_{SD} = 1/(k_s C_{44})$.

Систему рівнянь (12) з граничними умовами (8) розділяємо на дійсну і уявну частини і на кожному кроці за часом інтегруємо її з використанням типової програми розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь. На першому кроці розв'язується лінійна задача при ізотермічних властивостях матеріалів. Потім обчислюємо дисипативну функцію (7) і розв'язуємо задачу теплопровідності (6), (9) методом кінцевих різниць з використанням явної схеми. Далі з урахуванням розподілу температури обчислюємо жорсткісні характеристики (11) і процес повторюємо на наступному кроці за часом. При реалізації такої методології використовуються безрозмірні просторова $x = \alpha/\ell$ і часова $\tau = at/\ell^2$ координати та параметри $\gamma_s = \alpha_{\pm,0,\ell}\ell/\lambda$ при $\nu_E = const$.

4. Результати числових розрахунків та їх аналіз

Розрахунки проведені в околі першої частоти найбільш енергоємної згинальної моди коливань оболонки, внутрішній шар якої виготовлено із пасивного полімеру [8], а зовнішні п'єзошари сенсора – із в'язкопружної п'єзокераміки ЦТСтБС-2 [1]. Температурні залежності їх експериментально отриманих в'язкопружних характеристик апроксимувались такими виразами:

$$\begin{aligned}
E' &= (1672 - 118,6T) \cdot 10^6 \text{Па}, \\
E'' &= (15,01 - 1,205T) \cdot 10^6 \text{Па}, \\
G_{\alpha z} &= 0,04E, \quad \nu = 0,36, \\
s'_{11} &= 12,5(1 - 0,3077 \cdot 10^{-3}\bar{T}) \times \\
&\quad \times 10^{-12} \text{м}^2/\text{Н}, \\
s'_{44} &= 39,7(1 + 0,5458 \cdot 10^{-3}\bar{T}) \times \\
&\quad \times 10^{-12} \text{м}^2/\text{Н}, \\
\delta_{11}^s &= 0,16(1 + 0,6155 \cdot 10^{-3}\bar{T} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+0,4158 \cdot 10^{-4} \bar{T}^2) \cdot 10^{-2}, \\
 &\bar{T} = T - T_0, \nu_E = 0,37; \\
 &\delta_{44}^s = 0,14(1 + 8,33 \cdot 10^{-3} \bar{T}) \cdot 10^{-2}, \\
 &d'_{31} = -1,6(1 + 0,219 \cdot 10^{-2} \bar{T}) \cdot 10^{-10} \text{Кл/м}, \\
 &\delta_{31}^d = 0,4 \left(1 + 1,198 \cdot 10^{-2} \bar{T} + \right. \\
 &\quad \left. + 1,823 \cdot 10^{-4} \bar{T}^2 \right) \cdot 10^{-2}, \\
 &\lambda = 0,45 \text{Вт/м}^{\circ}\text{С}, \\
 &d'_{15} = 4,5(1 + 0,9722 \cdot 10^{-3} \bar{T}) \cdot 10^{-10} \text{Кл/м}, \\
 &\delta_{15}^d = 0,35(1 + 0,3571 \cdot 10^{-2} \bar{T}) \cdot 10^{-2}, \\
 &\varepsilon'_{11} = 18,5\varepsilon_0(1 + 0,4505 \cdot 10^{-2} \bar{T}) \cdot 10^2, \\
 &\delta_{11}^{\varepsilon} = 0,5(1 + 0,015 \bar{T}) \cdot 10^{-2}, \\
 &\varepsilon'_{33} = 21\varepsilon_0(1 + 0,111 \cdot 10^{-3} \bar{T} + \\
 &\quad + 0,8426 \cdot 10^{-4} \bar{T}^2) \cdot 10^2, \\
 &\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}; \\
 &\delta_{33}^{\varepsilon} = 0,35(1 + 0,0119 \bar{T} + \\
 &\quad + 0,119 \cdot 10^{-3} \bar{T}^2) \cdot 10^{-2}, \\
 &\rho_0 = 929 \text{кг/м}^3, \\
 &\rho_1 = 7520 \text{кг/м}^3.
 \end{aligned}$$

Геометричні параметри оболонки такі: $\ell = 0,2$ м, $h_0 = 0,04$ м, $h_1 = 0,1 \cdot 10^{-4}$ м, $R = 0,2$ м. Коефіцієнт поперечного зсуву $k_s = 5/6$ [2].

П'єзоактивні ділянки сенсора вибирались так, щоб його середина співпадала з координатою максимальних прогинів оболонки.

Залежності амплітуди електричного потенціалу V_s^1 , обчисленого за формулою (10) при ізотермічних властивостях матеріалів ($T = T_0$) оболонки з постійною амплітудою навантаження $q_z' = q_0 = 1$ Па, від безрозмірного параметра ширини еталонного сенсора показані кривими 1, 2 на рис. 1.

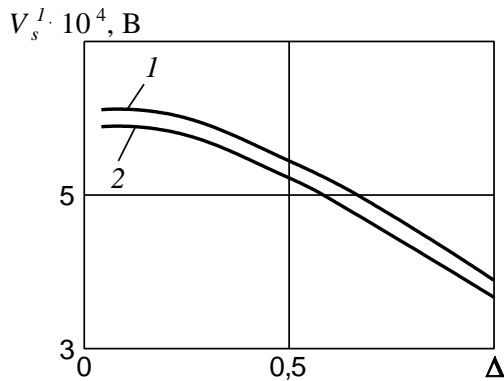


Рис. 1

Крива 1 розрахована на резонансній частоті $\omega_p = 9000 \text{ с}^{-1}$ в класичній постановці задачі, а крива 2 – на частоті 8800 с^{-1} при врахуванні деформації поперечного зсуву. Тут і далі при розрахунках прийнято, що

центр сенсора співпадає з координатою $x = 0,5$ максимальних прогинів оболонки. З рис. 1 видно, що врахування деформації зсуву зменшує показник V_s^1 для всіх розмірів сенсора, а найменше його числове значення досягається при повному покритті оболонки п'єзошарами ($\Delta = 1$). Нижче числові результати наведені для сенсора ширини $\Delta = 1$.

На рис. 2, 3 і 4 показані частотні залежності максимальних значень амплітуд прогину $\tilde{w} = |w(0,5l)|/h_0 \cdot 10^3$ м електричного показника сенсора V_s і усталеної температури T_m дисипативного розігріву при вимушених коливаннях оболонки з амплітудою навантаження $q_0 = 0,4 \cdot 10^4$ Па і параметром теплообміну $\gamma_s = 0,5$.

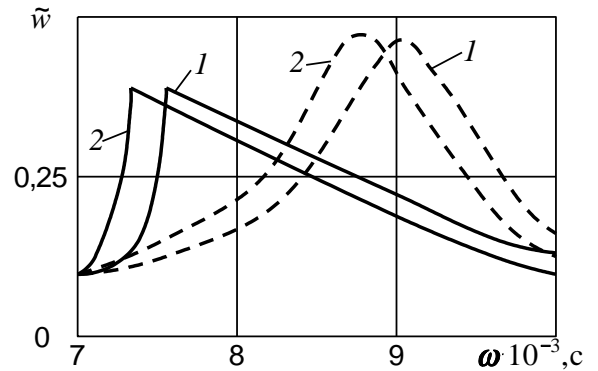


Рис. 2

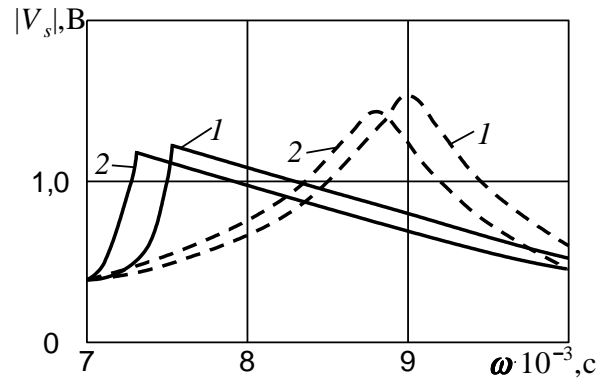


Рис. 3

Криві 1 розраховані для випадку класичної постановки задачі, а криві 2 – при врахуванні деформації поперечного зсуву та інерції повороту. При цьому штрихові лінії обчислені при ізотермічних властивостях матеріалів, а суцільні – при врахуванні їх температурної залежності. Аналіз кривих на рис. 2-4 показує, що врахування деформації поперечного зсуву супроводжується зміщенням частотних характеристик в сторону

зменшення частоти резонансу, деяким збільшенням амплітуди та зменшенням електричного показника сенсора і температури вібророзігріву на уточненій частоті.

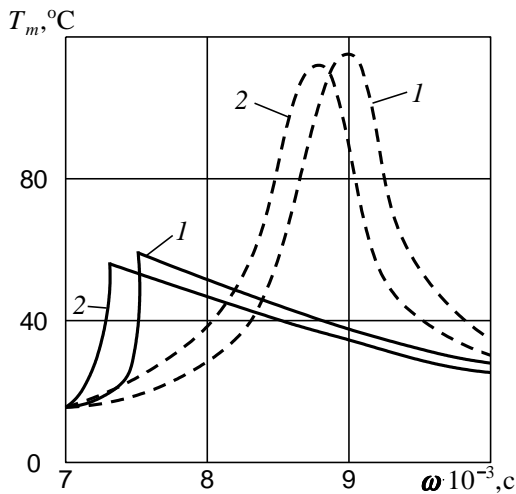


Рис. 4

Врахування температурної залежності властивостей матеріалів приводить до відомого ефекту трансформації частотних характеристик в характеристики «м'якого» типу [5, 6] як у випадку класичної, так і уточненої постановок задачі.

5. Висновки

Наведено постановку та числовий розв'язок задачі про вимушені резонансні коливання і дисипативний розігрів шарнірно опертої в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсорами при осесиметричному моногармонічному навантаженні та врахуванні деформації поперечного зсуву. Виведено фізичні, геометричні рівняння та рівняння руху. Побудовано та описано методику розв'язку задачі.

Література

1. Bolkisev A. M., Karlash V. L., Shul'ga N. A. Temperature dependence of the properties of piezoelectric ceramics. *Sov. Appl. Mech.* 1984. Vol. 20, No 7. P. 650–653.
2. Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф. Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек. Киев: Наук. думка, 1986. 222 с.
3. Карнаухов В. Г., Михайленко В. В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. Житомир: ЖГТУ, 2005. 428 с.
4. Киричок И. Ф. Осесимметричные резонансные колебания и разогрев оболочек вращения и их контроль пьезоэлектрическими сенсорами и актуаторами. *Прикл. механика.* 2010. Т. 46, № 8. С. 42–57.
5. Киричок И. Ф., Жук Я. А. Влияние граничных условий и температуры виброразогрева на резонансные осесимметричные колебания вязкоупругих цилиндрических оболочек с пьезоактуаторами и сенсорами. *Теоретическая и прикладная механика.* 2013. Вып. 7. С. 133–140.
6. Киричок И. Ф., Жук Я. О., Карнаухова Т. В. Резонансні коливання і дисипативний розігрів гнучкої в'язкопружної балки з п'єзоактуаторами при врахуванні деформації зсуву. *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* 2017. Т. 60, № 2. С. 66–74.
7. Киричок И. Ф., Карнаухова Т. В., Пересунько Н. В. Резонансные осесимметричные колебания и диссипативный разогрев цилиндрических оболочек и их контроль с помощью пьезоэлектрических актуаторов. *Теоретическая и прикладная механика.* 2010. Вып. 46. С. 132–140.
8. Vlaguenon A., Lene F., Bemadou M. Active control a beam a piezoceramic element. *Smart Mater. Struct.* 1999. No 8. P. 116–124.
9. Gabbert U., Tzou H. S. Smart structures and structronic systems. Dordrecht: Kluwer acad. publ., 2001. 384 p.
10. Karnaukhov V. G., Kyrychok I. F., Kozlov V. I. Thermomechanics of Inelastic Thin-Wall Structural Members with Piezoelectric Sensors and Actuators under Harmonic Loading (Review). *Int. Appl. Mech.* 2017. Vol. 53, Issue 1. P. 6–58.
11. Karnaukhov V. G., Kozlov V. I., Karnaukhova T. V. Forced Vibrations and Dissipative Heating of flexible Hinged Viscoelastic Rectangular Plates with Actuators with Allowance for Transverse Shear Strains. *Int. Appl. Mech.* 2018. Vol. 54, Issue 1. P. 85–93.
12. Kyrychok I. F. Resonance Axisymmetric Vibrations and Dissipative Heating of Viscoelastic Cylindrical Shell with Piezolayers under Elektromechanical Excitation. *Int. Appl. Mech.* 2015. Vol. 51, Issue 5. P. 567–573.

13. Kyrychok I. F., Chemyshok O. A. Forced Vibrations and Vibroheating of flexible Viscoelastic Beam with Piezoelectric Sensor and Actuators with Allowance for the Shear Strains. *Int. Appl. Mech.* 2018. Volume 54, Issue 5. P. 568–576.
14. Tani J., Takagia T., Qiu J. Intelligent material systems: Application of functional materials. *Appl. Mech. Review.* 1998. Vol. 51, Issue 8. P. 505–521.
15. Tzou H. S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, 1993. 400 p.
16. Tzou H. S., Bergman L. A. Dynamics and Control of Distributed Systems. Cambridge: Cambridge University Pres, 1998. 374 p.

References

1. Bolkisev, A. M., Karlash, V. L. & Shul'ga, N. A. (1984). Temperature dependence of the properties of piezoelectric ceramics. *Sov. Appl. Mech.*, Vol. 20, No 7, pp. 650–653.
2. Karnaukhov, V. G. & Kyrychok, I. F. (1986). Related problems of the theory of viscoelastic plates and shells. Kyev: Naukova dumka.
3. Karnaukhov, V. G. & Mikhailenko, V. V. (2005). Nonlinear thermomechanics of piezoelectric inelastic bodies under monoharmonic loading. Zhytomyr: ZSTU.
4. Kyrychok, I. F. (2010). Axisymmetric resonant oscillations and heating of shells of rotation and their control by piezoelectric sensors and actuators. *Int. Appl. Mech.*, Vol. 46, Issue 8, pp. 42–57.
5. Kyrychok, I. F. & Zhuk, Y. O. (2013). Influence of boundary conditions and heating temperature on resonance axisymmetric vibrations of the viscoelastic cylindrical shells containing piezoactuators and sensors. *Theoretical and applied mechanics*, Issue 7, pp. 133–140.
6. Kyrychok, I. F., Zhuk, Y. O. & Karnaukhova, T. V. (2017). Resonant vibrations and dissipative heating of a flexible viscoelastic beam with piezoactuators accounting for shear strain. *Mathematical Methods and Physicomechanical Fields*, Vol. 60, Issue 2, pp. 66–74.
7. Kyrychok, I. F., Karnaukhova, T. V. & Peresunko, N. V. (2010). Resonant axisymmetric oscillations and dissipative heating of cylindrical shells and their control using piezoelectric actuators. *Theoretical and applied mechanics*, Issue 46, pp. 132–140.
8. Blaguenon, A., Lene, F. & Bemadou, M. (1999). Active control a beam a piezoceramic element. *Smart Mater. Struct.*, No 8, pp. 116–124.
9. Gabbert, U. & Tzou, H. S. Smart structures and structronic systems. Dordrecht: Kluwer acad. publ.
10. Karnaukhov, V. G., Kyrychok, I. F. & Kozlov, V. I. (2017). Thermomechanics of Inelastic Thin-Wall Structural Members with Piezoelectric Sensors and Actuators under Harmonic Loading (Review). *Int. App. Mech.*, Vol. 53, Issue 1, pp. 6–58.
11. Karnaukhov, V. G., Kozlov, V. I. & Karnaukhova, T. V. (2018). Forced Vibrations and Dissipative Heating of flexible Hinged Viscoelastic Rectangular Plates with Actuators with Allowance for Transverse Shear Strains. *Int. Appl. Mech.*, Vol. 54, Issue 1, pp. 85–93.
12. Kyrychok, I. F. (2015). Resonance Axisymmetric Vibrations and Dissipative Heating of Viscoelastic Cylindrical Shell with Piezolayers under Elektromechanical Excitation. *Int. Appl. Mech.*, Vol. 51, Issue 5, pp. 567–573.
13. Kyrychok, I. F. & Chemyshok, O. A. (2018). Forced Vibrations and Vibroheating of flexible Viscoelastic Beam with Piezoelectric Sensor and Actuators with Allowance for the Shear Strains. *Int. Appl. Mech.*, Vol. 54, Issue 5, pp. 568–576.
14. Tani, J., Takagia, T. & Qiu, J. (1998). Intelligent material systems: Application of functional materials. *Appl. Mech. Review.*, Vol. 51, Issue 8, pp. 505–521.
15. Tzou, H. S. (1993). Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers.
16. Tzou, H. S. & Bergman, L. A. (1998). Dynamics and Control of Distributed Systems. Cambridge: Cambridge University Pres.